【电子与信息科学 / Electronics and Information Science】

一个吸引子共存的混沌系统及其同步电路实现

闫少辉^{1,2}, 王尔童¹, 孙 溪¹, 施万林¹, 宋震龙¹

1) 西北师范大学物理与电子工程学院, 甘肃兰州 730070; 2) 甘肃省智能信息技术与应用工程研究中心, 甘肃兰州 730070

摘 要: 基于 TANG 系统构建一个三维自治混沌系统, 通过平衡点、相图、Lyapunov 指数谱、分岔图和复杂度, 分析系统的动力学特性. 结果发现, 本研究构建的三维自治混沌系统的动力学行为较复杂, 具有与原系统不同的拓扑结构、分岔反单调特性和吸引子共存现象. 该系统具有混沌吸引子与点吸引子共存的现象, 通过分析共存吸引子选择更适合混沌保密通信的初始值. 利用现场可编程门阵列 (field programmable gate array, FPGA) 实现系统的实际数字电路, 实验结果与数值仿真一致, 证明所构建的系统可行. 该系统对初始值及系统参数极敏感, 且具有丰富的动力学行为, 适用于混沌保密通信领域. 采用线性反馈法对该系统进行同步控制, 并利用 Multisim 软件实现了同步电路仿真, 仿真结果与数值分析一致, 为该系统在同步保密通信领域的应用奠定了理论基础.

关键词: 混沌; 反单调性; 吸引子共存; 线性反馈; 同步控制; 电路实现

中图分类号: TP273; O415.5

文献标志码: A

doi: 10.3724/SP.J.1249.2021.06649

A chaotic system with attractor coexistence and its synchronization circuit implementation

YAN Shaohui^{1,2}, WANG Ertong¹, SUN Xi¹,
SHI Wanlin¹, and SONG Zhenlong¹

1) College of Physics and Electronic Engineering, Northwest Normal University, Lanzhou 730070, Gansu Province, P. R. China

2) Engineering Research Centre of Gansu Province for Intelligent Information Technology and Application,
Lanzhou 730070, Gansu Province, P. R. China

Abstract: We construct a three-dimensional chaotic system based on TANG chaotic system and analyze the system dynamics based on the equilibrium points, phase diagram, Lyapunov exponential spectrum, bifurcation diagram, and complexity. The more complexly dynamic behaviors indicate that our designed system has different topology, bifurcation anti-monotonic property and attractor coexistence phenomenon from TANG system. The system has the coexistence of chaotic attractor and point attractor and can select the initial value that is suitable for chaotic secure communication by analyzing the coexistence attractor. The actual digital circuit is implemented with field programmable gate array (FPGA). The system is extremely sensitive to the selections of initial values and system parameters and has good and rich dynamic behavior, which is suitable for the field of chaotic confidential communication. The linear feedback method is used to control the system synchronous and the simulation of synchronous circuit is realized by Multisim software. The simulation results are consistent with the numerical analysis, which lays a theoretical foundation for the application of the system in the field of synchronized confidential communication.

Received: 2021-03-22; **Accepted:** 2021-06-10; **Online (CNKI):** 2021-09-26

Foundation: Natural Science Foundation of Gansu Province (20JR5RA531)

Corresponding author: Associate professor YAN Shaohui. E-mail: 18176428@qq.com

Citation: YAN Shaohui, WANG Ertong, SUN Xi, et al. A chaotic system with attractor coexistence and its synchronization circuit implementation [J]. Journal of Shenzhen University Science and Engineering, 2021, 38(6): 649-657. (in Chinese)

Key words: chaotic; anti-monotonic characteristics; attractor coexistence; linear feedback; synchronization control; circuit implementation

混沌作为非线性动力学研究领域中的一个重点研究对象,广泛存在于物理学、生物学、地质学以及电子信息等学科领域.自 1963 年 LORENZ 提出首个三维自治混沌系统以来,人们已不断探索出许多新的混沌系统.

近年来,非线性系统中的吸引子共存现象,赋予了非线性系统更丰富的动力学特性,使其具有更好的灵活性和鲁棒性,通过控制初始值可实现系统状态的转换,可应用于多种工作场景,因此,日益受到人们的关注.鲜永菊等^[1]提出仅一个平衡点的四维超混沌系统,该系统具有多翼吸引子共存现象;王梦蛟等^[2]通过在 Duffing 系统中引入一个双曲正切忆阻模型,得到多种混沌和周期吸引子共存现象;颜闽秀等^[4]将多零点分段函数引入一个简单系统,建立了共存吸引子个数可调的混沌系统.本研究提出的混沌系统,共存形态为周期吸引子、混沌吸引子均与平衡点的吸引子共存.

