原子核限制组态推转位能面

许甫荣*, 刘红亮, 石跃, 付熙明, 焦长峰, 裴俊琛

北京大学物理学院, 核物理与核技术国家重点实验室, 北京 100871

* 联系人, E-mail: frxu@pku.edu.cn

收稿日期: 2013-07-12; 接受日期: 2013-07-29

国家重点基础研究发展计划 (编号: 2013CB834400) 和国家自然科学基金 (批准号: 11235001, 11205120) 资助项目

摘要 原子核推转壳模型自 50 年代被提出以来, 经过 60 余年几个不同阶段的发展, 已经成为定量描述原子核集体转动的最成功理论模型之一. 其中最重要的两个发展是: 考虑对关联作用和推转位能面计算 (Total Routhian Surface). 这样的计算能给出核形变随转动的演变信息和转动顺排现象. 我们在推转位能面计算方面主要开展了如下工作: (1) 发展了“对关联-形变-转动”自洽计算; (2) 发展了“限制组态”位能面计算, 成功实现了对任何激发组态的自洽计算; (3) 发展了“限制组态”推转位能面计算, 实现了对任何激发组态的转动自洽计算.

关键词 限制组态, 位能面, 推转位能面, 多准粒子激发态, 对关联

PACS: 21.10.-k, 21.60.Cs, 23.20.Lv

doi: 10.1360/132013-340

20 世纪 50 年代初, Inglis^[1] 提出了用于描述变形原子核转动运动的半经典推转壳模型. 这个模型基于量子力学基础, 从微观角度给出了原子核中的核子在科里奥利力 (Coriolis) 作用下的运动规律. 这个模型随着计算机技术的发展而得到不断发展. 在最初的推转壳模型计算中, 原子核的形状被假定不随转动频率而变化 (即: 固定形变计算), 并且不考虑对相互作用. 这样的计算往往不能定量地描述原子核的转动谱实验, 计算的转动惯量的普遍比实验值大 10%–20%. 考虑核子间对关联后, 推转壳模型计算得到很大改进, 能更好地描述原子核集体转动运动, 成功解释了实验观察到的转动惯量回弯现象 (Backbending)^[2]. 从 20 世纪 80 年代开始, 为了进一步得到自洽计算, 理论上开始发展含对力的推转位

能面计算, 这样可以获得原子核在转动过程中的形状演变信息. 我们在 90 年代, 发展了“对关联-形变-转动”自洽计算推转位能面计算, 自洽处理了对力的长程部分 (即四极对力)^[3,4]. 在含对力的推转位能面计算中, BCS(Bogoliubov) 对关联处理往往发生数值计算不收敛问题, 尽管 Lipkin-Nogami 方法通过粒子数涨落修正, 改进了数值求解的收敛性, 但这种改进还主要局限于转动晕带. 在高自旋下, 计算往往采用非自洽计算^[5]. 如何计算激发组态及其转动运动是一个长期没有得到很好解决的重要问题. 我们在 90 年代末, 首先发展了“限制组态的位能面”计算方法^[6], 通过跟踪堵塞激发组态的粒子轨道, 实现对任何激发组态的位能面计算, 可以很好计算多准粒子激发态 (Multi-quasiparticle States) 的结构性质, 如: 激发

引用格式: 许甫荣, 刘红亮, 石跃, 等. 原子核限制组态推转位能面. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2013, 43: 1251–1270

Xu F R, Liu H L, Shi Y, et al. Configuration-constrained total-Routhian-surface models (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2013, 43: 1251–1270, doi: 10.1360/132013-340

能、形变、组态、 g 因子、稳定性等, 预言高 K 同核异能态, 这些对研究滴线区和超重区原子核具有特别重要的意义^[7-9]. 如何实现内禀激发态的推转位能面计算是一个被长期感兴趣的问题. 曾谨言等人^[10-12] 在 20 世纪 80 年代提出了粒子数守恒对方法 (PNC), 并成功用于推转计算. 他们采用轴对称 Nilsson 势, 进行固定形变推转计算, 取得了大量成功的计算成果. 我们把粒子数守恒对方法引进我们的限制组态推转位能面模型中^[13]. 采用含三轴形变的 Woods-Saxon 势和组态跟踪堵塞方法^[6], 发展了限制组态推转位能面模型^[13]. 发展后的模型可以计算任何激发组态的推转位能面, 从而可以得到组态的转动能谱、形状演变、对关联减弱、跃迁概率、 g 因子等性质. 我们限制组态推转位能面计算给出: 形状变化对定量描述激发组态的转动带 (又称边带) 性质具有重要意义. 自洽描述形状演变和对关联变化是组态限制推转位能面计算的最大优点. 我们将在下面各节讨论该模型的发展和主要的计算结果.

1 质子滴线附近奇特核的高自旋同核异能态

由于奇特核的寿命都非常短, 它们中的同核异能态凭借其较长的寿命在实验研究中具有重要的意义^[14,15]. 一方面, 可以通过了解这些同核异能态本身来了解奇特原子核的结构. 比如, 实验上通过观测超重核中的高 K 同核异能态来推测其单粒子能级, 从而推测超重核的真正位置^[16]. 另一方面, 同核异能态可以作为“跳板”来达到更不稳定的原子核^[14]. 实际上, 已经在超重核中发现高自旋的同核异能态甚至可以比基态更稳定^[8]. 我们已经注意到高自旋同核异能态对于偶偶滴线核的影响, 例如质子滴线核 ^{140}Dy 的 $K^\pi = 8^-$ 同核异能态^[17,18]. 为了更清楚地了解 ^{141}Ho 的质子衰变, 需要知道其子核 ^{140}Dy 的第一个 2^+ 态的确切位置. 但由于它的寿命极其短, 这个 2^+ 态难以直接观测. 实验上通过观测 ^{140}Dy 的 $K^\pi = 8^-$ 同核异能态级联衰变到基态转动带来非常精确地测到 2^+ 态的位置. 此外, 这个同核异能态的观测也证实了理论的预言^[7], 通过它我们也了解了 ^{140}Dy 这个滴线核的结构. 然而, 偶偶核里的多准粒

子激发需要拆对. 拆对会引入相当的激发能. 一般来讲, 原子核的稳定性随着激发能的增加而减小. 奇奇核的状况就不一样, 它的最后一个中子和最后一个质子都不成对. 奇奇核的两准粒子态可以具有很低的激发能, 从而可以有很长的寿命. 一个典型的例子是 ^{180}Ta , 它有一个 9^- 的同核异能态激发能只有 75 keV. 它的寿命长于 10^{15} 年, 比地球的年龄还长, 而 ^{180}Ta 的基态是一个寿命为 8 小时的 1^+ 态. 实际上, 在很多奇特奇奇核中已经观测到了长寿命的高自旋同核异能态^[19]. 我们的工作集中于轴对称的原子核中奇中子和奇质子都占据高 Ω (Ω 为单粒子角动量在对称轴上的投影) 轨道的情形, 因为这种情形易于形成长寿命的同核异能态. 由于高自旋态到低自旋态的电磁跃迁被强烈地阻止, 奇特核里的低激发高自旋态一般发生 β 衰变. 并且, 高自旋会影响其 β 衰变的快慢. 位于质子滴线和滴线之外的原子核还会发生质子衰变, 高自旋也会影响其质子衰变的速率. 我们发现高自旋态的 β 衰变和质子衰变会被减缓, 倾向于比低自旋态具有更长的寿命^[20]. 我们的计算在质子滴线附近预言了很多这样的高自旋态^[20], 希望它们能为实验上研究奇特核提供帮助.

我们采用自己发展的限制组态势能面计算^[6] 进行研究. 在我们的模型中, 由形变的 Woods-Saxon 势^[21,22] 获得单粒子能级. 参数取 “universal” 参数组. 对于对相互作用的处理采用近似实现粒子数守恒的 Lipkin-Nogami (LN) 方法^[23]. 对相互作用的强度 G 由平均对隙方法^[24] 确定. 取形变空间 $(\beta_2, \gamma, \beta_4)$ 计算多准粒子组态. 在每一个格点都阻塞不成对粒子的轨道, 通过计算和跟踪这些轨道的平均 Nilsson 量子数来实现, 此即限制组态^[6]. 所计算组态的总能量由宏观和微观两部分能量构成. 宏观部分由标准的液滴模型^[25] 获得, 微观部分由 Strutinsky 壳修正方法^[26] 得到. 最后计算得到的势能面可以自洽地给出多准粒子态的形变, 激发能和对相互作用性质. 该模型可以正确地处理由于不成对粒子导致的形状极化.

我们系统地调查了目前实验已知的丰质子极限附近的奇奇核中的两准粒子高自旋态. 这些高自旋态的形成不需要拆对, 所以激发能都非常低, 有的甚至成为基态. 预言的高自旋态主要集中在 $A \sim 70, 130, 190$ 和超铀元素区. 以下重点讨论 $A \sim 70, 130$

区, 这里已知的实验数据较多.

