

基于障碍函数内点法的防御武器配系部署建模与智能优化

宋晓程¹⁾, 李 陟²⁾, 陈鹏飞¹⁾, 张 坤³⁾✉, 邹 尧^{4,5)}, 贺 威^{4,5)}

1) 北京电子工程总体研究所, 北京 100854 2) 中国航天科工防御技术研究院, 北京 100854 3) 北京航空航天大学宇航学院, 北京 100191
4) 北京科技大学智能科学与技术学院, 北京 100083 5) 北京科技大学智能仿生无人系统感知与控制教育部重点实验室, 北京, 100083
✉通信作者, 张坤 E-mail: nukgnahz@163.com

摘 要 针对防空任务中我方多平台、多武器、多区域部署带来的防御武器配系难以建模和实时优化难的问题, 在考虑敌我双方攻防武器对抗博弈的条件下, 提出了一种基于障碍函数内点法的我方防御武器部署优化模型, 并综合武器防御效能、防御成本、保卫目标的资产价值等指标对模型进行智能优化解算与分析. 首先, 建立我方部阵地、防御武器与保卫目标的参数化模型, 并建立我方武器对于敌方武器拦截的概率函数与约束条件; 然后, 将防御武器优化部署问题转化为性能指标函数为凸函数的无约束优化问题; 最后, 引入障碍函数内点法对其进行快速求解, 给出了防御阵地武器部署的最优配置方案. 所提方法充分考虑了来袭目标的不同类型、异构特性以及大气层内外防御的多元化火力运用方式; 能够在具有混合整数非线性、约束强耦合、变量规模大等特征的防御武器配系场景下快速给出最优配置结果. 并且, 通过数值仿真验证了在对抗博弈条件下所提部署建模与智能优化方法的有效性与优越性.

关键词 障碍函数内点法; 凸优化; 防空任务; 防御武器配系; 部署建模
分类号 V19

Modeling and intelligent optimization of the deployment system of defensive weapons based on the interior point method with barrier functions

SONG Xiaocheng¹⁾, LI Zhi²⁾, CHEN Pengfei¹⁾, ZHANG Kun³⁾✉, ZOU Yao^{4,5)}, HE Wei^{4,5)}

1) Beijing Institute of Electronic Engineering, Beijing 100854, China
2) Defense Technology Academy of China Aerospace Science and Industry Corporation Limited, Beijing 100854, China
3) School of Astronautics, Beihang University, Beijing 100191, China
4) School of Intelligence Science and Technology, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China
5) Key Laboratory of Perception and Control of Intelligent Bionic Unmanned Systems (Ministry of Education), University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China
✉Corresponding author, E-mail: nukgnahz@163.com

ABSTRACT Under modern war conditions, it is difficult for a single air defense weapon to complete the combat task. Establishing an effective ground–air defense system can form a tight defense and control system network. The rapid development of attack and defense weapons and equipment has caused varied situation changes, complexities, and uncertainties in the effective defense and interception areas of weapons, which makes the modeling of the deployment of our defense weapons challenging. In addition to effective deployment models, the efficient deployment of defense weapons is crucial for completing the configuration of weapon systems in real time, which requires quick optimization of the deployment model of defense weapon systems. In this study, we established a defensive weapon

deployment model using the interior point method with barrier functions under the conflict situation between hostile assault weapons and our defensive weapons to address the challenges in modeling the configuration and real-time optimization of defensive weapon systems for deploying multiple platforms and weapons in multiple areas. Furthermore, we performed an intelligent optimization analysis by integrating defense efficiency, defense cost, and asset value of defense objects. The proposed method is established with the following three steps: First, a parametric model of our defensive positions, weapons, and objects is established, and the probability functions and constraints for intercepting hostile weapons are formulated. Thereafter, the concerned optimization deployment problem of defensive weapons is transformed into an unconstrained optimization problem with convex performance index functions. Finally, the obstacle function interior point method is employed to solve the problem, and the optimal deployment scheme of defense position weapons is obtained. The following are the main contributions of the proposed method: (1) A dynamic deployment model of defense weapon systems is established by considering the different types and heterogeneous characteristics of incoming targets and the diversified fire application modes of the defense system inside and outside the atmosphere. (2) An optimal deployment algorithm for defense weapons is proposed based on the interior point method of the obstacle function by focusing on the deployment model of defense weapons with mixed-integer nonlinearity, strong coupling of constraints, and large-scale variables. Further, the effectiveness and superiority of the proposed intelligent optimization modeling and calculating method are verified through numerical simulation under a complicated conflict situation.

KEY WORDS interior point method with barrier functions; convex optimization; air defense mission; defensive weapon system; deployment modeling

在现代化战争条件下,单独的防空兵器很难完成作战任务,只有建立有效的地面防空系统^[1],才能构成严密的防控体系网.以协同作战能力为核心的海军一体化火力控制-制空^[2]、陆军一体化防空反导^[3]等防空武器系统也面临着高强度、高精度、多型一体化和全方位大纵深的饱和式空袭的挑战.特别是在以阵地高隐蔽性为要求的现代化城市作战中,实际可进行武器部署的阵地十分稀缺.为更加有效地保卫地面资产,确保在相应阵地武器部署下实现可保卫的资产价值最大化,亟需将防御武器进行优化部署,使得在有限作战条件下尽可能地发挥防御武器的效能.

