不可逆Otto循环功率密度分析与多目标优化

施双双^{1,2}, 戈延林^{1,2}, 陈林根^{1,2*}

1. 武汉工程大学热科学与动力工程研究所, 武汉 430205;

2. 武汉工程大学机电工程学院, 武汉 430205

* E-mail: lingenchen@hotmail.com, lgchenna@yahoo.com

收稿日期: 2021-04-18; 接受日期: 2021-05-11; 网络版发表日期: 2021-09-27

国家自然科学基金(批准号: 51779262)和武汉工程大学研究生教育创新基金(编号: CX2020038)资助项目

摘要 基于有限时间热力学理论和NSGA-II算法, 对不可逆Otto循环进行了热力学分析和多目标优化. 在前人建立的不可逆Otto模型基础上, 进一步导出了该循环功率密度的表达式, 分析了循环最大温比、传热损失、摩擦损失和内不可逆性损失对循环功率密度与压缩比和功率密度与效率特性的影响; 在最大功率与最大功率密度准则下, 比较了该循环的热效率、最大比容比和最大压比; 基于NSGA-II算法, 引入功率、效率、生态学函数和功率密度, 对该循环分别进行单、双、三和四目标优化; 采用LINMAP, TOPSIS和Shannon entropy三种决策方式, 比较了不同优化目标组合下的偏差指数, 得到了优化设计方案. 当以无因次功率和无因次生态学函数为优化目标进行二目标优化时, 采用LINMAP决策方式得到的偏差指数最小, 其设计方案更接近于理想方案.

关键词 不可逆Otto循环, 功率, 效率, 生态学函数, 功率密度, 有限时间热力学, 多目标优化

1 前言

有限时间热力学^[1~21]应用于实际热力循环的性能分析和优化, 取得了很大的进展. 运用有限时间热力学理论分析Otto循环的性能, 是改进和优化Otto循环热机的新技术, 并且发展了研究Otto循环的新方法. 在工质比热随温度恒定^[22~34]、比热随成分变化^[35,36]和比热随温度变化^[37~43]时, 许多学者在考虑不同损失的条件下, 对Otto循环的功率、效率和生态学函数等目标函数的性能进行了研究.

除功率、效率和生态学函数等目标函数外, Sahin等人^[44,45]引入了一种新的目标函数——功率密度(循

环输出功率与最大比容之比)作为新的优化准则, 对可逆Joule-Brayton循环进行了优化, 发现热机在最大功率密度准则下的热效率高于最大功率准则下的热效率, 并且前者设计的热机尺寸更小; Chen等人^[46]将功率密度这一目标函数引入到可逆Atkinson循环最优性能的分析中; Gumus等人^[47]将最大功率密度准则应用于可逆Otto循环的性能优化中, 并将优化结果与最大功率和最大有效功率准则下得到的优化结果进行了比较; Zhao和Xu^[48]考虑了传热和摩擦损失, 在工质比热随温度非线性变化时对不可逆Otto循环的功率、效率和功率密度等性能进行了研究, 并将其研究结果与Atkinson和Miller循环下得到的结果进行了比较.

引用格式: 施双双, 戈延林, 陈林根. 不可逆Otto循环功率密度分析与多目标优化. 中国科学: 技术科学, 2022, 52: 1716–1728

Shi S S, Ge Y L, Chen L G. Power density analysis and multi-objective optimization of an irreversible Otto cycle (in Chinese). Sci Sin Tech, 2022, 52: 1716–1728, doi: [10.1360/SST-2021-0168](https://doi.org/10.1360/SST-2021-0168)

以上研究工作均集中在循环性能的单目标优化, 但由于各个目标函数之间存在矛盾, 为了协调目标函数间的关系, 许多学者开展了循环性能的多目标优化^[49-59]研究工作. 戴东东等人^[49]对斯特林热机进行了多目标优化; Ge等人^[50]和Sun等人^[51]对单级^[50]和两级^[51]热电发电机进行了多目标优化; Ahmadi等人^[52]基于NSGA-II算法, 对燃料电池-Braysson联合循环的功率密度、热效率、生态学函数密度和焓损失密度进行了多目标优化; Li等人^[53]对有机朗肯循环的热力性能和经济投资成本进行了多目标优化; Tang等人^[54,55]和Chen等人^[56]对内可逆^[54]和不可逆^[55,56]闭式布雷顿循环的功率、效率、功率密度和生态学函数进行了多目标优化; Zhang等人^[57]对化学反应器的熵产率和气体产率进行了多目标优化; Shi等人^[58]研究了不可逆Atkinson循环功率密度的最优性能, 并基于NSGA-II算法对循环的无因次功率、热效率、无因次生态学函数和无因次功率密度进行了多目标优化. Shi等人^[59]完成了换热管的多目标优化.

文献^[30]建立了一类较为完备的不可逆Otto循环模型, 研究了其生态学性能. 对此类不可逆Otto循环, 其功率密度性能和多目标优化研究, 公开文献中尚未见报道. 本文将在文献^[30]建立的不可逆Otto模型基础上, 进一步导出其功率密度的表达式, 分析循环最大温比、传热损失、摩擦损失和内不可逆性损失对循环功率密度与压缩比和功率密度与效率特性的影响; 在最大功率与最大功率密度准则下, 比较该循环的热效率、最大比容比和最大压比; 基于精英非支配排序遗传(NSGA-II)算法, 引入功率、热效率、生态学函数和

功率密度, 对该循环分别进行单、双、三和四目标优化; 采用LINMAP, TOPSIS和Shannon entropy三种决策方式, 比较不同优化目标组合下的偏差指数D(详见文献^[55]), 得到最优的设计方案.

2 循环模型和性能指标

图1所示为不可逆Otto循环的 $T-s$ 图和 $P-v$ 图. 循环包含两个等容过程(4-1和2-3)和两个绝热过程(1-2和3-4), 其中, 1-2s和3-4s为等熵绝热过程.

