

文章编号:1009-3087(2013)05-0112-05

# 一种参数连续平稳可调的1阶等效电路

程森林,代洪海,苏玉刚,叶兆虹,王路稳

(重庆大学 自动化学院,重庆 400044)

**摘要:**为解决现有1阶负载电容参数难于实现平稳连续可调问题,设计了一种1阶等效电路。该电路基于PWM控制原理,借助对脉宽占空比的控制,调整有源电路的电流与电压,实现对电路中电容参数的平稳连续调节。分析了该1阶电路的等效性,误差分析表明,随着开关频率的提高,误差逐渐减小。通过实验仿真,对在线连续调节占空比时等效电路与实际电路的阶跃响应曲线进行分析,当开关频率为100 kHz,在占空比 $\delta$ 分别为20%、50%、80%时,最大误差分别为 $1.598 \times 10^{-3}$ 、 $2.49 \times 10^{-3}$ 、 $1.588 \times 10^{-3}$ ,等效曲线与实际曲线几乎是重合的,其误差可忽略不计。仿真实验证了该1阶等效电路的可行性,为解决1阶负载电容参数难于平稳连续可调提供了一种新思路。

**关键词:**1阶负载;等效电路;参数平稳可调;在线连续调节;PWM**中图分类号:**TM133;TP273**文献标志码:**A

## First-order Equivalent Circuit with Continuously and Smoothly Adjustable Parameters

CHENG Sen-lin, DAI Hong-hai, SU Yu-gang, YE Zhao-hong, WANG Lu-wen

(School of Automation, Chongqing Univ., Chongqing 400044, China)

**Abstract:** Aimed at the puzzle that the first-order load capacitance parameter is difficult to adjust smoothly and continuously, a sort of first-order equivalent circuit was designed to solve the problem. Based on the equivalence on the circuit external characteristics, by means of controlling pulse duty cycle of PWM, through adjusting the current and voltage of the active circuit continuously and smoothly, it could achieve a smooth and continuous adjustment of capacitance parameter. The first-order circuit equivalence was analyzed, and the error analysis showed that, with the increase of switching frequency, the error would be decreased gradually. The comparative study of simulation showed that under the condition of switching frequency being 100 kHz, the duty cycles would respectively be 20%, 50% and 80%, the maximum error respectively would be  $1.598 \times 10^{-3}$ ,  $2.49 \times 10^{-3}$  and  $1.588 \times 10^{-3}$ , and the equivalent curve is almost the same with the actual curve. The results also showed that it is feasible for designed first-order equivalent circuit, and it provides a new thought to make first-order load capacitance parameter to be adjusted smoothly and continuously.

**Key words:** first-order load; equivalent circuit; smooth adjustment of parameter; continuous adjusting online; PWM

参数可调电路在负载测试中有着广泛的需求,不少学者对其进行了研究。文献[1]提出利用电桥电路实现电感参数的可调,并研究了其在一种5~20 GHz的可调LC压控振荡器中的应用,文献[2]的研究限于电容参数可调电路在电源系统能量储存中的应用,文献[3]研究了一种电流控制的电感参数可调电路及其在传感器电子单元自动测试系统中的应用。上述都是针对特定应用条件下的参数可调

电路的应用研究,且均难以借助调整外电路参数实现其负载参数的连续平稳可调。

目前,参数可调电路大部分是分段分级的静态调节,一旦调定在一个时间段内就基本保持不变。但在一些应用场合,对象是实时在线变化的,如在紊流中飞行器姿态的控制、导弹的跟踪、运动过程中目标的瞄准等,不仅参数在变化,对象特性也在变化(如对象阶数、非线性特性等)。对这种类型的控制器性能进行测试时,利用目前有级参数可调电路进行实际模拟是不可行的。文献[4~7]讨论了通过构造参数连续可调电路解决该难题,但是,由于调整高阶电路中的电容、电感实现参数连续可调过程比较复杂,效果并不理想,作者仅对1阶负载电路实现电容参数连续平稳可调进行讨论。

收稿日期:2013-02-28

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51277192)