随着攻防武器装备的快速发展,防御武器的有效防御面积与拦截面积也呈现出多变化、复杂化、不确定化的趋势,使得我方防御武器配系部署建模变得较为困难.针对该问题,目前主要有三类建模方式.第一类是从现有的拦截排序原则^[4-6]出发建立的基于排队论的防御武器部署模型^[7-9].例如,高建军等^[7]结合现代空袭和反空袭特点,提出了防空武器系统目标拦截排序优化模型;高志刚等^[8]将来袭无人机集群中的每个作战单元视为泊松流,构建了基于排队论的反无人机集群武器部署优化模型;赵鹏蛟与李建国^[9]基于排队论给出空袭武器的突防概率计算模型,进而导出多型防空武器扇形部署优化模型.第二类是防御武器系统组合部署模型^[10-13].如唐子奇等^[10]在建模时考虑了地面防空武器系统在环形、扇形、线形这三

种典型布局^[11]下的组合部署位置;吴家明^[12]深入分析了杀伤区的特征值计算模型,建立了水平和垂直两个方向的地面防空系统混合部署位置模型^[13].第三类是基于攻防任务或对象典型特征的防御武器部署模型^[14-16],如李相民等建立的防御武器系统低空补盲部署模型^[14],雷宇曜等^[15]提出的基于子目标进化算法的要地防空武器系统优化部署模型,以及高志华等^[16]设计的基于射击次数模型的防空武器系统阵地部署模型.总的来说,第一类模型更适用于确定战场态势的场景,第三类模型针对的是典型任务或对象特征,尽管第二类模型应用范围更广,但考虑到不同类型的来袭目标以及多元化的火力运用方式(如大气层外/内防御武器),相关的防御武器配系部署建模技术还有待进一步研究.

要实现防御武器系统的高效部署,除了依赖于有效的部署模型外,实时地完成武器系统的配置也是一大关键,这就要求对防御武器配系部署优化模型进行快速求解.在优化问题求解方面,障碍函数内点法具有收敛速度快、适用性广的优势,在工程上得到了大量应用.例如,在无线供电系统磁芯布局优化方面,钱思尧^[17]基于内罚函数法确定了磁芯数量、长度和摆放位置的设计参数;在动力系统设计方面,周淑娟^[18]研究了基于罚函数法的汽车动力传动系统参数优化匹配方法;施洋等^[19]在传统的牛顿法中结合罚函数法,提出了一种航空发动机非线性方程组求解新方法;在网络

优化方面, 伦淑娴与胡海峰^[20]设计了基于罚函数内点法的泄露积分型回声状态网的参数优化算法; 杨霖等^[21]结合罚函数算法配置了配电网电压波动最优模型; 在导航与控制方面, 贺姗与师昕^[22]针对非线性不等式状态约束方程, 提出一种基于内点法^[23]的不敏卡尔曼滤波算法, 引入障碍项近似化受约束目标函数, 经过迭代快速搜索出非线性不等式状态约束问题的近似最优解; 曾霞^[24]针对障碍验证条件求解混杂系统模型计算复杂度高的问题, 提出线性抽象的构造方法, 避免了通过直接求解原系统障碍验证条件所造成的计算复杂度; 滕游等^[25]等针对具有控制量和可视性约束的机器人视觉伺服系统, 采用内点法和图像反馈实现了视觉伺服预测控制. 虽然障碍函数内点法在上述诸多工程问题中得到了较好的应用, 但由于防御武器配系部署优化的混合整数非线性、约束强耦合、变量规模大等特征, 使得障碍函数内点法无法直接应用, 极大地限制了防御武器配系部署优化模型的求解速度.

针对上述问题, 本文进一步研究了防御武器配系部署建模与优化方法. 首先建立了考虑复杂目标来袭特性和多元化火力运用方式的防御武器配系部署模型, 然后基于障碍函数内点法将防御武器最优部署问题转化为性能指标为凸函数的无约束优化问题, 并设计了防御武器最优配置求解算法. 本文的主要创新点如下:

(1) 充分考虑了来袭目标的不同类型、异构特性以及大气层内外防御的多元化火力运用方式, 构建了一种防御武器配系部署动态模型;

(2) 针对具有混合整数非线性、约束强耦合、变量规模大等特征的防御武器配系部署模型, 提出了一种基于障碍函数内点法的防御武器最优配置算法.

1 问题描述

本文所研究的阵地武器部署问题中, 假设多个保卫目标 $d_1, d_2, \dots, d_M$ 已经确定, 目标周围可以部署的武器阵地 $z_1, z_2, \dots, z_N$ 已经确定. 每个阵地需满足一定的承载容量限制, 其中阵地 z_j 对大气层外防御武器承载容量限制为 $h_{\max}(z_j)$, 对大气层内防御武器承载容量限制为 $l_{\max}(z_j)$, 每个阵地最多部署的两种武器数量不能超过这个限制. 本文的优化目标是在有限的作战条件下, 对阵地防御武器进行优化部署, 追求可保卫的资产价值最大化, 决

策变量是确定阵地 z_j 针对于资产 d_i 进行部署的大气层外防御武器数量 $h(z_{ij})$ 、大气层内防御武器数量 $l(z_{ij})$. 防御武器的配系部署场景如图 1 所示.