混沌系统具有不可预测性,利用混沌系统进行保密通信已成为混沌应用的重要领域之一.近年来有许多混沌控制同步方法被提出,如滑模同步^[4]、耦合同步^[5]、非线性反馈同步^[6]、自适应同步^[7]、动态补偿器控制同步^[8]和线性反馈同步^[9]等.其中,线性反馈同步方法计算量较少,实用性强,且更易于在物理电路上实现,从而得到广泛应用.

本研究基于唐良瑞等^[10]提出的混沌系统(简称 TANG 系统),并采用线性反馈同步进行混沌控制,构建了一个三维自治混沌系统,并分析该系统的动力学特性.与 TANG 系统相比,新系统具有不同的拓扑结构,且具有共存吸引子和反单调性等动力学特性.然后,设计了系统的模拟仿真电路,并用现场可编程门阵列(field programmable gate array, FPGA)实现系统的数字电路.采用线性反馈法对系统进行同步控制,使仅以混沌系统最大李雅普诺夫(Lyapunov)指数就可以确定控制参数的取值范围^[9].使用 Matlab 软件对系统的同步控制进行数值仿真,并设计同步仿真电路,验证了数值仿真的正确性.

1 混沌系统的模型与基本特性

1.1 系统模型

基于 TANG 系统^[10],本研究新增 1 个线性项和

2 个非线性项,建立一个新的三维混沌系统,其状态方程为

$$\begin{cases} \dot{x} = -ax + by + dz \\ \dot{y} = cx - xz - xy \\ \dot{z} = xy - d(x + z) + x^2 \end{cases} \quad (1)$$

其中, x 、 y 和 z 为系统变量; $\dot{x}$ 、 $\dot{y}$ 和 $\dot{z}$ 为系统变量对时间的求导; a 、 b 、 c 和 d 为系统参数.当 $a = 30$, $b = 57$, $c = 40$, $d = 7$,初始值 $(x_0, y_0, z_0) = (-1, -1, -1)$ 时,系统(1)存在混沌吸引子(图 1),且与 TANG 系统具有不同的拓扑结构.

图 1 本研究提出的混沌吸引子

Fig. 1 The proposed chaotic attractors in this study

1.2 基本特性

1.2.1 耗散性、平衡点及稳定性

当 $a = 30$, $d = 7$ 时,由耗散性公式

$$\nabla \cdot V = \frac{\partial \dot{x}}{\partial x} + \frac{\partial \dot{y}}{\partial y} + \frac{\partial \dot{z}}{\partial z} = -a - x - d \quad (2)$$

可知,当 $x > -a - d$,即 $x > -37$ 时,耗散度 $\nabla \cdot V < 0$,系统(1)是耗散的,且以指数形式 $e^{(-a-d-x)t}$ 收敛,最终所有的系统轨迹线会局限于一个确定的区域,这个区域被称为混沌吸引域.其中, V 为耗散体积.所以,混沌吸引子一定是有界的,无论内部多么不稳定,它的外部轨线都不会走出混沌吸引域.

令系统(1)等号的右边等于 0,即

$$\begin{cases} -ax + by + dz = 0 \\ cx - xz - xy = 0 \\ xy - d(x + z) + x^2 = 0 \end{cases} \quad (3)$$

解得平衡点 $S_0(0, 0, 0)$ 、 $S_1(16.991, 4.594, 35.405)$ 和 $S_2(-11.741, -12.645, 52.645)$. 对系统(1)进行线性化, 可得 Jacobi 矩阵为

$$J = \begin{bmatrix} -a & b & d \\ c - z - y & -x & -x \\ y - d + 2x & x & -d \end{bmatrix} \quad (4)$$

将3个平衡点代入式(4), 可得系统(1)在3个平衡点处的 Jacobi 矩阵分别为

$$J_1 = \begin{bmatrix} -30 & 57 & 7 \\ 40 & 0 & 0 \\ -7 & 0 & -7 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$J_2 = \begin{bmatrix} -30 & 57 & 7 \\ 0 & -16.991 & -16.991 \\ 31.577 & 57 & -7 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$J_3 = \begin{bmatrix} -30 & 57 & 7 \\ 0 & 11.741 & 11.741 \\ -42.127 & 11.741 & -7 \end{bmatrix} \quad (7)$$