作者简介:程森林(1968—),男,副教授。研究方向:控制理论及其应用。E-mail:csl@cqu.edu.cn

由于电容、电感是储能元件,直接对其进行调节时必然产生突变现象,因此,难以做到平稳连续。文献[8]讨论了在一定参数范围内的任意1阶负载模拟问题,但模拟的过程平稳性不好。作者设计的参数平稳连续可调的1阶等效电路,基于PWM控制原理<sup>[9-11]</sup>,借助控制脉宽占空比对电容参数进行调节,通过调节外部有源电路的电流与电压,实现了对电容参数的平稳连续调节,为1阶等效电路的实际应用奠定了基础。

## 1 1阶等效电路

1阶电路通常由电阻R和电容C(或电感L)组成RC(或RL)电路,如图1所示,  $u_i$ 为输入,  $u_o$ 为输出,  $i$ 为负载电流, R为电阻, L为电感, C为电容, K为开关。鉴于参数连续可调的1阶RC电路和RL电路原理相同,以下仅讨论RC电路。

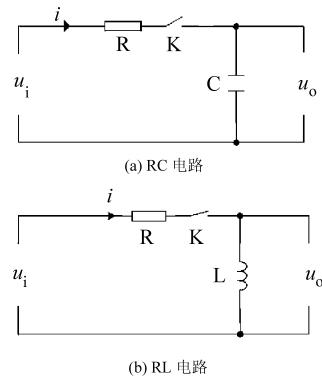


图1 1阶电路

Fig. 1 First-order circuit

对图1所示1阶电路,文献[8]借助改变R值在一定参数范围内对任意1阶负载进行了模拟,鉴于其模拟过程中产生谐波,因此,其平稳性并不理想。作者提出的方法是通过调节回路开关的占空比改变电容C的输出特性以等效地实现参数的连续可调。由于直接调节开关占空比改变电容C输出特性,电容C上会产生电流突变,因此,难以实现参数调节的连续平稳。为解决该难题,在电路中设计了一个如图2所示的保压续流回路,以保证在改变电容C时电流不产生突变。

在图2中,电子开关K切换到1处时,电容处于充电或放电状态,切换到2处时,电流通过保压续流回路流动,续流回路采用射随器结构,以使流过R的电流  $i_1$  保持不变,并且  $i_1 = i_2$ 。借助控制开关的占空比改变等效电容C时,电路中的电压、电流是连续变化的,不会产生突变现象。此外,因为开关毛刺频率极高,电容本身就有滤波作用,开关过程中开关

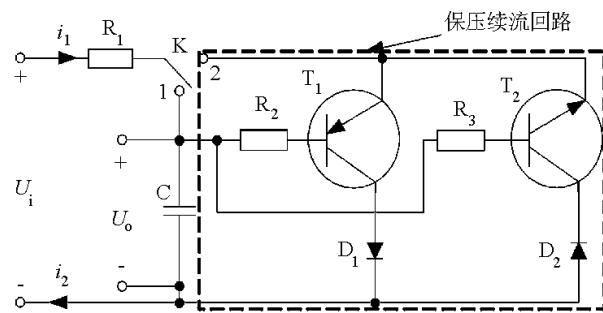
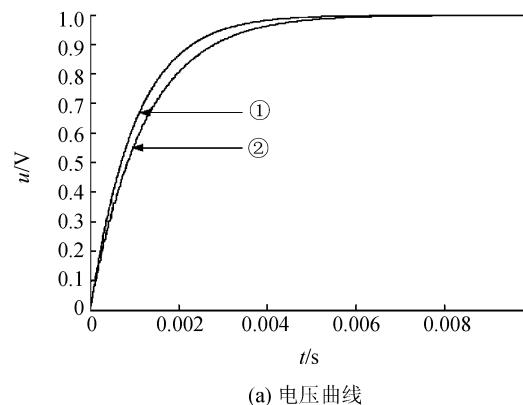


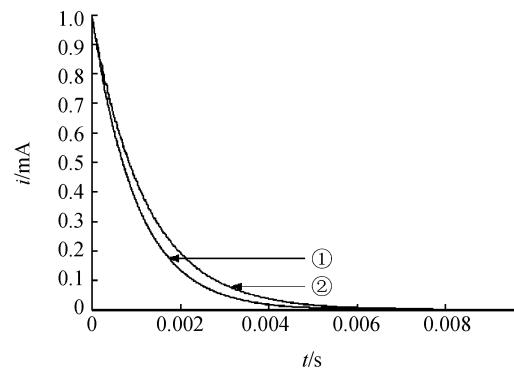
图2 参数连续平稳可调的1阶RC电路

Fig. 2 First-order RC circuit with continuously and smoothly adjustable parameters