在 $A \sim 70$ 区, 计算的基态势能面显示长椭球与扁椭球的形状共存. 特别是位于这个质量区中心的原子核, 即中子数和质子数都在 35 附近的原子核, 它们的扁椭球极小点低于长椭球极小点, 也就是说这些核的基态是扁椭球的. 扁椭球基态是一种罕见的现象, 有研究表明绝大部分的原子核都呈长椭球形状^[27]. 实验上已经在这里的偶偶核中观测到了扁椭球的基态^[28]. 我们的计算给出这些的核的 β_2 形变约为 -0.3 . 在这样一个形变, $A \sim 70$ 核的费米面会位于 $g_{9/2}$ 子壳的高 Ω 单粒子轨道附近, 有利于高自旋同核异能态的形成. 实际上, 实验已经在 ^{70}Br 核中观测到了一个 $K^\pi = 9^+$ 的同核异能态, 并指定其组态为 $\pi 9/2^+[404] \otimes \nu 9/2^+[404]$ ^[30]. 这是一个非常有意思的高 K 同核异能态. 目前已知的高 K 同核异能态绝大多数是长椭球的, 而这个 $K^\pi = 9^+$ 态是扁椭球的. 我们计算它的 β_2 形变为 -0.28 . 虽然这个同核异能态的激发能高达 2.23 MeV ^[29], 但是它的寿命为 2.2 s ^[30], 远远长于 0^+ 基态的 79 ms . 我们用不阻塞奇中子和奇质子的计算结果来近似这个 $N = Z$ 核的基态, 得到 $K^\pi = 9^+$ 同核异能态的激发能为 2.56 MeV , 很好地符合实验的 2.23 MeV . 这个同核异能态的长寿命很值得注意. 实验发现这个态主要通过 β^+/EC 衰变到子核 ^{70}Se 的 8^+ 或者 9^+ 态, 而没有观测到它的 γ 跃迁. 由于这个同核异能态具有很高的 K 值和较好的轴对称形变, 它的 γ 衰变应该是被强烈地 K 禁戒了. 实验测得这个同核异能态的 β 衰变能比基态的 β 衰变能小^[29]. 这是由于根据角动量选择定则一个奇奇核的高自旋态只能衰变到子核的高自旋态. 子核是偶偶核, 它的高自旋态一般激发能比较高, 而奇奇核中两准粒子的高自旋态的激发能可以很低. 从而奇奇核的高自旋态相比其对应的基态可以以较小的能量发生 β^+/EC 衰变. 任何放射性衰变, 一般来讲, 衰变能越低越难以衰变. β 衰变的寿命非常敏感地依赖于衰变能, 因而奇奇核的高自旋态会倾向于比低自旋态稳定些.

长寿命的高自旋同核异能态也出现在 $A \sim 130$ 奇奇核中. 在 Cs 同位素中已经观测到了长寿命的高自旋同核异能态. 对于 La 同位素, 我们预言了可能的低激发高自旋同核异能态. Cs 和 La 同位素的高自

旋同核异能态都是由于奇质子占据 $9/2^+[404]$ 而形成. 在 ^{116}Cs 中, 实验观测到一个高自旋的同核异能态. 它的自旋宇称没有最终确定下来, 实验建议的可能自旋宇称为 $(4^+, 5, 6)$ ^[19]. 我们的计算显示这个高自旋同核异能态很可能具有的组态是 $\pi 9/2^+[404] \otimes \nu 3/2^+[411]$. 这个组态耦合成为一个 6^+ 态, 与实验建议的自旋 6 吻合. 这个同核异能态的寿命为 3.9 s ^[19], 长于低自旋基态的寿命 700 ms ^[19]. 类似于 ^{70}Br 的 9^+ 同核异能态, ^{116}Cs 的 6^+ 同核异能态被测到以比低自旋基态较小的能量发生 β^+/EC 衰变^[31]. 实验测得的正电子谱的高能部分只有短寿命组分即低自旋同核异能态, 这表明这个组分主要衰变到子核 ^{116}Xe 的基态. 前面已经提到, 较小的 β 衰变能可以导致较长的寿命. 我们计算这个同核异能态的 β_2 形变为 0.28 , 明显大于 ^{116}Cs 1^+ 基态的 0.24 和子核 ^{116}Xe 基态的 0.22 . 这个强烈的形状极化是由于质子 $9/2^+[404]$ 轨道的占据. Cs 和 La 同位素中由占据质子 $9/2^+[404]$ 轨道形成的高自旋态都表现出这种强烈的形状极化. 对于 $N = 67, 69$ 同中子素, 特别值得注意的是组态为 $\pi 9/2^+[404] \otimes \nu 7/2^-[523]$ 的 8^- 态, 因为它具有非常高的自旋, 是由奇中子和奇质子同时占据高 Ω 轨道而形成的. 在 ^{122}Cs 中, 这个 8^- 同核异能态已经被观测到^[19]. 它的寿命为 3.7 min , 远长于 1^+ 基态的 21 s . 实验测得的高自旋同核异能态的寿命都比同一个核里的低自旋态的寿命长. 而且理论给出的高自旋态大多已被观测到, 而预言的很多低自旋态还没有实验数据.

从以上的讨论可见, 奇奇核中的两准粒子高自旋同核异能态普遍比低自旋态有更长的寿命. 我们已经指出一个重要的原因是, 由于角动量选择定则的约束, 高自旋态的 β 衰变能一般比低自旋的小. 此外, 文献 [32] 指出, 如果奇奇核发射的 β 粒子带走的角动量小于初末态的 K 值之差, 则这样的 β 衰变会被 K 禁戒. 例如, ^{176}Lu 中 $I^\pi = 7^-, K = 7$ 的基态衰变到 ^{176}Hf 的 $I^\pi = 6^+, K = 0$ 态的 $\log ft$ 值为 18.7 (见文献 [32] 及其所引文献). 该 β 衰变明显地是 K 禁戒的, 因为 $\Delta I = 1, \Delta \pi = -$ 的 β 衰变 (一级禁戒跃迁) 的 $\log ft$ 一般为 $6-10$. 这样的 K 禁戒也可能发生在奇特奇奇核中, 是两准粒子高自旋态寿命长于低自旋态的另外一个因素.

在位于质子滴线上或滴线之外的原子核中, 不束缚的质子会直接从基态或者同核异能态发射出来. 然而, 奇奇核的奇质子和奇中子会有相互作用, 它的奇质子会束缚得紧些. 如果奇质子占据高自旋态, 它的发射还会被离心位垒阻挡. 这些效应使得奇奇核的两准粒子高自旋态的奇质子不容易发射出来, 从而具有较长的寿命. 文献 [33] 已经指出母核与子核波函数中不同的 K 值可以导致质子衰变的 K 禁戒. 这使得把核素版图进一步往质子滴线外扩展成为可能. 质子滴线外的核的基态如果是低自旋的, 它的质子可能几乎不束缚. 但如果它存在高自旋的同核异能态, 它的寿命可能较长. 这样的情况已经被认为在 ^{159}Re 和其他一些奇质子核 [34] 中发生.

2 铜系原子核第二极小点处的高 K 同核异能态

原子核势能面的第二个极小点可以形成形状同核异能态 [35]. 这是因为它对应的形状与第一个极小点的形状大不相同, 它要衰变的话形状不容易改变. 形状同核异能态最集中的质量区是铜系原子核 [36], 这些原子核的第二个极小点对应着长轴与短轴长度之比为 2:1 的形状, 相对于普通形变的第一个极小点是高度拉长的. 形状同核异能态在其他质量区也有观测. 比如在 ^{72}Kr 中一个长椭球的形状同核异能态与扁椭球的基态共存 [28]. 在基态为长椭球的 $N = 116$ 同中子素中, 预言了高自旋的扁椭球形状同核异能态 [37].

形状同核异能机制可与高 K 同核异能机制同时出现, 导致同核异能态的衰变被进一步地禁戒. 例如, 文献 [7] 发现 ^{188}Pb , ^{186}Hg 和 ^{126}Te 的 $K^\pi = 8^-$ 同核异能态表现出这两种同核异能机制的联合作用. 更有趣的例子在铜系原子核中被观测到. 在这里, 对应形状同核异能态的第二个极小点处核子拆对形成高 K 同核异能态 [38, 39], 我们称之为高 K 形状同核异能态. 通过类比于第一个极小点出的高 K 同核异能态, 文献 [38] 第一次指出高 K 形状同核异能态是发生在第二个极小点的高 K 同核异能态. 不过, 虽然从 20 世纪 70 年代就观测到了高 K 同核异能态, 但是

直到今天所知的仍然只有屈指可数的几个例子. 而且, 由于实验只观测到了这些同核异能态的裂变, 因而只测量到寿命和大致的激发能 [36]. 理论上, 可以用两倍的中子对隙来估计其相对于形状同核异能态的激发能 [40]. 铜系原子核的形状同核异能态的发现集中在 20 世纪 70 年代 [39], 但最近使用先进的实验设备又在铜系原子核中观测到了新的形状同核异能态 [41]. 如今实验技术发展迅速, 高 K 形状同核异能态可能在不久的将来被更好地观测. 我们的工作对高 K 形状同核异能态做详细的理论描述, 一方面理解已有的观测结果, 另一方面为将来的实验提供预言 [42].