将 Jacobi 矩阵代入 $\det(J - \lambda E) = 0$, 可以解出平衡点的特征根. 其中, E 为单位矩阵; λ 为特征根. 分别将式(5)、(6)和(7)代入 $\det(J - \lambda E) = 0$, 解得 S_0 、 S_1 和 S_2 的特征根, 具体见表1. 由表1可知, S_0 为不稳定的鞍点, S_1 是稳定焦点, S_2 为不稳定的鞍焦点, 证明该系统存在混沌特性.

表1 各平衡点的特征值

Table 1 The eigenvalues of each equilibrium point

λ	S_0	S_1	S_2
λ_1	-64.497 8	-52.629 5	-38.943 6
λ_2	34.641 1	$-1.400 4 + 27.486 2i$	$6.842 5 + 20.462 8i$
λ_3	-7.143 3	$-1.400 4 - 27.586 2i$	$6.842 5 - 20.462 8i$

1.2.2 Lyapunov 指数和维数

通过计算可得系统(1)的 Lyapunov 指数分别为 $LE_1 = 3.210 5$, $LE_2 = 0.021 6$, $LE_3 = -32.685 1$, 则 Lyapunov 维数为

$$D_L = j + \frac{1}{|LE_{(j+1)}|} \sum_{i=1}^j LE_i \quad (8)$$

其中, j 为保证 $\sum_{i=1}^j LE_i \geq 0$ 成立的最大 i 值, 本研究中 $j = 2$; $LE_i (i = 1, 2, 3)$ 为系统的 Lyapunov 指数.

计算式(8)可知, Lyapunov 维数不为整数, 系统处于混沌状态.

2 参数对系统的影响

2.1 不同参数下的 Lyapunov 指数谱和分岔图

保持其他参数值不变, 当 c 分别取 18.0、20.0 和 22.0 时, x - y 相图如图 2 (a)、(b)、(d). 由 Lyapunov 指数谱和分岔图可知, 系统(1)处于非混沌态且为倍周期分岔, 运动状态从周期 1 演变到周期 2 再到周期 4; 当 $c = 25.1$ 时, 系统(1)处于周期窗口且为周期 3, x - y 相图如图 2 (c); 当 $c = 34.0$ 时, 系统(1)处于混沌状态, x - y 相图如图 2 (e).

图2 随参数 c 变化的 Lyapunov 指数谱、分岔图

Fig. 2 (Color online) The Lyapunov index diagram and bifurcation diagram with the change of c

保持其他参数值不变, 当 $d = 7$ 时, 系统(1)处于混沌状态, x - y 相图如图 3 (d) 所示; 当 d 分别取 11、12 和 14 时, 系统(1)处于非混沌态且为逆倍周期分岔, 运动状态从周期 4 演变到周期 2 再到周期 1, x - y 相图如图 3 (c)、(b)和(a)所示.

由以上分析可知, 当混沌系统中的参数发生改变时, 系统的运动状态随之改变. 结合 Lyapunov 指数谱和分岔图可观察到系统(1)在不同参数变化时的运动轨迹不径相同, 说明系统的参数变化也会导致倍周期分岔和逆倍周期分岔的发生.

2.2 复杂度分析

混沌系统的复杂性对混沌保密通信至关重要, 随着参数的变化, 系统存在周期与混沌交替的动力学状态^[11]. 当其他参数不变时, 随着 c 和 d 的变

图3 随参数 d 变化的Lyapunov指数谱、分岔图

Fig. 3 (Color online) The Lyapunov index diagram and bifurcation diagram with the change of d

化, 系统(1)的 C_0 复杂度变化分别如图4(a)和4(b). 显然当系统处于周期状态时, 系统的 C_0 复杂度趋于0, 与图2和图3中的Lyapunov指数谱和分岔图对应, 随着Lyapunov指数增大, 复杂度亦增大, 表明系统混沌程度越高. 当 $c = 25.1$ 和 29.7 时, Lyapunov指数无大于0的值, C_0 的复杂度急剧减小且趋于0, 分岔图出现周期窗口. 结合复杂度和Lyapunov指数谱可有效分辨运动过程中的周期状态, 并在保密通信应用中规避周期状态, 实现合理的参数配置.