毛刺对该电路影响极小。其对应的电压、电流单位阶跃响应的曲线如图3所示,曲线①为开关处于1位置时的响应曲线,曲线②为开关按照周期T、占空比δ在位置1、2处切换时的响应曲线。



(a) 电压曲线



(b) 电流曲线

图3 单位阶跃响应曲线

Fig. 3 Unit step response curves

图3所示1阶环节达到稳定值的时间一般取为5倍的时间常数,曲线①达到稳定值时间为  $5\tau_0$ ,曲线②达到稳定值时间为  $5\tau$ 。设曲线②达到稳定值时开关进行切换工作的周期数为N,则有:

$$N = \frac{5\tau}{T} \quad (1)$$

由曲线②达到稳定值所需时间等于曲线①达到

稳定值所需时间与保压续流环节的时间之和可得:

$$5\tau = 5\tau_0 + N \times (1 - \delta)T \quad (2)$$

由式(1)和(2)可得:

$$\tau = \frac{\tau_0}{\delta} \quad (3)$$

图4为在一个开关周期内阶跃响应曲线的放大示意图,曲线①所示的1阶惯性环节的时间常数为 $\tau_0$ ,曲线②为期望的等效惯性环节响应曲线,即作者设计的电路对应的响应曲线,曲线③所示的实际1阶惯性环节的时间常数为 $\tau$ 。

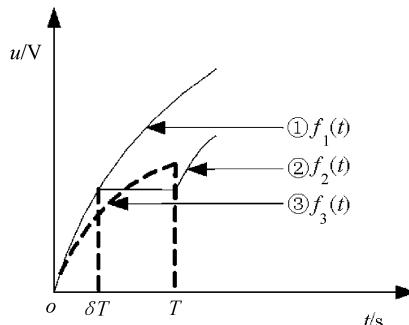


图4 一个开关周期  $T$  内的电压阶跃响应曲线放大示意图

Fig. 4 Sketch map of voltage step response magnification curves in a switching period

曲线①函数表达式为:

$$f_1(t) = 1 - e^{-t/\tau_0} \quad (4)$$

曲线②函数表达式为:

$$f_2(t) = \begin{cases} f_1(t), & 0 \leq t \leq \delta T; \\ f_1(i\delta T), & \delta T \leq t \leq T \end{cases} \quad (5)$$

曲线③函数表达式为:

$$f_3(t) = 1 - e^{-t/\tau} \quad (6)$$

## 2 误差分析

在图4中,等效惯性环节时间常数为 $\tau$ 的曲线②与实际1阶惯性环节时间常数为 $\tau$ 的曲线③之间存在一定的误差。在第*i*( $i = 1, 2, 3, \dots, N$ )个开关周期  $T$  内有:

$$f_2(t) = \begin{cases} f_1(t - (i-1)(1-\delta)T), & (i-1)T \leq t \leq (i-1)T + \delta T; \\ f_1(i\delta T), & (i-1)T + \delta T \leq t \leq iT \end{cases} \quad (7)$$

即:

$$f_2(t) = \begin{cases} 1 - e^{\frac{-(t-(i-1)(1-\delta)T)}{\tau_0}}, & (i-1)T \leq t \leq (i-1)T + \delta T; \\ 1 - e^{-i\delta T/\tau_0}, & (i-1)T + \delta T \leq t \leq iT \end{cases} \quad (8)$$

则第*i*个开关周期  $T$  内等效所产生的误差  $E_i$  为:

$$E_i = \begin{cases} e^{-\nu\tau} - e^{\frac{-(t-(i-1)(1-\delta)T)}{\tau_0}}, & (i-1)T \leq t \leq (i-1)T + \delta T; \\ e^{-\nu\tau} - e^{-i\delta T/\tau_0}, & (i-1)T + \delta T \leq t \leq iT \end{cases} \quad (9)$$

将式(9)对  $t$  求偏导得:

$$E_{i,t}' = \begin{cases} -\frac{1}{\tau}e^{-\nu\tau} + \frac{1}{\tau_0}e^{\frac{-(t-(i-1)(1-\delta)T)}{\tau_0}} > 0, & (i-1)T \leq t \leq (i-1)T + \delta T; \\ -\frac{1}{\tau}e^{-\nu\tau} < 0, & (i-1)T + \delta T \leq t \leq iT \end{cases} \quad (10)$$