循环中工质的吸热率为

$$\dot{Q}_{in} = \dot{m}C_v(T_3 - T_2). \quad (1)$$

循环中工质的放热率为

$$\dot{Q}_{out} = \dot{m}C_v(T_4 - T_1), \quad (2)$$

式中 $\dot{m}$ 为工质的质量流率, C_v 为工质的定容比热.

定义循环压缩比 γ 和循环最大温度比 τ 分别为

$$\gamma = V_1 / V_2, \quad (3)$$

$$\tau = T_3 / T_1. \quad (4)$$

对于两个绝热过程 $1 \rightarrow 2$ 和 $3 \rightarrow 4$, 由于摩擦、湍流和黏性应力产生的一些不可逆性损失, 其内不可逆性损失由不可逆压缩和膨胀内效率^[25,30,43]表示为

$$\eta_c = (T_{2s} - T_1) / (T_2 - T_1), \quad (5)$$

$$\eta_e = (T_4 - T_3) / (T_{4s} - T_3). \quad (6)$$

根据理想气体等熵过程1-2s和3-4s可以得到

$$T_{2s} = T_1 \gamma^{k-1}, \quad (7)$$

图1 Otto循环模型. (a) $T-s$ 图; (b) $P-v$ 图

Figure 1 Model of Otto cycle. (a) $T-s$ diagram; (b) $P-v$ diagram.

$$T_{4s} = T_3 \gamma^{1-k}. \quad (8)$$

根据式(5)~(8)可推导出

$$T_2 = T_1(\gamma^{k-1} - 1) / \eta_c + T_1, \quad (9)$$

$$T_4 = \eta_c T_3(\gamma^{1-k} - 1) + T_3. \quad (10)$$

对于实际热机循环, 工质与气缸之间存在传热损失. 根据文献[43], 燃料放热率等于循环中工质的吸热率与传热损失率之和, 则传热损失率可表示为

$$\dot{Q}_{\text{leak}} = A - \dot{Q}_{\text{in}} = B(T_2 + T_3 - 2T_0), \quad (11)$$

式中 A 为燃料燃烧放热率, T_0 为环境温度, B 为传热损失系数.

活塞在气缸内高速运动并与气缸壁产生摩擦, 因此, 活塞与气缸壁的摩擦损失也不可忽视. Otto热机有吸气、压缩、膨胀和排气四个冲程, 且均产生摩擦损失. 根据文献[30,43]对各冲程摩擦损失的处理方式, 压缩过程与膨胀过程的摩擦损失包含在内不可逆性损失中, 假设排气冲程摩擦系数为 μ , 则吸气冲程摩擦损失为 3μ , 设摩擦力为速度的线性函数, 即 $f_\mu = -\mu v = -\mu dx/dt$, 式中 μ 为摩擦系数, x 为活塞位移. 因此整个循环在排气与吸气冲程中产生摩擦损失所消耗的功率为

$$P_\mu = \frac{dW_\mu}{dt} = 4\mu \frac{dx}{dt} \frac{dx}{dt} = 4\mu v^2. \quad (12)$$

对于四冲程内燃机, 活塞在四个往复运动中的平均速度为

$$\bar{v} = 4Ln, \quad (13)$$

式中 L 为冲程长度, n 为转速.

因此, 摩擦损失损耗的功率为

$$P_\mu = 4\mu(4Ln)^2 = 64\mu(Ln)^2. \quad (14)$$

循环的输出功率为

$$P = \dot{Q}_{\text{in}} - \dot{Q}_{\text{out}} - P_\mu = \dot{m}C_v[(T_3 - T_2) - (T_4 - T_1)] - 64\mu(Ln)^2. \quad (15)$$

循环的热效率为

$$\eta = \frac{P}{\dot{Q}_{\text{in}} + \dot{Q}_{\text{leak}}} = \frac{\dot{m}C_v[(T_3 - T_2) - (T_4 - T_1)] - 64\mu(Ln)^2}{\dot{m}C_v(T_3 - T_2) + B(T_2 + T_3 - 2T_0)}. \quad (16)$$

根据文献[44~46]对功率密度的定义, 循环的功率

密度为

$$P_d = P / v_{\text{max}}. \quad (17)$$

根据文献[60~62], 定义循环的总体积 v_t 、冲程体积 v_s 和间隙体积 v_c , 可以得到

$$v_t = v_s + v_c, \quad (18)$$

$$v_s = \pi d^2 L / 4, \quad (19)$$

$$v_c = \pi d^2 L / 4(\gamma - 1). \quad (20)$$

对于Otto循环, $v_t = v_{\text{max}} = v_1$, $v_c = v_2$, 由式(3)和(17)~(20)可以得到

$$P_d = P / v_{\text{max}} = P / v_t = 4(\gamma - 1)P / \pi d^2 L \gamma. \quad (21)$$

不可逆Otto循环中存在四种熵产: 传热、摩擦、内不可逆性损失和排气冲程排往环境产生的熵产. 根据文献[43]可得, 这四种熵产的熵产率分别表示为

$$\sigma_q = B(T_2 + T_3 - 2T_0)[1/T_0 - 2/(T_2 + T_3)], \quad (22)$$

$$\sigma_\mu = P_\mu / T_0 = 64\mu(Ln)^2 / T_0, \quad (23)$$

$$\sigma_{2s \rightarrow 2} = \dot{m}C_v \ln(T_2 / T_{2s}), \quad (24)$$

$$\sigma_{4s \rightarrow 4} = \dot{m}C_v \ln(T_4 / T_{4s}), \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{pq} &= \dot{m} \int_{T_1}^{T_4} C_v dT (1/T_0 - 1/T) \\ &= \dot{m}[C_v(T_4 - T_1) / T_0 - C_v \ln(T_4 / T_1)]. \end{aligned} \quad (26)$$

