可变配电成本计算方法

鲍海*

华北电力大学电气与电子工程学院, 北京 102206

*E-mail: baohai@ncepu.edu.cn

收稿日期: 2020-01-22; 接受日期: 2020-04-02; 网络版发表日期: 2020-07-22

摘要 科学地描述配电损耗引起的电价变化, 是配电网经济运行和经济运营的理论基础, 也是交易公平性的必要保证. 在配电市场化过程中, 配电损耗划分方法成为亟待解决的核心技术. 由于缺乏必要的理论支撑, 尽管历经多年研究, 仍然没有一种方法获得一致认可. 为此, 我们从理论角度证明功率分量理论的追踪结果满足电路基本定律, 从根本上解除人们对此问题的疑虑. 同时指出采用功率分量理论追踪得到的每一个单电源供电的功率流所包含的电气参量中, 功率信息满足能量守恒性质, 电压和电流信息满足基尔霍夫定律, 加之具有固定的网络拓扑结构和支路阻抗, 说明追踪得到单电源供电功率流符合电网运行的物理规律, 可以将其视为一个单电源供电网络. 针对能量流转化为经济流的命题, 提出采用两次潮流追踪的方式构建单电源向单负荷供电网络, 并以此作为经济核算单元. 一方面, 理清了损耗功率与负荷的对应关系, 从物理层面上诠释了谁使用谁支付的原则; 另一方面, 依据费用守恒原则, 建立潮流与费用流相一致的负荷电价计算模型, 从经济层面实现谁使用谁支付原则. 由于单电源向单负荷供电网络具有电源注入费用等于负荷汲取费用的特性, 因此利用该特性可以建立基于端口参量的负荷电价模型. 这是一种配电成本电价的计算方法. 对于多电源网络, 在通过潮流追踪构建的单电源向单负荷供电网络中, 位置相同的负荷所汲取的费用之和为该负荷汲取的总费用, 并依据费用守恒原则计算负荷电价. 由于该电价计算模型既不涉及网络内部结构与参数, 也不需要逆流追踪运算, 因此极大程度地降低了计算量, 为工程应用奠定了基础.

关键词 潮流追踪, 功率分量, 可变配电成本, 电路理论, 电力市场

1 引言

可变配电成本是指配电网中损耗导致经济信息的变化, 虽然它只占全部配电成本很小的一部分, 但是对电价却可能产生明显的影响^[1], 这涉及到交易的公平性, 是保证电网经济运行和市场运营的理论基础.

可变配电成本与可变输电成本计算属于同一类的

研究范畴, 只是此类问题在以往的研究中仅以可变输电成本作为对象. 经过多年的研究, 人们提出了多种可变输电成本的计算方法, 归结起来可以分为两类: 单纯依靠经济手段的计算方法^[2~5]; 电网输电特性与经济核算相结合的计算方法. 前者脱离了电网这个物理对象, 不能准确地反映输电过程中电价随损耗的变化情况, 因此这类方法不适合用于计算输电成本; 后

引用格式: 鲍海. 可变配电成本计算方法. 中国科学: 技术科学, 2020, 50: 1597–1611

Bao H. A method to calculate variable electricity distribution cost (in Chinese). Sci Sin Tech, 2020, 50: 1597–1611, doi: 10.1360/SST-2019-0210

者遵从电网运行特性,能够解决稳态电网中线路、变压器和负荷的电源功率供给路径和份额问题,明确一个电源向一个负荷供电过程中各配电元器件的功率损耗情况.只要功率分解过程满足电路的基本定律,并遵循合理的经济原则,就有可能实现可变输电成本的计算.为此,人们在功率分解方面进行了大量的研究,也取得了可观的研究成果.这些研究成果可分为两类:一类认为现有电路理论不能提供功率分解的理论支撑,需要寻求新的理论^[13~15];另一类认为现有的电路理论可以为功率分解问题提供理论支撑^[16~23],其中以功率分量理论^[19,22,23]与电路基本定律最为相符.又因为文献^[23]采用电路解析方法证明了潮流追踪的最基本功率单元既具有唯一的电源供给属性,又满足能量守恒定律,为功率分量理论提供了明确的理论支撑.由于所有的功率追踪方法只关注功率一种参量,而不使用电流、电压和阻抗等参量给予相互验证,可能导致功率分解结果不符合物理规律,因此一部分学者对这类方法存有疑问.正是由于既无法通过物理实验也无法采用数学手段针对潮流追踪结果给出有效的证明,才导致此问题的研究热情逐渐下降.

针对这个问题,首先采用功率分量理论对含有多个电源的潮流进行追踪,得到与电源数量相等的单电源功率流;其次应用电路理论证明追踪所得的每一个单电源功率流包含的功率信息满足能量守恒定律和传输关系,电压和电流信息均满足基尔霍夫定律;最后根据跟踪所得功率和电压信息,计算出支路阻抗.由于追踪得到的单电源功率流具有固定的网络拓扑结构和支路阻抗,又具有满足电路基本定律的电流、电压和功率等运行信息,可以将其视为单电源供电网络.此番证明可以得出如下结论:功率分量理论可以将多电源供电网络拆分为与电源数量相等的单电源供电网络,每个单电源供电网络独立供电,所有单电源供电网络中位置相同的支路并联后,仍可得到拆分前的多电源供电网络.也就是说,将潮流追踪问题转化为电网拆分问题,能够从理论上保证了每一个追踪结果都满足电网运行的物理规律.

由于单电源供电网络明确了负荷、损耗与电源的归属关系,因此成为可变输电成本计算的物理依据.在单电源供电网络中,可变输电成本的计算遵循谁使用谁支付原则,以保持盈亏平衡为前提,依据电源的上网电价和功率流,按照供电顺序逐条支路地计算输电

成本,其间节点电价只因输电损耗而产生变化^[23~25].这种方法更加适用于接入了分布式电源的配电网,虽然分布式电源具有不尽相同的上网电价,但是在每一个单电源供电网络中,只有一个上网电价,于是,我们可以按照供电顺序,从电源起逐条支路地计算费用,最终将所有电源提供给一个负荷的费用求和得到该负荷汲取的总费用,并通过费用守恒方程计算出负荷电价.不过这种方法也有不足,就是必须计算每个单电源供电网络的结构、供电顺序和所有的支路功率,对于规模大的电网必将产生巨大的计算量.针对这个问题,本文提出先顺流追踪再逆流追踪的方案,将多电源供电网络拆分为多个单电源向单负荷供电网络,并以单电源向单负荷供电网络作为经济核算单元,建立核算单元的费用平衡关系.单电源向单负荷供电网络具有电源注入费用与负荷汲取费用相等的特点,因此核算单元内的费用平衡关系,就转化为端口费用平衡关系,于是负荷汲取费用计算只需要提供该网络中电源注入功率、负荷功率以及电源上网电价三个端口参量.这三个参量中,只有电源注入功率未知,需要根据负荷电流与电源注入电流相等的特性,依据负荷功率直接求解该量.对于多电源网络,一个负荷从所有电源汲取的费用,等于所有向该负荷供电的单电源单负荷网络电源注入费用之和,进而利用费用平衡方程求解负荷电价.该算法无需进行逆流追踪计算,也省去了供电顺序和支路功率求解过程,大大地降低了编程难度,有效地提升了计算速度,为配电成本计算奠定了实用基础.

2 经典配电网的可变配电成本计算

可变配电成本计算包含配电损耗拆分和经济核算方法两个问题,只有将两者统一考虑,才能客观地描述配电过程中由网损引起的配电电价的变化.我们知道,在单电源向单负荷供电网络中,网络损耗只因电源向负荷供电所致,充分地体现了谁使用谁支付原则,因此提出以这种供电网络作为经济核算单元.

2.1 构建单电源向单负荷供电网络

在节点仅通过负荷与地相连的前提下,经典配电网的电流分布具有如下特性:每条支路的电流等于其供电下游所有负荷电流之和.为此,可以按照供电下游的负荷电流,将配电网中任意一条支路拆分为与其

下游负荷个数相同的并联支路, 其中每条支路只通过一个负荷的电流. 将流过同一个负荷电流的所有支路按供电顺序连接起来, 就得到了单电源向单负荷供电网络, 这就是逆流追踪.

配电网的逆流追踪结果具有如下特性:

(1) 追踪前后节点电压不变;
(2) 逆流追踪是一种理论上满足能量守恒原则的算法;

(3) 追踪得到的功率流具有独立的电流、电压、功率和阻抗等四类电气参量, 且它们可以进行相互的验证;

(4) 逆流追踪得到的单电源单负荷功率流满足电网运行的物理规律, 可以认为是单电源向单负荷网络.

通过上述分析可知, 逆流追踪能够将经典配电网拆分为与负荷数量相同的单电源向单负荷供电网络, 且将这些网络中节点编号相同的支路并联, 可以复原出追踪前的网络.