由式(10)得:  $(i-1)T \leq t \leq (i-1)T + \delta T$  时,  $E_i$  在  $t$  内单调递增;  $(i-1)T + \delta T \leq t \leq iT$  时,  $E_i$  在  $t$  内单调递减。因此,当  $t = (i-1)T + \delta T$  时,  $E_i$  取得最大值即:

$$E_{i,\max} = e^{-((i-1)T+\delta T)/\tau} - e^{-i\delta T/\tau_0} \quad (11)$$

$E_{i,\max}$  对  $i$  求偏导得:

$$E_{i,\max,i}' = -\frac{\delta T}{\tau_0}e^{-(i-1)\delta T + \delta^2 T / \tau_0} + \frac{\delta T}{\tau_0}e^{-i\delta T / \tau_0} < 0 \quad (12)$$

由  $E_{i,\max,i}' < 0$  可知,  $E_{i,\max}$  为  $i$ ( $i = 1, 2, 3, \dots, N$ ) 的递减函数, 所以, 当  $i = 1$  时,  $E_{i,\max}$  取得最大值, 则最大误差  $E_{\max}$  为:

$$E_{\max} = E_{1,\max} = e^{-\delta T / \tau} - e^{-\delta T / \tau_0} \quad (13)$$

当  $T$  为  $\tau_0$  的百分之一时, 由式(13)可得  $E_{\max}$  数量级为  $1 \times 10^{-3}$ , 可见等效所产生最大误差很微小, 可忽略不计, 该电路中开关周期应小于或等于电容充放电时间常数的百分之一。

由  $E_{\max}$  对  $T$  求偏导得:

$$E_{\max,T}' = \frac{\delta}{\tau_0}(e^{-\delta T / \tau_0} - \delta e^{-\delta^2 T / \tau_0}) > 0 \quad (14)$$

由式(14)可知,  $E_{\max}$  为  $T$  的单调递增函数, 随  $T$  的减小而减小, 即随开关频率的增大而减小, 当理想开关频率足够大时, 误差可认为是0。

在开关周期  $T$  内开关切换时间  $T_0$  造成的误差为:

$$E_0 = e^{-T_0/\tau} - e^{-T_0/\tau_0} \quad (15)$$

而一般  $T_0/\tau_0$  约为  $1 \times 10^{-6}$ , 由式(15)可得  $E_0$  约为  $1 \times 10^{-6}$ , 可见因开关切换时间造成的误差极小, 可以忽略不计。

## 3 仿真实验

利用 NI 电路仿真软件搭建的仿真实验电路如图5所示。其中,  $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $C_1 = 1 \mu\text{F}$ ,  $U_1$  为模拟开关芯片, 在电路中模拟脉宽调制型

开关,开关周期  $T$  为 0.01 ms,即开关的开关频率为 100 KHz,  $R_1C_1$  为由脉宽占空比  $\delta$  控制的 1 阶等效电路,  $R_2C_2$  为时间常数是  $\tau$  的 1 阶电路。

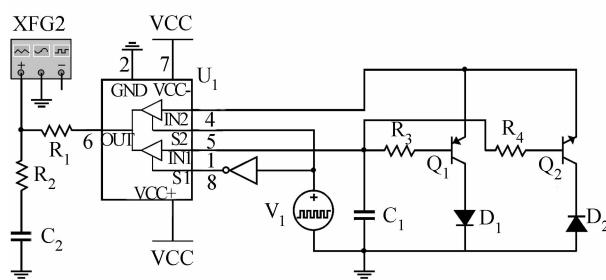
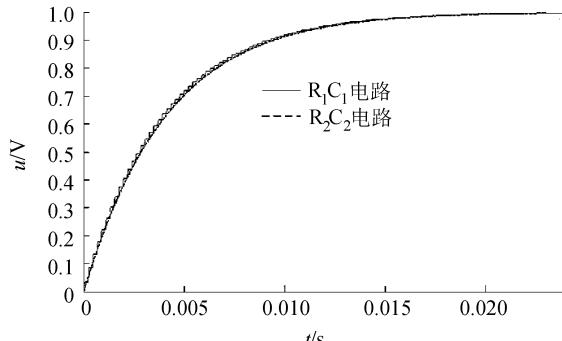