图4 随参数变化的 C_0 复杂度

Fig. 4 Complexity C_0 varying with parameters

2.3 反单调性

当分岔图随参数变化时, 通过倍周期分岔创建周期性的轨道, 然后随着分岔参数的增大通过逆倍周期分岔使之消失, 这种现象称为反单调性. 反单调性是混沌耗散系统分岔中的现象之一, 不能通过变量的改变或重新参数化来避免, 因此对混沌系统

精细结构的研究具有重要意义^[12]. 设 $b = 57$, 初始值 $(-1, -1, -1)$ 保持不变, 以 d 为变量, 观察当 a 和 c 变化时系统(1)的反单调性变化, 结果如图5.

当 $a = 30.0, c = 40.0$ 时, 在图5(a)中可明显观察到倍周期分岔点分别出现在 d 为 2.48、3.12 和 3.31 处, 对应的逆倍周期分岔点分别出现在 d 为 3.53、3.75 和 4.25 处, 且在倍周期分岔过程中嵌入了两个周期为8的气泡.

当 $a = 29.5, c = 40.0$ 时, 由图5(b)可见, 当 $d = 2.425$ 时, 系统(1)处于开始周期2到周期4的倍周期分岔过程; 当 d 增至 3.050 时, 系统(1)开始从周期4分岔到周期8; 之后, 随着 d 的增大, 系统(1)处于一段混沌区, 直到在 $d = 3.940$ 处出现了逆倍周期分岔, d 增至 4.625 时, 出现周期4到周期2的逆倍周期分岔点.

当 $a = 30.0, c = 39.7$ 时, 从图5(c)中可明显观察到, 倍周期分岔点分别出现在 d 取 2.464 和 3.143 处, 对应的逆倍周期分岔点分别出现在 d 为 3.625 和 4.161 处. 在倍周期分岔过程中嵌入了2个周期4的气泡.

当 $a = 30.0, c = 41.0$ 时, 从图5(d)可见, 当 $d = 2.453$ 时, 系统(1)处于开始周期2到周期4的倍周期分岔过程; 当 d 增至 3.093 时, 系统(1)开始从周期4分岔到周期8; 之后, 随着 d 的增大, 系统(1)处于一段混沌区, 直到在 $d = 3.884$ 处出现逆倍周期分岔, 当 d 增至 4.453 时, 出现周期4到周期2的逆倍周期分岔点.

图5 参数改变的反单调性现象

Fig. 5 Antimonotone phenomenon of parameter change

3 共存吸引子

混沌系统具有敏感特性,不仅受参数的影响,同时初始值对系统也有很大影响.在参数确定的前提下,不同初始值对应的运动轨迹收敛于不同的吸引子上,这些吸引子被称为共存吸引子^[13].

固定系统(1)的参数值不变,分别取初始值为 $(-1, -1, -1)$ 和 $(1, 1, 1)$,得到随参数 a 变化的共存分岔图如图6.由图6可见,当 $a > 35.71$ 时,两个不同初始值的分岔图不再重合,说明系统(1)存在共存吸引子现象.当 a 分别取35.8、38.0和40.0时,系统(1)取不同初始值时共存吸引子如图7.由图7可见,当初始值为 $(-1, -1, -1)$ 时,随着参数的变化,系统(1)在混沌和周期状态之间变化;而当初始值为 $(1, 1, 1)$ 时,系统(1)均收敛于平衡点.两个不同初始值的吸引子处于不同位置,构成了不对称的共存吸引子.由吸引子共存情况可知,当系统初始值为 $(1, 1, 1)$ 时,

随着 a 增大,系统将收敛于平衡点;当初始值为 $(-1, -1, -1)$ 时,系统的动力学特性更加丰富.不同初始值共存吸引子充分说明了系统(1)对初始值的敏感性.