铜系原子核的第二个极小点在 γ 自由度上是稳定的, 而在 β_3 方向则比较软 [39]. 文献 [43] 的计算显示对反射不对称自由度做过最小化的裂变位垒要明显低于假设为反射对称的裂变位垒. 实际上, 在计算大形变时如果不考虑 β_3 自由度, 得到的势能面极小点有可能不对应着绝对的极小值 [44]. 在这里, 我们把限制组态方法推广到 $(\beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5)$ 形变空间. 组态限制方法即通过计算和辨认单粒子轨道的平均 Nilsson 量子数来实现对指定组态的不成对核子做绝热阻塞 [6]. 在 $(\beta_2, \gamma, \beta_4)$ 形变空间, 宇称是好量子数, 单粒子轨道分成正宇称和负宇称两类. 在不同的宇称类别中用平均 Nilsson 量子数 $\langle N \rangle, \langle n_z \rangle, \langle \Lambda \rangle, \langle \Omega \rangle$ 来跟踪能级. 到 $(\beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5)$ 形变空间, 宇称不再守恒 (平均场模型里宇称自发破缺) 而 Ω 是好量子数. 具有相同 Ω 量子数的单粒子能级都归于一个 Ω 族. 通过计算和辨认其他的 Nilsson 量子数, 从 Ω 族中找到要阻塞的轨道. 我们的计算给出对 β_4, β_5 做过极小化的 (β_2, β_3) 平面的指定组态的势能面, 能正确地处理由于不成对核子导致的形状极化, 并且可以给出裂变位垒的信息.

我们首先计算了铜系原子核的第二极小点即形状同核异能态的激发能和形变性质. ^{238}U [45] 和 ^{236}U [46] 的形状同核异能态的激发能由测量 γ 跃迁很好地被确定. 特别是 ^{238}U , 实验测到了从 0^+ 形状同核异能态到 0^+ 基态的 E_0 跃迁 [45]. 这是铜系原子核里唯一一个测到 E_0 跃迁的形状同核异能态, 它的激发能被确定得最精确 [36]. 我们的计算很好地重现了这两个核的激发能及其随中子数增加的变化趋

势. 对于其他的形状同核异能态, 实验只观测到了裂变. 它们的激发能只能通过测量激发函数近似地得到^[39]. 沿 Pu 和 Cm 同位素链, 这些近似的激发能呈上下振动的特征, 但都在我们的计算值附近. 我们对计算的第二个极小点的 β_2 形变与可获得的实验数据进行比较. 只有少数几个形状同核异能态的形状大小通过直接测量电四极矩得到 (见文献 [36] 所引文献). ^{238}U 的计算值与实验值很好地吻合, 而 ^{236}U 和 ^{236}Pu 的计算值明显低于实验测量. 不过, 这两个核的实验误差都比较大, 我们的计算都在其误差值内. 值得一提的是, ^{238}U 形状同核异能态的实验激发能和 β_2 形变都是已知形变同核异能态里最精确的, 而我们的计算对这个核重现得最好.

计算表明, 镧系原子核在第二极小点处应该存在着很多的高 K 同核异能态. 计算的高 K 形状同核异能态都对应着 (β_2, β_3) 平面上很好的极小点, 具有 $\beta_2 \approx 0.65$ 的反射对称形状. 他们相对于基态的激发能, 最大的达到 4.6 MeV. 但是, 每个核里最低的高 K 同核异能态相对于第二个极小点的能量只有约 1 MeV. 关于它们的实验信息只有寿命和从激发函数测量得到的近似激发能^[39]. ^{238}U 的激发能测量值为小于 3558 keV^[36]. 在我们的计算中, ^{238}U 有两个 $K^\pi = 7^-$ 和一个 $K^\pi = 10^-$ 态的激发能都低于 3558 keV. 最低的一个是激发能为 3258 keV 的 $K^\pi = 7^-$ 态, 它的组态为 $\nu 9/2^- [734] \otimes \nu 5/2^+ [622]$. 对于 ^{236}Pu , ^{238}Pu , ^{240}Cm 和 ^{244}Cm , 我们的计算都给出好几个激发能低于实验值的组态. 而所有计算的 ^{242}Pu 的高 K 态都比实验的上限 3200 keV 高. 激发能为 3473 keV 的 $K^\pi = 8^-$ 的态是计算的最低态, 它的组态为 $\nu 9/2^- [734] \otimes \nu 7/2^+ [624]$. 对于 ^{242}Cm , 可能的同核异能态由组态 $\nu 5/2^+ [862] \otimes \nu 9/2^- [734]$ 形成. 这个 $K^\pi = 7^-$ 态的激发能计算值为 2728 keV, 很好地符合实验的 2800 keV. 另外一个耦合 $K^\pi = 10^-$ 态的 $\nu 11/2^- [615] \otimes \nu 9/2^- [734]$ 也是一个可能的组态. 它的计算的激发能为 2786 keV.

通过理论与实验的比较, 我们对观测到的高 K 形状同核异能态建议了可能的组态. 但是, 由于没有实验的自旋和宇称, 我们建议的组态还未能被证实. 实验对这些观测到的高 K 形状同核异能态没有指定自旋宇称是因为没有观测到 γ 跃迁, 虽然实验观测

到了建立在第二个极小点之上的集体转动带内的级联 γ 跃迁^[36]. 高 K 形状同核异能态的 γ 衰变很可能是被高度地 K 禁戒了. 因为这些高 K 态相对于第二个极小点的激发能只有约 1 MeV, 是非常低的, 同时 K 值都比较大. 这些都非常有利于 K 禁戒. 特别地, 这些高 K 态具有高度拉长的轴对称形状, 这非常有利于 K 量子数的守恒. 一般地, 大的轴对称形状与小的轴对称形状相比不容易发生形状起伏到三轴形变. 这种形状起伏会引入 K 混合, 并且有利于以 γ 隧穿加快衰变^[47]. 与其他所有观测到的普通形变的高 K 同核异能态不同, 这些具有长轴与短轴之比约为 2:1 的轴对称形状的高 K 形状同核异能态可能是 K 禁戒的极端例子. 它们若要朝第一个势井里的态衰变, 则会同时被形状同核异能机制和高 K 同核异能机制所阻止.

γ 跃迁的强烈被阻止迫使高 K 形状同核异能态发生裂变. 值得注意的是, 除了 ^{238}U 的高 K 形状同核异能态的寿命只知道下限, 其他所有的高 K 形状同核异能态都比其对应的形状同核异能态的裂变寿命更长. 特别地, ^{236}Pu , $^{240-244}\text{Cm}$ 的高 K 形状同核异能态的寿命比其对应的形状同核异能态的寿命至少长三个数量级. 为了理解这些观测结果, 我们把这些态的势能面计算到 β_3 高达 0.3. 我们发现, 计算的高 K 形状同核异能态的势能面一般比其对应的形状同核异能态的硬. 硬的势能面意味着裂变的难度大, 所以高 K 形状同核异能态的寿命会长于形变同核异能态的寿命. 实际上, 根据文献 [8, 39] 的工作, 高 K 形状同核异能态会具有比形状同核异能态更高且更宽的裂变位垒. 文献 [8] 发现, 不成对核子导致超重核的高 K 同核异能态的裂变位垒相对于基态的裂变位垒增高增宽, 从而使得高 K 同核异能态比基态更稳定. 由不成对核子导致的裂变位垒增加效应也发生在奇 A 和奇奇镧系原子核中, 这些原子核被发现系统性地比偶偶镧系原子核寿命更长^[39]. 不成对核子能使裂变位垒增加一方面是由于阻塞导致超流性减弱, 另一方面是因为不成对核子耦合出的 $(I, K)^\pi$ 在整个裂变过程中需要保持不变. 由于长的寿命有利于实验的探测, $^{236-238}\text{Pu}$ 和 $^{242-244}\text{Cm}$ 中的高 K 形状同核异能态都先于形状同核异能态被观测到^[38, 48-50].

3 高阶形变对于 ^{254}No 附近高 K 同核异能态的影响

通过克服大量质子间的强排斥力, 量子壳效应可以导致超重原子核的存在. 理论预言在 ^{208}Pb 之后的下一个双幻核附近存在一批具有较高稳定性的原子核, 构成超重核稳定岛. 目前实验上合成的最重的超重元素是 $Z = 118$ [51, 52], 但仍然没有确定稳定岛的位置. 对位于进入超重核区门口的超铀核, 实验进行了详细的谱学研究 [53]. 其中值得注意的是准粒子高 K 同核异能态的观测, 它们提供了探知这些核费米面附近单粒子能级的途径. 例如, 在 $A \approx 250$ 原子核中系统性地观测到 $K^\pi = 8^-$ 同核异能态表明 $N = 152$ 和 $Z = 100$ 处形变壳的存在 [54]. 这样的信息对于正确地确定单粒子能级很重要, 确定出的单粒子能级可用来预言超重核的性质. 而且, 高 K 同核异能态因其相对于 α 衰变和自发裂变增强的稳定性而对超重核研究有特殊的意义 [8].

在 $A \approx 250$ 区, ^{254}No 因其在实验中相对较高的生成率而成为最近实验的焦点. Herzberg 等人 [55], Tandel 等人 [16], Kondev 等人 [56] 领导的实验组在这个核里观测到了两准粒子和四准粒子的同核异能态. 稍后 Heßberger 等人 [57] 和 Clark 等人 [58] 对这些同核异能态作了进一步研究, 重点是观测建立在两准粒子态上的转动谱. 这些文献都观测到了两准粒子同核异能态和四准粒子同核异能态, 但对于它们的组态有争议. Heßberger 等人 [57] 和 Clark 等人 [58] 给出的连接两准粒子态和四准粒子态的能级是不同的. 无疑地, 对于 ^{254}No 的高自旋结构需要实验和理论的更多研究.

