

油气钻井岩屑沉降阻力计算模型

孙晓峰 张克博 陈 烨 曲晶瑀 汤 捷 屈俊波

东北石油大学石油工程学院

摘 要 油气钻井过程中,破碎的岩屑在井筒钻井液中存在自由沉降的现象,为了防止和避免岩屑沉积造成沉砂卡钻等井下安全事故,需要研究岩屑颗粒的沉降规律、预测岩屑沉降的末速度。为此,基于 Stokes 定律和 Newton-Rittinger 模型,提出了黏性阻力占比系数与压差阻力占比系数的概念,应用最小二乘法对实验数据回归得到阻力占比系数方程,分别推导出岩屑颗粒在牛顿流体与幂律流体中沉降时非斯托克斯区域的阻力计算模型,并通过该模型依据沉积实验数据对岩屑颗粒的沉降末速度进行计算和分析。研究表明:①岩屑颗粒在幂律流体中沉降时,所受到的黏性阻力和压差阻力不仅与颗粒雷诺数相关,而且还与流性指数及稠度系数相关;②岩屑颗粒在牛顿流体中沉降,当颗粒雷诺数小于 2.944 6 时黏性阻力大于压差阻力,当颗粒雷诺数大于 2.944 6 时压差阻力大于黏性阻力;③颗粒雷诺数小于 1.11 时岩屑沉降主要考虑黏性阻力,颗粒雷诺数介于 1.11 ~ 500 时岩屑沉降受到黏性阻力与压差阻力的共同作用,颗粒雷诺数大于 500 时压差阻力在岩屑沉降中占主导作用。结论认为,借助于该计算模型,当钻井液为牛顿流体时,可以预测颗粒雷诺数介于 $0 \sim 10^5$ 的岩屑沉降末速度;当钻井液为幂律流体时,可以预测颗粒雷诺数介于 $0 \sim 10^5$ 、流性指数介于 0.062 3 ~ 1 的岩屑沉降末速度;上述范围能够满足钻井工程中对于岩屑沉降速度进行预测的需求。

关键词 油气钻井 井筒钻井液 岩屑沉降 速度预测 黏性阻力 压差阻力 阻力系数 牛顿流体 幂律流体

DOI: 10.3787/j.issn.1000-0976.2018.05.011

Calculation models for settlement resistance of oil and gas well drilling cuttings

Sun Xiaofeng, Zhang Kebo, Chen Ye, Qu Jingyu, Tang Jie & Qu Junbo

(School of Petroleum Engineering, Northeast Petroleum University, Daqing, Heilongjiang 163318, China)

NATUR. GAS IND. VOLUME 38, ISSUE 5, pp.94-102, 5/25/2018. (ISSN 1000-0976; In Chinese)

Abstract: In the process of oil and gas well drilling, the broken cuttings settle freely in the drilling fluid in the wellbore. To avoid down-hole accidents caused by the cuttings settlement, therefore, it is necessary to study the cuttings settlement laws and predict the terminal cuttings settlement velocity. In this paper, a concept of resistance scale between viscosity and differential pressure was put forward based on the Stokes law and Newton-Rittinger model. Then, the equation of resistance scale was obtained by regressing the experiment data using the least square method. Finally, the resistance scale calculation model was derived for non-Stokes zone during the cuttings settlement in Newtonian fluids and power-law fluids. Furthermore, based on experimental data, the terminal cuttings settling velocity was calculated by using the new models. The following results were obtained. First, the viscosity and differential pressure on the cuttings during their settlement in power-law fluids are not only related to the particle Reynolds number, but to the flow behavior index and consistency index. Second, during the cuttings settlement in Newtonian fluids, the viscosity is higher than the differential pressure if the particle Reynolds number is less than 2.944 6. Third, the differential pressure is higher than the viscosity if the particle Reynolds number is higher than 2.944 6. Fourth, when the particle Reynolds number is lower than 1.11, the viscosity plays a dominant role in cuttings settlement; when the number is 1.11–500, cuttings settlement is under the joint effect of viscosity and differential pressure; when the number is higher than 500, the differential pressure is dominant. In conclusion, this calculation model can be used to predict the terminal settlement velocity of cuttings with a particle Reynolds number of $0-10^5$ when the drilling fluid is a Newtonian fluid, and the terminal settlement velocity of cuttings with a particle Reynolds number of $0-10^5$ and a flow behavior index of 0.062 3–1 when the drilling fluid is a power-law fluid. These mentioned ranges can satisfy the drilling engineering requirements on the prediction of terminal cuttings settlement velocity.

Keywords: Oil and gas well drilling; Drilling fluid in wellbore; Cutting settlement; Velocity prediction; Viscosity resistance; Differential pressure; Resistancescale; Newtonian fluid; Power-law fluid

基金项目: 国家科技重大专项“复杂结构丛式井钻井水力学与井眼清洁配套技术”(编号: 2017ZX05009-003), 国家自然科学基金面上项目“液力—磁耦合自旋转井眼清洁工具的旋转传动机理研究”(编号: 51674087)、“基于精细回压控制的地层—井筒多相流耦合机理研究”(编号: 51474073)。

作者简介: 孙晓峰, 1980 年生, 副教授, 博士; 主要从事油气井流体力学与井眼清洁方面的研究工作。地址: (163318) 黑龙江省大庆市高新技术产业开发区学府街 99 号。电话: (0459) 6503521。ORCID: 0000-0003-1117-8341。E-mail: suneye@126.com

通信作者: 张克博, 1993 年生, 硕士研究生; 主要从事油气井流体力学与应用方面的研究工作。E-mail: edwardzkb@163.com

0 引言

颗粒在介质中沉降的阻力研究广泛应用于选矿、煤炭、化工及石油工程等领域,石油天然气工业领域典型的应用包括钻井工程中岩屑和压裂液中支撑剂的沉降。在钻井工程中经常会发生停泵工况,此时,为避免岩屑由于重力作用沉降在造斜段处下滑埋井眼等安全事故的发生,需要准确计算岩屑颗粒的沉降速度、预测井底岩屑床厚度。因此,深入研究岩屑颗粒在液体中的自由沉降规律,对于高效、安全地钻井至关重要。