图6 以参数 a 为变量的分岔图

Fig. 6 Bifurcation with parameter a

图7 以参数 a 为变量的 x - y 共存吸引子相图

Fig. 7 x - y coexistence attractors with parameter a

4 电路仿真

图8为本研究设计的模拟电路.由于吸引子相

图中的变量(即吸引子图的横纵坐标对应的系统变量)的动态范围超出了 ± 13.5 V,先对变量做比例压缩,将系统(1)变量均匀压缩为原值的 $1/10$,再进行尺度变换.令 $\tau = \tau_0 t$, $\tau_0 = 1\ 000$,则可得

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -25 \times 10^3 x - 67 \times 10^3 (-y) - 5 \times 10^3 (-z) \\ \frac{dy}{dt} = -4 \times 10^4 (-x) - 1 \times 10^4 xz - 1 \times 10^5 xy \\ \frac{dz}{dt} = -1 \times 10^4 (-x)y - 5 \times 10^3 x - 5 \times 10^3 z - 1 \times 10^4 (-x)x \end{cases} \quad (9)$$

由图8可得电路方程

图 8 系统(1)的电路原理图

Fig. 8 Phase diagram of chaotic attractors of the circuit

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -\frac{1}{R_1 C_1} x - \frac{1}{R_2 C_1} (-y) - \frac{1}{R_3 C_1} (-z) \\ \frac{dy}{dt} = -\frac{1}{R_4 C_2} (-x) - \frac{1}{R_5 C_2} xz - \frac{1}{R_6 C_2} xy \\ \frac{dz}{dt} = -\frac{1}{R_7 C_3} (-x)y - \frac{1}{R_8 C_3} x - \frac{1}{R_9 C_3} z - \frac{1}{R_{10} C_3} (-x)x \end{cases} \quad (10)$$

令 $C_1 = C_2 = C_3 = 10 \text{ nF}$, 由式(9)和式(10)计得 $R_1 = 3.33 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 1.76 \text{ k}\Omega$, $R_3 = R_{10} = R_9 = 14.628 \text{ k}\Omega$, $R_4 = 2.5 \text{ k}\Omega$, $R_5 = R_6 = R_7 = 10 \text{ k}\Omega$, $R_8 = 20 \text{ k}\Omega$, 其余电阻均为 $10 \text{ k}\Omega$. 图 9 为系统模拟电路的相图. 对比图 9 和图 1 发现, 电路仿真的相图与数值仿真的相图一致, 验证了系统电路的正确性.

图 9 系统电路相图

Fig. 9 Phase portraits of chaotic attractors of the circuit

环境温度和器件老化对模拟器件性能的影响限制了模拟混沌电路在工程中的应用. 采用 FPGA 数字电路实现混沌系统可以很好地避免该问题, 保证混沌吸引子的稳定可靠. 系统(1)的 FPGA 实现如图 10. 对比图 1、图 9 和图 10 可见, 数字电路输出结果与模拟电路仿真和数值仿真结果一致.

图 10 系统(1)的 FPGA 实现

Fig. 10 (Color online) FPGA implementation of system (1)

5 新系统的线性反馈同步

5.1 线性反馈同步控制及数值仿真

将系统(1)设为驱动系统, 记为式(11); 在系统(11)后加反馈控制项得响应系统, 记为式(12).

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -ax_1 + by_2 + dz_1 \\ \dot{y}_1 = cx_1 - xz_1 - x_1y_1 \\ \dot{z}_1 = x_1y_1 - d(x_1 + z_1) + x_1^2 \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_2 = -ax_2 + by_2 + dz_2 + k_1(x_2 - x_1) \\ \dot{y}_2 = cx_2 - xz_2 - x_2y_2 + k_2(y_2 - y_1) \\ \dot{z}_2 = x_2y_2 - d(x_2 + z_2) + x_2^2 + k_3(z_2 - z_1) \end{cases} \quad (12)$$

其中, x_1 、 x_2 、 y_1 、 y_2 、 z_1 和 z_2 为系统变量; $\dot{x}_1$ 、 $\dot{x}_2$ 、 $\dot{y}_1$ 、 $\dot{y}_2$ 、 $\dot{z}_1$ 和 $\dot{z}_2$ 为对应变量对时间求导; a 、 b 、 c 和 d 为系统参数; k_1 、 k_2 和 k_3 为不确定的反馈控制参数.