2.2 负荷电流的独立性说明

上一节中, 我们根据负荷电流将单电源供电网络拆分成多个单电源向单负荷供电网络. 这项工作的前提是每个负荷电流彼此独立. 在单电源潮流中, 对于感性负荷来说, 人们已经认定它的电流是独立, 不受其它负荷电流的影响. 但是, 当一个负荷并联一个电容器后, 情况就发生了变化. 由于并联电容器会改变发电机出力以及节点电压, 又因为负荷功率不变, 从而导致电网中所有负荷的电流发生变化. 把并联电容器看作负荷时, 人们普遍认为负荷电流是不独立的.

对于这个现象会有两种观点进行解释: 一是电容器向系统的其它负荷供电; 二是电容器没有向其它负荷供电, 只是改变了发电机的出力, 进而导致所有负荷的电流发生变化. 我们用实验的方式验证哪种解释是正确的. 任意选定一个电力系统, 取所有负荷均为感性负荷, 进行潮流计算, 所得潮流结果作为基准; 再在该系统中选出任意一个负荷, 在该负荷连接的节点处, 并联一个电容器和一个与并联电容器量值相同的电感, 沿用上一次潮流计算的所有设定值(PV节点、PQ节点、平衡机的选择和对应参数), 再次潮流计算. 两次潮流计算的结果必然一致. 说明并联电容器只抵消了该节点处并联电感的作用, 没有向系统的其它负荷供电. 实验说明, 并联电容器通过改变发电机出力, 使得系统潮流发生变化, 导致负荷电流的变化. 进而我

们可以得出这样一个推论: 电源向并联电感的供电路径和电源向并联电容器的供电路径一致. 也就是说, 并联电容器实质上就是一个负荷, 没有电源属性, 它只消耗电源提供的电能, 不向其它负荷供电. 因此系统中每个负荷电流是相互独立, 满足逆流追踪的应用前提.

2.3 基于费用守恒原则的负荷电价模型

费用守恒原则是指注入支路(或节点)的费用等于流出支路(或节点)的费用^[24,25]. 提出这个经济核算原则的本意是, 在保持盈亏平衡的前提下, 计算网络损耗对负荷电价的影响. 下面给出费用守恒的简要推演过程.

在单电源供电网络中, 支路的功率与费用的分布情况如图1所示. 图中, i 和 j 为节点序号; z_{ij} 为支路阻抗; $\dot{S}_{ij}^{in}$ 为支路注入功率, C_i 为节点 i 的电价, F_{ij}^{in} 为支路注入费用, 令 $F_{ij}^{in} = \text{Re}(\dot{S}_{ij}^{in})C_i$, $\text{Re}(\dot{S}_{ij}^{in})$ 为 $\dot{S}_{ij}^{in}$ 的实部; $\dot{S}_{ij}^{out}$ 为支路输出功率, C_j 为节点 j 的电价, F_{ij}^{out} 为支路输出费用, 令 $F_{ij}^{out} = \text{Re}(\dot{S}_{ij}^{out})C_j$, $\text{Re}(\dot{S}_{ij}^{out})$ 为 $\dot{S}_{ij}^{out}$ 的实部; $\Delta\dot{S}_{ij}$ 为支路损耗功率. 支路输出功率可以被看作是支路的负荷功率.

依据支路有功平衡性质, 有

$$\text{Re}(\dot{S}_{ij}^{in}) = \text{Re}(\Delta\dot{S}_{ij}) + \text{Re}(\dot{S}_{ij}^{out}). \quad (1)$$

图1中, 注入功率的电价 C_i 为已知量, 于是, 对上述等式的等号两端同时乘以 C_i , 可得支路费用守恒等式:

$$\text{Re}(\dot{S}_{ij}^{in}) \cdot C_i = \text{Re}(\Delta\dot{S}_{ij}) \cdot C_i + \text{Re}(\dot{S}_{ij}^{out}) \cdot C_j, \quad (2)$$

式中, $\text{Re}(\dot{S}_{ij}^{in}) \cdot C_i$ 为支路注入费用, 令 $F_{ij}^{in} = \text{Re}(\dot{S}_{ij}^{in}) \cdot C_i$; $\text{Re}(\Delta\dot{S}_{ij}) \cdot C_i$ 为支路损耗产生的费用; $\text{Re}(\dot{S}_{ij}^{out}) \cdot C_j$ 为支路输出费用. 方程(1)给出了费用守恒原则的物理依据, 方程(2)给出了支路功率输送过程费用守恒的

图1 支路费用分布示意图

Figure 1 Schematic diagram of branch cost distribution.

计算方法, 同时解释了文献^[24,25]提出此经济核算原则的来历. 由于支路损耗因负荷从电源汲取电能而产生, 因此应该由负荷来承担损耗产生的费用. 当损耗费用计入负荷之后, 费用平衡等式依然成立, 只是输出费用对应的电价将变成 C_j , 于是我们可得支路费用守恒的数学表达式为

$$\operatorname{Re}(\dot{S}_{ij}^{in}) \cdot C_i = \operatorname{Re}(\dot{S}_{ij}^{out}) \cdot C_j, \quad (3)$$

进而可得图1中支路的输出功率的电价

$$C_j = \frac{\operatorname{Re}(\dot{S}_{ij}^{in}) C_i}{\operatorname{Re}(\dot{S}_{ij}^{in} - \Delta \dot{S}_{ij})}. \quad (4)$$

从方程(4)可以看出, 当注入节点电价已知时, 输出节点处电价仅受支路注入功率和损耗功率影响. 采用类似的方法可得, 注入节点的费用等于流出该节点的费用, 即节点费用守恒. 由此可见, 费用守恒原则可以确保支路(或节点)的注入与流出费用相等, 使得该经济核算方法始终保持盈亏平衡特性.

在单电源向单负荷供电网络中, 电能沿串联支路进行传输, 此时电源注入费用等于负荷汲取费用. 利用这个的特性, 可以根据网络注入和流出端口的参量建立费用平衡方程, 避免逐级计算节点和支路的费用, 使得输出端电价的求解变得简单. 逆流追踪可以将配电网拆分成与负荷数量相等的单电源向单负荷供电网络, 在每个单电源向单负荷供电网络中, 可以根据下式计算该网络中电源注入功率:

$$\dot{S}_G^{Lj} = \frac{\dot{I}_{Lj}^*}{\dot{I}_G^*} \dot{S}_G, \quad (5)$$

式中, $\dot{I}_G$ 为电源总的注入电流, $\dot{I}_G^*$ 为 $\dot{I}_G$ 的共轭复数; $\dot{I}_{Lj}$ 为负荷 j 的电流, $\dot{I}_{Lj}^*$ 为 $\dot{I}_{Lj}$ 的共轭复数; $\dot{S}_G$ 为电源的注入功率, $\dot{S}_G^{Lj}$ 为电源的注入功率中向负荷 j 供给的部分.

将方程(5)中的 $\dot{S}_G^{Lj}$ 作为支路注入功率代入方程(4), 可得节点 j 处的负荷电价. 此番求解过程只用到端口处的三个物理参量和电源上网电价, 与文献^[24,25]中按照供电顺序逐级计算节点电价的方法相比, 无需进行网络结构、供电顺序、支路功率和中间节点的电价计算, 又由于逆流追踪只是用于分析, 实际的电价计算也不需要逆流追踪运算, 因此这种电价模型的计算量非常小, 更加适合于工程应用.

3 含有分布式电源配电系统的可变配电成本计算

由于含有分布式电源的配电网拥有多个电源, 因此不能直接套用经典配电网的成本核算办法, 需要先将多电源电网拆分成单电源供电网络, 再按前面讲述的方法进行经济核算. 功率分量理论虽然能够依据电路理论将多电源电网拆分成与电源数量相等的单电源供电功率流^[22,23], 但是没有给出每条功率流均满足电网运行物理规律的理论证明. 正是由于这一理论研究环节的缺失, 招致部分学者的质疑. 为此, 我们将采用电路理论证明功率分量理论得到的每个单电源供电的功率流均满足电网运行的物理规律, 对上述理论研究的不足予以补充.

3.1 构建单电源供电网络

(1) 功率分量理论简介

功率分量理论指出: 对于具有 q 个电源的网络, 每个电源的注入功率由 q 个功率分量构成, 支路损耗功率、负荷功率和支路注入功率则由 q^2 个功率分量构成; 电源注入功率的中的每个功率分量在电网中都是唯一的, 它又具有明确的电源属性; 由于来自同一个电源的功率分量具有相同的电源标识, 故可以根据功率分量的电源归属从电网中负荷、支路损耗和支路注入功率中划分出每个电源的供给份额; 按照供电顺序, 将来自于同一个电源的支路功率连接成一条单电源供电的功率流^[23]. 功率分量理论的相关公式列写如下.

