

◇ 研究报告 ◇

压缩感知的远场亚波长声成像仿真^{*}

牟亚东 郁高坤[†]

(中国海洋大学 青岛 266100)

摘要: 压缩感知算法可以利用信号的稀疏性较好地分辨出两个相距较远的目标,但是当两个目标相距较近时仅利用压缩感知算法,分辨性能较差;另外,当分辨目标为硬散射体时,由于偶极散射的影响,分辨性能也会变得较差。考虑到上述两个问题,该文提出了以下解决方案:针对第一个问题,该文将声学超透镜和压缩感知算法进行结合;针对第二个问题,该文提出在压缩感知算法中考虑偶极散射分量的影响。根据上述方案进行仿真,仿真结果证明了在加入声超透镜并考虑偶极散射以后,硬散射体目标在相距较近时实现了较好的分辨率。

关键词: 超分辨率;压缩感知算法;偶极散射;声学超透镜

中图法分类号: O424

文献标识码: A

文章编号: 1000-310X(2023)02-0363-09

DOI: 10.11684/j.issn.1000-310X.2023.02.020

Simulation of far-field subwavelength acoustic imaging based on compressed sensing algorithm

MU Yadong YU Gaokun

(Ocean University of China, Qingdao 266100, China)

Abstract: The sparsity of the signal can be adopted by the compressed sensing algorithm to better distinguish two well-separated targets, however, when the two targets are close, the imaging performance is degraded. In addition, for the imaging of rigid scatterers, the resolution performance is also affected by the dipole scattering. To overcome these two shortcomings, an acoustic superlens is introduced to improve the imaging performance of compressed sensing algorithm, and the dipole scattering is considered by adding an extra sensing matrix. Numerical simulations have been carried out to confirm the improvement of imaging performance.

Keywords: Super-resolution; Compressed sensing algorithm; Dipole scattering; Acoustic superlens

2022-01-27 收稿; 2022-03-28 定稿

^{*}国家自然科学基金项目 (11674293)

作者简介: 牟亚东 (1996-), 男, 河北衡水人, 硕士研究生, 研究方向: 声学。

[†]通信作者 E-mail: gkyu@ouc.edu.cn

0 引言

由于物体空间谱倏逝波分量的损失,传统的成像分辨率被限制在体波波长的一半,即存在空间分辨率无法突破半波长的理论极限。第一个近场扫描光学显微镜的实验证明,可以使用极窄尖端逐点扫描的方法拾取倏逝波分量来克服衍射极限^[1]。由于人工超材料的研究和发展,人们引入了超透镜的概念来探测近场成像。

2000年,得益于Pendy^[2]的先驱性工作,由具有负反射率的材料制成的声超透镜放大倏逝波,完全集中了一个点源的所有信息,从而可以在近场突破衍射极限的成像分辨率。在此理论的基础上,亚波长成像取得了许多突破性的进展。自此由具有负反射率或负介电常数的电磁超材料制成的各种光学超透镜相继产生^[3]。2004年,Smith等^[4]在光学领域使用基于人工材料的超透镜成功实现了光学系统的亚波长成像。2005年,Fang等^[5]使用银作为天然光学显微镜来进行成像,展示了光学成像可以突破衍射极限。与此同时,在声学领域,Zhang等^[6]通过由亚波长亥姆霍兹共振器的平面网络组成的平面声学超材料透镜进行聚焦超声波的实验演示。Zhou等^[7]利用密度各向异性的超材料板,实现了超出衍射极限的声学成像的超透镜。Yang等^[8]设计的声学超透镜是使用基于亥姆霍兹共振器的超材料,根据Fano共振机制拓宽超分辨率的带宽,通过实验验证了其成像分辨率在一定的频率带宽内都比较好。尽管这些声学超透镜的表面共振模式产生机制不同,但它们都在一定程度上增强了倏逝波的传播,进而实现了超分辨率成像。

由于倏逝波总是在超材料的界面处受限,离开超透镜表面后迅速衰减,不能传播到远场,因此要求至少通过一个探测传感器在距离界面一个波长距离内来实现亚波长成像。为了让处于远场区域的探测传感器突破超透镜的极限,人们已经提出了各种远场亚波长成像方案,制造了许多被称为“magnifying hyperlens”的各向异性超材料装置。这类装置都是通过将逐渐消失的倏逝波成分转换成传播波的方式对亚波长信息进行放大,通过探测传感器可以直接测量这些信息,经过后期处理得到声学超分辨图像。2006年,Jacob等^[9]提出了一种超出衍射极限的远场光学成像方法,它们提出的系

统允许图像放大,并且通过现有的技术手段就能实现该方法。Li等^[10]完成了通过逐渐将倏逝成分转换成传播波来放大亚波长物体的声学双曲透镜的实验,所制备的声学双曲透镜在宽频带内以低损耗获得亚波长分辨率。另一种技术,称为光学远场超透镜,其中通过激发表面等离子体极振子,物体散射的倏逝波显著增强,然后通过周期性波纹转化成传播波^[11]。此外,利用衍射光栅,还可以使用反演算法在一组不同的照明条件下从远场测量中提取物体的渐逝信息^[12-13]。