因此整个循环的熵产率为

$$\sigma = \sigma_q + \sigma_\mu + \sigma_{2s \rightarrow 2} + \sigma_{4s \rightarrow 4} + \sigma_{pq}. \quad (27)$$

根据文献[63~65]对生态学函数的定义, 循环的生态学函数为

$$E = P - T_0 \sigma. \quad (28)$$

根据文献[48]的处理方法, 无因次功率、无因次功率密度和无因次生态学函数分别为

$$\bar{P} = P / P_{\text{max}}, \quad (29)$$

$$\bar{P}_d = P_d / (P_d)_{\text{max}}, \quad (30)$$

$$\bar{E} = E / E_{\text{max}}. \quad (31)$$

在给定压缩比 γ 、循环最初温度 T_1 和循环最大温度 T 的情况下, 根据式(4), (9)和(10)解出2~4状态点下的温度 T , 并根据式(15), (16), (21)和(28), 得到相应的功率、效率、功率密度和生态学函数的数值解.

3 功率密度性能分析

根据文献[29,30,43]确定循环参数: $T_0=300$ K, $T_1=350$ K, $\tau=5.78\sim 6.78$, $\dot{m}=1$ mol/s, $k=1.4$, $C_v=20.78$ J/(mol K), $B=2.2$ W/K, $\mu=1.2$ kg/s, $L=0.07$ m, $n=30$ s⁻¹.

图2和3分别给出了循环最大温比、传热损失、摩擦损失和内不可逆性损失对不可逆Otto循环功率密度与压缩比和功率密度与效率特性的影响。从图中可以看出, 无因次功率密度与压缩比($\bar{P}_d-\gamma$)的关系曲线呈抛物线型; 当不考虑任何损失时, 无因次功率密度与效率($\bar{P}_d-\eta$)的关系曲线呈抛物线型; 存在损失时 $\bar{P}_d-\eta$ 的关系曲线呈扭叶型, 这与实际循环性能吻合。

图2(a)和(b)给出了循环最大温比(τ)对 $\bar{P}_d-\gamma$ 和 $\bar{P}_d-\eta$ 性

能的影响。由图2(a)可知, 循环的无因次功率密度达到最大时, 存在一个最佳的压缩比 $\gamma_{\bar{P}_d}$, 随着 τ 的增大, $\gamma_{\bar{P}_d}$ 增大。当 τ 从5.78增大到6.78时, $\gamma_{\bar{P}_d}$ 从9.8增大到11.9, 增大了21.43%。由图2(b)可知, 循环最大无因次功率密度达到最大时, 存在一个最佳的效率 $\eta_{\bar{P}_d}$, 并随着 τ 的增大而增大, 当 τ 从5.78增大到6.78时, $\eta_{\bar{P}_d}$ 从45.67%增大到49.12%, 增大了7.55%。

图3(a)和(b)给出了存在不同损失时循环的 $\bar{P}_d-\gamma$ 和 $\bar{P}_d-\eta$ 曲线。只存在摩擦损失时, 比较曲线1和2可以看出, 当摩擦损失系数 μ 从0增大到1.2 kg/s时, $\gamma_{\bar{P}_d}$ 几乎不变, $\eta_{\bar{P}_d}$ 从63.70%减小到62.38%, 减小了2.07%。只存在内不可逆性损失时, 比较曲线1和1'可以看出, 当内不可

图2 (网络版彩图) (a) τ 对 $\bar{P}_d-\gamma$ 性能的影响; (b) τ 对 $\bar{P}_d-\eta$ 性能的影响
Figure 2 (Color online) Effect of τ on cycle (a) $\bar{P}_d-\gamma$ and (b) $\bar{P}_d-\eta$ performance.

图3 (网络版彩图) (a) μ , η_e 和 η_c 对 $\bar{P}_d-\gamma$ 性能的影响; (b) μ , η_e , η_c 和 B 对 $\bar{P}_d-\eta$ 性能的影响
Figure 3 (Color online) (a) Effects of μ , η_e , and η_c on cycle $\bar{P}_d-\gamma$ performance; (b) effects of μ , η_e , η_c , and B on cycle $\bar{P}_d-\eta$ performance.

逆性损失增大时(从1到0.94), $\gamma_{\bar{P}_d}$ 从12.6减小到10.9, 减小了13.49%, $\eta_{\bar{P}_d}$ 从63.70%减小到53.96%, 减小了15.29%。只存在传热损失时, 比较曲线1和3可以看出, 当传热损失系数 B 从0增大到2.2 W/K时, $\eta_{\bar{P}_d}$ 从63.70%减小到57.39%, 减小了9.91%。当同时存在摩擦损失和内不可逆性损失时, 比较曲线1和2'可以看出, 当摩擦损失系数 μ 从0增大到1.2 kg/s, 内不可逆性损失增大时(内效率从1降到0.94), $\gamma_{\bar{P}_d}$ 从12.6减小到10.8, 减小了14.28%, $\eta_{\bar{P}_d}$ 从63.70%减小到52.56%, 减小了17.49%。当同时存在摩擦损失和传热损失时, 比较曲线1和4'可以看出, 当摩擦损失系数 μ 从0增大到1.2 kg/s, 传热损失系数 B 从0增大到2.2 W/K时, $\eta_{\bar{P}_d}$ 从63.70%减小到56.20%, 减小了11.77%。当同时存在内不可逆性损失和传热损失时, 比较曲线1和3'可以看出, 当内不可逆性损失增大(内效率从1降到0.94), 传热损失系数 B 从0增大到2.2 W/K时, $\gamma_{\bar{P}_d}$ 从12.6减小到10.9, 减小了13.49%, $\eta_{\bar{P}_d}$ 从63.70%减小到48.72%, 减小了23.52%。当同时存在三种损失时, 比较曲线1和4'可以看出, 当摩擦损失系数 μ 从0增大到1.2 kg/s, 传热损失系数 B 从0增大到2.2 W/K, 内不可逆性损失增大时(内效率从1降到0.94), $\gamma_{\bar{P}_d}$ 从12.6减小到10.8, 减小了14.28%, $\eta_{\bar{P}_d}$ 从63.70%减小到47.48%, 减小了25.46%。