理论上近年对于超重核的研究也在不断进展 [59]. 其中一个发现是高阶形变, 尤其是 β_6 , 对于计算很重的核是重要的 [60, 61]. 包含 β_6 的计算可以增加最高超过 1 MeV 的结合能 [60], 获得更好的与实验的符合. 对于 ^{254}No , 加入 β_6 计算的基态转动惯量比只考虑 β_2 和 β_4 的结果大 17% [62]. 理论上在 $A \approx 250$ 预言了较明显的 β_6 形变, 特别地, ^{254}No 在该区具有最大的 β_6 形变 [62]. 我们的工作研究了高阶形变对于高 K 同核异能态的影响 [63].

我们将组态限制势能面计算 [6] 应用于 $(\beta_2, \beta_4,$

$\beta_6)$ 三维形变空间来确定 ^{254}No 多准粒子态的形变和激发能. 在 ^{254}No 中实验 [58] 和理论 [62] 表明 γ 和 β_3 形变可以忽略. 在所取的形变下, 单粒子能级的宇称和自旋第三分量都是好量子数, 方便跟踪能级进行组态限制计算.

我们计算的 ^{254}No 基态的 β_6 形变为 -0.029 , 拆对激发形成的多准粒子态的形变基本跟基态的一样. 高阶形变的影响比较显著. 由于 β_6 形变, 基态结合能多出 0.8 MeV. 多准粒子态也比不考虑高阶形变时显示更深的势阱, 如 $K^\pi = 8^- \{ \pi 7/2^- [514] \otimes \pi 9/2^+ [624] \}$ 态的势阱深度增加 0.856 MeV. 特别地, 我们发现 β_6 形变对势垒顶部没有影响. 计算的多准粒子态的裂变位垒都比基态的高且宽, 表明不成对核子提高了相对于裂变的稳定性, 这与实验上观测到两个同核异能态的非常小的裂变分支比 $\approx 10^{-4}$ [57] 一致.

我们将包含和不包含 β_6 形变计算的多准粒子态与实验结果进行了详细的比较. 实验上通过 g 因子测量非常好地确定了 $K^\pi = 3^+$ 态的组态为 $\pi 1/2^- [521] \otimes \pi 7/2^- [514]$ [16, 55, 58]. 考虑 β_6 形变后我们计算这个态的激发能为 0.956 MeV, 与实验值 0.988 MeV 非常符合. 这么低的激发能意味着 $\pi 1/2^- [521]$ 和 $\pi 7/2^- [514]$ 轨道非常接近. 检查计算的单粒子能级后, 我们发现考虑 β_6 形变后, 这两条轨道接近于简并. 正是由于考虑 β_6 形变, 我们才获得了明显改善的结果. 单粒子能级显示 β_6 形变导致 $N = 152$ 和 $Z = 100$ 形变壳扩大, 这与以前的工作 [60] 是一致的.

对于观测到的 266 ms $K^\pi = 8^-$ 同核异能态的组态, 文献 [16, 55, 57] 建议的是两准质子组态 $\pi 7/2^- [514] \otimes \pi 9/2^+ [624]$, 而最近的实验 [58] 更倾向于两准中子组态. 有两个可能的两准中子组态: $\nu 9/2^- [734] \otimes \nu 7/2^+ [613]$ 和 $\nu 9/2^- [734] \otimes \nu 7/2^+ [624]$. 计算显示后者因激发能太高而不太可能成为同核异能态. 组态 $\nu 9/2^- [734] \otimes \nu 7/2^+ [613]$ 的激发能计算值非常接近于两准质子组态 $\pi 7/2^- [514] \otimes \pi 9/2^+ [624]$ 的值, 两者都比不考虑 β_6 形变更靠近实验测量的激发能. 我们的计算无法区分两者谁能形成同核异能态, 需要实验上 g 因子的测量来确定 $K^\pi = 8^-$ 同核异能态的组态.

上述两个能量靠近的 $K^\pi = 8^-$ 态可以耦合形成四准粒子的 $K^\pi = 16^+$ 态, 类似于 ^{178}Hf 中寿命

为 31 年的 $K^\pi = 16^+$ 态. 实验确实观测到了一个寿命约 184 μs 的同核异能态. 不过文献 [55] 建议的组态为 $K^\pi = 16^+ \{v9/2^- [734] \otimes v7/2^+ [624] \otimes \pi7/2^- [514] \otimes \pi9/2^+ [624]\}$, 而文献 [16,56] 建议的组态为 $K^\pi = 14^+ \{v9/2^- [734] \otimes v3/2^+ [622] \otimes \pi7/2^- [514] \otimes \pi9/2^+ [624]\}$. 最近的实验 [58] 则认为其自旋宇称应该是 $K^\pi = 16^+$. 我们的计算显示以上组态的激发能都高于 $v9/2^- [734] \otimes v7/2^+ [613] \otimes \pi7/2^- [514] \otimes \pi9/2^+ [624]$ 的激发能. 故此, 这个组态很可能形成实验观测到的 184 μs 的同核异能态. 其包含 β_6 形变的激发能计算值为 2.722 MeV, 接近实验值 2.928 MeV. 不考虑 β_6 形变的激发能计算值要小一些.

4 丰中子 Hf 同位素中的高 K 同核异能态

在 ^{178}Hf 中存在著名的寿命长达 31 年的 $K^\pi = 16^+$ 同核异能态. 理论预言了丰中子 Hf 同位素也具备存在类似的长寿命同核异能态的条件, 如相对较低的激发能和高 K 值, 如 ^{188}Hf 中的 $K^\pi = 18^+$ 态 [64–66]. 实验上, 碎裂反应 [67] 和深度非弹反应 [68] 已经被用来探索这片区域. 例如, 在 ^{190}W 中观测到 240 μs $K^\pi = 10^-$ 的同核异能态. 最近的一个大突破是使用存储环质量测量在丰中子 Hf 同位素直到 ^{186}Hf 中观测到了长寿命的同核异能态 [69]. 但 ^{188}Hf 中的 $K^\pi = 18^+$ 态是否和 ^{178}Hf 中的 $K^\pi = 16^+$ 一样具有超长的寿命仍有待确定.

虽然 ^{188}Hf 附近的高 K 态被理论预言具备相对较低的激发能和高 K 值 [70], 但形成长寿命高 K 同核异能态的另一个因素——形变, 可能与 ^{178}Hf 大相径庭. 长寿命高 K 态通常具有很好的轴对称形变, 以使得 K 量子数尽量地守恒. ^{178}Hf 的中子数为 106, 处于幻数 82 和 126 正中间, 因此该核具有很好的形变, 利于形成长寿命同核异能态. 但是, ^{188}Hf 的中子数为 116, 更靠近幻数一些, 因而形状拉长的程度减小. 通常, β_2 越小的形状越容易产生偏离轴对称形状的起伏, 这种偏离导致 K 量子数的混合. ^{188}Hf 附近的形状在多大程度上影响长寿命高 K 同核异能态的形成是一个值得研究的问题.

采用组态限制的位能面模型 [6], 我们系统性地

计算了 $^{176-192}\text{Hf}$ 中的高 K 同核异能态 [71]. 计算结果较好地重现了 $^{176-182}\text{Hf}$ 中观测到的 $K^\pi = 8^-$ 同核异能态的激发能 [19]. 计算的 $K^\pi = 8^-$ 同核异能态的激发能在 $N = 118$ 处急剧增大, 这是由于这里发生了由长椭球到扁椭球的基态形状相变. ^{190}Hf 的 $K^\pi = 8^-$ 态的激发能计算值为 1.86 MeV, 其形变为长椭球, 非常不同于基态的扁椭球. 而且计算的 β_4 形变也与基态的大不相同. 高 K 同核异能机制与形状同核异能机制可能同时发生在这个 $K^\pi = 8^-$ 态上, 就像 ^{186}Hg 的 $K^\pi = 8^-$ 同核异能态 [7]. 由于较高的激发能和较小的 β_2 形变, Hf 同位素中的 $K^\pi = 8^-$ 同核异能态链是否会终结于 $N \approx 118$ 有待实验确定.

然后我们计算了 $^{176-190}\text{Hf}$ 中最低的四准粒子高 K 同核异能态. 这些态是由拆一对中子与 $\pi_{8-}^2 \{7/2^+ [404] \otimes 9/2^- [514]\}$ 耦合形成的. 对于 ^{188}Hf , 计算显示有一个 $K^\pi = 16^-$ 态与 $K^\pi = 18^+$ 态能量非常接近. $^{176-182}\text{Hf}$ 计算的激发能都与实验值接近. 从我们的计算来看, 在 ^{184}Hf 中观测到的激发能为 2.48 MeV 的同核异能态很可能是一个四准粒子的 15^+ 态. 文献 [69] 基于阻塞的 Nilsson+LN 计算将 ^{186}Hf 中观测到的同核异能态建议为 17^+ 态, 但激发能计算值远低于实验值. 我们的计算也是如此. 计算值与实验值的差别可能来源于实验和理论两方面. 对于这个同核异能态, 实验仅观测到两个离子, 而且实验不能确定它是最低的四准粒子态. 理论上, 剩余相互作用, 单粒子能级和对相互作用强度的考虑或微调都可能导致几百 keV 的差别.