一般探究散射体的远场亚波长成像时,需要将平面波入射到散射体上,根据测量得到的散射波来进行后续数据处理。由于散射体和背景介质的压缩率、密度不同,散射波往往是由单极散射、偶极散射和高阶多极散射的叠加产生的。而一般在实验过程中使用的散射体,其尺寸远小于波长,所以高阶多极散射一般可以被忽略,在实际成像时一般只需要考虑单极散射和偶极散射。对于软散射体,由于其压缩率比背景介质大得多,此时单极散射远超过了由密度对比引起的偶极散射。对于硬散射体,其由密度引起的偶极散射较大,不能再被忽略。因此在探究硬散射体成像情况时,如果仅考虑单级散射,成像结果的分辨率较差。本文在研究硬散射体目标成像时,探究了偶极散射对硬散射体目标成像分辨率的影响。经过仿真验证,考虑偶极散射后,硬散射体在远场的成像分辨率变好,与理论猜想一致。

1 压缩感知算法及声超透镜结构模型

1.1 压缩感知算法

文献[14-16]在信号稀疏表示、欠定采样理论及最优化求解的基础理念上,设计提出压缩感知(Compressed sensing, CS)理论^[17-18]。CS理论中心内容是:若可以对被处理信号 s 在某个域进行稀疏表示,则可以利用观测矩阵将高维信号投影到低维空间上,然后通过对带有稀疏约束的最优化问题求解,可以实现对欠采样稀疏信号的精准重构。因此在CS中信号的采样率只和信号数据本身的稀疏程度和信息结构相关联,不像传统奈奎斯特中的采样率那样还要受到原信号频率带宽的限制。如果信号本身具有可压缩性或者在某个变换域稀疏性较好,可以利用测量矩阵将高维信号投影到低维空间,

并且利用信号稀疏性,通过一定的线性或者非线性模型重构出原始信号^[19-20]。信号的重构算法目前主要分为4类:基于凸优化算法、贪婪算法、组合重建算法和贝叶斯方法^[21-23]。其中凸优化算法具有最强的稀疏恢复保证,在测量矩阵满足一定条件下能精确重构所有稀疏信号,而且所需的测量次数也非常少,抑制噪声干扰能力强,也常用于小尺度信号。此外,凸优化算法也有对应的工具箱CVX,应用起来比较方便。考虑到上述优点,最终选择利用凸优化算法来对信号进行重构。信号重构过程可以表述为,如果未知信号 χ 是稀疏的,那么可以通过测量 $\mathbf{p}$ 和 $\mathbf{A}$ 采用一定的算法重建出 χ 。当 χ 为稀疏声源信号时,求解 χ 可以看作寻求最稀疏解。最初利用 l_0 范数最优化来求解。可重构信号为

$$\hat{\chi} = \arg \min \|\chi\|_0 \quad \text{s.t.} \quad \|\mathbf{p} - \mathbf{A}\chi\|_2 \leq \varepsilon. \quad (1)$$

式(1)是利用 l_0 范数来求解,只能通过对所有可能的稀疏情况进行求解后才能找到最稀疏的形式,这是一个NP难题^[24],需要列出所有非零项位置的线性组合才能得到最优解,在多项式时间内难以求解,而且也无法验证其可靠性。研究者指出当信号满足一定条件时可以将非凸化问题转化成凸化问题来进行最优化求解。因此在求解过程中,应用了CVX工具箱来求解 l_1 范数下的最优化问题^[25],其中求解式如下:

$$\hat{\chi} = \arg \min \|\chi\|_1 \quad \text{s.t.} \quad \|\mathbf{p} - \mathbf{A}\chi\|_2 \leq \varepsilon. \quad (2)$$

求解散射体位置的过程就是利用CS算法在求解向量 χ 的稀疏表达。

设一个已知的测量矩阵 $\mathbf{A}(m \times n)$,其中 $m < n$,向量 $\mathbf{y}$ 是长度为 m 的观测信号,存在测量噪声 $\mathbf{e}$ 。向量 $\mathbf{x}$ 是长度为 n 的稀疏表达,根据CS理论可以得到式(3):

$$\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{e}. \quad (3)$$

1.2 声超透镜结构

有学者借助于声学共鸣腔阵列(声超透镜)通过时间反转实现了亚波长聚焦^[26]。当声超透镜的尺寸远远大于一个波长时,倏逝波由于弱衍射效应会被束缚在声超透镜表面,此时利用声超透镜的共振模式只能实现近场亚波长成像,而当声超透镜的尺寸小于一个波长时,利用其共振模式可以有效地将倏逝波转换为传播波^[27],从而实现远场亚波长成

像。考虑到上述原因,本文最终应用了一个尺寸约为一个波长的声学超透镜^[28]。

图1中蓝色部分为本文提出的声超透镜结构模型的剖面图,该超透镜由9个两端开口的共鸣腔构成,材质为不锈钢,两个共鸣腔之间的壁厚相同。具体参数如图1所示。

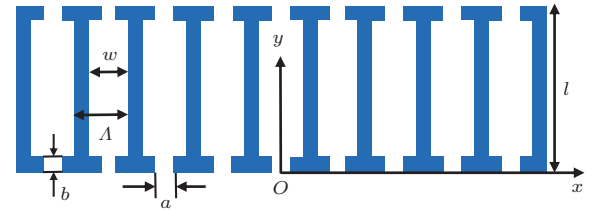


图1 声超透镜平面示意图

Fig. 1 The scheme of acoustic superlens

该声超透镜的宽度 $l = 0.05$ m,周期 $\Lambda = 0.014$ m,共振腔喉口宽度 $a = 0.005$ m,喉口深度 $b = 0.002$ m,共振腔的宽度 $w = 0.008$ m,该声超透镜的总长度为0.132 m。