在最大功率和最大功率密度准则下, 图4给出了不可逆Otto循环最大比容比、最大压比和热效率随循环温比的变化关系。从图4(a)和(b)可以看出, 与最大功率准则下对应的结果相比, 最大功率密度准则下对应的最大比容比更小, 最大压比更大, 说明以最大功率密

度为基准设计的发动机的设计尺寸更小。

从图4(c)可以看出, 最大功率密度准则下循环的热效率更高, 当 $\tau = 6.28$ 时, 最大功率对应的效率为45.32%, 最大功率密度对应的效率为47.48%, 后者比前者增大了4.7%。由此可知, 与最大功率准则相比, 在最大功率密度准则下设计的发动机拥有更小的尺寸和更高的热效率。

4 多目标优化结果比较

多目标优化无法使多个目标函数同时达到最优值, 通过权衡各个目标函数的利弊, 实现最佳折中, 因此多目标优化解集并不唯一, 而是一系列可行的代替方案, 即多元空间上的最优解集, 被称为Pareto前沿。本文以无因次功率($\bar{P}$)、热效率(η)、无因次生态学函数(E)和无因次功率密度($\bar{P}_d$)为优化目标, 以压缩比作为优化变量, 采用NSGA-II算法(算法过程见图5), 对不可逆Otto循环进行二、三和四目标优化。通过LINMAP, TOPSIS和Shannon entropy三种决策方式, 得到不同目标函数组合下的优化结果, 并比较其与理想点的偏差指数, 得到偏差指数最小的设计方案。

表1列出了在三种决策方式下, 不同目标函数组合得到的优化结果。可以看出, 在最大 $\bar{P}$, η , E 和 $\bar{P}_d$ 条件下分别进行单目标优化时, 得到的偏差指数(0.6132, 0.5235, 0.1813, 0.2356)远大于多目标优化得到的结果, 说明多目标优化的结果更理想。当以 $\bar{P}$ 和 E 为优化目标时, 采用LINMAP决策方式得到的偏差指数更小, 其设计方案更接近于理想方案。

图4 (网络版彩图) (a) 循环最大比容比与 τ 的关系; (b) 循环最大压比与 τ 的关系; (c) 循环热效率与 τ 的关系

Figure 4 (Color online) The relationships between (a) the cycle maximum specific volume ratios and τ , (b) the cycle maximum pressure ratios and τ , and (c) the cycle thermal efficiency and τ .

图 5 NSGA-II算法流程图

Figure 5 NSGA-II algorithm flow chart.

图6(a)~(f)给出了不同两目标组合优化的Pareto前沿。可以看出, 随着 P 的增大, 热效率 η , E 和 P_d 均减小; 随着 η 的增大, E 和 P_d 均减小; 随着 E 的增大, P_d 减小。由表1可知, 当以 P 和 η , P 和 E 或 E 和 P_d 为优化目标时, 采用LINMAP决策方式得到的偏差指数更小; 当以 P 和 P_d 或 η 和 E 为优化目标时, 采用Shannon entropy决策方式得到的偏差指数更小; 当以 η 和 P_d 为优化目标时, 采用TOPSIS决策方式得到的偏差指数更小。

图7(a)~(d)给出了不同三目标组合优化的Pareto前沿。可以看出, 随着 P 的增大, η 减小, E 和 P_d 先增大后减小; 随着 η 的增大, P_d 减小, E 先增大后减小。当以 P , η 和 E 或 P , η 和 P_d 为优化目标时, 采用LINMAP决策方式得到的偏差指数更小, 结果更优。当以 P , E 和 P_d 或 η , E 和 P_d 为优化目标时, 采用LINMAP和TOPSIS决策方式得到的偏差指数相同, 均小于Shannon entropy决策方式得到的解。

图8给出了四目标优化的Pareto前沿。可以看出, 随着 P 的增大, η 减小, E 和 P_d 先增大后减小。当以 P , η , E 和 P_d 为优化目标时, 采用LINMAP决策方式得到的偏差指数更小, 结果最优。

5 结论

本文在文献[30]建立的不可逆Otto模型基础上, 进一步导出了该循环功率密度的表达式, 分析了循环最大温比、传热损失、摩擦损失和内不可逆性损失对循环功率密度与压缩比和功率密度与效率特性的影响; 在最大功率与最大功率密度准则下, 比较了该循环的热效率、最大比容比和最大压比; 基于NSGA-II算法, 对该循环分别进行单、双、三和四目标优化, 采用LINMAP, TOPSIS和Shannon entropy三种决策方式, 比较了不同优化目标组合下的偏差指数, 得到了优化设计方案。