处于稳态运行的配电网, 可以等效为电路网络. 设电网共有 n 个节点, 每个节点均连接有负荷; 有 q 个电源, 分别接在从1至 q 的节点上, $q \leq n$; 电源被等效为电流源, 将负荷转换为阻抗. 于是, 可得由电力网等效而来的电路节点电压方程:

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \vdots \\ \dot{U}_q \\ \dot{U}_{q+1} \\ \vdots \\ \dot{U}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & \cdots & Z_{1q} & Z_{1(q+1)} & \cdots & Z_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Z_{q1} & \cdots & Z_{qq} & Z_{q(q+1)} & \cdots & Z_{qn} \\ Z_{(q+1)1} & \cdots & Z_{(q+1)q} & Z_{(q+1)(q+1)} & \cdots & Z_{(q+1)n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Z_{n1} & \cdots & Z_{nq} & Z_{n(q+1)} & \cdots & Z_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_{1s} \\ \vdots \\ \dot{I}_{qs} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

式中, $\dot{U}_i$ 为节点 i 电压, $i = 1, 2, \dots, n$; z_{ij} 为节点导纳矩阵

的逆阵中\$(i,j)\$位置的元素, \$j = 1, 2, \dots, n\$; \$\dot{I}_{ms}\$ 为电流源电流, \$m = 1, 2, \dots, q\$.

节点\$i\$的电压表达式为

$$\dot{U}_i = Z_{i1}\dot{I}_{1s} + Z_{i2}\dot{I}_{2s} + \dots + Z_{iq}\dot{I}_{qs}, \quad (7)$$

方程(7)揭示了节点电压与电源注入电流间的解析关系. 节点\$i\$处电流源的注入功率为

$$\begin{aligned} \dot{S}_{is} &= \dot{U}_i \dot{I}_{is}^* = (Z_{i1}\dot{I}_{1s} + Z_{i2}\dot{I}_{2s} + \dots + Z_{iq}\dot{I}_{qs})\dot{I}_{is}^* \\ &= Z_{i1}\dot{I}_{1s}\dot{I}_{is}^* + Z_{i2}\dot{I}_{2s}\dot{I}_{is}^* + \dots + Z_{iq}\dot{I}_{qs}\dot{I}_{is}^* \end{aligned} \quad (8)$$

式中, \$Z_{i1}\dot{I}_{1s}\dot{I}_{is}^*\$、\$Z_{i2}\dot{I}_{2s}\dot{I}_{is}^*\$、\$\dots\$、\$Z_{iq}\dot{I}_{qs}\dot{I}_{is}^*\$称为功率分量. 电源\$i\$的注入功率为\$q\$个功率分量之和, 且每个功率分量中电流共轭项均为第\$i\$个电流源的注入电流. 文献[23]采用电路解析方法证明了任意一个电源的注入功率分量等于该功率分量在电网中支路损耗和负荷消耗功率之和. 因此可以根据功率分量的电流共轭项, 对电网中的功率量进行电源供给份额的划分, 从而实现功率顺流追踪.

节点\$i\$处负荷功率(本文称为负荷\$i\$的功率)为

$$\dot{S}_{ii} = \dot{U}_i \dot{I}_{ii}^* = y_{ii}^* \sum_{k=1}^q \sum_{l=1}^q Z_{il} \dot{I}_{ls} Z_{ik}^* \dot{I}_{ks}^* \triangleq \sum_{k=1}^q \dot{S}_{ii}^{Gk}, \quad (9)$$

式中, \$\dot{I}_{ii}\$为负荷\$i\$的电流; \$z_{ii}\$为负荷\$i\$的阻抗, \$y_{ii}\$为此负荷导纳. 负荷功率\$\dot{S}_{ii}\$等于来自所有电源的\$q^2\$个功率分量的代数和, 其中

$$y_{ii}^* (Z_{i1} Z_{ik}^* \dot{I}_{1s} \dot{I}_{ks}^* + Z_{i2} Z_{ik}^* \dot{I}_{2s} \dot{I}_{ks}^* + \dots + Z_{iq} Z_{ik}^* \dot{I}_{qs} \dot{I}_{ks}^*)$$

可以认定为是电源\$k\$向此负荷供给的功率部分, 记为\$\dot{S}_{ii}^{Gk}\$:

$$\dot{S}_{ii}^{Gk} = y_{ii}^* \sum_{l=1}^q Z_{il} \dot{I}_{ls} Z_{ik}^* \dot{I}_{ks}^*, \quad k = 1, 2, \dots, q.$$

支路\$i-j\$的损耗功率为

$$\begin{aligned} \Delta \dot{S}_{ij} &= (\dot{U}_i - \dot{U}_j) \dot{I}_{ij}^* = \frac{(\dot{U}_i - \dot{U}_j)(\dot{U}_i - \dot{U}_j)^*}{z_{ij}^*} \\ &= y_{ij}^* \sum_{k=1}^q \sum_{l=1}^q (Z_{il} - Z_{jl}) \dot{I}_{ls} (Z_{ik} - Z_{jk})^* \dot{I}_{ks}^* \\ &\triangleq \sum_{k=1}^q \Delta \dot{S}_{ij}^{Gk}, \end{aligned} \quad (10)$$

式中, \$z_{ij}\$为支路\$i-j\$的阻抗, \$y_{ij}\$为该支路导纳. 支路损耗功率\$\Delta \dot{S}_{ij}\$等于来自于每一个电源的\$q^2\$个功率分量的代数和, 其中

$$\begin{aligned} &y_{ij}^* [(Z_{i1} - Z_{j1})(Z_{ik} - Z_{jk})^* \dot{I}_{1s} \dot{I}_{ks}^* \\ &+ (Z_{i2} - Z_{j2})(Z_{ik} - Z_{jk})^* \dot{I}_{2s} \dot{I}_{ks}^* \\ &+ \dots + (Z_{iq} - Z_{jq})(Z_{ik} - Z_{jk})^* \dot{I}_{qs} \dot{I}_{ks}^*] \end{aligned}$$

被认定为由电源\$k\$提供的功率部分, 记为\$\Delta \dot{S}_{ij}^{Gk}\$:

$$\Delta \dot{S}_{ij}^{Gk} = y_{ij}^* \sum_{l=1}^q (Z_{il} - Z_{jl}) \dot{I}_{ls} (Z_{ik} - Z_{jk})^* \dot{I}_{ks}^*,$$

\$k = 1, 2, \dots, q\$.

支路\$i-j\$的注入功率为

$$\begin{aligned} \dot{S}_{ij} &= \dot{U}_i \dot{I}_{ij}^* \\ &= y_{ij}^* \sum_{k=1}^q \sum_{l=1}^q Z_{il} \dot{I}_{ls} (Z_{ik} - Z_{jk})^* \dot{I}_{ks}^* \triangleq \sum_{k=1}^q \dot{S}_{ij}^{Gk}, \end{aligned} \quad (11)$$

式中, 支路注入功率\$\dot{S}_{ij}\$来自于每一个电源的\$q^2\$个功率分量的代数和构成, 其中

$$\begin{aligned} &y_{ij}^* [Z_{i1} (Z_{ik} - Z_{jk})^* \dot{I}_{1s} \dot{I}_{ks}^* + Z_{i2} (Z_{ik} - Z_{jk})^* \dot{I}_{2s} \dot{I}_{ks}^* \\ &+ \dots + Z_{iq} (Z_{ik} - Z_{jk})^* \dot{I}_{qs} \dot{I}_{ks}^*] \end{aligned}$$

被认定为由电源\$k\$提供的功率部分, 记为\$\dot{S}_{ij}^{Gk}\$:

$$\dot{S}_{ij}^{Gk} = y_{ij}^* \sum_{l=1}^q Z_{il} \dot{I}_{ls} (Z_{ik} - Z_{jk})^* \dot{I}_{ks}^*,$$

\$k = 1, 2, \dots, q\$.

依据功率分量的电源归属性质, 将电网中每一个功率量按电源供给属性进行分解, 再将电网中由同一个电源供给的功率, 按供电顺序连接起来, 便得到单电源供电的功率流. 这是采用功率分量理论进行潮流追踪的核心思想. 由于功率不能脱离电流、电压和阻抗独立存在, 功率分量理论又没有给出相关的理论说明, 因而这个理论研究的缺失, 招致部分学者的质疑. 下面我们针对这个问题, 给出详细的论证.

(2) 单电源供电功率流的网络拓扑结构

采用功率分量理论对多电源供电网络进行功率追踪, 可以得到与电源数量相等的单电源供电的功率流,

而且每个单电源供电的功率流满足能量守恒性质。于是, 我们不禁要问追踪后得到的单电源供电的功率流是否满足电路基本定律?