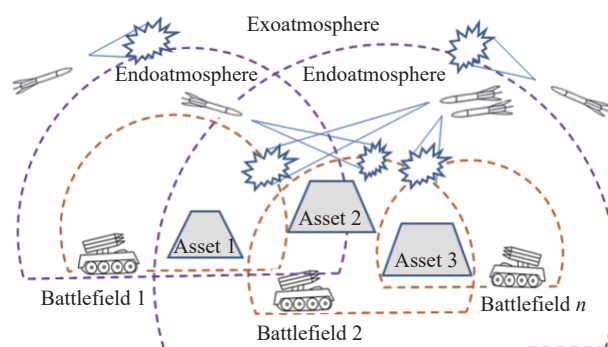


图1 防御武器配系部署模型

Fig.1 Modeling of defensive weapon systems

保卫目标确定后, 要使保卫目标处于阵地武器系统部署的有效防御区内. 假定对于保卫目标 d_i , 阵地 z_j 中部署的大气层外和大气层内武器防御能力函数分别记为 f_h 和 f_l , 其形式如式 (1) 所示. 进而得到, 对于每个保卫资产目标 d_i , 具备防御能力的阵地武器系统集合. 另外, 假设大气层外防御武器对一般目标的平均拦截概率 k_h , 大气层内防御武器对一般目标的平均拦截概率为 k_l , 大气层外防御武器的成本为 O_h , 大气层内防御武器的成本为 O_l , 部署的防御武器总成本上限为 $O_{\max}$, 本文考虑对每个保卫目标的打击武器只有一种.

$$\begin{aligned} f_h(d_i, h(z_{ij})) &= \begin{cases} 1, & \text{具备防御能力} \\ 0, & \text{不具备防御能力} \end{cases} \\ f_l(d_i, l(z_{ij})) &= \begin{cases} 1, & \text{具备防御能力} \\ 0, & \text{不具备防御能力} \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

基于上述变量的定义, 定义优化目标函数及其约束条件如下:

$$\max_{h(z_{ij}), l(z_{ij})} \text{Res}d_i$$

约束条件为

$$\begin{aligned} h(z_{ij}) &\in \mathbb{N}, \sum_{i=1}^M h(z_{ij}) \leq h_{\max}(z_j), \\ l(z_{ij}) &\in \mathbb{N}, \sum_{i=1}^M l(z_{ij}) \leq l_{\max}(z_j), \\ \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N O_h h(z_{ij}) + O_l l(z_{ij}) &\leq O_{\max}, \\ O_h &\geq 0, O_l &\geq 0 \end{aligned} \quad (2)$$

其中可保卫资产价值为 $\text{Res}d_i = \text{Value}d_i \cdot [1 - \prod_{j=1}^N (1 - k_h)^{h(z_{ij})} \cdot f_h(d_i, h(z_{ij})) \times \prod_{j=1}^N (1 - k_l)^{l(z_{ij})} \cdot f_l(d_i, l(z_{ij}))]$.

2 基于障碍函数内点法的防御武器配系部署建模与智能优化算法

我方防御武器建模与部署优化本质上是一类对于目标函数的优化问题, 其核心在于确定待优化的目标函数、边界条件以及约束条件, 在确定上

述基本优化模型之后便可以使用寻优算法对其进行优化求解.

2.1 防御武器配系部署建模

基于前文问题描述中的模型, 可将目标函数转化为

$$\min_{h(z_{ij}), l(z_{ij})} \sum_{i=1}^M \text{Valued}_i \cdot \prod_{j=1}^N (1 - k_h)^{h(z_{ij}) \cdot f_h(d_i, h(z_{ij}))} (1 - k_l)^{l(z_{ij}) \cdot f_l(d_i, l(z_{ij}))} \quad (3)$$

设 $P_i = \text{Valued}_i \cdot \prod_{j=1}^N (1 - k_h)^{h(z_{ij}) \cdot f_h(d_i, h(z_{ij}))} (1 - k_l)^{l(z_{ij}) \cdot f_l(d_i, l(z_{ij}))}$, 则有

$$\ln P_i = \ln \text{Valued}_i + \sum_{j=1}^N [h(z_{ij}) \cdot f_h(d_i, h(z_{ij})) \ln(1 - k_h) + l(z_{ij}) \cdot f_l(d_i, l(z_{ij})) \ln(1 - k_l)] \quad (4)$$

令 $Q_i = \ln P_i - \ln \text{Valued}_i$, $R_{ij} = f_h(d_i, h(z_{ij})) \ln(1 - k_h)$, $S_{ij} = f_l(d_i, l(z_{ij})) \ln(1 - k_l)$, 可得

$$Q_i = \sum_{j=1}^N [h(z_{ij}) \cdot R_{ij} + l(z_{ij}) \cdot S_{ij}] \quad (5)$$

对于 R_{ij} , 若 $R_{ij} = 0$, 则设置 $h(z_{ij}) = 0$, 且在后续计算中剔除该变量; 对于 S_{ij} , 若 $S_{ij} = 0$, 则设置 $l(z_{ij}) = 0$, 且在后续计算中剔除该变量; 通过以上步骤剔除后的变量为 $h(z_{i,t(i,j)})$ 和 $l(z_{i,g(i,j)})$, 其中, $t(i, j)$ 和 $g(i, j)$ 分别表示 $h(z_{ij})$ 和 $l(z_{ij})$ 中变量替换后的新下标.

定义向量 $\vec{\omega}_i = (R_{i,t(i,1)}, R_{i,t(i,2)}, \dots, R_{i,t(i,p(i))}, S_{i,g(i,1)}, S_{i,g(i,2)}, \dots, S_{i,g(i,q(i))})$, $\vec{X}_i = (h(z_{i,t(i,1)}), h(z_{i,t(i,2)}), \dots, h(z_{i,t(i,p(i))}), l(z_{i,g(i,1)}), l(z_{i,g(i,2)}), \dots, l(z_{i,g(i,q(i))}))$, 那么 $Q_i = \vec{\omega}_i \cdot \vec{X}_i$, 因此原优化问题变为

$$\min_{h(z_{i,t(i,j)}), l(z_{i,g(i,j)})} \sum_{i=1}^M P_i = \min \sum_{i=1}^M \text{Valued}_i \times e^{Q_i} = \min_{h(z_{i,t(i,j)}), l(z_{i,g(i,j)})} \sum_{i=1}^M \text{Valued}_i \times e^{\vec{\omega}_i \cdot \vec{X}_i} \quad (6)$$