表 1 单、双、三和四目标优化的结果

Table 1 Results of single-, double-, triple- and four-objective optimizations

优化目标	决策方式	优化变量	目标函数				偏差指数
		γ	$\bar{P}$	η	$\bar{E}$	$\bar{P}_d$	D
四目标优化 ($\bar{P}, \eta, \bar{E}$ 和 $\bar{P}_d$)	LINMAP	12.4508	0.9697	0.4845	0.9860	0.9945	0.1236
	TOPSIS	12.7684	0.9655	0.4860	0.9911	0.9924	0.1282
	Shannon entropy	10.8174	0.9880	0.4749	0.9358	1.0000	0.2333
三目标优化 ($\bar{P}, \eta$ 和 $\bar{E}$)	LINMAP	12.5646	0.9682	0.4850	0.9879	0.9938	0.1245
	TOPSIS	12.8412	0.9645	0.4863	0.9921	0.9919	0.1300
	Shannon entropy	14.0933	0.9465	0.4910	1.0000	0.9807	0.1809
三目标优化 ($\bar{P}, \eta$ 和 $\bar{P}_d$)	LINMAP	12.0352	0.9749	0.4824	0.9772	0.9968	0.1286
	TOPSIS	11.7559	0.9782	0.4808	0.9699	0.9981	0.1411
	Shannon entropy	10.8174	0.9880	0.4749	0.9358	1.0000	0.2333
三目标优化 ($\bar{P}, \bar{E}$ 和 $\bar{P}_d$)	LINMAP	12.3283	0.9712	0.4839	0.9836	0.9953	0.1235
	TOPSIS	12.4365	0.9698	0.4844	0.9857	0.9946	0.1235
	Shannon entropy	10.8174	0.9880	0.4749	0.9358	1.0000	0.2333
三目标优化 ($\eta, \bar{E}$ 和 $\bar{P}_d$)	LINMAP	13.4791	0.9556	0.4889	0.9982	0.9867	0.1529
	TOPSIS	13.4791	0.9556	0.4889	0.9982	0.9867	0.1529
	Shannon entropy	10.8174	0.9880	0.4749	0.9358	1.0000	0.2333
二目标优化 ($\bar{P}$ 和 η)	LINMAP	12.0628	0.9745	0.4825	0.9778	0.9967	0.1278
	TOPSIS	11.873	0.9768	0.4815	0.9731	0.9976	0.1349
	Shannon entropy	18.8988	0.8654	0.4978	0.9217	0.9141	0.5234
二目标优化 ($\bar{P}$ 和 $\bar{E}$)	LINMAP	12.4202	0.9701	0.4843	0.9854	0.9947	0.1234
	TOPSIS	12.4508	0.9697	0.4845	0.9860	0.9945	0.1236
	Shannon entropy	14.0933	0.9465	0.4910	1.0000	0.9807	0.1809
二目标优化 ($\bar{P}$ 和 $\bar{P}_d$)	LINMAP	9.6892	0.9965	0.4658	0.8709	0.9966	0.4150
	TOPSIS	9.7329	0.9963	0.4662	0.8740	0.9969	0.4071
	Shannon entropy	10.8174	0.9880	0.4749	0.9358	1.0000	0.2333
二目标优化 (η 和 $\bar{E}$)	LINMAP	15.0857	0.9311	0.4937	0.9958	0.9695	0.2333
	TOPSIS	15.0625	0.9314	0.4937	0.9960	0.9698	0.2319
	Shannon entropy	14.0933	0.9465	0.4910	1.0000	0.9807	0.1809
二目标优化 (η 和 $\bar{P}_d$)	LINMAP	13.5133	0.9551	0.4890	0.9984	0.9863	0.1543
	TOPSIS	13.3149	0.9580	0.4883	0.9970	0.9881	0.1461
	Shannon entropy	10.8174	0.9880	0.4749	0.9358	1.0000	0.2333
二目标优化 ($\bar{E}$ 和 $\bar{P}_d$)	LINMAP	12.9816	0.9626	0.4869	0.9938	0.9908	0.1341
	TOPSIS	13.0682	0.9614	0.4873	0.9948	0.9901	0.1370
	Shannon entropy	10.8174	0.9880	0.4749	0.9358	1.0000	0.2333
最大 $\bar{P}$	—	8.5032	1.0000	0.4532	0.7641	0.9841	0.6132
最大 η	—	18.9124	0.8654	0.4978	0.9217	0.9141	0.5235
最大 $\bar{E}$	—	14.0933	0.9465	0.4910	1.0000	0.9807	0.1813
最大 $\bar{P}_d$	—	10.8035	0.9881	0.4747	0.9350	1.0000	0.2356
正理想点		—	1.0000	0.4978	1.0000	1.0000	—
负理想点		—	0.8654	0.4534	0.7660	0.9141	—

图 6 (网络版彩图) (a) $\bar{P}$ - η 优化 Pareto 前沿; (b) $\bar{P}$ - $\bar{E}$ 优化 Pareto 前沿; (c) $\bar{P}$ - $\bar{P}_d$ 优化 Pareto 前沿; (d) η - $\bar{P}_d$ 优化 Pareto 前沿; (e) η - $\bar{E}$ 优化 Pareto 前沿; (f) $\bar{E}$ - $\bar{P}_d$ 优化 Pareto 前沿

Figure 6 (Color online) The Pareto frontier of (a) $\bar{P}$ - η , (b) $\bar{P}$ - $\bar{E}$, (c) $\bar{P}$ - $\bar{P}_d$, (d) η - $\bar{P}_d$, (e) η - $\bar{E}$, and (f) $\bar{E}$ - $\bar{P}_d$.

(1) 循环 $\bar{P}_d$ - γ 和 $\bar{P}_d$ - η 的关系曲线分别呈类抛物线型和扭叶型, 随着循环温比的增大, 最大功率密度对应的压缩比与效率均增大; 随着传热、摩擦和内不可逆

性损失的增大, 最大功率密度对应的压缩比与效率均减小。

(2) 与最大功率准则相比, 在最大功率密度准则下

图 7 (a) $\bar{P}$ - η - $\bar{E}$ 优化 Pareto 前沿; (b) $\bar{P}$ - η - $\bar{P}_d$ 优化 Pareto 前沿; (c) $\bar{P}$ - $\bar{E}$ - $\bar{P}_d$ 优化 Pareto 前沿; (d) η - $\bar{E}$ - $\bar{P}_d$ 优化 Pareto 前沿
Figure 7 The Pareto frontier of (a) $\bar{P}$ - η - $\bar{E}$, (b) $\bar{P}$ - η - $\bar{P}_d$, (c) $\bar{P}$ - $\bar{E}$ - $\bar{P}_d$, and (d) η - $\bar{E}$ - $\bar{P}_d$.