声超透镜结构的谐振模式可以放大倏逝波并将其转换为传播波,而且可以增加空间自由度,从而提升CS算法的分辨率。因为需要利用该声超透镜的共振模式,所以本文中首先利用有限元软件计算得到了该声超透镜模型中央位置处的频响曲线,然后通过频响曲线得到结构的共振频率。为了得到频响曲线,需要将声源置于声超透镜中央正上方1 cm处,声源频率带宽为2000 ~ 2800 Hz,间隔2 Hz,计算并导出声超透镜正下方5 mm位置处的声压数据;然后将声超透镜取走,其他条件不变,计算并导出同样位置处自由空间的声压数据;最后将声超透镜和自由空间对应频率的声压数据作比,以比值中的最大值对其进行归一化处理。将归一化后的数据画成图像即为图2,其中纵坐标代表归一化后的声压幅度,横坐标代表频率。根据理论,该声超透镜结构共有9个共振模式,但因为本文选择的频率带宽较窄,因此所有的共振频率并没有全部找到,但是需要的4个共振频率已经可以通过图2中得到,这些共振频率对应着频响曲线上4个峰值处的频率,分别为2250 Hz、2554 Hz、2668 Hz、2714 Hz。

然后利用有限元软件将声源置于结构中央正上方1 cm处,计算频率为2574 Hz (2574 Hz为仿真带宽范围内的中间频率)的声场。导出声超透镜正下方5 mm、横坐标在-6.5 ~ 6.5 cm之间变化的格

点处的声压数据,然后对声压数据进行归一化处理,得到2574 Hz模态曲线图,如图3所示,其中纵坐标代表归一化声压,横坐标代表距离结构中央的距离。

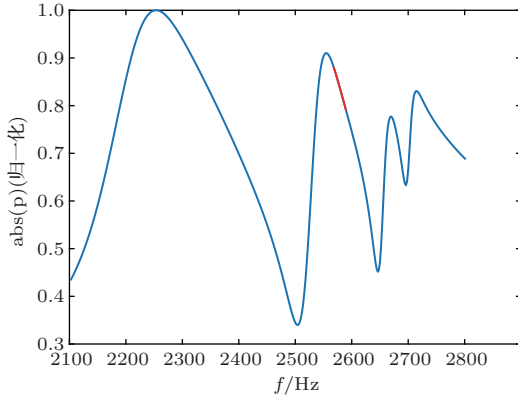


图2 频响曲线

Fig. 2 The curve of frequency response

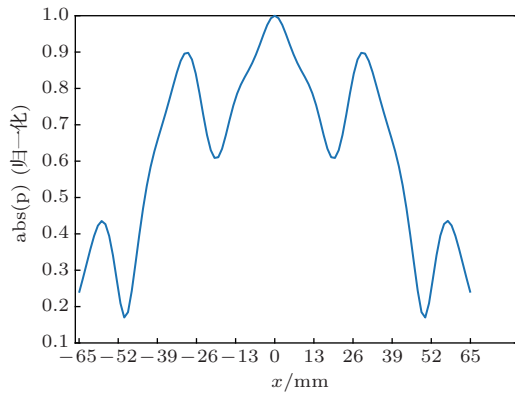


图3 声超透镜在2574 Hz下的模态曲线图

Fig. 3 The mode shape at frequency 2574 Hz

考虑到每个共振模式中峰值大小的问题,本文最终选择利用具有5个峰的共振模态进行成像,根据频响曲线在该共振模式范围内选择的频率带宽为2560 ~ 2588 Hz,对应图2频响曲线中红色线段部分。

2 数值仿真

2.1 仿真条件

如图4所示,灰色部分即为声超透镜结构,其被放置于仿真区域的中央。原点 O 位于超透镜下方中心位置处,声超透镜上方蓝色矩形区域(长为9.5 cm,宽为1.5 cm)为成像区域,该区域上侧到声超透镜的距离为 $g = 2$ cm,下侧到声超透镜的距离为 $h = 0.5$ cm,该区域共分为4行 $\times$ 20列,每一行距离声超透镜上端的距离分别为0.5 cm、1 cm、

1.5 cm、2 cm,每一列的横坐标从 $-5 \sim 4.5$ cm变化(间隔为5 mm), $N = 80$ 个成像点就位于该矩形区域的格点上。圆形散射体放置于声超透镜上方的矩形区域内,该圆形散射体半径为 r ,左侧圆形散射体中心到右侧圆形散射体中心之间的距离为 d ,散射体中心到声超透镜表面的距离为 s ;图中四周黄色部分为完美匹配层(Perfectly matched layer, PML),厚度为0.3 m,PML可以吸收声波不会产生散射波,来模拟无限边界的情况。