这个命题要从拓扑结构和电气参量两个方面进行讨论。从追踪的结果来看, 电网中每个功率量都包含所有电源的供给成分, 这说明每个单电源供电的功率流具有与追踪前电网相同拓扑结构, 不同之处在于只连接一个电源, 将其它电源看成断路状态。

(3) 单电源供电功率流的电压特性分析

通过对功率追踪结果的考察, 我们发现追踪前后节点电压不变。方程(9)中 $Z_{i1}I_{1s} + Z_{i2}I_{2s} + \dots + Z_{iq}I_{qs} = \dot{U}_i$, 为节点 i 的电压, 因此负荷 i 的功率又可以写为

$$\begin{aligned}\dot{S}_{ii} &= \dot{U}_i I_{ii}^* = \frac{\dot{U}_i \dot{U}_i^*}{Z_{ii}^*} \\ &= \dot{U}_i y_{ii}^* (Z_{i1}I_{1s} + Z_{i2}I_{2s} + \dots + Z_{iq}I_{qs})^* \\ &= \dot{U}_i \sum_{k=1}^q (I_{ii}^{Gk})^* = \sum_{k=1}^q \dot{S}_{ii}^{Gk},\end{aligned}\quad (12)$$

式中, $I_{ii}^{Gk} = y_{ii} Z_{ik} I_{ks}$ 为负荷 i 中由电源 k 提供的电流; $\dot{S}_{ii}^{Gk} = \dot{U}_i (I_{ii}^{Gk})^*$ 为负荷 i 中由电源 k 供给的功率。从方程(12)可知, 追踪前后节点电压保持不变; 不同电源对这个负荷的功率供给量呈现并联特征。

方程(10)中 $(Z_{i1} - Z_{j1})I_{1s} + \dots + (Z_{iq} - Z_{jq})I_{qs} = \dot{U}_i - \dot{U}_j$, 为支路 $i-j$ 电压, 因此支路 $i-j$ 的损耗功率又可以写为

$$\begin{aligned}\Delta \dot{S}_{ij} &= (\dot{U}_i - \dot{U}_j) I_{ij}^* \\ &= (\dot{U}_i - \dot{U}_j) \sum_{k=1}^q [y_{ij}^* (Z_{ik} - Z_{jk})^* I_{ks}^*] \\ &= (\dot{U}_i - \dot{U}_j) \sum_{k=1}^q (I_{ij}^{Gk})^* \triangleq \sum_{k=1}^q \Delta \dot{S}_{ij}^{Gk},\end{aligned}\quad (13)$$

式中, $I_{ij}^{Gk} = y_{ij} (Z_{ik} - Z_{jk}) I_{ks}$ 为支路 $i-j$ 中由电源 k 提供的电流; $\Delta \dot{S}_{ij}^{Gk} = (\dot{U}_i - \dot{U}_j) (I_{ij}^{Gk})^*$ 为支路损耗功率中由电源 k 提供的功率。根据方程(13)可知, 追踪前后支路电压不变; 不同电源对支路 $i-j$ 上损耗功率的供给量呈现并联特征。

方程(11)中 $Z_{i1}I_{1s} + Z_{i2}I_{2s} + \dots + Z_{iq}I_{qs} = \dot{U}_i$ 为节点 i 电

压, 因此支路 $i-j$ 的注入功率又可以写为

$$\begin{aligned}\dot{S}_{ij} &= \dot{U}_i I_{ij}^* = \dot{U}_i \sum_{k=1}^q y_{ij}^* (Z_{ik} - Z_{jk})^* I_{ks}^* \\ &= \dot{U}_i \sum_{k=1}^q (I_{ij}^{Gk})^* \triangleq \sum_{k=1}^q \dot{S}_{ij}^{Gk},\end{aligned}\quad (14)$$

式中, $\dot{S}_{ij}^{Gk} = \dot{U}_i (I_{ij}^{Gk})^*$ 为支路 $i-j$ 的注入功率中由电源 k 供给的功率。方程(14)说明, 追踪前后节点电压不变; 不同电源对支路 $i-j$ 注入功率的供给量呈现并联特征。

方程(12)、(13)和(14)说明, 追踪前后节点电压保持不变, 因此追踪得到的功率流包含的电压信息满足基尔霍夫电压定律。

(4) 单电源供电功率流的电流守恒性质证明

既然追踪前后节点电压不变, 那么电流信息将对功率追踪结果产生决定性的影响。于是, 我们就要必须回答这样一个问题, 追踪得到的单电源供电功率流包含的电流信息是否满足基尔霍夫电流定律。接下来, 我们将从节点和电网两个角度对这个命题进行证明。

首先, 从整个电网的角度出发, 证明跟踪得到的单电源潮流中电源注入电流等于所有负荷电流之和。

第一步, 列写单电源供电功率流中包含的所有种类电流信息的解析式。从方程(12)中可以得到负荷 i 的电流中由电源 k 供给的部分:

$$I_{ii}^{Gk} = y_{ii} Z_{ik} I_{ks}. \quad (15)$$

从方程(14)中可以提取到支路 $i-j$ 的注入电流中由电源 k 供给的部分:

$$I_{ij}^{Gk} = y_{ij} (Z_{ik} - Z_{jk}) I_{ks}. \quad (16)$$

第二步, 我们需证明负荷电流之和等于功率流的注入电流。对方程(15)中负荷电流 I_{ii}^{Gk} 求和, 我们有

$$\sum_{i=1}^n y_{ii} Z_{ik} I_{ks} = I_{ks} \sum_{i=1}^n y_{ii} Z_{ik}. \quad (17)$$

我们知道节点导纳阵与其逆矩阵之积为单位阵:

$$Y Y^{-1} = Y Z = I,$$

式中, I 为单位阵, Y 为节点导纳矩阵, Z 为节点导纳矩阵的逆阵。再取节点导纳阵 Y 与矩阵 Z 的第 k 列的乘积, 有(18)式成立:

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & -Y_{12} & \cdots & -Y_{1k} & \cdots & -Y_{1(n-1)} & -Y_{1n} \\ -Y_{21} & Y_{22} & \cdots & -Y_{2k} & \cdots & -Y_{2(n-1)} & -Y_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ -Y_{k1} & -Y_{k2} & \cdots & Y_{kk} & \cdots & -Y_{k(n-1)} & -Y_{kn} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ -Y_{(n-1)1} & -Y_{(n-1)2} & \cdots & -Y_{(n-1)k} & \cdots & Y_{(n-1)(n-1)} & -Y_{(n-1)n} \\ -Y_{n1} & -Y_{n2} & \cdots & -Y_{nk} & \cdots & -Y_{n(n-1)} & Y_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{1k} \\ Z_{2k} \\ \vdots \\ Z_{kk} \\ \vdots \\ Z_{(n-1)k} \\ Z_{nk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (18)$$

式中, $y_{ij} = y_{ji}$; $Y_{ii} = y_{i1} + y_{i2} + \cdots + y_{in}$, $i = 1, 2, \dots, n$; k 为 1 到 n 之间的一个固定的自然数.

方程(18)的第 i 行展开式为

$$Y_{ii}Z_{ii} - \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq i}}^n y_{il}Z_{li} = \delta(i, k),$$

式中, 当 $i = k$ 时, $\delta(i, k) = 1$; 当 $i \neq k$ 时, $\delta(i, k) = 0$. 对上式求和, 有下式成立:

$$\sum_{i=1}^n \left[Y_{ii}Z_{ii} - \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq i}}^n y_{il}Z_{li} \right] = 1.$$

将 Y_{11} , Y_{22} , $\dots$, Y_{nn} 的展开式代入上式中, 整理后可

得 $y_{11}Z_{1k} + y_{22}Z_{2k} + \cdots + y_{nn}Z_{nk} = 1$. 于是, 有 $I_{ks} \sum_{i=1}^n y_{ii}Z_{ik}$

$= I_{ks}$ 成立. 上述数学证明说明, 追踪得到的单电源供电功率流包含的电流信息, 具有注入电流等于所有负荷

电流之和的性质.

接下来证明, 由电源 k 单独供电的功率流包含的电流信息, 在每个节点处都满足基尔霍夫电流定律.

以节点 i 为例, 根据方程(15)可得负荷 i 的电流; 根据方程(16)可得接于节点 i 上所有线路的电流, 只要证明节点的注入电流等于流出电流即可. 当 $i \neq k$ 时, 节点 i 处电源 k 的注入电流等于零, 此时节点 i 处的电流平衡方程为

$$y_{ii}Z_{ik}I_{ks} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n y_{ij}(Z_{ik} - Z_{jk})I_{ks} = 0.$$

整理后, 有

$$y_{ii}Z_{ik} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n y_{ij}(Z_{ik} - Z_{jk}) = 0. \quad (19)$$

只要方程(19)成立, 预设命题就得到了证明.