图 8 $\bar{P}$ - η - $\bar{E}$ - $\bar{P}_d$ 优化 Pareto 前沿
Figure 8 The Pareto frontier of $\bar{P}$ - η - $\bar{E}$ - $\bar{P}_d$.

设计的发动机尺寸更小, 效率更高。

(3) 多目标优化得到的偏差指数小于单目标优化得到的偏差指数, 多目标优化的结果更优; 当以 $\bar{P}$ 和 $\bar{E}$

为优化目标进行二目标优化时, 采用LINMAP决策方式得到的偏差指数最小, 此时偏差指数为0.1234, 其设计方案更接近于理想方案。

参考文献

- Andresen B. Finite-Time Thermodynamics. Copenhagen: University of Copenhagen, 1983
- Andresen B, Berry R S, Ondrechen M J, et al. Thermodynamics for processes in finite time. *Acc Chem Res*, 1984, 17: 266–271
- Chen L G, Wu C, Sun F R. Finite time thermodynamic optimization or entropy generation minimization of energy systems. *J Non-Equilibrium ThermoDyn*, 1999, 24: 327–359
- Zhou B, Cheng X T, Liang X G. Power output analyses and optimizations of the Stirling cycle (in Chinese). *Sci Sin Tech*, 2013, 43: 97–105 [周兵, 程雪涛, 梁新刚. 斯特林循环输出功率优化分析. 中国科学: 技术科学, 2013, 43: 97–105]
- Xia S J, Chen L G, Xie Z H, et al. Entropy dissipation minimization for generalized heat exchange processes. *Sci China Tech Sci*, 2016, 59: 1507–1516
- Ge Y L, Chen L G, Sun F R. Progress in finite time thermodynamic studies for internal combustion engine cycles. *Entropy*, 2016, 18: 139
- Feng Y L, Chen L G, Meng F K, et al. Influences of external heat transfer and Thomson effect on the performance of TEG-TEC combined thermoelectric device. *Sci China Tech Sci*, 2018, 61: 1600–1610
- Xia S J, Chen L G. Generalized dissipation minimization for generalized flow transfer processes (in Chinese). *Sci Sin Tech*, 2019, 49: 501–517 [夏少军, 陈林根. 广义流传递过程的广义耗散最小化. 中国科学: 技术科学, 2019, 49: 501–517]
- Wu Y Q, Cai L, Wu X L. Analyses of entropy generation and entransy for a Stirling cycle system based on generalized heat transfer law (in Chinese). *Sci Sin Tech*, 2019, 49: 627–640 [吴艳秋, 蔡黎, 伍习丽. 基于广义传热定律的斯特林循环熵产分析和火积分析. 中国科学: 技术科学, 2019, 49: 627–640]
- Chen L G, Xia S J. Progresses in generalized thermodynamic dynamic-optimization of irreversible processes (in Chinese). *Sci Sin Tech*, 2019, 49: 981–1022 [陈林根, 夏少军. 不可逆过程广义热力学动态优化研究进展. 中国科学: 技术科学, 2019, 49: 981–1022]
- Chen L G, Xia S J, Feng H J. Progress in generalized thermodynamic dynamic-optimization of irreversible cycles (in Chinese). *Sci Sin Tech*, 2019, 49: 1223–1267 [陈林根, 夏少军, 冯辉君. 不可逆循环广义热力学动态优化研究进展. 中国科学: 技术科学, 2019, 49: 1223–1267]
- Dai D, Liu Z, Yuan F, et al. Finite time thermodynamic analysis of a solar duplex Stirling refrigerator. *Appl Thermal Eng*, 2019, 156: 597–605
- Ding Z M, Chen L G, Ge Y L, et al. Optimal performance regions of an irreversible energy selective electron heat engine with double resonances. *Sci China Tech Sci*, 2019, 62: 397–405
- Dai D, Liu Z, Long R, et al. An irreversible Stirling cycle with temperature difference both in non-isothermal and isochoric processes. *Energy*, 2019, 186: 115875
- Sieniutycz S. Complexity and Complex Thermo-Economic Systems. Amsterdam: Elsevier, 2020
- Xia S J, Chen L G, Feng H J. Optimal configurations for maximizing generalized output of two-finite-potential-reservoir endoreversible generalized engine cycles (in Chinese). *Sci Sin Tech*, 2020, 50: 276–286 [夏少军, 陈林根, 冯辉君. 两有限势库内可逆广义机最大广义输出的最优构型. 中国科学: 技术科学, 2020, 50: 276–286]
- Chen L G, Meng F K, Ge Y L, et al. Performance optimization of a class of combined thermoelectric heating devices. *Sci China Tech Sci*, 2020, 63: 2640–2648
- Chen L G, Wang C, Zhang L, et al. Progress in thermodynamic analyses and optimizations for key component units in sea-based fuel synthesis systems (in Chinese). *Sci Sin Tech*, 2021, 51: 137–175 [陈林根, 王超, 张磊, 等. 海基合成燃油系统关键单元的热力学分析与优化研究进展. 中国科学: 技术科学, 2021, 51: 137–175]
- Xia S J, Chen L G, Wang C, et al. Optimal current paths for a class of generalized electrochemical reaction system (in Chinese). *Sci Sin Tech*, 2021, 51: 1025–1039 [夏少军, 陈林根, 王超. 一类普适电化学反应系统的最优电流路径. 中国科学: 技术科学, 2021, 51: 1025–1039]
- Kong R, Chen L G, Xia S J, et al. Entropy generation rate minimization in hydrogen iodide decomposition reactor (in Chinese). *Sci Sin Tech*, 2021, 51: 565–579 [孔锐, 陈林根, 夏少军, 等. 碘化氢分解反应器熵产生率最小化. 中国科学: 技术科学, 2021, 51: 565–579]
- Chen L G, Ge Y L. Thermodynamic Optimization Theory for Internal Combustion Engine Cycles (in Chinese). Beijing: Science Press, 2021 [陈