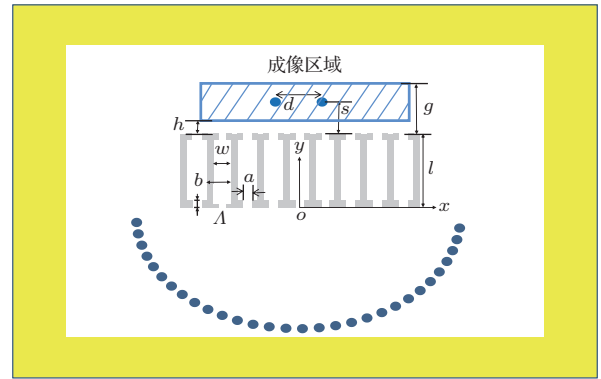


图4 远场亚波长成像仿真示意图

Fig. 4 A simulation scheme for the far-field sub-wavelength imaging

仿真采用的工作频率带宽为2560 ~ 2588 Hz,频率间隔为4 Hz。此外,考虑到钢制的声超透镜在空气中存在阻尼效应,因此仿真时要考虑热声学。根据CS理论,为了求解位置向量,需要测得上述频率对应的测量矩阵和测量信号。

单极子对应的测量矩阵 $\mathbf{A}$ 是由成像目标所在区域到接收阵的单极点源的格林函数获得,其满足如下方程:

$$\nabla^2 \mathbf{G} + k_{\text{eq}}^2 \mathbf{G} = -4\pi S \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0), \quad (4)$$

其中, k_{eq} 为声波波数, S 为单极点源源强度。

而偶极子对应的测量矩阵 $\mathbf{B}$ 是由 y 方向上的偶极点源的格林函数获得,其满足如下方程:

$$\nabla^2 \mathbf{G} + k_{\text{eq}}^2 \mathbf{G} = -4\pi \mathbf{D} \cdot \nabla \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0), \quad (5)$$

其中, $\mathbf{D}$ 为偶极矩矢量,在本文里为(0,1)。

在成像问题同时考虑单极子散射和偶极子散射时,可以用下面的方程描述:

$$\mathbf{A}\chi + \mathbf{B}\gamma = \mathbf{p}, \quad (6)$$

其中,

$$A = \begin{bmatrix} A_1 & & & & \\ & A_2 & & & \\ & & \cdots & & \\ & & & A_j & \\ & & & & \cdots \\ & & & & & A_M \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} B_1 & & & & \\ & B_2 & & & \\ & & \cdots & & \\ & & & B_j & \\ & & & & \cdots \\ & & & & & B_M \end{bmatrix}, \quad p = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1k} & \cdots & p_{1K} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2k} & \cdots & p_{2K} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ p_{j1} & p_{j2} & \cdots & p_{jk} & \cdots & p_{jK} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ p_{M1} & p_{M2} & \cdots & p_{Mk} & \cdots & p_{MK} \end{bmatrix},$$

$$\chi = \begin{bmatrix} \chi_{11} & \chi_{12} & \cdots & \chi_{1k} & \cdots & \chi_{1K} \\ \chi_{21} & \chi_{22} & \cdots & \chi_{2k} & \cdots & \chi_{2K} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \chi_{j1} & \chi_{j2} & \cdots & \chi_{jk} & \cdots & \chi_{jK} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \chi_{M1} & \chi_{M2} & \cdots & \chi_{Mk} & \cdots & \chi_{MK} \end{bmatrix}, \quad \gamma = \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & \cdots & \gamma_{1k} & \cdots & \gamma_{1K} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \cdots & \gamma_{2k} & \cdots & \gamma_{2K} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \gamma_{j1} & \gamma_{j2} & \cdots & \gamma_{jk} & \cdots & \gamma_{jK} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \gamma_{M1} & \gamma_{M2} & \cdots & \gamma_{Mk} & \cdots & \gamma_{MK} \end{bmatrix},$$

其中, $j = 1, 2, 3, \dots, M$, M 代表频率的个数, $k = 1, 2, 3, \dots, K$, K 代表角度的个数, 其中 $K = 31$, $\chi_{jk} \in \mathbb{C}^N$ 代表着在第 j 个频率以及第 k 个入射角情况下 $N = 80$ 个成像位置的复幅度响应 (单极子), 而 $\gamma_{jk} \in \mathbb{C}^N$ 代表着在第 j 个频率以及第 k 个入射角情况下 $N = 80$ 个成像位置的复幅度响应 (偶极子), p_{jk} 代表着在第 j 个频率以及第 k 个入射角情况下接收阵的声压信号, 接收阵元均匀分布在半径为 0.5 m 的声超透镜下方的半圆上 (见图 4)。由于不同角度入射情况下的格林函数是一致的, 故只考虑声源位置和频率变化的影响, 对于第 j 个频率, 单极点源格林函数对应的测量矩阵为 A_j , 偶极点源格林函数对应的测量矩阵为 B_j 。矩阵 A_j 、 B_j 分别由元素 a_{mn} 、 b_{mn} ($1 \leq m \leq M_r$, $1 \leq n \leq N$) 构成, 其中的每个元素 a_{mn} 、 b_{mn} 计算过程如下: 分别将单极点源和 y 方向上的偶极点源放置在图 4 成像区域的格点位置上, 然后计算 $M_r = 31$ 个接收阵元位置处的声压数据。不同频率下的格林函数采用了归一化处理, 以单极点源格林函数归一化为例, 表达式