约束条件为

$$\begin{aligned} h(z_{i,t(i,j)}) \in \mathbb{N}, \sum_{i=1}^M h(z_{i,t(i,j)}) \leq h_{\max}(z_{t(i,j)}), l(z_{i,g(i,j)}) \in \mathbb{N}, \sum_{i=1}^M l(z_{i,g(i,j)}) \leq l_{\max}(z_{g(i,j)}) \\ \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^{p(i)} O_h h(z_{i,t(i,j)}) + \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^{q(i)} O_l l(z_{i,g(i,j)}) \leq O_{\max}, O_h \geq 0, O_l \geq 0 \end{aligned} \quad (7)$$

设 $\mathbf{x} = (\vec{X}_1, \vec{X}_2, \dots, \vec{X}_M)$, 定义

$$f_0(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^M \text{Valued}_i \times e^{\vec{\omega}_i \cdot \vec{X}_i} \quad (8)$$

指数函数是严格下凸函数, $f_0(\mathbf{x})$ 是若干个正系数指数函数之和, 因此 $f_0(\mathbf{x})$ 为严格下凸函数, 可采用凸优化方法求解该问题的最优非整数解. 因此, 先讨论求解该不等式约束最优化问题的非整数解.

利用障碍函数内点法, 把不等式约束放进目标函数里, 可将原问题的目标函数变为以下形式:

$$\min f_0(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^b L_-(f_i(\mathbf{x})) \quad (9)$$

其中, L_- 是非正实数的示性函数, 满足

$$L_-(u) = \begin{cases} 0 & u \leq 0 \\ \infty & u > 0 \end{cases} \quad (10)$$

本文采用示性函数 L_- 的近似函数 $\widehat{L}_-(u) = -\frac{1}{t} \ln(-u)$. 可知, 当 t 越大时, $\widehat{L}_-(u)$ 越接近于 $L_-(u)$.

利用近似函数 $\widehat{L}_-(u)$, 模型可以转化为如下对偶子问题:

$$\min F(\mathbf{x}) = t f_0(\mathbf{x}) + \phi(\mathbf{x}) \quad (11)$$

约束条件为

$$\phi(\mathbf{x}) = - \sum_{i=1}^5 \ln(-f_i(\mathbf{x}))$$

$$\begin{aligned} \text{其中, } \ln(-f_1(\mathbf{x})) &= \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^{p(i)} \ln(h(z_{i,t(i,j)})), \ln(-f_2(\mathbf{x})) = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^{q(i)} \ln(l(z_{i,g(i,j)})), \ln(-f_3(\mathbf{x})) = \sum_{j=1}^N \ln[h_{\max}(z_j) - \sum_{i=1, t(i,k)=j}^M h(z_{i,t(i,k)})], \\ \ln(-f_4(\mathbf{x})) &= \sum_{j=1}^N \ln[l_{\max}(z_j) - \sum_{i=1, g(i,k)=j}^M l(z_{i,g(i,k)})], \ln(-f_5(\mathbf{x})) = \ln[O_{\max} - \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^{p(i)} O_h h(z_{i,t(i,j)}) - \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^{q(i)} O_l l(z_{i,g(i,j)})]. \end{aligned}$$

2.2 防御武器配系部署优化求解

针对障碍函数内点法设计的优化问题(11), 本文提出如下求解该优化问题的思路: 首先, 给定一个初值, 求解子问题, 得到一个局部最优解; 其次, 将得到的最优解作为 t 下一步迭代的初值, 进一步求解新问题的最优解. 通过两个步骤的不断迭代, 最终找到收敛的解, 即为该问题的最优解 $x^*(t)$. 基于这两步迭代过程, 设计的防御武器配系部署优化算法的详细步骤如下.

在该算法中, 采用牛顿迭代法计算 $F(\mathbf{x})$ 最小值所对应的局部最优解 $x^*(t)$, 本文给出如下的计算过程. 令 $F(\mathbf{x}) = t f_0(\mathbf{x}) + \phi(\mathbf{x})$, 那么可以得到迭代等式为:

$$x_{n+1} = x_n - \alpha(\mathbf{H}(F))^{-1} \nabla F \quad (12)$$

其中 $\mathbf{H}(F)$ 为 $F(\mathbf{x})$ 的 Hessian 矩阵, ∇F 为 $F(\mathbf{x})$ 的梯度. ∇F 中各元素可由下所示.

防御武器配系部署优化迭代算法:

初始化:

1. 给定初始值 x, t , 调节参数 $\mu > 1$, 设置算法误差阈值 $\varepsilon > 0$

运行:

步骤1. 通过牛顿迭代法计算 $F(\mathbf{x})$ 最小值所对应的局部最优解 $x^*(t)$

步骤2. 运行如下迭代过程:

若 $\frac{b}{t} < \varepsilon$, 则令最优解 $x^* = x^*(t)$

否则 令 $t = \mu t$, 转到步骤1

算法结束

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial h(z_{i,t(i,j)})} &= t \times \text{Valued}_i \times R_{i,t(i,j)} \times e^{\vec{\omega}_i \cdot \vec{X}_i} - \frac{1}{h(z_{i,t(i,j)})} + \frac{1}{h_{\max}(z_{t(i,j)}) - \sum_{m=1, t(m,n)=t(i,j)}^M h(z_{i,t(m,n)})} + \\ &\quad \frac{O_h}{O_{\max} - \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^{p(m)} O_h h(z_{m,t(m,n)}) - \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^{q(m)} O_l l(z_{m,g(m,n)})} \\ \frac{\partial F}{\partial l(z_{i,g(i,j)})} &= t \times \text{Valued}_i \times S_{i,g(i,j)} \times e^{\vec{\omega}_i \cdot \vec{X}_i} - \frac{1}{l(z_{i,g(i,j)})} + \frac{1}{l_{\max}(z_{g(i,j)}) - \sum_{m=1, g(m,n)=g(i,j)}^M l(z_{i,g(m,n)})} + \\ &\quad \frac{O_l}{O_{\max} - \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^{p(m)} O_h h(z_{m,t(m,n)}) - \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^{q(m)} O_l l(z_{m,g(m,n)})} \end{aligned}$$