系统的节点电压方程为

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & -Y_{12} & \cdots & -Y_{1q} & \cdots & -Y_{1(n-1)} & -Y_{1n} \\ -Y_{21} & Y_{22} & \cdots & -Y_{2q} & \cdots & -Y_{2(n-1)} & -Y_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ -Y_{q1} & -Y_{q2} & \cdots & Y_{qq} & \cdots & -Y_{q(n-1)} & -Y_{qn} \\ -Y_{(q+1)1} & -Y_{(q+1)2} & \cdots & -Y_{(q+1)q} & \cdots & -Y_{(q+1)(n-1)} & -Y_{(q+1)n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ -Y_{n1} & -Y_{n2} & \cdots & -Y_{ni} & \cdots & -Y_{n(n-1)} & Y_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ \vdots \\ \dot{U}_q \\ \dot{U}_{q-1} \\ \vdots \\ \dot{U}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{1s} \\ I_{2s} \\ \vdots \\ I_{qs} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (20)$$

将方程(20)中的第 i 行展开, 有

$$Y_{ii}\dot{U}_i - \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq i}}^n y_{il}\dot{U}_l = I_{is}. \quad (21)$$

考虑到 $Y_{ii} = y_{i1} + y_{i2} + \cdots + y_{in}$, 并将其代入方程(21),

可得

$$y_{ii}\dot{U}_i + \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq i}}^n (\dot{U}_i - \dot{U}_l)y_{il} = I_{is}.$$

将方程(7)代入上面等式中, 我们得到节点 i 处电流

平衡方程:

$$y_{ii} \sum_{m=1}^q Z_{im} \dot{I}_{ms} + \sum_{l=1}^n \sum_{k=1}^q y_{il} (Z_{ik} - Z_{lk}) \dot{I}_{ks} = \dot{I}_{is}.$$

上式中含有 $\dot{I}_{ks}$ 的项由电源 k 供给, 它们之和为

$$y_{ii} Z_{ik} \dot{I}_{ks} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n y_{ij} (Z_{ik} - Z_{jk}) \dot{I}_{ks} = 0.$$

整理后, 有

$$y_{ii} Z_{ik} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n y_{ij} (Z_{ik} - Z_{jk}) = 0.$$

证明方程(19)成立.

当 $i=k$ 时, 节点 i 处的电流平衡方程为

$$y_{ii} Z_{ik} \dot{I}_{ks} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n y_{ij} (Z_{ik} - Z_{jk}) \dot{I}_{ks} = \dot{I}_{ks}.$$

整理后得到需要证明的等式

$$y_{ii} Z_{ik} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n y_{ij} (Z_{ik} - Z_{jk}) = 1.$$

将方程(20)中的第 i 行展开, 有

$$Y_{ii} \dot{U}_i - \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq i}}^n y_{il} \dot{U}_l = \dot{I}_{is}, \quad (22)$$

由于 $\dot{I}_{is} = \dot{I}_{ks}$, 则方程(22)变为

$$Y_{ii} \dot{U}_i - \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq i}}^n y_{il} \dot{U}_l = \dot{I}_{ks}. \quad (23)$$

将 Y_{ii} 的展开式和方程(7)代入方程(23)中, 可得节点 i 处电流平衡方程:

$$y_{ii} \sum_{m=1}^q Z_{im} \dot{I}_{ms} + \sum_{l=1}^n \sum_{k=1}^q y_{il} (Z_{ik} - Z_{lk}) \dot{I}_{ks} = \dot{I}_{ks}.$$

上式中含有 $\dot{I}_{ks}$ 的项由电源 k 供给, 它们之和为

$$y_{ii} Z_{ik} \dot{I}_{ks} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n y_{ij} (Z_{ik} - Z_{jk}) \dot{I}_{ks} = \dot{I}_{ks}.$$

整理后, 有

$$y_{ii} Z_{ik} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n y_{ij} (Z_{ik} - Z_{jk}) = 1.$$

预设等式成立. 说明, 采用功率分量理论对多电源供电网络进行追踪所得到每个单电源供电功率流中包含的电流信息, 在任意节点处都满足基尔霍夫电流定律. 进而可得出如下推论, 经功率分量理论得到的单电源供电功率流中, 每个节点的注入功率与流出功率相等, 即节点处满足能量守恒原则.

(5) 单电源供电功率流中支路功率传输特性

功率追踪是对潮流结果进行分解的算法, 追踪得到功率量必须满足能量守恒性质. 在追踪得到的单电源供电功率流中, 节点处功率守恒性质已经得到证明, 那么支路功率是否满足能量守恒定律呢? 证明的目标为支路注入功率等于支路损耗功率与送出功率之和. 由方程(11)可得支路 $i-j$ 中由电源 k 提供的注入功率

$$\dot{S}_{ij}^{in, Gk} = \dot{U}_j y_{ij}^* (Z_{ik} - Z_{jk})^* \dot{I}_{ks}^*.$$

同理可得支路 $i-j$ 中由电源 k 提供的输出功率:

$$\dot{S}_{ij}^{out, Gk} = \dot{U}_i y_{ij}^* (Z_{ik} - Z_{jk})^* \dot{I}_{ks}^*.$$

以上两个功率之差为

$$\dot{S}_{ij}^{in, Gk} - \dot{S}_{ij}^{out, Gk} = (\dot{U}_i - \dot{U}_j) y_{ij}^* (Z_{ik} - Z_{jk})^* \dot{I}_{ks}^*. \quad (24)$$

利用方程(10)可以求得支路 $i-j$ 的损耗功率, 其中由电源 k 的供电部分为

$$\Delta \dot{S}_{ij}^{Gk} = (\dot{U}_i - \dot{U}_j) y_{ij}^* (Z_{ik} - Z_{jk})^* \dot{I}_{ks}^*, \quad (25)$$

方程(24)与方程(25)具有相同的结果, 于是有下列等式成立:

$$\dot{S}_{ij}^{in, Gk} - \dot{S}_{ij}^{out, Gk} = \Delta \dot{S}_{ij}^{Gk}.$$

说明采用功率分量理论进行追踪得到的单电源供电功率流, 在任意支路都满足能量守恒定律.

(6) 单电源供电功率流中支路阻抗的求解

最后, 我们来讨论追踪得到的单电源供电功率流

中支路阻抗的确定方法. 根据方程(13)可知电源 k 向支路 i - j 提供的电流为

$$I_{ij}^{Gk} = y_{ij}(Z_{ik} - Z_{jk})\dot{I}_{ks}.$$

支路 i - j 两端电压为 $\dot{U}_i - \dot{U}_j$, 于是可以得到用于输送来自电源 k 的功率的支路阻抗 z_{ij}^{Gk} 为

$$z_{ij}^{Gk} = \frac{\dot{U}_i - \dot{U}_j}{y_{ij}(Z_{ik} - Z_{jk})\dot{I}_{ks}}.$$

支路 i - j 上不同电源以并行方式输送功率, 故所有电源在支路 i - j 上的等效阻抗为

$$\begin{aligned} \sum_{l=1}^q \frac{1}{z_{ij}^{Gl}} &= \sum_{l=1}^q \frac{y_{ij}(Z_{il} - Z_{jl})\dot{I}_{ls}}{\dot{U}_i - \dot{U}_j} \\ &= \frac{y_{ij}}{\dot{U}_i - \dot{U}_j} \sum_{l=1}^q [(Z_{il} - Z_{jl})\dot{I}_{ls}] = y_{ij}. \end{aligned}$$

说明采用功率分量理论对多电源电网进行追踪所得到的单电源功率流, 具有独立的支路阻抗信息. 在同一条支路上, 不同电源对应的阻抗呈并联关系, 它们的并联结果为追踪前该支路阻抗. 同理, 负荷也可以按电源供给属性拆分为多个并联的支路. 方程(15)给出电源 k 向节点 i 处负荷提供的电流 $\dot{I}_{ii}^{Gk} = y_{ii}Z_{ik}\dot{I}_{ks}$, 节点 i 的电压为 $\dot{U}_i$, 于是可以得到电源 k 供电对应的负荷阻抗 z_{ii}^{Gk} 为

$$z_{ii}^{Gk} = \frac{\dot{U}_i}{\dot{I}_{ii}^{Gk}} = \frac{\dot{U}_i}{y_{ii}Z_{ik}\dot{I}_{ks}}.$$

在负荷 i 中, 不同电源以并行方式输送功率, 故等效负荷阻抗为

$$\sum_{l=1}^q \frac{1}{z_{ii}^{Gl}} = \sum_{l=1}^q \frac{y_{ii}Z_{il}\dot{I}_{ls}}{\dot{U}_i} = \frac{y_{ii}}{\dot{U}_i} \sum_{l=1}^q [Z_{il}\dot{I}_{ls}] = y_{ii}.$$

说明采用功率分量理论可以将多电源供电网络中负荷支路拆分为与电源数量相等的并行支路, 每个电源通过其中一条支路输送功率.

根据上述理论证明我们可以得出如下结论: 依据功率分量理论获得的单电源供电功率流, 不仅具有固定的拓扑结构、独立的支路阻抗参数, 还具有满足能量守恒性质的功率信息, 以及满足电路基本定律的电压和电流信息, 可以将其看作是独立的供电网络. 也就是说, 采用功率分量理论可以将多电源网络拆分为

与电源数量相等的单电源供电网络.

3.2 基于端口参量的负荷电价计算方法

我们已选定单电源向单负荷供电网络作为经济核算单元, 为此需要对单电源供电网络进行逆流追踪以取得单电源向单负荷供电网络, 其逆流追踪的结果如图2所示. 图中, $\dot{S}_{Gk}$ 为电源 k 的注入功率, $\dot{S}_{Gk}^{Li}$ 为电源 k 的注入功率中向负荷 i 供给的部分, $\dot{S}_{Li}^{Gk}$ 为负荷 i 从电源 k 汲取的功率; $\dot{I}_{Li}^{Gk}$ 为负荷 i 从电源 k 处汲取的电流; N_{Li}^{Gk} 为负荷 i 从电源 k 汲取功率的网络, $k = 1, 2, \dots, q$, $i = 1, 2, \dots, n$; $\dot{I}_{ks}$ 为电源 k 的注入电流.