如下:

$$A_j = \frac{\tilde{A}_j}{\max_n \left(\sqrt{\sum_{m=1}^{M_r} |(\tilde{A}_j)_{mn}|^2} \right)}, \quad (7)$$

其中, A_j 表示第 j 个频率归一化后的格林函数, $\tilde{A}_j$ 表示第 j 个频率下尚未归一化的格林函数。

不同于格林函数获取, 为了得到观测信号 p , 利用背景压力场中的平面波作为激励源。首先在有声超透镜的情况下将散射体放置在声超透镜上方计算格林函数的矩形区域范围内, 利用参数化扫描使平面波从下方入射与 x 轴正方向夹角从 60° 到 120° 变化, 共 K 个角度, 并导出上述 M_r 个接收阵元位置处的声压数据 $\tilde{p}_1$; 去掉声超透镜后, 将散射体布放在同样的位置上, 重复上述操作, 得到 $\tilde{p}_2$, 令 $p = \tilde{p}_1 - \tilde{p}_2$, 即为需要的观测信号。每个频率的测量信号 p_{jk} 需要除以二范数来进行归一化。

在得到所需要的测量矩阵 A 、 B 和观测信号 p 以后, 就利用 CS 算法对位置向量 χ 、 γ 进行求解, 代价函数如下:

$$\text{minimize} \left(\sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^M \|A_j \chi_{jk} + B_j \gamma_{jk} - p_{jk}\|_2^2 + \mu \sum_{n=1}^N \left(\sqrt{\sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^M |(\chi_{jk})_n|^2} + \sqrt{\sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^M |(\gamma_{jk})_n|^2} \right) \right), \quad (8)$$

其中, μ 为正则化参数, 它平衡着 χ 、 γ 的稀疏性和式 (8) 中的最小二乘误差, 当 μ 值较小时, 由于随机误差和噪声的影响, 对成像结果的误差容忍度较小,

存在旁瓣等误差; 而当 μ 值较大时, 目标位置会发生偏移, 甚至会合并为一个目标。因此 μ 值太大太小都会影响分辨性能, 在实际应用时要选择合适的 μ

值,这样成像结果的分辨性能才会比较好。

根据式(6)、式(8)计算得到未知信号矩阵 χ 和 γ 后,利用单极点源对应的信号矩阵 χ 来进行成像。依据上述求解过程,当通过式(6)计算得到的未知信号矩阵 χ 和 γ 的稀疏性越好时,根据矩阵 χ 得到的成像结果也会越好,而这与本文引入声超透镜的目的是吻合的。

2.2 仿真结果

2.2.1 成像标准

在得到成像结果后,对其进行整理并全面的分析和讨论。为了获得更好、更稳定的成像结果,采用宽频进行仿真计算,并且根据宽频计算出的成像结果讨论散射体距声超透镜的距离、两个散射体间距和偶极散射对成像结果的影响。

为了便于统计超分辨成像结果,设定如下规则来判定通过算法是否分辨出散射体:

- (1) 两个散射体位置处的能量相差在2.5倍以内;
- (2) 散射体位置处较弱的能量要大于旁瓣能量的2.5倍;
- (3) 散射体位置偏移最多1 cm。

图5即为两个散射体对称3 cm分布距离结构8 mm时考虑了单极散射和偶极散射以后成像的伪彩图,此时正则化参数 μ 为4.501,其中彩色部分即为散射体位置,黑色虚线对应的横坐标为散射体实际布放位置。通过图5可以看出在计算过程中散射体位置存在偏移,但满足我们上述的规则,因此在统计时本文认为图5这样的成像结果能够分辨出两个散射体,而且水平位置基本准确。

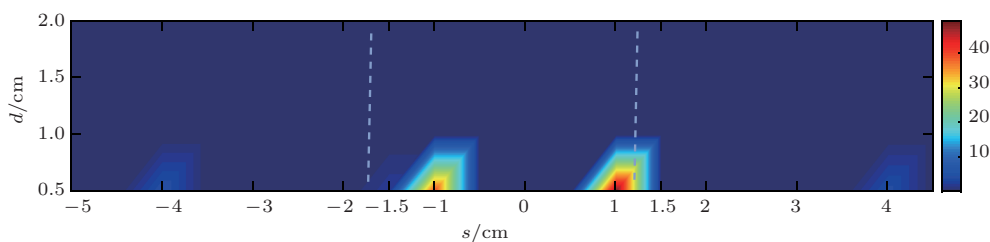


图5 有声超透镜时对称3 cm分布散射体的成像结果

Fig. 5 Imaging results obtained by an acoustic superlens for two rigid scatterers being symmetrically separated by an interval 3 cm

2.2.2 只考虑单极散射与考虑单极散射和偶极散射的成像结果对比

依据上述规则对考虑单极散射、偶极散射以及只考虑单极散射计算得到的成像结果进行整理,得到下列图像,横坐标代表圆形散射体中心到结构的距离,纵坐标代表约束条件中 μ 值的范围,在仿真计算过程中,所取的 μ 值范围为0.001~19.901,间隔为0.1。图6~图10均为圆形硬散射体放在到声超透镜不同距离(距离分别为3 mm、5 mm、8 mm、10 mm、13 mm、15 mm、18 mm、20 mm)下的成像结果。