- 林根, 戈延林. 内燃机循环热力学优化理论. 北京: 科学出版社, 2021]
- 22 Wu C, Blank D A. Optimization of the endoreversible Otto cycle with respect to both power and mean effective pressure. *Energy Convers Manage*, 1993, 34: 1255–1259
- 23 Chen L, Wu C, Sun F, et al. Heat transfer effects on the net work output and efficiency characteristics for an air-standard Otto cycle. *Energy Convers Manage*, 1998, 39: 643–648
- 24 Ozsoysal O A. Heat loss as a percentage of fuel's energy in air standard Otto and Diesel cycles. *Energy Convers Manage*, 2006, 47: 1051–1062
- 25 Chen J, Zhao Y, He J. Optimization criteria for the important parameters of an irreversible Otto heat-engine. *Appl Energy*, 2006, 83: 228–238
- 26 Zhao Y R, Chen J C. Irreversible Otto heat engine with friction and heat leak losses and its parametric optimum criteria. *J Energy Institute*, 2008, 81: 54–58
- 27 Ozsoysal O A. Effects of combustion efficiency on an Otto cycle. *Int J Exergy*, 2010, 7: 232–242
- 28 Ust Y, Sahin B, Safa A. The effects of cycle temperature and cycle pressure ratios on the performance of an irreversible Otto cycle. *Acta Phys Pol A*, 2011, 120: 412–416
- 29 Ge Y L. Finite time thermodynamic analysis and optimization for irreversible internal combustion engine cycles (in Chinese). Dissertation for Doctoral Degree. Wuhan: Naval University of Engineering, 2011 [戈延林. 不可逆内燃机循环有限时间热力学分析与优化. 博士学位论文. 武汉: 海军工程大学, 2011]
- 30 Ge Y L, Chen L G, Sun F R. Ecological optimization of an irreversible Otto cycle. *Arab J Sci Eng*, 2013, 38: 373–381
- 31 Rashidi M M, Hajipour A. Comparison of performance of air-standard Atkinson, Diesel and Otto cycles with constant specific heats. *Int J Adv Des Manuf Tech*, 2013, 6: 57–62
- 32 Rashidi M M, Hajipour A, Baziar P. Influence of heat loss on the second-law efficiency of an Otto cycle. *Int J Mech Electron Comput Tech*, 2014, 4: 922–933
- 33 Xu H, Chen B, Tan P, et al. Performance improvement of a direct carbon solid oxide fuel cell through integrating an Otto heat engine. *Energy Convers Manage*, 2018, 165: 761–770
- 34 Diskin D, Tartakovsky L. Efficiency at maximum power of the low-dissipation hybrid electrochemical-Otto cycle. *Energies*, 2020, 13: 3961
- 35 Rocha-Martinez J A, Navarrete-Gonzalez T D, Pava-Miller C G. Otto and Diesel engine models with cyclic variability. *Rev Mex Fis*, 2002, 48: 228–234
- 36 Rocha-Martinez J A, Navarrete-Gonzalez T D, Pavia-Miller C G, et al. A simplified irreversible Otto engine model with fluctuations in the combustion heat. *Int J Ambient Energy*, 2006, 27: 181–192
- 37 Ge Y L, Chen L G, Sun F R, et al. The effects of variable specific heats of working fluid on the performance of an irreversible Otto cycle. *Int J Exergy*, 2005, 2: 274–283
- 38 Ge Y L, Chen L G, Sun F R, et al. Thermodynamic simulation of performance of an Otto cycle with heat transfer and variable specific heats of working fluid. *Int J Thermal Sci*, 2005, 44: 506–511
- 39 Zhao Y, Lin B, Chen J. Optimum criteria on the important parameters of an irreversible Otto heat engine with the temperature-dependent heat capacities of the working fluid. *J Energy Resour Tech*, 2007, 129: 348–354
- 40 Lin J C, Hou S S. Effects of heat loss as percentage of fuel's energy, friction and variable specific heats of working fluid on performance of air standard Otto cycle. *Energy Convers Manage*, 2008, 49: 1218–1227
- 41 Ge Y L, Chen L G, Sun F R. Finite-time thermodynamic modelling and analysis of an irreversible Otto-cycle. *Appl Energy*, 2008, 85: 618–624
- 42 Ge Y L, Chen L G, Qin X Y, et al. Exergy-based ecological performance of an irreversible Otto cycle with temperature-linear-relation variable specific heat of working fluid. *Eur Phys J Plus*, 2017, 132: 209
- 43 Ge Y L, Chen L G, Qin X Y. Effect of specific heat variations on irreversible Otto cycle performance. *Int J Heat Mass Transfer*, 2018, 122: 403–409
- 44 Sahin B, Kodal A, Yavuz H. Efficiency of a Joule-Brayton engine at maximum power density. *J Phys D-Appl Phys*, 1995, 28: 1309–1313
- 45 Sahin B, Kodal A, Yilmaz T, et al. Maximum power density analysis of an irreversible Joule-Brayton engine. *J Phys D-Appl Phys*, 1996, 29: 1162–1167
- 46 Chen L G, Lin J X, Sun F R, et al. Efficiency of an Atkinson engine at maximum power density. *Energy Convers Manage*, 1998, 39: 337–341
- 47 Gumus M, Atmaca M, Yilmaz T. Efficiency of an Otto engine under alternative power optimizations. *Int J Energy Res*, 2009, 33: 745–752
- 48 Zhao J, Xu F. Finite-time thermodynamic modeling and a comparative performance analysis for irreversible Otto, Miller and Atkinson cycles.