对于丰中子的 Hf, 计算给出较小的 β_2 形变. 如前文所述, 这些核容易偏离轴对称形变. 由于高 K 态可以穿透三轴形变处的势垒而衰变 [72], 相对于三轴形变软的高 K 态将容易发生这种衰变而不能具有长的寿命. 为了查看丰中子 Hf 的高 K 同核异能态中伴随较小的 β_2 形变而来的三轴形变软度, 我们计算了这些态的随 γ 自由度变化的势能曲线. 我们将 ^{178}Hf 作为标准, 把其他丰中子 Hf 与其进行比较. 发现丰中子 Hf 基态随中子数增加 β_2 形变减小同时三轴形变软度增加. $^{188,190}\text{Hf}$ 的 $|\beta_2| < 0.2$, 它们的基态势能曲线非常地平坦. 不过, 相对基态, $^{186,188}\text{Hf}$ 的高 K 态势能面的硬度增加. ^{188}Hf 的同核异能态的势能面与 ^{186}Hf 的差别不大, 尽管两者的势阱都浅于 ^{178}Hf

的, 实验已经在后者观测到长寿命的同核异能态^[69]. 这表明^{186,188}Hf 的形变仍然能形成长寿命的同核异能态.

5 寻找梨形的高 K 同核异能态

梨形的原子核基态和集体高自旋态已经有丰富的实验观测^[73] 和理论研究^[74], 但至今没有发现梨形的高 K 同核异能态. 理论上, 梨形的高 K 同核异能态是存在的, 因为梨形也是轴对称的形状, K 量子数可以是个好量子数. 然而, 目前已知的反射不对称原子核的 β_2 形变一般都比较小, 不利于高 K 同核异能态的形成. 八极关联最强的区域 ($Z \approx 88, N \approx 134$), 也就是最可能出现稳定的梨形原子核的区域的原子核只有大小为 0.1 左右的 β_2 形变^[73]. 不过, 在^{238,240}Pu 附近, 实验发现第二个存在最大八极关联的质量区^[75]. 这里的原子核的 β_2 形变超过了 0.2, 满足高 K 同核异能态形成的形状因素. 实际上, 已经有实验试图在²⁴⁰Pu 的 $K^\pi = 5^-$ 同核异能态中寻找八极关联^[76], 但该实验没有发现这个同核异能态是梨形的证据. 我们对这个区域做系统性的计算^[77], 从理论上寻找最可能的梨形高 K 同核异能态, 以期指引将来的实验.

应用包含反射不对称自由度的限制组态位能面计算^[42] 我们调查了 $Z = 90 - 96, N = 140 - 152$ 区域的偶偶核. 在 $N = 142, 144$ 同中子素的 $K^\pi = 6^- \{v5/2^+[633] \otimes v7/2^-[743]\}$ 中发现了不为零的八极形变. 不过它们的 $\beta_3 < 0.05$, 同时极小点离反射对称的势垒高度 ≤ 100 -keV. 这意味着相对于其具有反射对称形变的基态, 这些高 K 态只有稍微增强的八极关联. 由于位能曲面相对于八极形变很软, 是否存在稳定的八极形变需要采用超越平均场的理论如生成坐标法, 宇称和角动量投影等处理. 在 $N = 142$ 的一个原子核²³⁴U 中, 实验已经观测到了一个 33.5 μ s 的同核异能态, 并指定其组态为 $K^\pi = 6^-$ ^[78,79]. 我们计算的激发能 1.255 MeV 接近于实验测定的 1.421 MeV. 实验上观测到这个同核异能态主要以 K 禁戒的 γ 跃迁衰变到 $K^\pi = 2^-$ 的八极带^[79]. 测得的 γ 跃迁的高禁戒度可归因于这个态具有很好的轴对

称形变. 这样的形变有利于 K 量子数的守恒. 这个 $K^\pi = 6^-$ 态可以系统性地出现在 $N = 142, 144$ 同中子素中. 在这些核中这个态具有与已观测到的²³⁴U 的 33.5 μ s 同核异能相似的激发能和形变. 沿同中子素链, 计算的 β_3 形变随质子数增加而减小. 从实验上来观测这些因拆对激发而增强的八极关联将是非常有意义的. ²³⁴U 的 $K^\pi = 6^-$ 同核异能态也值得进一步研究. 目前实验仅尝试性地建立 $I^\pi = 7^-, 8^-, 9^-$ 三条能级于该同核异能态上^[78]. 一个 $K^\pi = 6^+$ 的组态 $v5/2^-[752] \otimes v7/2^-[743]$ 也可系统性地发生在 $N = 142, 144$ 同中子素中. 但计算得到的它们的激发能都比相应的 $K^\pi = 6^-$ 态高. 比如, ²³⁴U 的 6^+ 态计算值为 1.409 MeV, 并且计算的 $\beta_3 \approx 0$.

在²³⁶Am 和²⁴⁰Np 的 β 衰变的子核²³⁶Pu 和²⁴⁰Pu 中实验上分别观测到了 1.2 μ s 1.185 MeV^[80] 和 165-ns 1.309 MeV^[81] 的同核异能态. 两个同核异能态的组态都指定为 $K^\pi = 5^- \{\pi5/2^-[523] \otimes \pi5/2^+[642]\}$. 两者都在我们的计算中被很好地重现, 计算的激发能分别为 1.218 MeV 和 1.247 MeV. 在²⁴⁴Cm 中实验观测到由²⁴⁴Am 发生 β 衰变产生一个 34 ms $K^\pi = 6^+$ 的同核异能态^[82,83]. 我们计算的激发能 0.972 MeV 与观测值 1.040 MeV 非常吻合, 支持指定的组态 $v5/2^+[622] \otimes v7/2^+[624]$. 类似的同核异能态也可在它附近的原子核中出现.

曾经有实验尝试在²⁴⁰Pu 的 $K^\pi = 5^-$ 同核异能态中观测反射不对称性^[76]. 我们计算的该同核异能态的势能面显示其具有相对于反射不对称较软的 $\beta_3 \approx 0$ 的形变. 由于其相对于基态并无增强的八极关联, 从而可以理解实验上没有在这个同核异能态中观测到反射不对称性. 我们还计算了高激发能的四准粒子和六准粒子的高 K 态, 它们的势能面都显示反射对称的形变.

6 缺中子铅钋同位素的长椭扁椭形状共存现象

质量数 $A \sim 190$ 区缺中子 Hg, Pb 原子核的形状共存现象多年以来一直是十分有趣的物理问题^[84-86]. 近期由于实验上在¹⁸⁶Pb 中发现激发能

较低的、与球形 0^+ 态共存的长椭球、扁椭球 0^+ 态^[87], 这个区域的形状共存现象再次引起人们的关注. 因为 $Z = 82$ 是满壳, 故而缺中子 Hg, Pb 原子核的基态为球形. 然而对 $N = 104$ 附近的核, 自旋为 0 的位能面在长椭球跟扁椭球一侧各有一个能量很低 (< 3 MeV) 的极小点. 对于偶偶核, 实验上发现形状共存最重要的证据就是找到能量低的 0^+ 态. 在实验上, 中子数从 100 到 112 偶偶的 Pb 同位素中, 至少有一个低激发 0^+ 态已经被发现^[86]. 其中在 $^{186,188}\text{Pb}$ 中, 建立在长椭球^[88-90], 扁椭球^[91,92] 形变极小点上的转动带也已经被发现.

从壳模型的观点出发, 低激发的 0^+ 态的出现是质子的 2 粒子 -2 空穴和 4 粒子 -4 空穴 (或者 6 粒子 -6 空穴) 激发穿过 $Z = 82$ 满壳引起的. 然而, 对缺中子 Hg, Pb 和 Po 的位能面 (PES) 计算却得到非常软的形变. 这表明建立在不同形变上的转动带之间可能有很强的混合 (Mixing)^[93,94]. 事实上, 在这个区域激发态形状混合已经为实验上观测到的转动带之间 $J \rightarrow J$ 跃迁的 E_0 组分所证实^[95]. 不同形状之间的混合这种现象本身虽然很有意思, 但是它同时使得区分几种形状十分的困难. 值得一提的是在轻的钋同位素中, mixing 使得形状的区别尤为困难^[86,96]. 理论上描述这种 mixing 需要用到 2-level/3-level 分析^[97,98], 或者需要用到更复杂的模型计算^[99,100].

集体转动可以使得浅的 (软的) 形变极小点加深. 这是因为随着集体转动频率的增加, 越来越多的核子占据高 j 轨道, 而这些高 j 轨道具有很强的形状极化效应 (Deformation-driving Effects). 我们在本文所要讨论的是另一种能够使得极小点变得更加稳定的机制, 即多准粒子激发的机制. 文献 [7] 已经指出, 占据高 Ω (角动量在对称轴上的投影) 的轨道能够使得原子核极化而具有更大的形变. 好的轴对称形变和低的激发能结合, 有助于高 K 同核异能态的形成^[101]. 鉴于同核异能态有利于增强原子核的稳定性, 它们就十分有利于实验的测量, 并且它们的衰变能够给出原子核的结构信息. 近年来缺中子 Pb 同位素中同核异能态的观测取得了很大的进展^[86]. 例如在 ^{188}Pb 中, 已经观测到三个分别具有不同形状的同核异能态^[95,102].

扁椭球形变的高 K 同核异能态是这个核区另一

个有意思的特征. 它们的形成是因为破对的核子占据在高 K 扁椭球驱动的轨道上. 与长椭球相比, 扁椭球形变的原子核比较罕见. 扁椭球形变数目较少或许直接与平均场的细节有关^[103,104]. 在一个核区的原子核内发现稳定的扁椭球形变态于是变得十分有意义. 而且, 通过同核异能态的激发能和组态还可以推得扁椭一侧单粒子轨道的信息.