图6为到声超透镜不同距离下单个散射体的成像结果,其中蓝色虚线表示同时考虑了单极散射以及偶极散射后的成像结果,红色实线表示只考虑单极散射的成像结果。观察图6可见,单个硬散射体除距离结构很近时不能被识别出来,在其他距离基本都能被稳定地识别出来,但是随着距结构越来越远,

能准确识别目标散射体的 μ 值范围会变小,但仍然能保证在大部分 μ 值均能准确识别出单个散射体的位置,为两个散射体成像结果的准确性提供了证明。

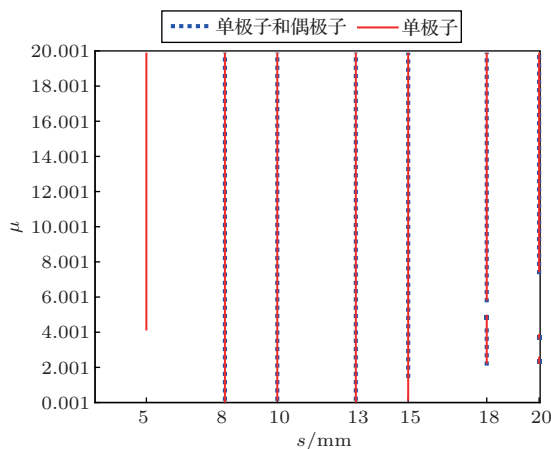


图6 有声超透镜时单个散射体的成像结果

Fig. 6 Imaging results obtained by an acoustic superlens for a single rigid scatterer

图7为到声超透镜不同距离下相距3 cm对称分布的散射体成像结果,其中蓝色虚线均表示同时考虑了单极散射以及偶极散射后的成像结果,红色实线表示只考虑单极散射的成像结果。由图7可见,相距3 cm的两个对称分布的硬散射体均能在一定的 μ 值范围内被分辨出来,能够得到较为稳定的结果,但是当距结构较远时,只能在 μ 值较小时才能准确识别出两个目标。

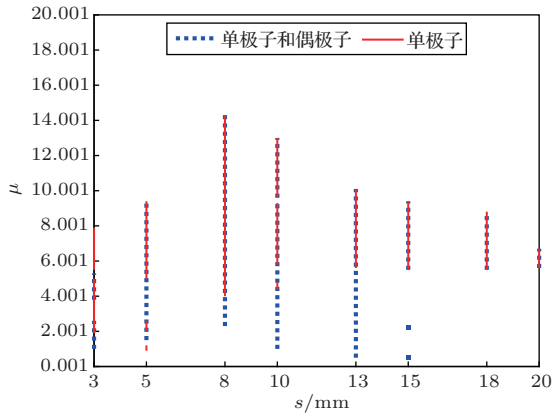


图7 有声超透镜时对称3 cm分布散射体的成像结果
Fig. 7 Imaging results obtained by an acoustic superlens for two rigid scatterers being symmetrically separated by an interval 3 cm

图8为到声超透镜不同距离下相距4 cm对称分布的散射体成像结果,其中蓝色虚线均表示同时考虑了单极散射以及偶极散射后的成像结果,红色实线表示只考虑单极散射的成像结果。由图8可见,相距4 cm的两个对称分布的硬散射体,在距离结构很近时,无法识别出目标散射体,随着距离的增大,在较大的 μ 值范围内均能准确分辨出目标散射体。

对比图7、图8可以看出,在考虑了偶极散射以后,随着两个硬散射体间距的增大,整体来看散射体分辨结果在变得稳定;没考虑偶极散射时,随着两个硬散射体间距的增大,成像结果反而在变差。但是与对称3 cm的结果相比,对称4 cm在距结构较近时分辨率较差,无法准确识别出两个散射体位置。

图9为到结构不同距离下相距3 cm不对称分布(一个散射体圆心在-1 cm,一个散射体圆心在2 cm)的散射体成像结果,其中蓝色虚线表示同时考虑了单极散射以及偶极散射后的成像结果,红色实线表示只考虑单极散射的成像结果。由图9可见,相距3 cm的两个不对称分布的硬散射体在距结构

很近或者很远时均不能被识别出来,在其余距离均能在一定的 μ 值范围内分辨出来,能够得到较为稳定的结果。

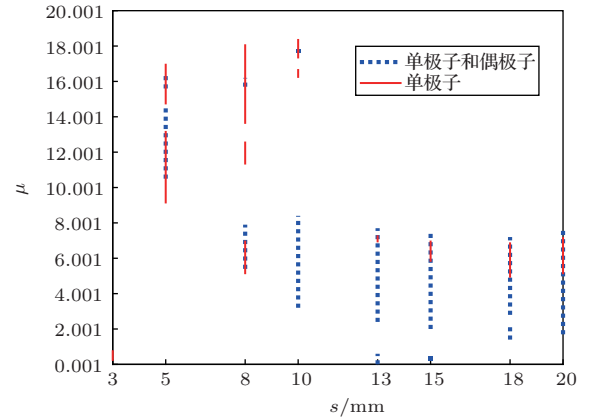


图8 有声超透镜时对称4 cm分布散射体的成像结果
Fig. 8 Imaging results obtained by an acoustic superlens for two rigid scatterers being symmetrically separated by an interval 4 cm