1687年,牛顿(Newton)给出了平板在流体中运动的阻力公式^[1];1851年Stokes^[2]认为在颗粒雷诺数较低的情况下,可以忽略压差阻力,并推导出了球体颗粒在液体中运动的黏性阻力公式;1867年,Rittinger^[3]根据Newton提出的平板在流体中的阻力公式,推导出球体在流体中运动的阻力公式,后人称之为Newton-Rittinger公式,最初的Newton-Rittinger公式与实验值误差较大,后来在不断实践与应用中进行了修正^[4-6]。钱宁和万兆惠^[7]及Peden和Luo^[8]认为Stokes公式应用于雷诺数小于0.1的情况,但是多数文献^[4-6,9-12]认为Stokes公式在雷诺数小于1时使用;Newton-Rittinger公式应用于湍流区,适用雷诺数范围^[4-5]在 $10^3 \sim 10^5$;1980年,Kao和Hwang^[13]用Allen公式计算颗粒沉降速度,该公式适用的雷诺数范围^[6,14]介于 $30 \sim 300$;对于过渡区的始段与末段选矿工程^[4-6,14]中也给出了相应的经验公式。

2007年Shah等^[11]研究了多位学者^[15-21]关于颗粒在非牛顿流体中的沉降实验数据,认为颗粒沉降阻力公式中的系数是雷诺数与流性指数 n 的函数,其计算模型适用雷诺数介于 $0.001 \sim 1\,000$,Peden和Luo^[8]也得出过同样的结论,其模型适用的雷诺数范围小于200;Shahi和Kuru^[22-23]在2015年和2016年利用PIS(Particle Image Shadowgraph)技术分别研究了颗粒的沉降规律,得出了半经验公式,并对Shah等^[11]的模型进行了修正,有效地提高了预测精度;2013年,Terfous等^[24]利用球体颗粒的阿基米德数,求解颗粒雷诺数和阻力系数,该方法适用于雷诺数介于 $(0.1 \sim 5) \times 10^4$ 的球体颗粒沉降;2012年和2016年,Elgaddafi等^[25-26]以聚阴离子纤维素(PAC)悬浮液、低毒矿物油以及Herschel-Bulkley流体作为基础液,并在其中添加不同浓度的纤维,发现在基础液中添加纤维能为颗粒增加额外的纤维阻力,有效降低了颗粒的沉降速度;2010年和2014年Brożek

和Surowiak等^[27-28]考虑了颗粒雷诺数大于500时的情况,建立了沉降末速度预测模型,所得沉降预测模型与Newton-Rittinger公式很接近。

虽然选矿工程中各流态都有相应的球形颗粒沉降末速度预测模型,但是在选择计算模型之前必须判断雷诺数,而颗粒雷诺数又与沉降末速度相关,尽管使用图表法^[4-6]可以不用判断雷诺数,但是这会造成较大的误差且使用起来不够方便;而近些年对于沉降的研究多以球体或天然沙粒为实验对象,讨论颗粒在特定流体中的沉降规律,且不同的模型有不同的适用范围。而在钻井工程中,岩屑颗粒的形态与球体及天然沙粒有较大差别,因此,笔者以上返岩屑颗粒为实验对象,具体研究其沉降规律,并试图提出一种适用颗粒雷诺数范围更广的颗粒沉降阻力预测模型。

1 岩屑在牛顿流体中的沉降阻力模型

岩屑颗粒在沉降时受到的阻力除了与流体密度、沉降速度、颗粒尺寸及流体黏度有关外,还与岩屑的表面粗糙度和形状系数相关。利用 π 定理求岩屑颗粒在液体中沉降时所受阻力的函数关系,即:

$$f(F_f, \rho_f, \mu, d_p, v, \delta, \chi) = 0 \quad (1)$$

这里,我们选取颗粒当量直径、流体密度和沉降速度作为基本变量,则利用 π 定理,有 $\pi_1 = F_f / (\rho_f v^2 d_p^2)$, $\pi_2 = \mu / (\rho_f v d_p)$, $\pi_3 = \delta / d_p$, $\pi_4 = \chi$,则此时颗粒所受阻力的函数关系可表达为:

$$\pi_1 = f(\pi_2, \pi_3, \pi_4)$$

即:

$$\frac{F_f}{\rho_f v^2 d_p^2} = f\left(\frac{\mu}{\rho_f v d_p}, \frac{\delta}{d_p}, \chi\right) \quad (2)$$

由式(2)可知,颗粒沉降时所受阻力是多个变量的函数,需要进行一定的简化。由于岩屑颗粒的形态千变万化,为方便描述它的尺寸,一般将其用当量球体表示,则此时颗粒形状系数为常量1;同时,颗粒雷诺数可以表示为 $Re_p = \rho_f v d_p / \mu$;此外,由于岩屑颗粒形态的差异化,很难将表面粗糙度 δ 作为参变量来确定其对沉降阻力的影响,但是,通过量纲分析法可以确定自由沉降速度是粗糙度的函数,而自由沉降速度又与颗粒雷诺数相关,因此,式(2)可以化简为:

$$F_f = f(Re_p) d_p^2 \rho_f v^2 = \phi d_p^2 \rho_f v^2 \quad (3)$$

式中 F_f 表示颗粒沉降所受阻力,N; ρ_f 表示沉降液密

度, kg/m^3 ; μ 表示沉降液黏度, $\text{Pa} \cdot \text{s}$; d_p 表示颗粒当量直径, m ; v 表示颗粒自由沉降末速度, m/s ; δ 表示绝对粗糙度, m ; χ 表示颗粒形状系数, 无量纲; ϕ 表示颗粒沉降阻力系数, 无量纲。