电源 k 的注入功率中向负荷 i 供给部分为

$$\dot{S}_{Gk}^{Li} = \left(\frac{\dot{I}_{Li}^{Gk}}{\dot{I}_{ks}} \right)^* \dot{S}_{Gk}. \quad (26)$$

方程(26)中, 参量 $\dot{S}_{Gk}$ 和 $\dot{I}_{ks}$ 为电源 k 的注入功率和注入电流, 通过潮流计算即可获得; $\dot{I}_{Li}^{Gk}$ 通过顺流追踪即可获得. 因此, 只需要通过潮流和顺流追踪两次计算, 不需要再进行逆流追踪就能够获得功率 $\dot{S}_{Gk}^{Li}$.

依据费用守恒原则, 可得负荷 i 从电源 k 汲取的费用为

图2 电源 k 供电网络示意图

Figure 2 Power supply network of source K .

$$F_{Gk}^{Li} = F_{Li}^{Gk} = \operatorname{Re}(\dot{S}_{Gk}^{Li}) C_{Gk} = \operatorname{Re}\left[\left(\frac{\dot{I}_{Li}^{Gk}}{\dot{I}_{ks}}\right)^* \dot{S}_{Gk}\right] C_{Gk},$$

式中, F_{Gk}^{Li} 为电源 k 注入费用中向负荷 i 供给的部分, F_{Li}^{Gk} 为负荷 i 从电源 k 汲取的费用; C_{Gk} 为电源 k 的上网电价。

负荷 i 汲取的总费用等于所有电源向负荷 i 提供的费用之和, 故有

$$F_{Li} = \sum_{k=1}^q F_{Li}^{Gk} = \sum_{k=1}^q \operatorname{Re}(\dot{S}_{Gk}^{Li}) C_{Gk} = \sum_{k=1}^q \operatorname{Re}\left[\left(\frac{\dot{I}_{Li}^{Gk}}{\dot{I}_{ks}}\right)^* \dot{S}_{Gk}\right] C_{Gk}.$$

于是, 可得负荷 i 的费用平衡方程:

$$C_{Li} \operatorname{Re}(\dot{S}_{Li}) = \sum_{k=1}^q \operatorname{Re}\left[\left(\frac{\dot{I}_{Li}^{Gk}}{\dot{I}_{ks}}\right)^* \dot{S}_{Gk}\right] C_{Gk},$$

式中, C_{Li} 为负荷 i 的电价, 其解析表达式为

$$C_{Li} = \sum_{k=1}^q \operatorname{Re}\left[\left(\frac{\dot{I}_{Li}^{Gk}}{\dot{I}_{ks}}\right)^* \dot{S}_{Gk} C_{Gk}\right] / \operatorname{Re}(\dot{S}_{Li}). \quad (27)$$

方程(27)中所有参量均为端口参量, 不涉及供电网络内部结构和参量, 使得下网电价计算变得非常简单。不仅有利于编程, 而且大大地减少了计算量。

4 算例分析

考虑到功率分量理论及其追踪结果已经得到理论证明, 无需在算例中进行数值验证, 因此算例设计目的

是以直观的方式展示功率追踪和可变配电成本计算过程。展示分为三步: 潮流、潮流追踪方法和基于端口数据的配电可变成本核算方法。

4.1 潮流

采用双电源供电方式模拟含分布式电源的配电系统。电源1接于节点1, 为系统等效电源; 电源2接于节点6, 可视为分布式电源。电源1选为平衡机, 基准取 1 MVA, 10 kV。潮流计算的结果如图3所示。潮流结果为双精度数, 考虑到图中位置的限制, 只显示4位小数。图中, $\dot{S}_{Gm}$ 为电源 m 的注入功率, $m = 1, 6$; $\dot{S}_{Lj}$ 为负荷功率; z_{ij} 为支路 $i-j$ 的阻抗, $\dot{U}_i$ 为节点电压, $i = 1, 2, \dots, 8, j = 2, 3, \dots, 8$ 。

4.2 潮流追踪

根据图3所示的潮流结果, 可得负荷功率对应的阻抗值或导纳值, 建立节点电压方程。

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & 0 & Y_{25} & 0 & Y_{27} & 0 \\ 0 & Y_{32} & Y_{33} & Y_{34} & 0 & 0 & 0 & Y_{38} \\ 0 & 0 & Y_{43} & Y_{44} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_{52} & 0 & 0 & Y_{55} & Y_{56} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Y_{65} & Y_{66} & 0 & 0 \\ 0 & Y_{72} & 0 & 0 & 0 & 0 & Y_{77} & 0 \\ 0 & 0 & Y_{83} & 0 & 0 & 0 & 0 & Y_{88} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ \dot{U}_3 \\ \dot{U}_4 \\ \dot{U}_5 \\ \dot{U}_6 \\ \dot{U}_7 \\ \dot{U}_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{I}_{1s} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \dot{I}_{6s} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

其中, $\dot{I}_{G1} = 3.0630 - j2.3464$ 为电源1的注入电流,

图3 双电源供电的8节点配电系统潮流

Figure 3 Power flow of 8-node distribution system with dual power supply.

$I_{G6} = 0.2955 - j0.1455$ 为电源6的注入电流; 节点导纳阵的元素如下:

$$\begin{aligned} Y_{11} &= 75.6197 - j91.0237, \\ Y_{12} &= Y_{21} = -75.6197 + j91.0237, \\ Y_{22} &= 325.4453 - j286.829, \\ Y_{23} &= Y_{32} = -66.6112 + j69.3866, \\ Y_{25} &= Y_{52} = -97.7301 + j78.8146, \\ Y_{27} &= Y_{72} = -84.9057 + j47.1698, \\ Y_{33} &= 263.2533 - j176.234, \\ Y_{34} &= Y_{43} = -76.7753 + j42.2265, \\ Y_{38} &= Y_{83} = -119.266 + j64.2202, \\ Y_{44} &= 77.1804 - j42.5302, \\ Y_{55} &= 222.4722 - j151.646, \\ Y_{56} &= Y_{65} = -124.352 + j72.5389, \\ Y_{77} &= 85.39406 - j47.5605, \\ Y_{88} &= 119.7711 - j64.5737. \end{aligned}$$

接下来, 我们可以根据功率分量理论, 对电网中所有支路功率量进行分解. 将节点导纳阵求逆, 可得 $Z = Y^{-1}$. 于是, 有 $\dot{U} = Z\dot{I}_s$, 这里,

$$\dot{I}_s = [\dot{I}_{1s} \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \dot{I}_{6s} \ 0 \ 0]^T$$

为电源注入电流列向量. 因此, 节点*i*电压 $\dot{U}_i$ 的解析表达式为

$$\dot{U}_i = Z_{i1}\dot{I}_{1s} + Z_{i6}\dot{I}_{6s}.$$

负荷*i*功率为

$$\dot{S}_{Li} = \dot{U}_i \dot{I}_{Li}^* = \frac{\dot{U}_i \dot{U}_i^*}{Z_{Li}^*} = \dot{U}_{Li} \dot{Y}_{Li}^* Z_{i1}^* \dot{I}_{1s}^* + \dot{U}_{Li} \dot{Y}_{Li}^* Z_{i6}^* \dot{I}_{6s}^* \triangleq \dot{S}_{Li}^{G1} + \dot{S}_{Li}^{G2},$$

式中,

$$\dot{S}_{Li}^{Gm} = \dot{U}_{Li} \dot{Y}_{Li}^* Z_{im}^* \dot{I}_{ms}^*$$

为负荷*i*从电源*m*汲取的功率, $m=1,6$.

支路*i-j*的损耗功率为

$$\begin{aligned} \Delta \dot{S}_{ij} &= \frac{(\dot{U}_i - \dot{U}_j)(\dot{U}_i - \dot{U}_j)^*}{Z_{ij}^*} = (\dot{U}_i - \dot{U}_j) \cdot \dot{Y}_{ij}^* [(Z_{i1} - Z_{j1})\dot{I}_{1s}]^* \\ &\quad + (\dot{U}_i - \dot{U}_j) \cdot \dot{Y}_{ij}^* [(Z_{i6} - Z_{j6})\dot{I}_{6s}]^* \\ &\triangleq \Delta \dot{S}_{ij}^{G1} + \Delta \dot{S}_{ij}^{G6}, \end{aligned}$$

式中,

$$\Delta \dot{S}_{ij}^{Gm} = (\dot{U}_i - \dot{U}_j) \cdot \dot{Y}_{ij}^* [(Z_{im} - Z_{jm})\dot{I}_{ms}]^*$$

为支路*i-j*损耗功率中由电源*m*供给的部分.