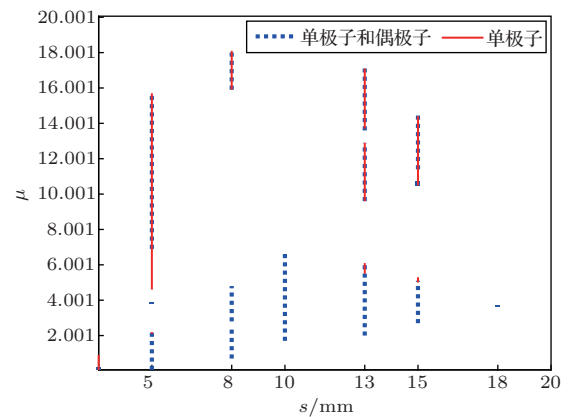


图9 有声超透镜时不对称3 cm分布散射体的成像结果
Fig. 9 Imaging results obtained by an acoustic superlens for two rigid scatterers being unsymmetrically separated by an interval 3 cm

图10为不同距离下相距4 cm不对称分布(一个散射体圆心在-1 cm,一个散射体圆心在3 cm)的散射体成像结果,其中蓝色虚线均表示同时考虑了单极散射以及偶极散射后的成像结果,红色实线表示只考虑单极散射的成像结果。由图10可见,相距4 cm的两个不对称分布的硬散射体,在距离结构很近时,无法识别出目标散射体,其他距离在较大的 μ 值范围内均能准确分辨出目标散射体,但随着距离变远,准确识别散射体的 μ 值范围减小。

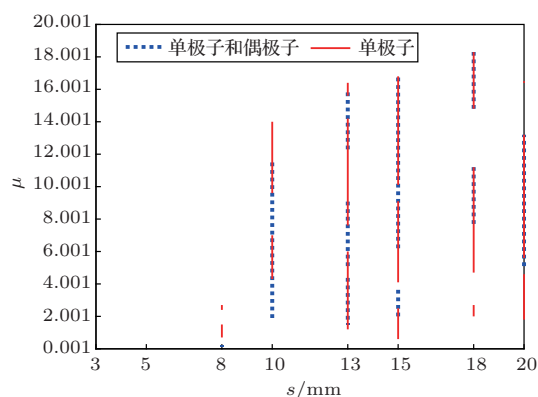


图 10 有声超透镜时不对称 4 cm 分布散射体的成像结果

Fig. 10 Imaging results obtained by an acoustic superlens for two rigid scatterers being unsymmetrically separated by an interval 4 cm

对比图 9、图 10, 可以得到随着散射体之间距离的增大, 成像结果的分辨性能也在变好。分别对比图 7、图 9 以及图 8、图 10 可以看出, 在同样的距离下, 散射体对称分布比不对称分布能在更多的距离条件下准确识别出目标, 而且准确识别目标散射体的 μ 值范围也在变大, 成像效果更好。

通过这 5 幅图可以看出, 在考虑了偶极散射以后, 能正确识别出目标散射体的 μ 值范围在变大, 成像结果在变好。

2.2.3 自由空间和有声超透镜成像结果对比

图 11 为相距 3 cm 对称分布的散射体的成像结果, 其中蓝色虚线表示有声超透镜下考虑了单极

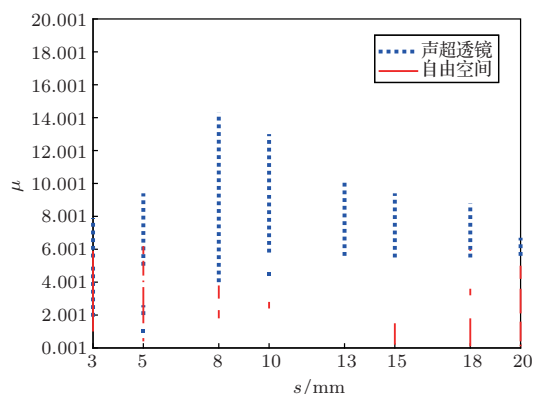


图 11 有声超透镜和自由空间时对称 3 cm 分布散射体的成像结果

Fig. 11 Comparison between imaging results obtained with and without an acoustic superlens, where two rigid scatterers being symmetrically separated by an interval 3 cm

散射和偶极散射后的成像结果, 红色实线表示自由空间下考虑了单极散射和偶极散射后的成像结果。由图 11 可见, 在有结构的情况下, 能准确识别目标散射体的 μ 值范围较大, 而且成像结果也更稳定。这证明了声超透镜确实可以提高散射体远场成像的分辨率。

3 结论

针对 CS 算法与声超透镜结合是否能增强远场硬散射体的分辨率, 本文建立了基于有限元方法的声超透镜模型, 在一定程度上展现了 CS 算法的理论基础, 并以有限元软件作为计算平台进行数值仿真研究。根据仿真结果可以发现, 在有声超透镜时, 并且考虑偶极散射以后, 硬散射体的识别突破了 CS 算法的分辨率极限, 成像结果变得更好、更稳定, 而且随着两个声源的间距变大, 效果在变好; 当声源距离声超透镜较远或者很近时, 分辨率较差, 只能在较小的 μ 值范围内识别得到两个声源位置。通过对称分布散射体与不对称分布散射体结果的对比, 可以得出对称分布的散射体分辨率比不对称的散射体分辨率更好。