$\mathbf{H}(F)$ 中各元素可由下式表示:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 F}{\partial h(z_{i,t(i,j)}) \partial h(z_{k,t(k,a)})} &= t \times \text{Valued}_i \times \delta(i-k) R_{i,t(i,j)} R_{k,t(k,a)} e^{\vec{\omega}_i \cdot \vec{X}_i} + \delta(i-k) \delta(t(i,j) - t(k,a)) \times \\ &\quad \frac{1}{h(z_{i,t(i,j)})^2} + \delta(t(i,j) - t(k,a)) \times \frac{1}{\left[h_{\max}(z_{t(i,j)}) - \sum_{m=1, t(m,n)=t(i,j)}^M h(z_{i,t(m,n)}) \right]^2} + \\ &\quad \frac{O_h^2}{\left[O_{\max} - \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^{p(m)} O_h h(z_{m,t(m,n)}) - \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^{q(m)} O_l l(z_{m,g(m,n)}) \right]^2} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial l(z_{i,g(i,j)})\partial l(z_{k,g(k,a)})} = t \times \text{Valued}_i \times \delta(i-k) S_{i,g(i,j)} S_{k,g(k,a)} e^{\vec{\omega}_i \cdot \vec{X}_i} + \delta(i-k) \delta(g(i,j) - g(k,a)) \times \\ \frac{1}{l(z_{i,g(i,j)})^2} + \delta(g(i,j) - g(k,a)) \times \frac{1}{\left[l_{\max}(z_{g(i,j)}) - \sum_{m=1, g(m,n)=g(i,j)}^M h(z_{i,g(m,n)}) \right]^2} + \\ O_1^2 \\ \frac{\partial^2 F}{\partial h(z_{i,t(i,j)})\partial l(z_{k,g(k,a)})} = t \times \text{Valued}_i \times \delta(i-k) R_{i,t(i,j)} S_{k,g(k,a)} e^{\vec{\omega}_i \cdot \vec{X}_i} + \\ O_h \times O_l \\ \left[O_{\max} - \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^{p(m)} O_h h(z_{m,t(m,n)}) - \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^{q(m)} O_l l(z_{m,g(m,n)}) \right]^2$$

其中, $\delta(u) = \begin{cases} 1 & u = 0 \\ 0 & u \neq 0 \end{cases}$.

通过 x_n 得到 x_{n+1} 后, 进一步基于牛顿迭代法进行迭代, 计算出该 t 值下的最优解 $x^*(t)$. 进一步再增大 t , 继续迭代, 直至满足误差要求 $b/t < \varepsilon$, 得到最终的解 x^* , 其中 b 为不等式约束的个数, ε 为误差阈值.

由于 $f_0(x)$ 为严格凸函数, 整数最优解在非整数最优解的周围, 通过回溯法遍历非整数最优解周围的所有整数解即可求得最优整数解, 进而可以得到我方防御武器最优防御面积以及该条件下的部署.

3 阵地武器部署仿真分析

3.1 模型参数配置

假设有 5 个保卫目标, 各保卫目标的资产价值分别为 $\text{Valued}_1 = 3.34$, $\text{Valued}_2 = 2.56$, $\text{Valued}_3 = 2.51$, $\text{Valued}_4 = 3.65$, $\text{Valued}_5 = 5.67$. 有 4 个可进行防御武器部署的阵地, 其中各阵地可部署的大气层内外防御武器最大数量分别为 $h_{\max} = [5, 4, 6, 3]$, $l_{\max} = [4, 7, 2, 5]$. 大气层外防御武器的杀伤概率为 $k_h = 0.85$, 武器成本为 $O_h = 5.345$. 大气层内防御武器的杀伤概率为 $k_l = 0.7$, 武器成本为 $O_l = 3.4944$, 防御武器的总成本上限为 $O_{\max} = 120$. 此外, 各阵地部署的大气层内外防御武器对资产的防御能力如表 1 所示.

3.2 仿真计算结果

3.2.1 最优非整数解

给定模型中各参数后, 根据上文建立的优化模型得到具体的待优化目标函数与不等式约束. 为更好地观察模型的优化性能, 不考虑阵地针对于资产进行部署的武器数量需为非负整数的约束条件, 分别采用障碍函数内点法结合牛顿迭代法 (简称 NT 或本文方法)、自适应梯度下降法 (简称

表 1 各阵地部署的大气层内外防御武器对资产的防御能力

Table 1 Defense capability of endo-/extra-atmospheric defense weapons deployed at various positions against different assets

Asset	(f_h, f_l)			
	Battlefield 1	Battlefield 2	Battlefield 3	Battlefield 4
Asset 1	(1,1)	(0,1)	(0,1)	(1,0)
Asset 2	(0,1)	(1,0)	(1,1)	(1,0)
Asset 3	(1,0)	(0,0)	(0,0)	(0,1)
Asset 4	(1,1)	(1,1)	(0,1)	(0,0)
Asset 5	(0,0)	(0,1)	(1,0)	(1,1)

GD 或对比方法) 求解不等式约束最优化问题的非整数解, 具体结果如表 2 所示.