令误差变量为

$$\begin{cases} e_1 = x_2 - x_1 \\ e_2 = y_2 - y_1 \\ e_3 = z_2 - z_1 \end{cases} \quad (13)$$

将式(11)和式(12)代入式(13), 可得误差系统方程为

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = -ae_1 + be_2 + de_3 + k_1e_1 \\ \dot{e}_2 = ce_1 - x_2z_2 - x_2y_2 + x_1z_1 + x_1y_1 + k_2e_2 \\ \dot{e}_3 = x_2y_2 - x_1y_1 - d(e_1 + e_3) + x_2^2 - x_1^2 + k_3e_3 \end{cases} \quad (14)$$

由于系统(1)含有多个非线性项, 对应的 Lyapunov 函数不易构造, 而利用线性反馈法只需计算最大 Lyapunov 指数 ($LE_{\max}$) 就可以直接得到反馈系数的取值, 更为简便. 由文献[9]中线性反馈同步的机理可知, 当反馈参数 $k_1 = k_2 = k_3 = k > LE_{\max}$ 时, 采用线性反馈法可控制混沌系统达到同步. 计算得到系统(11)的 $LE_{\max} = 3.2105$, 所以当 $k_1 = k_2 = k_3 = k > 3.2105$ 时, 系统(11)和系统(12)可达到同步.

根据上述结论, 设驱动系统初始值为 $(-1, -1, 1)$, 响应系统初始值为 $(0.1, 0.1, 0.1)$. 设 k 分别为 3.0 和 3.4, 采用 Matlab 软件分别对系统

(11) 和系统 (12) 进行仿真, 得到的时域波形图如图 11. 其中, 虚线为系统 (11) 波形, 实线为系统 (12) 的波形. 不同 k 值的误差曲线图如图 12.

图 11 不同 k 值时驱动系统和响应系统波形

Fig. 11 (Color online) The waveforms of the drive system and the response system at different k values

图 12 不同 k 值的误差变量

Fig. 12 (Color online) The errors under different values of k

当两系统同步时, 它们的时域波形图重合, 误差曲线为一条值为 0 的直线. 由图 11 和图 12 可知, 当 $k = 3.0$ 时驱动系统与响应系统不同步; 当 $k = 3.4$ 时, 驱动系统和响应系统达到同步. 相比文献[8]的同步方法, 本研究方法可实现电路同步, 更具实用性; 相比文献[14]的同步方法, 本研究方法无需构造同步控制器, 可直接根据 $LE_{\max}$ 得到反馈系数的取值范围, 因此更加方便.

5.2 同步电路仿真

使用线性电阻、3554AM 运算放大器搭建一个简单的减法器电路做控制模块, 通过接入不同的电阻来代表不同 k 时的反馈控制电路, 得到同步仿真电路, 如图 13.

当 $C_1 = C_2 = C_3 = 10 \text{ nF}$, $\tau = \tau_0 t$, $\tau_0 = 1\,000$ 时, 令 $R_{37} = R_{38} = R_{40} = R_{41} = R_{42} = R_{43} = R_{45} = R_{46} = R_{47} = R_{48} = R_{50} = R_{51} = 10 \text{ k}\Omega$, 由电路原理可知, $R_i (i = 39, 33, 49)$ 的值影响反馈系数 k 的值. 当 $R_i = 34 \text{ k}\Omega$ 时, 电路不同步, 示波器显示为混乱状态, 如图 14 (a); 当 $R_i = 29 \text{ k}\Omega$ 时, 电路达到同步, 示波器显示为一条倾斜直线, 如图 14 (b).

综上所述, R_i 值不同, 电路同步状态亦不同, 同步电路仿真结果与数值仿真结果一致, 实现了混沌同步的电路设计. 但是, 本研究构造的反馈电路比文献[9]更简单, 且都使用常见的电子元器件, 更具实际应用价值.

图13 同步电路原理图

Fig. 13 Synchronous circuit principle diagram

图14 电路中不同 R_i 值对应相图Fig. 14 Different R_i values in the circuit corresponding to phase diagrams

结 语

基于文献[10]构造了一个三维自治混沌系统, 对其动力学特性进行分析, 发现该系统具有混沌系统的基本特性; 通过改变参数, 发现系统的分岔图具有反单调特性且在不同参数下反单调性呈现不同的现象, 说明该系统对参数极其敏感; 通过取不同的初始值发现该系统具有吸引子共存现象, 通过对比选择更适合同步的初始值. 设计了系统的仿真电路, 并使用FPGA实现系统的实际电路, 实验结果与数值仿真、电路仿真结果一致, 验证了系统的实用性. 采用线性反馈法对该系统进行同步控制并进行数值仿真, 并设计了系统的同步模拟电路进行了电路仿真, 结果与数值仿真结果一致, 证明该同步方法的正确性, 且模拟同步电路均采用简单的电子元器件组成, 具有一定的实用价值.