支路*i-j*从节点*i*处注入的功率

$$\begin{aligned} \dot{S}_{ij} &= \dot{U}_i \dot{I}_{ij}^* = \frac{\dot{U}_i (\dot{U}_i - \dot{U}_j)^*}{Z_{ij}^*} \\ &= \dot{U}_{ij} \dot{Y}_{ij}^* [(Z_{i1} - Z_{j1})\dot{I}_{1s}]^* + \dot{U}_{ij} \dot{Y}_{ij}^* [(Z_{i6} - Z_{j6})\dot{I}_{6s}]^* \\ &\triangleq \dot{S}_{ij}^{G1} + \dot{S}_{ij}^{G6}, \end{aligned}$$

式中,

$$\dot{S}_{ij}^{Gm} = \dot{U}_{ij} \dot{Y}_{ij}^* [(Z_{m1} - Z_{jm})\dot{I}_{ms}]^*$$

为支路*i-j*在节点*i*处的注入功率中由电源*m*供给部分.

根据功率分量理论可将算例电网中支路*i-j*拆分为两条并行的支路, 其中, 用于传输来自电源1的功率的支路阻抗为

$$Z_{ij}^{G1} = \frac{(\dot{U}_i - \dot{U}_j)(\dot{U}_i - \dot{U}_j)^*}{(\Delta \dot{S}_{ij}^{G1})^*}.$$

用于传输来自电源6的功率的支路阻抗为

$$Z_{ij}^{G6} = \frac{(\dot{U}_i - \dot{U}_j)(\dot{U}_i - \dot{U}_j)^*}{(\Delta \dot{S}_{ij}^{G6})^*}.$$

算例系统具体的拆分结果如图4所示. 图中, 支路上的箭头表示功率供给方向; 每个负荷的功率和电流均被分为由电源1和电源6供电的两个部分; 为支路阻抗, 该支路位于节点*i*和节点*j*之间, 用于输送来自电源*m*的功率.

4.3 可变配电成本计算

依据方程(27)可得算例系统中负荷*i*的电价计算公式为

$$\begin{aligned} C_{Li} &= \text{Re} \left[\left(\frac{\dot{I}_{Li}^{G1}}{\dot{I}_{G1}} \right)^* \dot{S}_{G1} C_{G1} \right] / \text{Re}(\dot{S}_{Li}) \\ &\quad + \text{Re} \left[\left(\frac{\dot{I}_{Li}^{G6}}{\dot{I}_{G6}} \right)^* \dot{S}_{G6} C_{G6} \right] / \text{Re}(\dot{S}_{Li}), \end{aligned}$$

图 4 算例系统的顺流追踪结果

Figure 4 Downstream tracing results of the example system.

式中, $\dot{S}_{G1} = 3.2161 + j2.4637$ 为电源 1 的注入功率;
 $\dot{S}_{G6} = 0.3000 + j0.1453$ 为电源 6 的注入功率;

$\dot{I}_{Li}^{Gm} = \left(\frac{\dot{S}_{Li}^{Gm}}{\dot{U}_i} \right)^*$ 为负荷 i 中由电源 m 供给的电流, 具体数值

可以从图 4 中获得; $\text{Re} \left[\left(\frac{\dot{S}_{Li}^{Gm}}{\dot{U}_i} \right)^* \dot{S}_{Gm} C_{Gm} \right]$ 为电源 m 的注入费

用中用于供给负荷 i 的部分. 取电源 1 的上网电价为 $C_{G1} = 0.35$ 元/kW h, 电源 6 的上网电价为 $C_{G6} = 0.60$ 元/kW h, 令负荷 i 的电价为 C_{Li} , 由电源 m 形成的负荷 i 的电价为 C_{Li}^{Gm} . 潮流持续时间为 1 小时的价格数据如表 1 所示.

表 1 中的数据是按行解读的. 以节点 2 为例, 该节点处有两条注入费用流, 它们分别来自电源 1 和电源 6, 两者之和就是负荷 2 汲取的总费用. 电源 1 的注入功率中用于向负荷 2 供电部分的有功为 $\text{Re}(\dot{S}_{L2}^{G1}) = 561.630$ kW, 此负荷从电源 1 汲取的有功为 $\text{Re}(\dot{S}_{L2}^{G1}) = 547.6661$ kW, 依据支路费用守恒原则, 有 $\text{Re}(\dot{S}_{L2}^{G1}) \cdot C_{G1} = \text{Re}(\dot{S}_{L2}^{G1}) \cdot C_{L2}^{G1}$

成立, 进而可以得到节点 2 处电源 1 供电形成的负荷电价, 为 $C_{L2}^{G1} = 0.3589$ 元/kW h. 同理可得电源 6 供电形成的负荷电价 $C_{L2}^{G6} = 0.5961$ 元/kW h. 将两个电源的注入费用求和, 我们可得节点 2 处费用流守恒方程为 $\text{Re}(\dot{S}_{L2}^{G1}) \cdot C_{G1} + \text{Re}(\dot{S}_{L2}^{G6}) \cdot C_{G6} = \text{Re}(\dot{S}_{L2}) \cdot C_{L2}$, 代入数值后有 $561.630 \times 1000 \times 0.35 + 52.1804 \times 1000 \times 0.6 = 600 C_{L2}$, 于是解得负荷 2 的电价为 0.3796 元/kW h.

表 1 中所有的费用和电价的计算结果与采用文献 [22,23] 中所提方法的计算结果完全一致, 说明采用端口参量计算负荷电价是绝对可行的. 我们注意到, 计算负荷电价所用到的参量, 如 $\dot{S}_{Gm}$ 、 $\dot{I}_{Gm}$ 、 $\dot{S}_{Li}^{Gm}$ 、 $\dot{U}_i$ 、 $\dot{S}_{Li}$ 和 C_{Gm} , 均为端口处的参量. 其中, C_{Gm} 为给定量; $\dot{S}_{Gm}$ 、 $\dot{U}_i$ 和 $\dot{S}_{Li}$ 可以通过潮流计算获得; $\dot{S}_{Li}^{Gm}$ 则需要通过顺流追踪得到. 由于 $\dot{S}_{Li}^{Gm}$ 只是负荷处功率追踪结果, 无需进行网络内部参量的追踪计算, 因此节省了大量的计算时间.

由于, 在单电源向单负荷供电网络中, 负荷汲取的费用等于电源的注入费用, 因此一个负荷从所有电源

表 1 算例系统中负荷的成本电价

Table 1 Cost price of load in the example system

节点	注入费用					负荷电价					
	电源1		电源6		合计费用 (元)	电源1		电源6		合计	
	有功(kW)	费用(元)	有功(kW)	费用(元)		有功(kW)	电价(元)	有功(kW)	电价(元)	有功(kW)	电价(元)
2	561.630	196.5705	51.9954	31.1972	227.7677	547.6661	0.3589	52.3339	0.5961	600.0	0.3796
3	571.781	200.1236	52.1804	31.3082	231.4318	548.3674	0.3649	51.6326	0.6064	600.0	0.3857
4	382.769	133.9690	35.4653	21.2792	155.2482	365.1107	0.3669	34.8893	0.6064	400.0	0.3881
5	375.290	131.3515	35.9184	21.5511	152.9026	364.0360	0.3608	35.9640	0.5992	400.0	0.3822
6	375.346	131.3713	36.5379	21.9228	153.2940	363.4621	0.3614	36.5379	0.6000	400.0	0.3832
7	470.883	164.8090	43.9794	26.3876	191.1966	456.0377	0.3614	36.5379	0.6002	500.0	0.3824
8	478.404	167.4413	43.9232	26.3539	193.7953	456.7391	0.3666	43.2609	0.6092	500.0	0.3876

汲取的费用等于每个向该负荷供电的单电源单负荷网络的注入费用之和; 又由于一个电源的注入费用中向每个负荷供给部分之和等于该电源总注入费用, 因此电网中所有负荷汲取的费用必定等于电源注入费用之和. 这是本文计算负荷电价遵循的准则, 是一种保持盈亏平衡的经济核算方法, 适合计算可变配电成本.

5 结论

可变成本虽然只占配电成本很小的部分, 却是对配电网运行过程中经济特性的客观反映. 科学地揭示可变成本的构成, 提出准确的计算模型, 对配电网经济运行起到至关重要的作用, 同时也是公平交易的必要保证. 为此, 本文提出采用两次潮流追踪的方式构建单电源向单负荷供电网络, 明确了配电损耗与负荷的归属关系, 再依据费用守恒原则, 实现谁使用谁支付原则下的可变配电成本和负荷电价计算. 具体结论如下.

(1) 依据功率分量理论对稳态电网进行潮流追踪, 可以得到与电源数量相等的单电源供电的功率流, 并通过电路理论证明每个这样的功率流包含的功率信息均满足能量守恒定律、功率输送关系, 电流和电压信息满足基尔霍夫定律, 又具有固定的网络结构和支路阻抗参数. 说明这样的功率流在电路理论范畴内具有

完整的独立的物理信息, 可以将其视作独立的供电网络, 而且将所有的单电源供电网络中相同位置的支路并联就可得到追踪前的多电源供电网络. 此番理论证明不仅完美地解决了电网中任意功率参量的电源归属命题, 而且将功率追踪问题成功地转化为电网拆分问题, 从理论上保证了每一个追踪结果都满足电网运行的物理规律.