颗粒在液体中沉降时主要受到重力、浮力以及阻力, 当颗粒达到沉降末速度时其受力处于平衡状态, 则此时有:

$$V(\rho_s - \rho_f)g = F_f \quad (4)$$

令式 (3) 等于式 (4), 得颗粒沉降阻力系数表达式:

$$\phi = \frac{\rho_s - \rho_f}{\rho_f} \frac{V}{v^2 d_p^2} g \quad (5)$$

式中 V 表示岩屑颗粒的体积, m^3 ; ρ_s 表示岩屑颗粒密度, kg/m^3 ; g 表示重力加速度, m/s^2 。

当把岩屑视为当量球体时, 并且在颗粒雷诺数小于 1 的情况下, 颗粒沉降所受到的压差阻力可以忽略不计, 主要考虑黏性阻力, 基于此, 1851 年 Stokes^[2] 推导得出球形颗粒沉降时的黏性阻力式:

$$F_f = 3\pi\mu d_p v = \frac{3\pi}{Re_p} d_p^2 \rho_f v^2 \quad (6)$$

将式 (6) 带入式 (4), 并用球体颗粒的体积表达式代替岩屑体积, 此时可得沉降末速度 (v_s) 表达式为:

$$v_s = \frac{1}{18} \frac{(\rho_s - \rho_f)g}{\mu} d_p^2 \quad (7)$$

随着颗粒沉降速度的增大, 黏性阻力所占比重逐渐减小, 压差阻力不再忽略, 当达到湍流时 (一般认为是颗粒雷诺数大于 1 000), 黏性阻力对沉降影响较小, 主要考虑压差阻力, 此时用修正后的 Newton-Rittinger 式为:

$$F_f = \left(\frac{\pi}{20} \sim \frac{\pi}{16} \right) d_p^2 \rho_f v^2 \quad (8)$$

当在紊流绕流区间完全忽略黏性阻力时, 压差阻力等于浮重, 此时式 (8) 中阻力系数取 $\pi/18$, 将式 (8) 带入式 (4) 中, 湍流区颗粒沉降末速度 (v_{N-R}) 表达式为:

$$v_{N-R} = \sqrt{3d_p \frac{\rho_s - \rho_f}{\rho_f} g} \quad (9)$$

在过渡区 (即颗粒雷诺数大于 1 小于 1 000 时), 颗粒沉降既受到黏性阻力, 又有压差阻力, 任何一项都不可忽略, 当受力平衡时, 黏性阻力与压差阻力之和等于有效浮重, 表达式为:

$$F_f = A \frac{3\pi}{Re_p} d_p^2 \rho_f v_s^2 + B \left(\frac{\pi}{20} \sim \frac{\pi}{16} \right) d_p^2 \rho_f v_{N-R}^2 \quad (10)$$

随着流态从层流到过渡区, 再到紊流区, 颗粒所受黏性阻力占比从最大逐渐减小到可以忽略, 而压差阻力的趋势正好相反, 但是总阻力依然等于浮重, 得:

$$A + B = 1 \quad (11)$$

我们称 A 和 B 分别为黏性阻力占比系数与压差阻力占比系数。实际上, 随着颗粒雷诺数的变化, 黏性阻力及压差阻力不能简单地用 Stokes 公式或 Newton-Rittinger 公式乘以一个常系数, 由式 (3) 可知阻力系数为雷诺数的函数, 对比式 (10), 认为阻力占比系数是颗粒雷诺数的函数, 即 $A = g(Re_p)$, $B = 1 - g(Re_p)$ 。

2 岩屑在幂律流体中的沉降阻力模型

现场除少数钻井液体系为牛顿流体外, 多数钻井液体系都符合幂律流型。对于幂律流体来说, 阻力系数除了与颗粒雷诺数相关外, 还与流性指数相关^[8,11,20], 但当颗粒雷诺数小于 10 时, 颗粒在幂律流体沉降的阻力系数接近于在牛顿流体中的值^[8], 此时, Stokes 定律依然适用。

对于幂律流体, 其黏度表达式^[16]为:

$$\mu = K \left(\frac{v}{d_p} \right)^{n-1} \quad (12)$$

式中 K 表示稠度系数, $\text{Pa} \cdot \text{s}^n$; n 表示流性指数, 无量纲。

将上式带入到式 (7) 中, 则斯托克斯沉降速度式变为:

$$v_s' = \left(\frac{1}{18} \frac{\rho_s - \rho_f}{K} g d_p^{n+1} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (13)$$

当沉降处于紊流区时, 颗粒只受压差阻力, 阻力系数为常量, 与雷诺数及流性指数无关, 所以幂律流体中颗粒沉降的压差阻力式不变, 沉降末速度 v_{N-R} 也不变, 此时颗粒沉降阻力预测模型式 (10) 变为:

$$F_f = A \frac{3\pi}{Re} d_p^2 \rho_f v_s'^2 + B \left(\frac{\pi}{20} \sim \frac{\pi}{16} \right) d_p^2 \rho_f v_{N-R}^2 \quad (14)$$

由于颗粒在牛顿流体中沉降时, 阻力系数为雷诺数的函数, 认为阻力占比系数也为雷诺数的函数, 同样地, 由于幂律流体中颗粒沉降阻力系数是雷诺数和流性指数的函数^[8,11,20], 则可以认为幂律流体中的颗粒沉降阻力占比系数 A 和 B 也为雷诺数和流性指数的函数, 即幂律流体中, $A = g(Re_p, n) = X Re_p^Y$,

$B = 1 - X Re_p^Y$, X 、 Y 为无量纲参数, 是流性指数 n 的函数。

3 岩屑颗粒在饱和盐水与幂律流体中的沉降实验结果及分析

3.1 沉降实验

笔者实验所用岩屑分别选取于鹤煤 3 井 500 ~ 800 m 井段的碳酸盐岩和松辽盆地 X 井 400 ~ 700 m 沉积岩井段, 共计 18 组, 用不同孔径的标准筛充分筛选后, 分别选取粒径在 0.112 ~ 3.000 mm 与 0.45 ~ 1.25 mm 范围内的岩屑颗粒作为沉降实验研究对象。实验用透明有机玻璃管模拟井筒, 其内径为 100 mm, 长度为 2 m, 沉降液为常温下的饱和盐水和不同浓度的聚丙烯酰胺 (PAM) 溶液 (PAM 溶液的流变参数如表 1 所示), 岩屑颗粒密度范围介于 2.1 ~ 2.4 g/cm³。