基金项目: 甘肃省自然科学基金资助项目 (20JR5RA531)

作者简介: 闫少辉 (1980—), 西北师范大学副教授、博士. 研究方向: 非线性电路及应用. E-mail: 18176428@qq.com

引 文: 闫少辉, 王尔童, 孙 溪, 等. 一个吸引子共存的混沌系统及其同步电路实现[J]. 深圳大学学报理工版, 2021, 38(6): 649-657.

参考文献 / References:

- [1] 鲜永菊, 扶坤荣, 徐昌彪. 一个具有多翼吸引子的四维多稳态超混沌系统[J]. 振动与冲击, 2021, 40(1): 15-22, 38.
XIAN Yongju, FU Kunrong, XU Changbiao. A 4-D multi-stable hyper-chaotic system with multi-wing attractors [J]. Journal of Vibration and Shock, 2021, 40(1): 15-22, 38. (in Chinese)
- [2] 王梦蛟, 邓 勇, 李志军, 等. 基于双曲正切忆阻器的 Duffing 系统中簇发、共存分析及其 DSP 实现[J]. 电子与信息学报, 2020, 42(4): 818-826.
WANG Mengjiao, DENG Yong, LI Zhijun, et al. Bursting, coexistence analysis and DSP implementation of Duffing system based on hyperbolic-tangent memristor [J]. Journal of Electronics and Information Technology, 2020, 42(4): 818-826. (in Chinese)
- [3] 颜润秀, 徐 辉. 共存吸引子个数可调的混沌系统[J]. 计算物理, 2021, 38(2): 244-252.
YAN Minxiu, XU Hui. A chaotic system with adjustable number of coexisting attractors [J]. Chinese Journal of Computational Physics, 2021, 38(2): 244-252. (in Chinese)
- [4] 高俊山, 宋 歌, 邓立为. 具有未知参数的混沌系统的有限时间滑模同步控制[J]. 控制与决策, 2017, 32(1): 149-156.
GAO Junshan, SONG Ge, DENG Liwei. Finite time sliding mode synchronization control of chaotic systems with uncertain parameters [J]. Control and Decision, 2017, 32(1): 149-156. (in Chinese)
- [5] 秦卫阳, 孙 涛, 焦旭东, 等. 一类动力学系统通过函数耦合实现混沌同步[J]. 物理学报, 2012, 61