- [Entropy](#), 2018, 20: 75
- 49 Dai D D, Yuan F, Liu W. Multi-objective optimization of Stirling machine under linear phenomenological heat transfer law (in Chinese). *J Eng Thermophys*, 2017, 38: 2230–2234 [戴东东, 袁芳, 刘伟. 线性唯象传热定律下斯特林机多目标优化. *工程热物理学报*, 2017, 38: 2230–2234]
 - 50 Ge Y, Liu Z, Sun H, et al. Optimal design of a segmented thermoelectric generator based on three-dimensional numerical simulation and multi-objective genetic algorithm. [Energy](#), 2018, 147: 1060–1069
 - 51 Sun H, Ge Y, Liu W, et al. Geometric optimization of two-stage thermoelectric generator using genetic algorithms and thermodynamic analysis. [Energy](#), 2019, 171: 37–48
 - 52 Ahmadi M H, Jokar M A, Ming T, et al. Multi-objective performance optimization of irreversible molten carbonate fuel cell-Braysson heat engine and thermodynamic analysis with ecological objective approach. [Energy](#), 2018, 144: 707–722
 - 53 Li P, Mei Z, Han Z, et al. Multi-objective optimization and improved analysis of an organic Rankine cycle coupled with the dynamic turbine efficiency model. [Appl Thermal Eng](#), 2019, 150: 912–922
 - 54 Tang C Q, Feng H J, Chen L G, et al. Power density analysis and multi-objective optimization for a modified endoreversible simple closed Brayton cycle with one isothermal heating process. [Energy Rep](#), 2020, 6: 1648–1657
 - 55 Tang C Q, Chen L G, Feng H H, et al. Four-objective optimizations for an improved irreversible closed modified simple Brayton cycle. [Entropy](#), 2021, 23: 282
 - 56 Chen L G, Tang C Q, Feng H J, et al. Power, efficiency, power density and ecological function optimization for an irreversible modified closed variable-temperature reservoir regenerative Brayton cycle with one isothermal heating process. [Energies](#), 2020, 13: 5133
 - 57 Zhang L, Chen L G, Xia S J, et al. Multi-objective optimization for helium-heated reverse water gas shift reactor by using NSGA-II. [Int J Heat Mass Transfer](#), 2020, 148: 119025
 - 58 Shi S S, Ge Y L, Chen L G, et al. Four-objective optimization of irreversible Atkinson cycle based on NSGA-II. [Entropy](#), 2020, 22: 1150
 - 59 Shi C, Wang M, Yang J, et al. Performance analysis and multi-objective optimization for tubes partially filled with gradient porous media. [Appl Thermal Eng](#), 2021, 188: 116530
 - 60 Gonca G, Palaci Y. Performance investigation of a Diesel engine under effective efficiency-power-power density conditions. [Sci Iranica](#), 2019, 26: 843–855
 - 61 Gonca G, Hocaoglu M F. Performance analysis and simulation of a Diesel-Miller cycle (DiMC) engine. [Arab J Sci Eng](#), 2019, 44: 5811–5824
 - 62 Rai R K, Sahoo R R. Effective power and effective power density analysis for water in Diesel emulsion as fuel in diesel engine performance. [Energy](#), 2019, 180: 893–902
 - 63 Angulo-Brown F. An ecological optimization criterion for finite-time heat engines. [J Appl Phys](#), 1991, 69: 7465–7469
 - 64 Yan Z. Comment on “An ecological optimization criterion for finite-time heat engines”. [J Appl Phys](#), 1993, 73: 3583
 - 65 Chen L G, Sun F R, Chen W Z. The ecological quality factor for thermodynamic cycles (in Chinese). *J Eng Therm Energy Power*, 1994, 9: 374–376 [陈林根, 孙丰瑞, 陈文振. 热力循环的生态学品质因素. *热能动力工程*, 1994, 9: 374–376]

Power density analysis and multi-objective optimization of an irreversible Otto cycle

SHI ShuangShuang^{1,2}, GE YanLin^{1,2} & CHEN LinGen^{1,2}

¹ *Institute of Thermal Science and Power Engineering, Wuhan Institute of Technology, Wuhan 430205, China;*

² *School of Mechanical & Electrical Engineering, Wuhan Institute of Technology, Wuhan 430205, China*

Based on the finite-time thermodynamic theory and NSGA-II, thermodynamic analysis and multi-objective optimization of an irreversible Otto cycle are performed. Further, based on the irreversible Otto model established in previous literature, the expression of cycle power density is obtained. Additionally, the effect of the maximum cycle temperature ratio, heat transfer loss, friction loss, and internal irreversibility loss on the power density performance of the cycle is analyzed. The characteristic relationships among the cycle power density versus compression ratio and power density versus thermal efficiency are obtained. Moreover, the thermal efficiency, maximum specific volume ratio, and maximum pressure ratio of the cycle are compared under the maximum power output and maximum power density criteria. Using NSGA-II, single-, bi-, tri-, and quadru-objective optimizations are performed for the irreversible Otto cycle by taking power output, thermal efficiency, ecological function, and power density as optimization objectives. The optimal design plan is obtained using three decision-making methods: LINMAP, TOPSIS, and Shannon entropy, by comparing the deviation indexes under different objective function combinations. When power output and ecological function are taken as objective functions of bi-objective optimization, the LINMAP solution is used to obtain the minimum deviation index, and the design scheme is close to the ideal scheme.

irreversible Otto cycle, power output, thermal efficiency, ecological function, power density, finite time thermodynamics, multi-objective optimization

doi: [10.1360/SST-2021-0168](https://doi.org/10.1360/SST-2021-0168)