6.1 扁椭球形变的高 K 同核异能态

在偶偶的 $^{188-196}\text{Pb}$ 和 $^{194-210}\text{Po}$ 中, 实验已经系统地观测到 $K^\pi = 11^-$, 组态为 $\pi\{9/2^-[505], 13/2^+[606]\}$ 扁椭球形变高 K 同核异能态^[86]. 在 ^{196}Pb ^[105,106] 和 $^{198,200}\text{Po}$ 中该组态已经为 g 因子测量所证实. 在偶偶核的 $^{188-196}\text{Pb}$ 和 $^{198-210}\text{Po}$ 中, 实验也系统地观测到 $K^\pi = 8^+$ 扁椭球的高 K 同核异能态. $^{198,200}\text{Po}$ 核中该组态通过 g 因子的测量被指定为 $\pi\{9/2[505], 7/2[514]\}$ ^[106]. 从质子的 Nilsson 能级图可以看到, 扁椭一侧 $Z \approx 82$ 的费米面附近有很多有扁椭球形变驱动 (Oblate-deformation Driving) 效应的高 Ω 轨道. 它们事实上已经在邻近的奇 Z 核中被实验观测到. 所以可以想见, 能量比上述两个组态更低的高 K 态或许会存在于 Po 同位素中, 因为 $Z = 84$ 的费米面正处在那些更高 Ω 的轨道当中.

我们对中子数从 104 到 116 的 Pb 和 Po 同位素进行了系统的计算, 预言了大量的高 K 态, 其中有些可能成为长寿命同核异能态^[107]. 作为一个例子, 图 1 展示的是 ^{186}Pb 中预言的扁椭的 11^- 组态和长椭的 6^- 组态. 为了进行系统的比较, 图 2 展示了实验得到和我们理论计算的扁椭球高 K 同核异能态的激发能和形变. 我们可以看到, 理论计算与实验总体上还是符合的. 结果很好地重现了实验的能量随着中子数变化的趋势, 但是在稍重一些的 Pb 同位素, 理论给出过高的激发能. 理论跟实验的差别从 ^{188}Pb 的大约 100 keV 到 ^{196}Pb 的 500 keV. 扁椭球形的 11^- 和 8^+ 同核异能态的 $|\beta_2|$ 值从 ^{186}Pb 的 0.19 平滑地减小到 ^{198}Pb 的 0.15. 为了比较, 我们从实验测得的 $^{192-196}\text{Pb}$ 的内禀四极矩^[108,109] 提取了 β_2 值. 我们看到计算结果很好地重现了 $^{194,196}\text{Pb}$ 的实验结果, 但对 ^{192}Pb 却给出了过小的理论计算值. 本次计算的结果跟此前

图 1 计算的 ^{186}Pb 中具有长椭球形变的 $K^\pi=6^-$ (组态 $\nu\{7/2[633], 5/2[512]\}$) 态 (a) 和具有扁椭球形变的 $K^\pi=11^-$ (组态 $\pi\{13/2[606], 9/2[505]\}$) 态 (b) 的位能面图. 相邻的等能量线的能量间距为 100 keV. 这种位能面是相对于 $\gamma=0^\circ$ 对称的, 即具有 $\gamma=-60^\circ$ 的形变与具有 $\gamma=60^\circ$ 的形变等价

Figure 1 Configuration-constrained PESs for the prolate $K^\pi = 6^-$ ($\nu\{7/2[633], 5/2[512]\}$) state (a) and the oblate $K^\pi = 11^-$ ($\pi\{13/2[606], 9/2[505]\}$) state (b) in ^{186}Pb . The energy difference between neighboring contours is 100 keV. The intrinsic PESs are reflection-symmetric about $\gamma = 0^\circ$; that is, the shape with $\gamma = -60^\circ$ is the same as the one with $\gamma = 60^\circ$ for noncollective excitations.

限制在轴对称形变的 Nilsson-Strutinsky^[93] 以及 Skyrme-HFB^[109,110] 理论计算结果是相一致的.

与 Pb 同位素相比, Po 同位素中的形状共存并未很好地建立起来. 正如图 2 所展示的, Pb 同位素的基态总是球形的, 而 0_2^+ 态是扁椭球形变. 这与 Skyrme-HFB 计算^[110] 给出的结果一致. Po 同位素的位能面则更为复杂. 图 3 显示的是 Po 同位素的以 β_2 为横坐标的位能曲线. 在每个 β_2 形变点, 能量均已经对 β_4 取过极小. 我们看到未拆对的 0^+ 态的能量曲线都相对于形状自由度非常软, 这与实验在 $^{194,196}\text{Po}$ 中发现的振动性质相符合^[111]. 文献 [86] 指出低激发态会是 2 粒子态与 4 粒子 -2 空穴组态的形状混合. 我们的结果表明在 $^{188-196}\text{Po}$ 中, 扁椭球极小点出现在 $\beta_2 \approx -0.2$ 处, 而在 $^{188,190}\text{Po}$ 中, 长椭球形变出现在 $\beta_2 \approx 0.25$ 处. 而对形变处在 $|\beta| < 0.1$ 区域, 能量曲线相对于形变非常软, 这表明 Po 同位素会有近球形的形状. 本次计算的能量曲线大致上与文献 [110] 相近, 同样得到在 Po 同位素中有形状共存的结论. 这里的计算同样与之前的位能面计算相符合^[98].

实验上稍重一些的 Po 同位素 (中子数 $N \leq 116$) 的 2^+ 和 4^+ 态的激发能几乎不随中子数变化, 而且

图 2 计算的 Pb 和 Po 同位素中的 $\pi\{13/2^+[606], 9/2^-[505]\}$ ($K^\pi=11^-$) 和 $\pi\{7/2^-[514], 9/2^-[505]\}$ ($K^\pi=8^+$) 扁椭球组态的激发能 (a, b) 和相应的 β_2 形变值 (c, d). 实验值可以在文献 [86,109] 中找到

Figure 2 Excitation energies [panels (a) and (b)] and the corresponding β_2 deformations [panels (c) and (d)] for $\pi\{13/2^+[606], 9/2^-[505]\}$ ($K^\pi = 11^-$) and $\pi\{7/2^-[514], 9/2^-[505]\}$ ($K^\pi = 8^+$) oblate states in lead and polonium isotopes. The experimental data are from refs. [86,109].

图 3 计算的缺中子 Po 同位素中的形状共存的几个极小点的位能曲线

Figure 3 Potential energy curves against β_2 deformation for shape-coexisting minima in neutron-deficient even-even polonium isotopes.

$E(4^+) \approx E(2^+)$ [86]. 这些原子核被认为是近球形的非简谐振子 (Anharmonic Vibrators) [86]. 对于比 ^{198}Po 轻的偶偶 Po 同位素, 转晕带的相应态的激发能随中子数减小持续地减小. 这被认为是体系渐渐走向形变的表现 [112]. 我们的计算对比 ^{198}Po 轻的同位素给出扁椭极小点随中子数减小而逐渐降低, 这也是同实验观测相符的. 近期的实验也确认了 ^{194}Po 的形状混合的说法. 对于 ^{190}Po , 低激发带里已经发现有长椭球形变 [113], 这也是与我们的计算相符的.

下面我们研究 Po 同位素的多准粒子组态. 我们对可能的低能量两准粒子高 K 组态进行了详细的研究. 两准质子 $K^\pi = 11^-, \pi\{13/2^+[606], 9/2^-[505]\}$ 由于被实验系统地发现存在于 $^{194-200}\text{Po}$ 中而且已经被广泛地研究过 [86], 所以特别值得关注. 实验观测到的 11^- 同核异能态一般在 2.5 MeV 左右. 最近的实验在 ^{192}Po 里观测到一个 580(100) ns 的同核异能态 [114]. 它通过一个 154 keV 的跃迁到该核集体转动带的 10^+ 态. 该 154 keV 跃迁为 $E1$ 性质, 所以长寿命态很有可能是 11^- 同核异能态. 计算的 11^- 态的能量在图 3 里. 我们看到该组态具有非常软的扁椭球形变. 在 ^{194}Po 里, 我们看到 11^- 态有两个极小点分别处在形变 $\beta_2 \approx -0.2$ 和 $\beta_2 \approx -0.1$ 的位置, 由一个很低的能量位垒分隔. 从图 2 中可以看到, 从 ^{194}Po 到 ^{196}Po , 最低的极小点形变分别从 $\beta_2 \approx -0.2$ 移动到 $\beta_2 \approx -0.1$. 然而, 这并不能说明这里有一个突然的形状变化. 其实总结为 $^{194,196}\text{Po}$ 中的 11^- 组态具有非常软的扁椭圆形变, 形变值介于 $\beta_2 = -0.2$ 和 -0.1 之间这个结论更为合理.