- (9): 34-38.
QIN Weiyang, SUN Tao, JIAO Xudong, et al. Chaos synchronization by function coupling in a class of nonlinear dynamical system [J]. *Acta Physica Sinica*, 2012, 61(9): 34-38. (in Chinese)
- [6] 郑皓洲, 胡进峰, 徐威, 等. 一类新型超混沌系统的非线性反馈同步研究[J]. *电子与信息学报*, 2011, 33(4): 844-848.
ZHENG Haozhou, HU Jinfeng, XU Wei, et al. Study on synchronization of a new class of hyperchaotic systems using nonlinear feedback control [J]. *Journal of Electronics and Information Technology*, 2011, 33(4): 844-848. (in Chinese)
- [7] 黄丽莲, 齐雪. 基于自适应滑模控制的不同维分数阶混沌系统的同步[J]. *物理学报*, 2013, 62(8): 61-67.
HUANG Lilian, QI Xue. The synchronization of fractional order chaotic systems with different orders based on adaptive sliding mode control [J]. *Acta Physics Sinica*, 2013, 62(8): 61-67. (in Chinese)
- [8] 陈秀琴, 赵娜, 李钧涛. 基于动态补偿器的不确定系统的同步控制[J]. *控制工程*, 2020, 27(9): 1509-1512.
CHEN Xiuqin, ZHAO Na, LI Juntao. Synchronous control of uncertain systems based on dynamic compensator [J]. *Control Engineering of China*, 2020, 27(9): 1509-1512. (in Chinese)
- [9] 王发强, 刘崇新. Liu混沌系统的线性反馈同步控制及电路实验的研究[J]. *物理学报*, 2006, 55(10): 5055-5060.
WANG Faqiang, LIU Chongxin. Synchronization of Liu chaotic system based on linear feedback control and its experimental verification [J]. *Acta Physica Sinica*, 2006, 55(10): 5055-5060. (in Chinese)
- [10] 唐良瑞, 李静, 樊冰, 等. 新三维混沌系统及其电路仿真[J]. *物理学报*, 2009, 58(2): 785-793.
TANG Liangrui, LI Jing, FAN Bing, et al. A new three-dimensional chaotic system and its circuit simulation [J]. *Acta Physica Sinica*, 2009, 58(2): 785-793. (in Chinese)
- [11] 孙克辉, 贺少波, 朱从旭, 等. 基于 C_0 算法的混沌系统复杂度特性分析[J]. *电子学报*, 2013, 41(9): 1765-1771.
SUN Kehui, HE Shaobo, ZHU Congxu, et al. Analysis of chaotic complexity characteristics based on C_0 algorithm [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2013, 41(9): 1765-1771. (in Chinese)
- [12] DAWSON S P, GREBOGI C, YORKE J A, et al. Antimonotonicity; inevitable reversals of period doubling cascades [J]. *Physics Letters A*, 1992, 162(3): 249-254.
- [13] 鲜永菊, 莫运辉, 徐昌彪, 等. 具有多种吸引子共存类型的新型四维混沌系统[J]. *华南理工大学学报自然科学版*, 2020, 48(3): 32-43.
XIAN Yongju, MO Yuhui, XU Changbiao, et al. New four-dimensional chaotic system with multiple types of coexistence of attractor [J]. *Journal of South China University of Technology Natural Science Edition*, 2020, 48(3): 32-43. (in Chinese)
- [14] 高智中. 超混沌TANG系统的分析及其线性反馈同步与其电路实现[J]. *中山大学学报自然科学版*, 2020, 59(1): 15-23.
GAO Zhizhong. Analysis, linear feedback synchronization and circuit realization of a hyperchaotic TANG's system [J]. *Acta Scientiarum Naturalium Universitatis Sunyatseni*, 2020, 59(1): 15-23. (in Chinese)
- [15] 颜闽秀, 徐辉. 四翼混沌系统及其Hopf分岔控制[J]. *深圳大学学报理工版*, 2021, 38(2): 180-187.
YAN Minxiu, XU Hui. Four-wing chaotic system and its Hopf bifurcation control [J]. *Journal of Shenzhen University Science and Engineering*, 2021, 38(2): 180-187. (in Chinese)
- [16] 毛北行, 王战伟. 一类分数阶复杂网络系统的有限时间同步控制[J]. *深圳大学学报理工版*, 2016, 33(1): 96-101.
MAO Beixing, WANG Zhanwei. Finite-time synchronization control of a class of fractional-order complex network systems [J]. *Journal of Shenzhen University Science and Engineering*, 2016, 33(1): 96-101. (in Chinese)
- [17] LI Chunlai, LI Zhaoyu, FENG Wei, et al. Dynamical behavior and image encryption application of a memristor-based circuit system [J]. *AEU: International Journal of Electronics and Communications*, 2019, 110: 152861.
- [18] 左兆伦, 俞翔. 混沌同步控制策略构造方法研究[J]. *振动与冲击*, 2020, 39(13): 170-175.
ZUO Zhaolun, YU Xiang. Construction method for chaos synchronization control strategy [J]. *Vibration and Shock*, 2020, 39(13): 170-175. (in Chinese)
- [19] TAKHI H, KEMIH K, MOYSIS L, et al. Passivity based sliding mode control and synchronization of a perturbed uncertain unified chaotic system [J]. *Mathematics and Computers in Simulation*, 2021, 181: 150-169.
- [20] YAO Qijia. Synchronization of second-order chaotic systems with uncertainties and disturbances using fixed-time adaptive sliding mode control [J]. *Chaos Solitons & Fractals*, 2020, 142: 110372.
- [21] ZHU Zhenyu, ZHAO Zhanshan, ZHANG Jing, et al. Adaptive fuzzy control design for synchronization of chaotic time delay system [J]. *Information Sciences*, 2020, 535: 225-241.
- [22] WANG Ning, ZHANG Guoshan, REN Ling, et al. Coexisting asymmetric behavior and free control in a simple 3-D chaotic system [J]. *AEU: International Journal of Electronics and Communications*, 2020, 122: 153234.

【中文责编: 英子; 英文责编: 木柯】