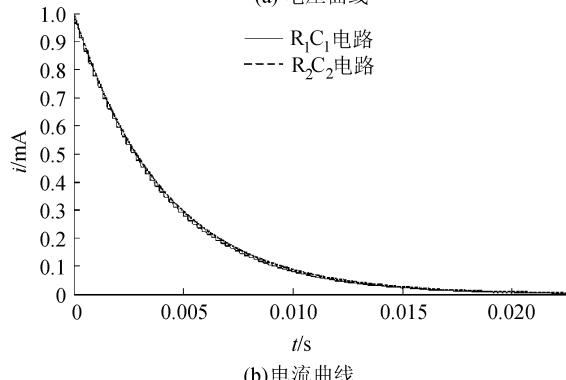
图 5 仿真实验电路图

Fig. 5 Circuit of simulation experiment

仿真实验中,  $\tau_0 = 1$  ms, 当  $\delta = 0.2$  时,由式(3)得  $\tau = 5$  ms, 则  $C_2 = 5 \mu\text{F}$ 。当输入单位阶跃电压时,  $C_1$ 、 $C_2$  两端的电压阶跃响应曲线如图 6(a)所示,  $C_1$ 、 $C_2$  中的电流阶跃响应如图 6(b)所示。



(a) 电压曲线



(b) 电流曲线

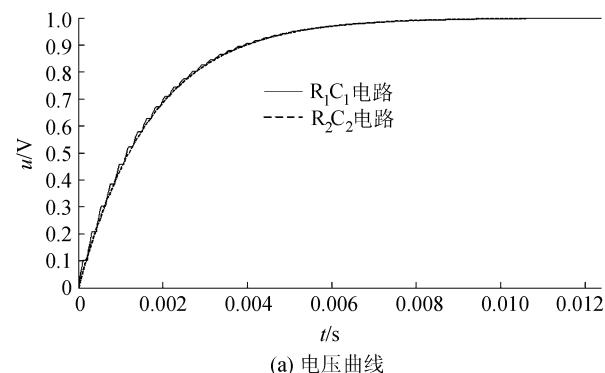
图 6  $\delta = 0.2$  时仿真实验单位阶跃响应曲线

Fig. 6 Unit step response curves of simulation experiment at  $\delta = 0.2$

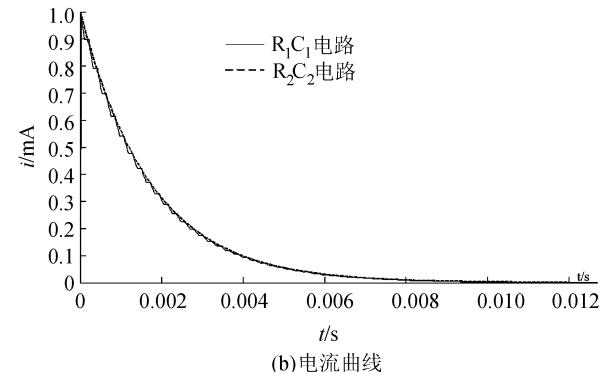
当  $\delta = 0.5$  时,由式(3)得  $\tau = 2$  ms, 则  $C_2 = 2 \mu\text{F}$ 。当输入单位阶跃电压时,  $C_1$ 、 $C_2$  两端的电压阶跃响应曲线如图 7(a)所示,  $C_1$ 、 $C_2$  中的电流阶跃响应如图 7(b)所示。

当  $\delta = 0.8$  时,由式(3)得  $\tau = 1.25$  ms, 则  $C_2 = 1.25 \mu\text{F}$ 。当输入单位阶跃电压时,  $C_1$ 、 $C_2$  两端的电压阶跃响应曲线如图 8(a)所示,  $C_1$ 、 $C_2$  中的电流阶