在我们的模型里激发能是高 K 态和基态极小点作能量差得到的, 但是对于形变自由度软的核, 组态混合不容忽视 [110]. 文献 [110] 的作者对形变软的 Po 同位素的 0^+ 态进行了生成坐标法 (GCM) 计算, 得到的结果发现组态混合后的能量本征值偏离 PES 极小点. 然而, 我们注意到 GCM 方法得到的 0_2^+ 和 0_1^+ 的本征能量的差与 PES 得到的第二个极小点和第一个极小点的能量差相差无几. 在我们的模型中, 我们可以认为在极小点附近, 0^+ 和 11^- 的 PES 的软度至少部分地抵消了. 所以由 PES 得到的多准粒子态的激发能应该是可以接受的近似. 这个观点实际上已经被以前的计算所证实 [6,7], 那些计算很好地描述了

实验的多准粒子组态激发能. Pb 同位素具有很好的球形基态和扁椭高 K 态. 文献 [110] 利用 PES 得到的极小点来确定 Pb 同位素的激发能, 这也为之前的理论计算所肯定 [115-118]. 这些都说明 Pb 同位素中的形状混合效应不十分严重. 故而 PES 计算得到的多准粒子激发能对 Pb 同位素来说应该更准确些.

图 2 展示了 $K^\pi = 11^-$ 同核异能态理论与实验的比较. 我们看到结果与实验的能量值比较好地符合. 在 Pb 同位素中, 11^- 同核异能态 (包括 8^+ 同核异能态) 的激发能随着中子数增加有增加趋势, 这与 0_2^+ 态的趋势相同 (见图 2). 这样的趋势很容易理解, 因为这些同核异能态都建立在扁椭极小点之上. 实验上已经确定扁椭形的 0_2^+ 总是比球形的 0_1^+ 高, 而且激发能随着中子数的增加而增加 (见图 2). 在 Po 同位素中, 形状很软的 11^- 态同样建立在扁椭极小点之上, 而 0^+ 极小点的结构由于可能存在扁椭球、长椭球和球形变的共存而非常复杂, 正如前面所指出的. Po 同位素中, 理论计算系统性地比实验的激发能低大概 200-400 keV. 这或许因为我们模型当中所不包括的形状混合效应引起的. 然而, 另一种之前的工作 [6,7] 所讨论过的可能性是我们模型当中的对强度 (Pairing Strength). 轻微地加大对强度就能够大大增加多准粒子的激发能 [6,7]. Pb 同位素中对 11^- 和 8^+ 同核异能态激发能系统性的高估可以通过少量减小质子的对强度来修正.

除了系统发现的 11^- 和 8^+ 同核异能态之外, 在缺中子 Po 同位素中预言了很多的两准粒子高 K 态. 它们的激发能低于 3.5 MeV. 特别是具有两质子组态 $\pi\{13/2^+[606], 7/2^-[514]\}$ 的高 $K(K^\pi = 10^-)$ 组态被预言具有甚至比观测到的 11^- 同核异能态还要低的激发能. 低的激发能暗示着 10^- 态长寿命的可能性会很大. 这些高 K 组态提供了很好的研究缺中子 Po 同位素中的扁椭圆形变以及形状共存的机会.

对于一个多准粒子组态, 电四极矩和 g 因子是另外两个重要的能够提供组态和形状信息的实验观测量. 在现有的模型里, 内禀四极矩是通过公式: $Q_{20} = \sum q_{k_j} + \sum_{k \neq k_j} 2V_k^2 q_k$ 来计算的, 其中 q_{k_j} 是 WS 单粒子轨道的第 k_j 条轨道的四极矩贡献. 第一项来自于占据第 k_j 条单粒子轨道的非配对轨道, 而第二项来自于配对的轨道, V_k^2 是 Lipkin-Nogami 对相互作用给出

的占据几率. 堵塞效应通过使得在求和中 $k \neq k_j$ 被考虑进去. 这样算得的四极矩是组态相关的. 现有的模型还无法计算 g 因子, 这方面的计算将会是未来的工作.

6.2 长椭球形变的高 K 同核异能态

在 Hg, Pb 同位素里, 实验上关于长椭球形变高 K 同核异能态的信息比较稀少. 唯一知道的几个包括在 ^{186}Hg [119] 和 ^{188}Pb [95] (中子数均为 $N = 106$) 两准中子 $K^\pi = 8^- (\nu\{7/2^- [514], 9/2^+ [624]\})$ 组态. 在 $N = 104$ 同中子素中, 主要观测到的组态变为优惠的 $K^\pi = 6^+ (\nu\{7/2^- [514], 5/2^- [512]\})$ 和 $7^- (\nu\{7/2^+ [633], 7/2^- [514]\})$. 从 ^{172}Er 到 ^{180}Os , 6^+ 同核异能态被系统的观测到, 寿命从几个 μs 到若干 ns 不等 [120, 121]. 7^- 同核异能态也已经在 ^{178}W [122], ^{180}Os [123] 和 ^{182}Pt [124] 中被观测到. 对于 $N = 102$ 同中子素, 一个 $K^\pi = 6^-$ 态, 组态为 $\nu\{7/2^+ [633], 5/2^- [512]\}$, 已经在 ^{172}Yb [125] 和 ^{174}Hf [126] 中观测到, 并且很有可能在 ^{170}Er [127] 中也已经观测到. 尽管与这些建立在高 K 组态上的带结构相似的带已经在 ^{182}Hg [128] 被发现, 上面提到的三个组态在重一些的 $N = 102, 104$ 同中子素中并没有被发现. 我们注意到 $K^\pi = 6^- \nu\{7/2^+ [633], 5/2^- [512]\}$ 组态具有非优惠的剩余自旋-自旋相互作用 ($\approx +300 \text{ keV}$), 而 6^+ , 7^- 和 8^- 组态具有优惠的剩余相互作用 ($\approx -100 \text{ keV}$). 这可能是实验上较之于 6^+ , 7^- , 8^- 组态, 更难于观测到 6^- 组态的原因. 目前的模型不包括剩余相互作用. 文献 [7] 计算了实验上系统观测到的两中子 $8^- (\nu\{9/2^+ [624], 7/2^- [514]\})$ 同核异能态. 结果显示, 当质子数接近 $Z = 82$ 时, 同核异能态相对于基态有显著的形状变化. 对高 K 态能量和形变的计算将为将来的实验研究提供非常重要的理论预言.

于是我们对 $N = 104, 102$ 的质子数从 74 到 82 的同中子素中的同核异能态进行了系统的研究. 类似的对 $N = 104$ 的 6^+ 态进行的 PES 计算已经报道过 [121]. 为了更加清楚地与实验比较, 能量和形变画在图 4 里. 对 $N = 104$ 同中子素的 6^+ 和 7^- 组态, 理论计算很好地重复了实验. 注意在 ^{180}Os 观测到的 7^- 能量为 1.93 MeV 态被认为是与处在 1.86 MeV 的边

带的 7^- 态的混合组态. 未混合前的两个组态能量上应该更为接近. 作为一个有趣的例子, ^{186}Pb 被认为具有球形基态和若干长椭和扁椭球形变的高 K 态 (见图 1).

除了比 ^{194}Po 轻的 Po 同位素以外, 所有计算的 Pb 和 Po 同位素的基态都具有球形或具有小形变. 与之相比, 所有计算的高 K 态都具有良好的轴对称形变, 表明在这些原子核里拆对核子会产生较大的形状极化效应. 不仅如此, 我们还发现堵塞效应能够加深组态限制得到的位能面的极小点. 这一效应已经在超重核里被看到, 那里拆对的核子能使得高 K 态的裂变位垒较之于基态裂变位垒变得更高, 更宽 [8]. 与具有很软形变的基态相比, 这些相对坚硬些的高 K 组态更加不容易受形状混合的影响, 从而提供了更好的研究该区域形状共存现象的机会. 由于缺中子 Po 同位素接近质子滴线, 并且由于占主导的裂变道, 这些原子核的谱学研究非常地困难. 本次的计算表明可以通过研究高 K 同核异能态来研究这些核. 实验上在奇质量数的 Po 同位素中的 α 衰变研究中已经发现了很强的形状极化效应 [129]. 文献 [129] 同时注意到长寿命的同核异能态较之于邻近的偶偶核具有更纯的组态. 在奇质量的 Po 同位素中观测到的建立在高 K 轨道上的转动带的低自旋部分也展现出比邻近偶偶核更显著的集体性 [130].

图 4 与图 2 相似, 只是 $N=104$ 和 102 同中子素长椭形变的高 K 态

Figure 4 Similar to Figure 2, but for prolate high- K states in $N=104$ and 102 isotones.

7 限制组态推转位能面计算

原子核的对关联和形变在决定原子核的转动性质中扮演重要的作用. 在处理原子核的对力和形变随原子核转动的演变过程中, 推转位能面 (TRS) 方法是一种重要的理论工具 [5, 21, 131, 132]. TRS 方法是基于推转壳模型 [133] 的一种理论方法, 它通过对每一个转动频率下形变空间每一个格点的计算自洽地确定转动态的形变. 对力 - 形变 - 转动频率自洽的 TRS 计算 [132] 可以进一步精确地描述实验结果并且预言一些转动性质, 比如转动顺排和超流相到正常相的相变等.

在 TRS 计算中, 推转 HFB 方程 [5, 21, 131, 132] 数值迭代的收敛性是一个很重要的问题. 在基于 BCS 对关联的平均场计算中, 当对关联强度减弱到一定程度, “假的” 对崩溃现象经常发生 [5]. 一种考虑了粒子数波动二阶修正的 Lipkin-Nogami (LN) 方法可以改善推转 HFB 方程的收敛性 [3, 132], 但用它来计算拆对激发组态的转动带时, 大多数情况下仍会遇到不收敛的问题 [134]. 对于拆对激发组态推转 HFB 方程的计算是通过修正被堵塞的准粒子的对密度和对张量 [132]. 这个长期存在的不收敛问题与处理对相互作用的方法有关. 无论在 BCS 方法还是 LN 方法中, 粒子数都不是一个守恒量.