表 1 PAM 溶液流变参数表

编号	浓度 / (mg · L ⁻¹)	稠度系数 / (Pa · s ⁿ)	流性指数	密度 / (kg · m ⁻³)
1	320	0.023 95	0.625	952.56
2	550	0.050 40	0.623	959.52

岩屑粒径与圆筒内径的比值小于 0.03, 尽可能地减小了管壁附加的阻尼效应。通过测量岩屑经过

玻璃管上两个标记处的时间差来计算颗粒的沉降末速度, 初始计时点距离玻璃管顶端 100 cm, 而终了计时点距离顶端 170 cm。为减小测量误差, 采用以下方法进行实验: 每组沉降实验先测量 10 次, 求这 10 次测量的平均值, 再进行第 11 次测量, 求得前 11 次实验的平均值; 如果这两个平均值之间的误差不超过 1%, 则结束本组测量, 如果大于 1%, 继续实验, 直至最后一次求得的值与前一次所求值误差不超过 1% 时一组测量结束; 更换实验对象, 继续上述步骤, 至实验结束。

3.2 颗粒沉降实验结果及分析

3.2.1 实验结果

根据第 3 节的颗粒沉降实验, 岩屑在饱和盐水溶液沉降实验共获得了 91 组数据, 不同样本与粒径范围的岩屑颗粒沉降末速度如表 2 所示。

根据表 2 的实验结果, 以饱和盐水各密度范围岩屑颗粒沉降末速度的平均值为依据, 绘制出岩屑颗粒沉降末速度随粒度变化的曲线 (图 1)。

由图 1 可知, 颗粒沉降末速度随着岩屑密度与岩屑粒径的增加而增加, 但这种变化并不是线性的, 而是呈对数曲线变化的趋势 (底数大于 1 的对数函数), 即岩屑沉降末速度的增速随着粒径的增大而减缓, 虽然岩屑颗粒的外观呈现出不同形态, 但这种变化趋势与球体颗粒在牛顿流体中的沉降规律是一

表 2 饱和盐水中岩屑沉降末速度实验值表

密度范围 / (g · cm ⁻³)	样本	各粒径范围岩屑沉降末速度 / (m · s ⁻¹)						
		0.112 ~ 0.4 mm	0.4 ~ 0.55 mm	0.55 ~ 0.71 mm	0.71 ~ 0.95 mm	0.95 ~ 1.0 mm	1.0 ~ 1.6 mm	1.6 ~ 3.0 mm
2.1 ~ 2.2	1	0.050 1	0.062 0	0.063 8	0.088 9	0.103 6	0.108 4	0.166 7
	2	0.050 9	0.056 9	0.078 1	0.091 5	0.102 2	0.122 1	0.163 7
	3	0.050 1	0.060 7	0.072 1	0.092 0	0.101 9	0.121 1	0.156 6
2.2 ~ 2.3	4	0.051 7	0.062 6	0.082 3	0.093 6	0.094 8	0.122 9	0.171 6
	5	0.053 6	0.062 4	0.082 9	0.092 5	0.110 6	0.111 2	0.171 6
	6	0.054 2	0.062 6	0.082 8	0.099 5	0.103 2	0.123 0	0.168 6
	7	0.054 2	0.064 7	0.081 9	0.097 0	0.107 6	0.127 0	0.178 5
	8	0.051 8	0.063 2	0.082 3	0.092 4	0.109 2	0.124 4	0.165 3
	9	0.054 7	0.063 6	0.080 1	0.096 8	0.110 4	0.125 7	0.166 6
2.3 ~ 2.4	10	0.054 5	0.065 9	0.087 4	0.104 2	0.111 5	0.128 0	0.184 6
	11	0.054 6	0.067 2	0.083 1	0.102 7	0.110 8	0.131 5	0.178 4
	12	0.055 5	0.068 2	0.083 6	0.104 1	0.111 6	0.133 0	0.183 8
	13	0.054 7	0.066 8	0.083 6	0.103 1	0.117 5	0.134 8	0.184 0

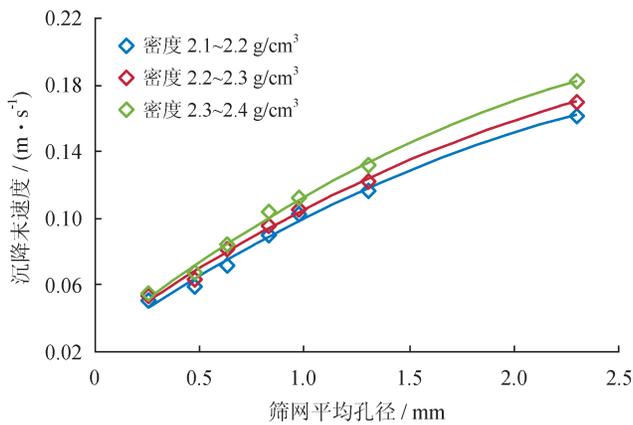


图 1 不同密度的饱和盐水中岩屑沉降末速度变化曲线图

致的^[24]。

根据理论分析及实验数据，可以得出颗粒雷诺数 Re_p 与黏性阻力占比系数 A 的函数关系式：

$$A = \frac{1.0951}{Re_p^{0.835}} \quad (15a)$$

再联立式 (11)，可得颗粒雷诺数 Re_p 与压差阻力占比系数 B 的函数关系式：

$$B = 1 - \frac{1.0951}{Re_p^{0.835}} \quad (15b)$$

则此时将式 (15a) 和式 (15b) 带入式 (10)，预测模型变为：

$$F_f = 1.0951 \frac{3\pi}{Re_p^{1.835}} \rho_f d_p^2 v_s^2 + \left(1 - \frac{1.0951}{Re_p^{0.835}} \right) \left(\frac{\pi}{20} \sim \frac{\pi}{16} \right) \rho_f d_p^2 v_{N-R}^2 \quad (16)$$