表 2 为 4 个阵地针对 5 个保卫资产部署的大气层内外武器数量 $(h(z_{ij}), l(z_{ij}))$ 分布情况. 根据表 1 给出的各阵地部署的大气层外防御武器、大气层内防御武器对资产的防御能力, 对不具备资产防御能力的组合情况不进行武器部署, 并将相应变量的值置为 0. 最后, 根据表 2 给出的阵地武器部署情况可算出在本文所建立的优化模型下, 基于文中提出的求解算法, 保卫资产的总损失量为 0.0036, 剩余资产价值为 17.7264, 两种武器部署耗费的总成本为 119.9999; 基于自适应梯度下降求解算法, 保卫资产的总损失量为 0.00397, 剩余资产价值为 17.72603, 两种武器部署耗费的总成本为 118.8202; 可见本文所提优化求解算法性能更优.

3.2.2 最优整数解

在解决实际问题时, 需考虑到各阵地部署的武器数量要满足非负整数的约束条件, 因此在仿真时需要实现求解变量的非负整数约束. 本文方法和对比方法求出的各阵地防御武器配系部署方

案最优整数解如图 2 所示. 图中, 红色矩形表示本文方法下的部署方案, 蓝色矩阵表示对比方法下的部署方案, 纯色填充表示大气层外武器, 条形填充表示大气层内武器.

图 2 为 4 个阵地针对 5 个保卫资产实际部署的大气层内/外武器数量分布图情况, 根据图中结果计算可知: 本文方法可充分调动现有大气层内/外武器, 该方法下保卫资产的总损失量为 0.004, 剩余资产价值为 17.726, 两种武器部署耗费的总成本为 118.8202.

3.3 收敛性能分析

图 3 显示了整个运算过程中不同时刻(t)下所

需的牛顿迭代次数和对偶间隙变化情况. 可以看出, 随着 t 值增大, 所需迭代次数越小, 对偶间隙越小. 当 $t > 300$ 时, 对偶间隙已经趋近于 0, 这说明对偶问题逐渐收敛为原问题, 且收敛到最优解. 当 $t > 100000$ 时, 所需迭代次数趋于稳定.

4 结论

本文针对防空任务中我方多阵地、多平台、多武器对抗条件下的有效防御武器配系部署建模和优化问题开展了研究, 构建了一种有效的防御武器配系部署动态模型, 可描述充分考虑来袭目标的不同类型、异构特性以及大气层内外防御的多

表 2 各阵地针对各资产部署大气层内外武器数量

Table 2 Number of extra-/intra-atmospheric weapons deployed at each position for each asset

Asset	$(h(z_{ij}), l(z_{ij}))$							
	Battlefield 1		Battlefield 2		Battlefield 3		Battlefield 4	
	NT	GD	NT	GD	NT	GD	NT	GD
Asset 1	(1.0324, 0.7744)	(1.3564, 0.9407)	(0, 0.9510)	(0, 0.9432)	(0, 0.4832)	(0, 0.9325)	(2.0229, 0)	(1.3514, 0)
Asset 2	(0, 0.4304)	(0, 0.8064)	(0.9800, 0)	(1.1430, 0)	(2.3878, 0.3223)	(1.1448, 0.7983)	(0.4714, 0)	(1.1389, 0)
Asset 3	(3.4426, 0)	(2.7504, 0)	(0, 0)	(0, 0)	(0, 0)	(0, 0)	(0, 1.3610)	(0, 1.8250)
Asset 4	(0.5245, 0.5302)	(1.3698, 0.9490)	(3.0194, 0.6072)	(1.3690, 0.9515)	(0, 0.3752)	(0, 0.9408)	(0, 0)	(0, 0)
Asset 5	(0, 0)	(0, 0)	(0, 0.5015)	(0, 1.1225)	(3.6117, 0)	(1.6427, 0)	(0.5052, 0.4745)	(1.6364, 1.121)