参 考 文 献

- [1] Pohl D, Denk W, Lanz M. Optical stethoscopy: image recording with resolution $\lambda/20$ [J]. Applied Physics Letters, 1984, 44(7): 651–653.
- [2] Pendry J B. Negative refraction makes a perfect lens[J]. Physical Review Letters, 2000, 85(18): 3966–3969.
- [3] Satoshi K, Atsushi O, Prabhat V. Subwavelength colour imaging with a metallic nanolens[J]. Nature Photonics, 2008, 2(7): 438–442.
- [4] Smith D R, Pendry J B, Wiltshire M C K. Metamaterials and negative refractive index[J]. Science, 2004, 305(5685): 788–792.
- [5] Fang N, Lee H, Cheng S, et al. Sub-diffraction-limited optical imaging with a silver superlens[J]. Science, 2005, 308(5721): 534–537.
- [6] Zhang S, Yin L, Fang N. Focusing ultrasound with an acoustic metamaterial network[J]. Physical Review Letters, 2009, 102(19): 194301.
- [7] Zhou X, Hu G. Superlensing effect of an anisotropic metamaterial slab with near-zero dynamic mass[J]. Applied Physics Letters, 2011, 98(26): 263510.
- [8] Yang X, Jing Y, Yu G, et al. Acoustic superlens using Helmholtz-resonator-based metamaterials[J]. Applied Physics Letters, 2015, 107(19): 193505.

- [9] Jacob Z, Alekseyev L V, Narimanov E. Optical hyperlens: far-field imaging beyond the diffraction limit[J]. *Optics Express*, 2006, 14(18): 8247–8256.
- [10] Li J, Fok L, Yin X, et al. Experimental demonstration of an acoustic magnifying hyperlens[J]. *Nature Materials*, 2009, 8(12): 931–934.
- [11] Durant S, Liu Z, Steele J M, et al. Theory of the transmission properties of an optical far-field superlens for imaging beyond the diffraction limit[J]. *Journal of the Optical Society of America B*, 2006, 23(11): 2383–2392.
- [12] Sentenac A, Chaumet P C, Belkebir K. Beyond the Rayleigh criterion: grating assisted far-field optical diffraction tomography[J]. *Physical Review Letters*, 2006, 97(24): 243901.
- [13] Thongrattanasiri S, Kuhta R A, Escarra M D, et al. Analytical technique for subwavelength far field imaging[J]. *Applied Physics Letters*, 2010, 97(10): 101103.
- [14] Donoho D L. Compressed sensing[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(4): 1289–1306.
- [15] Candes E J, Tao T. Near-optimal signal recovery from random projections: universal encoding strategies?[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(12): 5406–5425.
- [16] Candes E J, Romberg J, Tao T. Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(2): 489–509.
- [17] Courtois F L, Bonnel J. Compressed sensing for wideband wavenumber tracking in dispersive shallow water[J]. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 2015, 138(2): 575–583.
- [18] Gerstoft P, Xenaki A, Mecklenbrucker C F. Multiple and single snapshot compressive beamforming[J]. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 2015, 138(4): 2003.
- [19] 焦李成, 杨淑媛, 刘芳, 等. 压缩感知回顾与展望[J]. *电子学报*, 2011, 39(7): 1651–1662.
- [20] 石光明, 刘丹华, 高大化, 等. 压缩感知理论及其研究进展[J]. *电子学报*, 2009, 37(5): 1070–1081.
- [21] Shi Guangming, Liu Danhua, Gao Hua, et al. Compressed sensing theory and its research progress[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2009, 37(5): 1070–1081.
- [22] Chen S S, Donoho D L, Saunders M A. Atomic decomposition by basis pursuit[J]. *SIAM Review*, 2001, 43(1): 129–159.
- [23] Mallat S G, Zhang Z. Matching pursuits with time-frequency dictionaries[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1993, 41(12): 3397–3415.
- [24] Daubechies I, Defrise M, Mol C D. An iterative thresholding algorithm for linear inverse problems with a sparsity constraint[J]. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 2003, 57(11): 1413–1457.
- [25] 戴琼海, 付长军, 季向阳. 压缩感知研究[J]. *计算机学报*, 2011, 34(3): 3425–3434.
- [26] Dai Qionghai, Fu Changjun, Ji Xiangyang. Research on compressed sensing[J]. *Chinese Journal of Computers*, 2011, 34(3): 3425–3434.
- [27] Baraniuk R G. Compressive sensing [Lecture Notes][J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2007, 24(4): 118–121.
- [28] Lemoult F, Fink M, Lerosey G. Acoustic resonators for far-field control of sound on a subwavelength scale[J]. *Physical Review Letters*, 2011, 107(6): 064301.
- [29] Dong Y, Yu G, Wang N. Robust far-field subwavelength imaging of scatterers by an acoustic superlens[J]. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 2019, 146(6): 4131–4143.
- [30] 董永康, 王培峰, 郁高坤. 基于声超透镜的远场超分辨成像[C]. 2018年鲁浙苏黑四省声学技术学术交流会论文集, 2018.