岩屑在 PAM 溶液沉降实验共获得了 70 组数据，不同样本与粒径范围的岩屑颗粒沉降末速度如表 3 所示。

根据表 3 的实验结果，以不同粒径范围沉降末速度的平均值为依据，作岩屑颗粒在幂律流体中沉降末速度随粒度的变化曲线 (图 2)。

由图 2 可知，颗粒沉降末速度随着粒径增加而增加的规律与前文岩屑在牛顿流体中的沉降规律并不相同。岩屑在牛顿流体中沉降时随粒径增大呈对数曲线变化的趋势 (底数大于 1 的对数函数)，而岩屑在幂律流体中沉降时随粒径增大呈指数曲线变化的趋势 (底数大于 1 的指数函数)，即岩屑沉降末速度的增速随着粒径的增大而增大，虽然岩屑颗粒的外观呈现出不同形态，但这种变化趋势与球体颗粒在幂律流体中的沉降规律是一致的^[24]。为了研究颗粒在幂律流体中沉降时阻力占比系数 A 和 B 的变化规律，结合本文实验数据及相关研究数据，得到不同流性指数下无量纲参数 X 与 Y 的值如表 4 所示。

根据表 4 的数据，回归得到无量纲参数 X 和 Y 关于流性指数 n 与稠度系数 K 乘积的函数关系：

$$X = 0.3238(nK)^{0.043} \quad (17a)$$

$$Y = -1.4834(nK)^{0.218} \quad (17b)$$

此时，式 (14) 变为：

$$F_f = (X Re_p^Y) \frac{3\pi}{Re} d_p^2 \rho_f v_s^2 + (1 - X Re_p^Y) \left(\frac{\pi}{20} \sim \frac{\pi}{16} \right) d_p^2 \rho_f v_{N-R}^2 \quad (18)$$

3.2.2 颗粒沉降末速度求解步骤

步骤 (1)：对于幂律流体，根据已知流变参数，

表 3 不同浓度 PAM 溶液中岩屑沉降末速度实验值表

溶液浓度 / (mg · L ⁻¹)	样本	各粒径范围岩屑沉降末速度 / (m · s ⁻¹)						
		0.45 ~ 0.55 mm	0.55 ~ 0.65 mm	0.65 ~ 0.80 mm	0.80 ~ 0.85 mm	0.85 ~ 0.95 mm	0.95 ~ 1.05 mm	1.05 ~ 1.25 mm
320	1	0.016 7	0.019 9	0.028 1	0.032 4	0.037 3	0.046 4	0.052 0
	2	0.017 4	0.021 6	0.028 7	0.032 9	0.043 6	0.049 9	0.053 6
	3	0.018 2	0.023 6	0.031 1	0.033 5	0.044 4	0.049 5	0.053 6
	4	0.018 6	0.022 4	0.032 3	0.034 3	0.046 9	0.047 6	0.055 8
	5	0.017 6	0.021 6	0.033 4	0.035 3	0.047 4	0.048 2	0.054 8
550	1	0.005 3	0.008 8	0.012 2	0.013 8	0.016 8	0.019 4	0.023 1
	2	0.005 6	0.008 7	0.012 9	0.014 3	0.017 0	0.020 2	0.024 1
	3	0.006 0	0.008 9	0.013 1	0.014 5	0.017 6	0.020 4	0.024 4
	4	0.006 1	0.009 6	0.013 5	0.014 8	0.018 2	0.021 0	0.025 1
	5	0.007 5	0.010 0	0.014 2	0.016 6	0.019 3	0.020 7	0.026 8

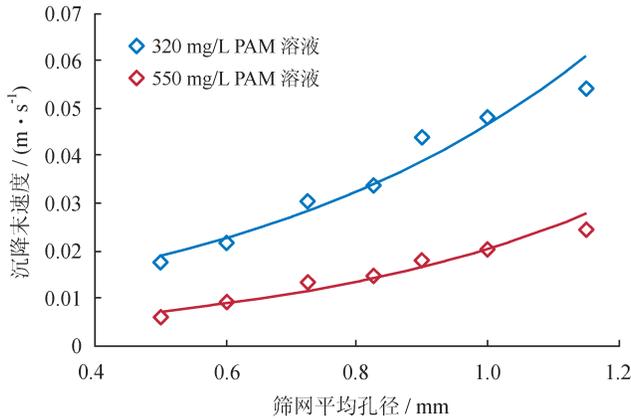


图 2 不同浓度 PAM 溶液中岩屑沉降末速度变化曲线图

求出无量纲参数 X 、 Y 的值。

步骤 (2): 根据岩屑颗粒的已知参数, 利用式 (7)、(9) 可计算出牛顿流体中岩屑颗粒的 v_s 和 v_{N-R} , 而利用公式 (13)、(9) 则可求解幂律流体颗粒的 v_s' 和 v_{N-R} 。

步骤 (3): 对于牛顿流体, 将步骤 (2) 所求得的 v_s 和 v_{N-R} 值带入式 (16), 得到颗粒阻力表达式, 对于幂律流体, 将步骤 (2) 所求得的 v_s' 和 v_{N-R} 带

式 (18), 得到颗粒阻力表达式。

步骤 (4): 根据步骤 (3) 并联立式 (4) 可以求出岩屑的颗粒雷诺数 Re_p 。

根据步骤 (4) 求得的颗粒雷诺数及其定义, 求得颗粒沉降末速度 v 。

3.2.3 结果分析

当颗粒处在斯托克斯区域时, 可以忽略压差阻力, 此时 $A=1, B=0$, 由式 (15a) 可得此时 $Re_p=1.11$, 即式 (14) 所适用的颗粒雷诺数范围的下限为 1.11。当颗粒雷诺数不断增大时, 有:

$$A = \lim_{Re_p \rightarrow \infty} \frac{1.095}{Re_p^{0.835}} = 0$$

$$B = \lim_{Re_p \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1.095}{Re_p^{0.835}} \right) = 1 \tag{19}$$

由式 (19) 可知, 当 $Re_p \rightarrow +\infty$ 时, 系数 $A=0, B=1$, 此时颗粒沉降可以只考虑压差阻力, 即预测模型适用颗粒雷诺数范围的上限是正无穷。然而由于式 (8) 的颗粒雷诺数适用范围介于 $10^3 \sim 10^5$ 。因此, 预测模型适用的颗粒雷诺数范围介于 $1.11 \sim 10^5$ 。