跃响应如图 8(b)所示。



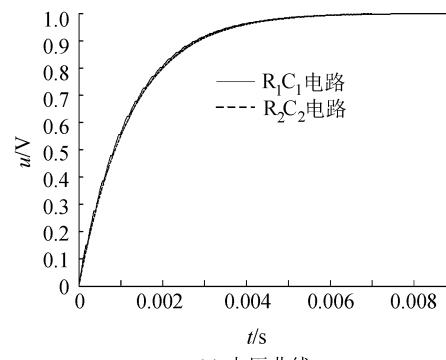
(a) 电压曲线



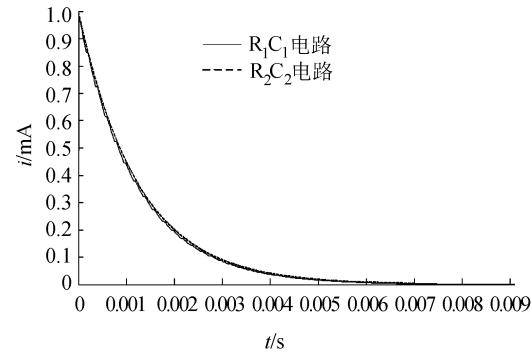
(b) 电流曲线

图 7  $\delta = 0.5$  时仿真实验单位阶跃响应曲线

Fig. 7 Unit step response curves of simulation experiment at  $\delta = 0.5$



(a) 电压曲线



(b) 电流曲线

图 8  $\delta = 0.8$  时仿真实验单位阶跃响应曲线

Fig. 8 Unit step response curves of simulation experiment at  $\delta = 0.8$

由式(13)可得出:连续调节占空比 $\delta$ 使其分别为20%、50%、80%时,等效曲线与实际曲线的最大误差 $E_{\max}$ 如表1所示。由表1可见,误差很小,等效曲线与实际曲线几乎是重合的。

表1 占空比取不同值时最大误差值

Tab. 1 Maximum error of different duty cycles

$\delta$	$\tau/\text{ms}$	$E_{\max}$
0.2	5	$1.598 \times 10^{-3}$
0.5	2	$2.49 \times 10^{-3}$
0.8	1.25	$1.588 \times 10^{-3}$

## 4 结 论

研究了一种参数平稳连续可调1阶等效电路,借助控制脉宽占空比,实现了对1阶负载电容参数的平稳连续调节。误差分析表明,随着开关频率的提高,误差逐渐减小。仿真实验结果验证了等效电路的可行性,为1阶等效电路的实际应用奠定了理论基础。

### 参考文献:

- [1] Tanabe A, Hijioka K, Nagase H, et al. A novel variable inductor using a bridge circuit and its application to a 5~20 GHz tunable LC-VCO[J]. IEEE Journal of Solid-state Circuit, 2011, 46(4): 883~893.
- [2] Florentino Helder R, Freire R C S, Catunda S Y C, et al. Energy harvesting circuit using variable capacitor for power systems[C]. 2001 IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference (I2MTC), Binjang, 2011: 1~4.
- [3] Hooper R, Guy B, Perrault R. A current-controlled variable inductor[J]. IEEE Instrumentation & Measurement Magazine, 2011, 14(4): 39~44.
- [4] Hajimiri A. Generalized time and transfer-constant circuit analysis[J]. IEEE Transactions Circuits and Systems, 2010, 57(6): 1105~1121.

- [5] Axelrod B, Berkovich Y, Ioinovici A. Switched-capacitor/switched-inductor structures for getting transformerless hybrid DC-DC PWM converters[J]. IEEE Transactions Circuits and Systems, 2008, 55(2): 687~696.
- [6] Zhu M, Yu K, Luo F L. Switched inductor Z-source inverter [J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2010, 25(8): 2150~2158.
- [7] Yang S H, Lee K S, Kim S, et al. A switched-capacitor PWM generator for LCD backlight brightness control[J]. IEICE Electronic Express, 2011, 8(11): 842~847.
- [8] Cheng Senlin, Ye Zhaohong, Guo Shigang, et al. First-order pulse-width modulation load[J]. Journal of Chongqing University: Natural Science Edition, 2011, 34(12): 82~87. [程森林,叶兆虹,郭世刚,等.一阶脉宽调制型负载[J].重庆大学学报:自然科学版,2011,34(12):82~87.]
- [9] Toshihisa S, Iyasu S. A practical iron loss calculation for AC filter inductors used in PWM inverters[J]. IEEE Transactions Industry Electronics, 2009, 56(7): 2600~2609.
- [10] Salmon J, Ewanchuk J, Knight A. PWM inverters using split-wound coupled inductors[J]. IEEE Transactions Industry Application, 2009, 45(6): 2001~2009.
- [11] Amini M R, Farzanehfard H. Novel family of PWM soft-single-switched DC-DC converters with coupled inductors[J]. IEEE Transactions Industry Electronics, 2009, 56(6): 2108~2114.

(编辑 赵婧)