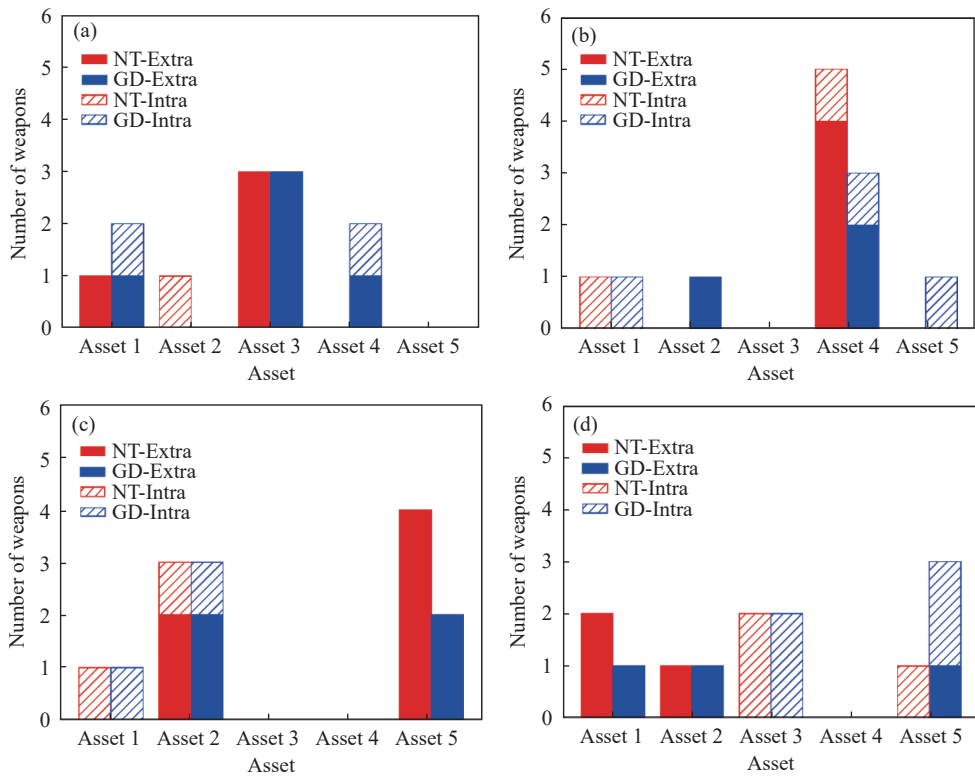


图 2 各阵地针对各资产部署大气层内外武器数量. (a) 阵地 1; (b) 阵地 2; (c) 阵地 3; (d) 阵地 4

Fig.2 Number of extra-/intra-atmospheric weapons deployed at each position for each asset: (a) Battlefield 1; (b) Battlefield 2; (c) Battlefield 3; (d) Battlefield 4

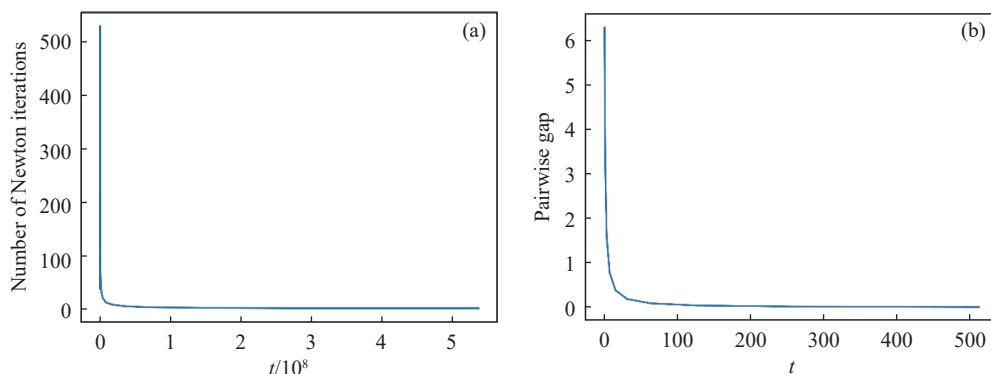


图3 不同 t 下所需牛顿迭代次数和对偶间隙变化情况. (a) 不同 t 下所需牛顿迭代次数; (b) 不同 t 下对偶间隙变化情况

Fig.3 Number of Newton iterations required and the variation of the pairwise gap at different t : (a) number of Newton iterations required at different t ; (b) the variation of the pairwise gap at different t

元化火力运用方式; 提出了一种基于障碍函数内点法的防御武器最优配置算法, 能快速求解具有混合整数非线性、约束强耦合、变量规模大等特征的防御武器配系部署模型, 并通过数值仿真验证了本文所提出方法的有效性与优越性. 未来工作将基于本文考虑的敌我双方武器动态对抗博弈场景, 增加敌我双方武器平台机动、伪装、突防等复杂行为的描述, 丰富文中算法的应用范围.

参 考 文 献

- [1] Liu J, Chen J S. Methods of troops demand analysis for operational disposition of ground-to-air missile forces. *Systems Eng Electron*, 2003(4): 451
(刘健, 陈杰生. 地空导弹兵作战部署兵力需求分析方法. 系统工程与电子技术, 2003(4): 451)
- [2] Shi J, Deng J H, Chen J. Capacity development of "the US navy integrated fire control-air control" and its implications. *Command Control Simul*, 2016, 38(6): 129
(石静, 邓建辉, 湛剑. 美“海军一体化火力控制——制空”能力发展现状与启示. 指挥控制与仿真, 2016, 38(6): 129)
- [3] Yue S T, Xu H Q, Wu X O, et al. Development summing up of integrated air and missile defense battle command system of US army. *Fire Command Contr*, 2019, 44(11): 1
(岳松堂, 徐洪群, 吴晓鸥, 等. 美陆军一体化防空反导作战指挥系统发展研究. 火力与指挥控制, 2019, 44(11): 1)
- [4] Xu P G. The problem of interception order of air defense missile fire units against air targets. *Tactical Missile Technol*, 2007(2): 1
(徐品高. 防空导弹火力单元对空中目标的拦截排序问题. 战术导弹技术, 2007(2): 1)
- [5] Zhou H J, Ma D W, Shan C J, et al. Network matrix-based interception algorithm for air defense missiles. *J Ballist*, 2016, 28(1): 52
(周海军, 马大为, 单春锦, 等. 基于网络矩阵的防空导弹拦截算法. 弹道学报, 2016, 28(1): 52)
- [6] Yang R J, Yan D H, Yang R, et al. Study on region antiaircraft interception feasibility and weapon-target allocation algorithm. *J Ballist*, 2016, 28(4): 57
(杨荣军, 闫德恒, 杨荣, 等. 区域防空拦截可行性与火力分配算法研究. 弹道学报, 2016, 28(4): 57)
- [7] Gao J J, Jiang L Q, Wang C, et al. Air defense weapons system intercept target group scheduling decision-making algorithm. *Fire Contr Command Contr*, 2014, 39(8): 91
(高建军, 蒋里强, 王纯, 等. 防空反导武器系统拦截群目标优化决策算法. 火力与指挥控制, 2014, 39(8): 91)
- [8] Gao Z G, Liu Y B, Chen C Y, et al. An optimization method for anti-UAV cluster weapon deployment based on queuing theory. *Equip Environ Eng*, 2022, 19(6): 68
(高志刚, 刘艳彬, 陈长远, 等. 基于排队论的反无人机集群武器部署优化方法. 装备环境工程, 2022, 19(6): 68)
- [9] Zhao P J, Li J G. An optimization model for air defense troops deployment based on queuing theory. *Fire Contr Command Contr*, 2017, 42(11): 38
(赵鹏蛟, 李建国. 基于排队论的防空兵力部署优化模型. 火力与指挥控制, 2017, 42(11): 38)
- [10] Tang Z Q, Song G B, Qiang Y G, et al. Research on combination deployment model of ground air defense weapon system. *Ship Electron Eng*, 2022, 42(4): 106
(唐子奇, 宋贵宝, 强裕功, 等. 地面防空武器系统组合部署模型研究. 舰船电子工程, 2022, 42(4): 106)
- [11] Xu J Y, Zhao D H, Song H B. *Theory and Application of Air Defense Bastion Nets*. Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press, 2005
(许金余, 赵德辉, 宋洪斌. 防空阵地网的理论及应用. 西安: 西北工业大学出版社, 2005)
- [12] Wu J M. *Research on Hybrid Disposition of Ground Air Defense Weapon System* [Dissertation]. Changsha: National University of Defense Technology, 2009
(吴家明. 地面防空武器系统混合部署方法研究 [学位论文]. 长沙: 国防科学技术大学, 2009)
- [13] Wan J Q, Wang P F, Tang J L, et al. Research on hybrid deployment strategy and model for key position air-defense based on multi-weapon platforms. *J Syst Simul*, 2021, 33(8): 1754