在岩屑沉降时, 随着颗粒雷诺数的逐渐增大,

表 4 不同流性指数下无量纲参数 X 与 Y 值表

研究者	n	K	X	Y	R^2
笔者	0.623	0.050	0.036	-0.662	0.944
	0.625	0.024	0.091	-0.805	0.942
	1	0.001	1.095	-0.835	0.964
Shahi 和 Kuru ^[23]	0.714	0.116	0.250	-1.302	0.999
	0.741	0.070	0.262	-0.861	1
	0.818	0.692	0.354	-0.687	1
Kelessidis ^[29]	0.872	0.035	0.219	-0.483	0.877
	0.919	0.016	0.178	-0.458	0.901
Kelessidis 和 Mpandelis ^[30]	1	0.135	0.269	-0.339	0.964
	0.861	0.086	0.405	-0.689	0.999
	0.909	0.084	0.220	-0.471	0.994
	0.744	0.115	1.138	-1.071	0.999
Ford 等 ^[31]	0.207	4.910	0.474	-2.435	0.939
	0.062	19.736	0.689	-8.866	0.904
Miura 等 ^[32]	0.602	0.177	0.211	-0.878	1
	0.629	0.067	0.602	-0.967	0.969
	0.625	0.169	0.547	-0.911	0.998
	0.561	0.594	0.144	-0.699	1
Reynolds 和 Jones ^[33]	0.85	0.0523	0.199	-0.353	0.863

岩屑的黏性阻力占比系数以较快的变化速度在不断减小，而压差阻力占比系数的变化趋势正好相反，当颗粒雷诺数达到 2.557 2 时，黏性与压差阻力占比系数相等（图 3），颗粒雷诺数达到 100 时，变化趋势趋于平缓，此后，压差阻力占比系数无限趋向于 1，而黏性阻力占比系数无限趋近于 0。

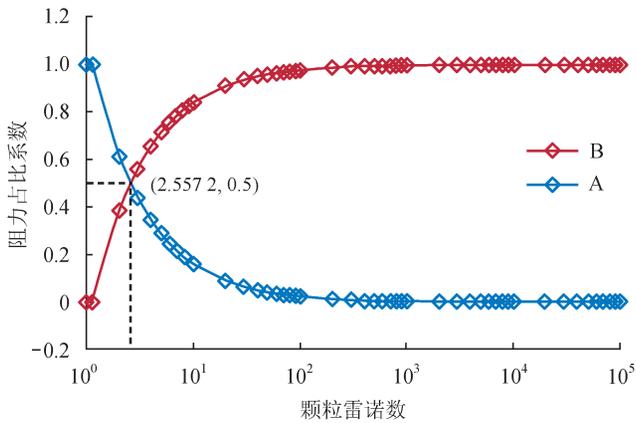


图 3 阻力占比系数随颗粒雷诺数变化曲线图

假设一定粒径与密度的颗粒在静止流体中沉降，保持液体的密度近似不变，仅适度改变沉降液的黏度，此时颗粒所受浮力不变，即阻力一定，研究颗粒受到的黏性阻力与压差阻力随颗粒雷诺数变化的趋势（图 4）。雷诺数较小时颗粒沉降只受黏性阻力，当颗粒雷诺数逐渐增加时，黏性阻力以较快的速率减小，雷诺数为 100 时，黏性阻力占比为 12%，雷诺数为 500 时，占比为 10%，可见在颗粒雷诺数在达到 100 后下降趋势减缓，而压差阻力的变化趋势正好与之相反。同时，由图 4 可知，在颗粒雷诺数达到 2.944 6 时，颗粒受到的黏性阻力与压差阻力大小相等，但此时的雷诺数值较图 3 中占比系数相等时的值大，这主要是因为是在计算时式（14）中的相关

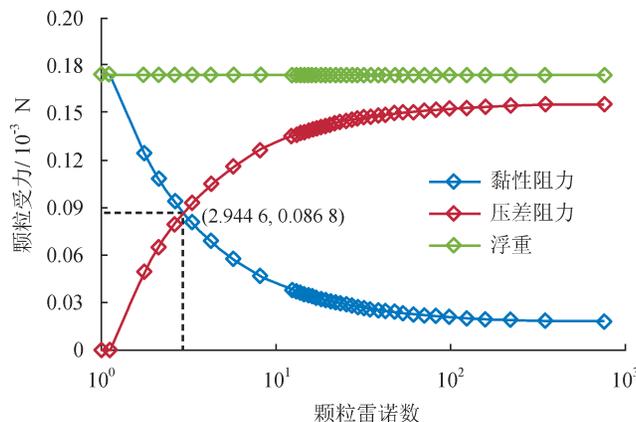


图 4 颗粒所受的黏性阻力和压差阻力随颗粒雷诺数变化曲线图

值取较小数 $\pi/20$ ，即在湍流区使用 Newton-Rittinger 公式时并没有完全忽略黏性阻力。

对预测模型的阻力系数进行误差分析，可以得出误差主要控制介于 $\pm 20\%$ 的范围，在试验采集的 91 组数据中，有 86 组数据的阻力系数误差在这一范围内。对预测模型沉降末速度进行误差分析，发现有超过 81% 的误差控制在 $\pm 8\%$ 以内，其中，有 54 组数据的绝对误差小于 5%，33 组数据绝对误差介于 5% ~ 10%，3 组数据绝对误差介于 10% ~ 20%，只有 1 组数据的绝对误差大于 20%，达到 22.56%，同时，该数据点所对应的阻力系数绝对误差也较大，达到 33.43%，分析数据发现，该数据点的实验值与同性质岩屑颗粒的沉降末速度实验值相差较大，认为造成该点数值误差较大的原因极有可能是实验误差所致。最终，预测模型所得的沉降末速度与实验值的绝对平均误差为 5.02%。