(2) 提出以单电源向单负荷供电网络作为可变配电成本的核算单元, 建立潮流与费用流相一致的负荷电价计算模型. 在每一个单电源向单负荷供电网络中, 电网损耗源于该负荷对电源功率的汲取过程, 明晰了配电损耗的负荷归属性质, 在物理层面上诠释了谁使用谁支付的原则; 依据费用守恒原则, 建立满足盈亏平衡性质的费用平衡方程, 以及负荷电价计算模型, 此时负荷电价的变化仅由配电损耗决定, 从经济层面实现了谁使用谁支付的原则.

(3) 在单电源向单负荷供电网络中, 电源注入费用等于负荷汲取费用, 输电费用平衡关系中只包含端口参量. 对于多电源供电网络, 负荷汲取的总费用等于每个电源向该负荷供给费用之和, 可利用端口节点电价模型, 求解负荷电价. 该模型使用的参数均为端口参量, 不涉及网络内部结构与参数, 也不需要逆流追踪, 极大程度地降低了计算量, 为工程应用奠定了基础.

参考文献

- 1 Shuttleworth G, Williams I. Allocation Transmission Losses: Methods and Criteria. A Submission to the DICG Prepared by NERA. London, 1999

- 2 Happ H H. Cost of wheeling methodologies. *IEEE Trans Power Syst*, 1994, 9: 147–156
- 3 Ilić M D, Yoon Y T, Zorian A, et al. Toward regional transmission provision and its pricing in New England. *Utilities Policy*, 1997, 6: 245–256
- 4 Shirmohammadi D, Filho X V, Gorenstin B, et al. Some fundamental, technical concepts about cost based transmission pricing. *IEEE Trans Power Syst*, 1990, 11: 1002–1008
- 5 Merrill H M, Erickson B W. Wheeling rates based on marginal-cost theory. *IEEE Trans Power Syst*, 1989, 4: 1445–1451
- 6 Bialek J. Tracing the flow of electricity. *IEE Proc Gener Transm Distrib*, 1996, 143: 313–320
- 7 Bialek J. Topological generation and load distribution factors for supplement charge allocation in transmission open access. *IEEE Trans Power Syst*, 1997, 12: 1185–1193
- 8 Kirschen D, Allan R, Strbac G. Contributions of individual generators to loads and flows. *IEEE Trans PS*, 1997, 12: 52–60
- 9 Macqueen C N, Irving M R. An algorithm for the allocation of distribution system demand and energy losses. *IEEE Trans PS*, 1996, 11: 338–343
- 10 Kirschen D S, Allan R N, Strbac G. Tracing active and reactive power between generators and loads using real and imaginary currents. *IEEE Trans Power Systems*, 1999, 14: 1312–1319
- 11 Wei P, Ni Y X, Wu F L, et al. Power transfer allocation for open access using graph theory (in Chinese). *Proc CSEE*, 2000, 20: 21–25 [魏萍, 倪以信, 吴复立, 等. 基于图论的输电线路功率组成和发电机与负荷间功率输送关系的快速分析. *中国电机工程学报*, 2000, 20: 21–25]
- 12 Liu F B, Li Y, Tang G Q. A quick and practicable power flow tracing method on electric energy market. Part II: A new practicable method. In: *Power Engineering Society Winter Meeting, IEEE*, 2001, 3: 1238–1243
- 13 Wu Z Q. Study on MVA power and loss allocation: Part two (in Chinese). *Proc EPSA*, 2000, 12: 9–13 [吴政球. 有功、无功功率分摊及网损分摊的研究(二)—有功、无功联合贡献因子及其应用. *电力系统及其自动化学报*, 2000, 12: 9–13]
- 14 Wang X, Wang X. On current trace problem. *Sci China Ser E-Technol Sci*, 2000, 43: 405–412
- 15 Slavickas R A. Allocation of network losses to variable electrical loads. In: *The Ninth International Conference on Harmonics and Quality of Power*, 2000, 2: 391–396
- 16 Li Z M, Pan M H, Yang S Y, et al. Study on tracing power flow (in Chinese). *Electric Power*, 2000, 33: 41–43 [李志民, 潘明惠, 杨松岩, 等. 跟踪潮流的理论研究. *中国电力*, 2000, 33: 41–43]
- 17 Yu J L, Liu Z. Loss allocation with strict equivalence of the network state (in Chinese). *Automation of Electric Power Systems*, 2001, 25: 33–37 [于继来, 柳焯. 基于网络状态严格等值条件下的网损分摊分析. *电力系统自动化*, 2001, 25: 33–37]
- 18 Chang B B, Sun H B, Zhou J Q. Theory and approach to power flow tracing (in Chinese). *Power System Technology*, 1998, 22: 68–70 [常宝波, 孙洪波, 周家启. 跟踪交流潮流的理论与方法. *电网技术*, 1998, 22: 68–70]
- 19 Peng J C, Jiang H, Cheng L S. Theory of branch complex power components induced by individual generator (in Chinese). *Proc CSEE*, 2001, 21: 1–8 [彭建春, 江辉, 成连生. 复功率电源的支路功率分量理论. *中国电机工程学报*, 2001, 21: 1–8]
- 20 Qiao Z Y, Chen X Y, Zhang L Z, et al. A new concept of the separation of electrical power flow (in Chinese). *Proc CSEE*, 2001, 21: 77–84 [乔振宇, 陈学允, 张粒子, 等. 功率分解潮流计算方法. *中国电机工程学报*, 2001, 21: 77–84]
- 21 Li W D, Sun H, Wu Y G. Research on rule for losses allocation transmission cost calculation (in Chinese). *Proc CSEE*, 2002, 22: 85–89 [李卫东, 孙辉, 武亚光. 输电成本计算中损耗分摊原则的研究. *中国电机工程学报*, 2002, 22: 85–89]
- 22 Bao H, Ma Q. Physical distribution mechanism of network loss for power systems (in Chinese). *Proc CSEE*, 2005, 25: 82–86 [鲍海, 马千. 电网线损的物理分布机理. *中国电机工程学报*, 2005, 25: 82–86]
- 23 Li W. Research on a new method of power decomposition based on component theory (in Chinese). Doctoral Dissertation. Beijing: North China Electric Power University (Beijing), 2007. 14–27 [李伟. 基于分量理论的功率分解新方法研究. 博士学位论文. 北京: 华北电力大学(北京), 2007. 14–27]
- 24 Xiong J. Energy flow and economy flow (in Chinese). Master Dissertation. Beijing: North China Electric Power University (Beijing), 2005. 6–23 [熊健. 电网能量潮流与经济潮流. 硕士学位论文. 北京: 华北电力大学(北京), 2005. 6–23]
- 25 Sun H J, Bao H, Wang X J. The influence of network equivalence on power transmission cost (in Chinese). *Proc CSEE*, 2007, 27: 79–84 [孙慧皎, 鲍海, 王小君. 电网等值对输电成本的影响. *中国电机工程学报*, 2007, 27: 79–84]

A method to calculate variable electricity distribution cost

BAO Hai

School of Electrical & Electronic Engineering, North China Electric Power University, Beijing 102206, China

Scientifically describing the changes in electricity prices, caused by distribution losses, is the theoretical basis for the economic and commercial operation of a distribution network that guarantees fair trade. Because of marketization, the method of decreasing distribution loss has become a central technological challenge. Due to the lack of necessary theoretical support, despite years of research, no standardized method exists to calculate the cost of distribution loss. This study theoretically proves that the tracing result of the power component theory satisfies the basic circuit law, and addresses reservations regarding this subject. This work highlights that the electrical parameters (calculated using the power component theory) of each of the single-source supply power flows satisfy the conservation property of energy, Kirchhoff's voltage and current laws, fixed network topology, and branch impedance. It shows that the single-source supply power flow (obtained by tracing) satisfies the physical power grid operation law. Therefore, it can be regarded as a single-source supply network. By assuming the hypothesis that energy flow is transformed into an economic flow, double the power flow tracing to construct a single-source single-load supply network is proposed. Each of these networks is solved as an economic accounting unit. First, the method clarifies the corresponding relationship between power loss and load, and explains the principle of "who uses, who pays for it" from the physical standpoint. Second, a node price calculation model is established according to the conservation principle of expense that states that the power flow is consistent with expense flow. Therefore, realizing the principle of "who uses who pays for it" from an economic standpoint. The single-source single-load supply network characteristic suggests that the injection expense of the power source equals the extraction expense of the load. This characteristic is used to establish the node price model based on port parameters, achieving a calculation method of the cost of electricity for a distribution system. For a multi-source supply network, consisting of single-source single-load supply networks (obtained by power flow tracing), the sum of extraction expenses of the loads with the same position is equal to the total extraction expense of the load. Because this electricity price model does not use the internal structure and parameters of a network or requires upstream tracing calculation, it significantly reduces the number of calculations and lays a foundation for future engineering applications.

power flow tracing, power component, variable distribution cost, circuit theory, electricity market

doi: [10.1360/SST-2019-0210](https://doi.org/10.1360/SST-2019-0210)