- (万佳庆, 王鹏飞, 唐俊林, 等. 基于多武器平台的要地防空混合部署策略与模型研究. 系统仿真学报, 2021, 33(8): 1754)
- [14] Li X M, Liu L J, Zhu S Q, et al. Gap filling deployment optimization for low altitude blind space of anti air networks. *Fire Contr Command Contrl*, 2014, 39(8): 74
(李相民, 刘立佳, 朱绍强, 等. 要地防空阵地网低空补盲部署模型及优化. 火力与指挥控制, 2014, 39(8): 74)
- [15] Lei Y Y, Jiang W Z, Liu L J, et al. Weapon system deployment optimization based on a sub-objective evolutionary algorithm for key-point air defense. *Syst Eng Electron*, 2016, 38(2): 314
(雷宇曜, 姜文志, 刘立佳, 等. 基于子目标进化算法的要地防空武器系统优化部署. 系统工程与电子技术, 2016, 38(2): 314)
- [16] Gao Z H, Fan X Y, Sun Y, et al. Position disposition of air defense weapon system based on emission times model. *Comput Digit Eng*, 2013, 41(4): 549
(高志华, 范雪扬, 孙媛, 等. 基于射击次数模型的防空武器系统阵地部署研究. 计算机与数字工程, 2013, 41(4): 549)
- [17] Qian S Y. *Design the Coil Structures for WPT System Based on the Optimized Method of Penalty Function* [Dissertation]. Nanjing: Nanjing University of Posts and Telecommunications, 2020
(钱思尧. 基于内罚函数法的无线供电系统磁芯布局优化设计 [学位论文]. 南京: 南京邮电大学, 2020)
- [18] Zhou S J. Research on optimization and matching of vehicle powertrain parameters based on penalty function method. *Automob Maint*, 2023(1): 27
(周淑娟. 基于罚函数法的汽车动力传动系统参数优化匹配研究. 汽车维修, 2023(1): 27)
- [19] Shi Y, Yang K, Tu Q Y, et al. Application of penalty function method in solving aero engine non-linear functions. *Aeronaut Comput Tech*, 2016, 46(6): 35
(施洋, 杨锟, 屠秋野, 等. 罚函数法在求解航空发动机非线性方程组中的应用. 航空计算技术, 2016, 46(6): 35)
- [20] Lun S X, Hu H F. Parameter optimization of leaky integrator echo state network with internal-point penalty function method. *Acta Autom Sin*, 2017, 43(7): 1160
(伦淑娴, 胡海峰. 基于罚函数内点法的泄露积分型回声状态网的参数优化. 自动化学报, 2017, 43(7): 1160)
- [21] Yang L, Rong X, Zhu C J. Research on voltage fluctuation optimization of distribution network based on penalty function method. *Internet Things Technol*, 2019, 9(5): 96
(杨霖, 荣雪, 朱成杰. 基于罚函数法的配电网电压波动优化研究. 物联网技术, 2019, 9(5): 96)
- [22] He S, Shi X. Insensitive Kalman filtering algorithm based on interior point method. *Softw Guide*, 2017, 16(6): 40
(贺姗, 师昕. 基于内点法的不敏卡尔曼滤波算法. 软件导刊, 2017, 16(6): 40)
- [23] Xu X K, He G Y. *Data Structures: C Language Description*. Beijing: Tsinghua University Press, 2004
(徐孝凯, 贺桂英. 数据结构: C 语言描述. 北京: 清华大学出版社, 2004)
- [24] Zeng X. *Safety Verification of Hybrid Systems Based on Barrier Certificate Generation* [Dissertation]. Shanghai: East China Normal University, 2017
(曾霞. 基于障碍函数生成的混成系统安全验证研究 [学位论文]. 上海: 华东师范大学, 2017)
- [25] Teng Y, Liu A D, Yu L. IBVS predictive control for robot systems with interior point method. *J Chin Comput Syst*, 2021, 42(1): 196
(滕游, 刘安东, 俞立. 采用内点法和图像反馈的机器人视觉伺服预测控制. 小型微型计算机系统, 2021, 42(1): 196)