对于颗粒在幂律流体中的沉降，由于 X 和 Y 是流性指数 n 的函数，需要根据流体的流变参数确定 X 和 Y 值，再令黏性阻力占比系数 $A=1$ ，可以确定出不同流变参数下式（18）的适用下限。同时，对某一特定的幂律流体而言， X 可以求得且大于 0， Y 小于 0，则 A 、 B 的变化趋势与颗粒在牛顿流体中沉降的变化趋势相同。当 Re_p 不变，流性指数 n 与稠度系数 K 的乘积变化时， A 的变化规律如图 5 所示。由图 5 可知，不同颗粒雷诺数下黏性阻力占比系数 A 随流性指数 n 与稠度系数 K 的乘积增大而减小。

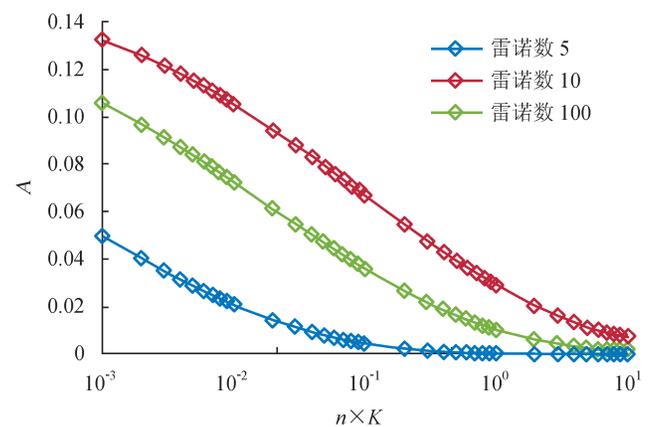


图 5 黏性阻力占比系数 A 随 n 与 K 乘积的变化曲线图

因为式（17）中无量纲参数 X 与 Y 的求解是依据有限的拟合得到的，所以预测模型式（18）仅适用有限的流性指数范围，根据表 4 的数据，可以确定式（18）适用于流性指数介于 0.062 3 到 1 之间的幂律流体，适用的颗粒雷诺数下限由幂律流体的

流性指数 n 与稠度系数 K 的乘积决定, 适用上限不受流变参数的影响, 为 Newton-Rittinger 公式的适用范围, 最大可达到 10^5 。

当岩屑颗粒在牛顿流体中沉降时, 使用式 (16) 求解出颗粒雷诺数, 若颗粒雷诺数介于 $1.11 \sim 10^5$ 时, 根据颗粒雷诺数的定义由求解出的雷诺数值计算沉降末速度; 若由式 (16) 所得的雷诺数小于 1.11, 则此时得出的颗粒雷诺数值与颗粒沉降的真实值有较大差距, 不能由颗粒雷诺数的定义直接反求颗粒沉降末速度, 但此时已经判断出雷诺数小于 1.11, 因而可以用 Stokes 定律, 即式 (7) 直接求解沉降末速度。因此, 根据笔者提出的牛顿阻力沉降公式, 可以计算颗粒雷诺数介于 $0 \sim 10^5$ 的岩屑在牛顿流体中的沉降。

同理, 求解颗粒在幂律流体中的沉降末速度时, 先由幂律流体的流变参数求得预测模型式 (18) 的适用下限, 再由式 (18) 求得颗粒雷诺数, 若其值在预测模型的适用范围内, 可直接求解颗粒沉降末速度值; 若所得值小于预测模型的适用下限, 此时选用斯托克斯沉降公式的变形式 (13) 求解颗粒沉降末速度值。因此, 根据本文提出的颗粒在幂律流体中的沉降模型, 可以计算颗粒雷诺数介于 $0 \sim 10^5$, 流性指数介于 $0.0623 \sim 1$ 的颗粒沉降。

由于文中将岩屑颗粒视为球体, 使用体积当量直径所得颗粒当量直径 (d_p) 结果较为准确, 求解式^[4]为:

$$d_p = \frac{d_1 + d_2}{2\psi} \quad (20)$$

式中 d_1 、 d_2 表示相邻筛孔尺寸, m ; ψ 表示筛分粒度与体积当量直径比值, 一般在 $1.15 \sim 1.30$, 无量纲。

4 结论

1) 提出了一种颗粒沉降的阻力计算模型, 当钻井液为牛顿流体时, 通过该模型可以预测颗粒雷诺数介于 $0 \sim 10^5$ 的岩屑沉降末速度; 当钻井液为幂律流体时, 可以预测颗粒雷诺数介于 $0 \sim 10^5$ 、流性指数介于 $0.0623 \sim 1$ 的岩屑沉降末速度, 这一范围可以满足钻井工程中对岩屑沉降的预测需求。

2) 当颗粒在牛顿流体中沉降时, 随着颗粒雷诺数的增大, 岩屑沉降所受黏性阻力逐渐减小, 压差阻力逐渐增大; 分析表明: 颗粒雷诺数小于 2.944 6 时黏性阻力大于压差阻力, 颗粒雷诺数大于 2.944 6 时压差阻力大于黏性阻力; 颗粒雷诺数小于 1.11 时,

岩屑沉降主要考虑黏性阻力, 介于 $1.11 \sim 500$ 时, 岩屑沉降受到黏性阻力与压差阻力的共同作用, 大于 500 时, 压差阻力占比达到 90%, 在岩屑沉降中占主导作用。

3) 颗粒在幂律流体中沉降时, 所受到的黏性阻力和压差阻力不仅与颗粒雷诺数相关, 还与流性指数及稠度系数相关。

参 考 文 献

- [1] 伊萨克·牛顿. 自然哲学之数学原理 [M]. 王克迪, 译. 西安: 陕西人民出版社, 2001.
Newton I. The Principia: Mathematical principles of natural philosophy[M]. Wang Kedi trans. Xi'an: Shaanxi People's Publishing House, 2001.
- [2] Stokes GG. On the effect of the internal friction of fluids on the motion of pendulums[J]. Transactions of the Cambridge Philosophical Society, 1851, 9: 8-106.
- [3] Rittinger PR. Lehrbuch der aufbereitungskunde[M]. Berlin: Ernst & Kern, 1867.
- [4] 孙玉波. 重力选矿 [M]. 北京: 冶金工业出版社, 1982.
Sun Yubo. Gravity beneficiation[M]. Beijing: Metallurgical Industry Press, 1982.
- [5] 姚书典. 重选原理 [M]. 北京: 冶金工业出版社, 1992.
Yao Shudian. Gravity selection principle[M]. Beijing: Metallurgical Industry Press, 1992.
- [6] 谢广元. 选矿学 [M]. 徐州: 中国矿业大学出版社, 2001.
Xie Guangyuan. Mineral processing[M]. Xuzhou: China University of Mining and Technology Press, 2001.
- [7] 钱宁, 万兆惠. 泥沙运动力学 [M]. 北京: 科学出版社, 1983.
Qian Ning & Wan Zhaohui. Mechanics of sediment transport[M]. Beijing: Science Press, 1983.
- [8] Peden JM & Luo Yuejin. Settling velocity of variously shaped particles in drilling and fracturing fluids[J]. SPE Drilling Engineering, 1987, 2(4): 337-343.
- [9] Cheng Niansheng. Simplified settling velocity formula for sediment particle[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 1997, 123(2): 149-152.
- [10] Guo Junke. Logarithmic matching and its applications in computational hydraulics and sediment transport[J]. Journal of Hydraulic Research, 2002, 40(5): 555-565.
- [11] Shah SN, El Fadili Y & Chhabra RP. New model for single spherical particle settling velocity in power law (visco-inelastic) fluids[J]. International Journal of Multiphase Flow, 2007, 33(1): 51-66.
- [12] Camenen B. Simple and general formula for the settling velocity of particles[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2007, 133(2): 229-233.
- [13] Kao DTY & Hwang ALY. Determination of particle settling velocity in Heterogeneous suspensions and its effects on energy loss prediction in solid-liquid freight pipelines[J]. Journal of Powder

- and Bulk Solids Technology, 1980, 4(1): 31-40.
- [14] 桂夏辉, 李延锋, 刘炯天, 王永田, 曹亦俊. 液固流化床内颗粒沉降特性试验研究 [J]. 煤炭学报, 2010, 35(8): 1374-1379.
Gui Xiahui, Li Yanfeng, Liu Jiongtian, Wang Yongtian & Cao Yijun. Study on settlement characteristic of the grain in fluidized bed[J]. Journal of China Coal Society, 2010, 35(8): 1374-1379.
- [15] Chhabra RP. Steady non-Newtonian flow about a rigid sphere[J]. Encyclopedia of Fluid Mechanics, 1986, 1: 983-1033.
- [16] Chhabra RP. Motion of spheres in power law (viscoinelastic) fluids at intermediate Reynolds numbers, a unified approach[J]. Chemical Engineering and Processing: Process Intensification, 1990, 28(2): 89-94.
- [17] Dallon DS. A drag-coefficient correlation for spheres settling in Ellis fluids[D]. Salt Lake City, UT: University of Utah, 1967.
- [18] Lali AM, Khare AS, Joshi JB & Nigam KDP. Behaviour of solid particles in viscous non-Newtonian solutions: Settling velocity, wall effects and bed expansion in solid-liquid fluidized beds[J]. Powder Technology, 1989, 57(1): 39-50.
- [19] Prakash S. Experimental evaluation of terminal velocity in non-Newtonian fluids in the turbulent region[J]. Indian Chemical Engineer, 1983, 25: 1-4.
- [20] Shah SN. Proppant settling correlations for non-Newtonian fluids under static and dynamic conditions[J]. Society of Petroleum Engineers Journal, 1982, 22(2): 164-170.
- [21] Shah SN. Proppant settling correlations for non-Newtonian fluids[J]. SPE Production Engineering, 1986, 1(6): 446-448.
- [22] Shahi S & Kuru E. An experimental investigation of settling velocity of natural sands in water using particle image shadowgraph[J]. Powder Technology, 2015, 281: 184-192.
- [23] Shahi S & Kuru E. Experimental investigation of the settling velocity of spherical particles in power-law fluids using particle image shadowgraph technique[J]. International Journal of Mineral Processing, 2016, 153: 60-65.
- [24] Terfous A, Hazzab A & Ghenaïm A. Predicting the drag coefficient and settling velocity of spherical particles[J]. Powder Technology, 2013, 239: 12-20.
- [25] Elgaddafi R, Ahmed R, George M & Growcock F. Settling behavior of spherical particles in fiber-containing drilling fluids[J]. Journal of Petroleum Science and Engineering, 2012, 84-85: 20-28.
- [26] Elgaddafi R, Ahmed R & Growcock F. Settling behavior of particles in fiber-containing Herschel Bulkley fluid[J]. Powder Technology, 2016, 301: 782-793.
- [27] Brożek M & Surowiak A. Argument of separation at upgrading in the jig[J]. Archives of Mining Sciences, 2010, 55(1): 21-40.
- [28] Surowiak A & Brożek M. Methodology of calculation the terminal settling velocity distribution of spherical particles for high values of the Reynold's number[J]. Archives of Mining Sciences, 2014, 59(1): 269-282.
- [29] Kelessidis VC. Terminal velocity of solid spheres falling in Newtonian and non-Newtonian liquids[J]. Tech. Chron. Sci., 2003, 24(1/2): 43-54.
- [30] Kelessidis VC & Mpandelis G. Measurements and prediction of terminal velocity of solid spheres falling through stagnant pseudoplastic liquids[J]. Powder Technology, 2004, 147(1/3): 117-125.
- [31] Ford JT, Oyeneyin MB, Gao EH, Williamson RS & Peel LC. The formulation of milling fluids for efficient hole cleaning: An experimental investigation[C]//European Petroleum Conference, 25-27 October 1994, London, UK. DOI: <https://dx.doi.org/10.2118/28819-MS>.
- [32] Miura H, Takahashi T, Ichikawa J & Kawase Y. Bed expansion in liquid-solid two-phase fluidized beds with Newtonian and non-Newtonian fluids over the wide range of Reynolds numbers[J]. Powder Technology, 2001, 117(3): 239-246.
- [33] Reynolds PA & Jones TER. An experimental study of the settling velocities of single particles in non-Newtonian fluids[J]. International Journal of Mineral Processing, 1989, 25(1/2): 47-77.

(修改回稿日期 2018-01-09 编辑 凌 忠)