曾谨言等人 [10-12] 提出过一种粒子数守恒方法 (PNC) 来处理对关联. 在 PNC 方法中, 处理拆对激发组态是通过堵塞组态轨道的真实粒子实现的 [12]. 通过 PNC 方法, 我们总是可以得到一个收敛的对关联 [135]. 但是以前的 PNC 方法是固定形变的计算, 对于软核或是在高自旋情形下, 形状变化及因此产生的效应是显著的 [136]. 因此, 我们需要一种同时具有收敛的对关联计算和形变可以自洽给出的方法. 考虑到 TRS 模型和 PNC 方法的优势, 我们把 PNC 处理对关联方法加入到 TRS 模型当中, 用以替换传统 TRS 模型中的 BCS 或者 LN 方法. 本文中, 我们关注建立在拆对激发内秉组态上的转动带 (即边带), 对于边带的计算, 传统 TRS 方法在大部分情况下不收敛.

7.1 PNC 组态限制推转壳模型

在 TRS 框架下, 对于一个原子核体系, 它的总能量可以写作

量可以写作

$$E^{\omega}(Z, N, \hat{\beta}) = E^{\omega=0}(Z, N, \hat{\beta}) + [\langle \hat{H}^{\omega}(Z, N, \hat{\beta}) \rangle - \langle \hat{H}^{\omega=0}(Z, N, \hat{\beta}) \rangle] - \frac{1}{2} \omega^2 [\mathcal{J}_{\text{macr}}(A, \hat{\beta}) - \mathcal{J}_{\text{Strut}}(Z, N, \hat{\beta})]. \quad (1)$$

TRS 计算是在给定的推转频率 ω 下在一组形变空间 $\hat{\beta}$ 的格点中进行. 等式右边第一项是 $\omega = 0$ 时的总能量, 它包括标准液滴模型 [25] 给出的宏观部分和 Strutinsky 壳修正方法 (包含对关联) 给出的微观部分. 第二项是推转 HFB 哈密顿量 $\hat{H}^{\omega}(Z, N, \hat{\beta})$ 由于转动引起的变化 [5, 132]. 基于 BCS 或 LN 对关联的 TRS 方法对于晕带的计算非常成功. LN 对关联可以改善推转 HFB 方程的收敛性 [132]. 但是, 基于 BCS 或 LN 对关联的推转哈密顿量计算拆对激发边带时经常出现数值计算不收敛的问题. 转动和堵塞都会使对关联减弱.

本工作中, 我们基于粒子数守恒对关联 [11, 12] 发展了 TRS 方法. 在推转壳模型中, 哈密顿量写为 [11, 12]

$$H_{\text{CSM}} = H_{\text{SP}} - \omega J_x + H_{\text{P}}. \quad (2)$$

其中 $H_{\text{SP}} = \sum_{\xi} h_{\xi}$, h_{ξ} 是单粒子哈密顿量. $-\omega J_x = -\omega \sum j_x$ 是科里奥利力 (j_x 是单粒子角动量在垂直于对称轴的 x 轴上的投影), H_{P} 是剩余两体对相互作用

$$H_{\text{P}} = -G \sum_{\xi \eta} a_{\xi}^{\dagger} a_{\xi}^{\dagger} a_{\eta} a_{\eta}. \quad (3)$$

其中 $\xi(\bar{\xi})$ 和 $\eta(\bar{\eta})$ 表示单粒子哈密顿量 h_{ξ} 的本征态 (时间反演态). 在转动情况下, 时间反演对称性被破坏, 但是旋称 α (定义为 $R_x(\pi) | \xi \alpha \rangle = e^{-i\pi\alpha} | \xi \alpha \rangle$) 仍然是好量子数. 我们可以将时间反演表象转换为旋称基矢 [11]

$$\beta_{\xi\alpha=\pm 1/2}^{\dagger} = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ a_{\xi}^{\dagger} \pm \pi a_{-\xi}^{\dagger} \}. \quad (4)$$

其中 $a_{-\xi}^{\dagger} = (-1)^{\Omega_{\xi}-1/2} a_{\xi}^{\dagger}$, Ω 是单粒子自旋在对称轴上的投影. 宇称 “ π ” 守恒. 这样我们得到

$$H_{\text{P}} = -G \sum_{\xi \eta} (-1)^{\Omega_{\xi}-\Omega_{\eta}} \beta_{\xi+}^{\dagger} \beta_{\xi-}^{\dagger} \beta_{\eta-} \beta_{\eta+}. \quad (5)$$

其中 $\xi+$ 和 $\xi-$ 分别代表旋称为 $+\frac{1}{2}$ 和 $-\frac{1}{2}$ 的态.

在 PNC 计算中, H_{CSM} 是在推转多粒子组态空间 (Cranked Many-particle Configuration, CMPC) 中对角化^[11]. 这也就是说我们需要选择一组没有对力的推转哈密顿量的本征态作为总哈密顿量 H_{CSM} 对角化时的基矢. 选择推转基矢主要有两点优势: (1) 它有效包含了对于推转较敏感的态 (比如闯入态), 通过推转组态能量截断有效减小模型空间^[11]; (2) 通过堵塞 (Blocking) 推转单粒子态可以简单而正确地进行组态限制计算.

推转单粒子哈密顿量 $h_{\xi} - \omega j_x$ 的本征态 $|\mu\alpha\rangle$ 可以写成^[11]

$$|\mu\alpha\rangle = \sum_{\xi} c_{\mu\xi}(\alpha) |\xi\alpha\rangle. \quad (6)$$

其中 $|\xi\alpha\rangle$ 是形变势非推转单粒子哈密顿量 h_{ξ} 的本征值, 其旋称 α 是守恒量. $c_{\mu\xi}(\alpha)$ 是对角化系数. 相应地, 一个 n 体系统的推转多粒子组态可以写成如下形式^[11]:

$$|\mu_1\mu_2\cdots\mu_n\rangle = b_{\mu_1}^{\dagger} b_{\mu_2}^{\dagger} \cdots b_{\mu_n}^{\dagger} |0\rangle. \quad (7)$$

其中 $b_{\mu_i}^{\dagger}$ 是推转单粒子态 $|\mu_i\alpha\rangle$ 的产生算符 (事实上本征态 $|\mu\alpha\rangle$ 包含其他量子数, 如能量 $\varepsilon_{\mu\alpha}$ 和宇称 π , 但有时为了简便记作 μ). 由公式 (6), 我们有^[11]

$$b_{\mu\pm}^{\dagger} = \sum_{\xi} c_{\mu\xi}(\pm) \beta_{\xi\pm}^{\dagger}, \quad (8)$$

其中 $\pm$ 号代表正负旋称. 在推转基矢下, 剩余两体对相互作用可写为^[11]

$$H_P = -G \sum_{\mu\mu'\nu\nu'} f_{\mu\mu'}^* f_{\nu\nu'} b_{\mu+}^{\dagger} b_{\mu'-}^{\dagger} b_{\nu-} b_{\nu'+}, \quad (9)$$

其中

$$f_{\mu\mu'}^* = \sum_{\xi\xi'} e^{i\pi\Omega\xi} c_{\mu\xi}(+) c_{\mu'\xi'}(-), \quad (10)$$

$$f_{\nu\nu'} = \sum_{\eta\eta'} e^{-i\pi\Omega\eta} c_{\nu\eta}(+) c_{\nu'\eta'}(-). \quad (11)$$

推转壳模型总哈密顿量 H_{CSM} 是在一个足够大的推转多粒子组态空间中进行对角化. 所有满足能量 $E_i - E_0 \leq E_c$ 的组态都被考虑 (E_i , E_0 和 E_c 分别表示 i 组态的能量、最低组态的能量和截断能量)^[137]. H_{CSM} 的本征态可以写作^[11]

$$|\psi_{\text{CSM}}^{\omega}\rangle = \sum_i C_i |i\rangle. \quad (12)$$

其中 $\{|i\rangle; i = 1, 2, \dots\} = \{|\mu_1\mu_2\cdots\mu_n\rangle; \text{扫描}\}$, 扫描在截断的 CMPC 空间中所有可能的组态^[137]. 对于转动态 $|\psi_{\text{CSM}}^{\omega}\rangle$, 其总角动量可由下式计算^[11]

$$\langle \psi_{\text{CSM}}^{\omega} | J_x | \psi_{\text{CSM}}^{\omega} \rangle = \sum_i C_i^2 \langle i | J_x | i \rangle + 2 \sum_{i < j} C_i C_j \langle i | J_x | j \rangle. \quad (13)$$

PNC 模型具有基于核子 - 核子 (NN) 相互作用的传统壳模型^[138, 139] 的架构, 但是 PNC 的模型空间比基于真实 NN 相互作用壳模型计算的模型空间要小得多. 这是因为 PNC 中只包含了剩余对相互作用以及采用了 CMPC 截断, 这样可以有效包含所有重要组态且明显减小模型空间. 推转 PNC 计算的模型空间由前述的组态能量截断决定. 在我们的计算中, PNC 模型空间在 800 维左右, 这已经被证明在稀土质量区是足够的^[140].

推转壳模型哈密顿量在 PNC 模型中, 对于拆对组态总能得到一个收敛解. 相反在传统推转 HFB 模型中, 对于拆对组态的计算一般不收敛. 在 PNC 模型中, 对于奇 A 核辛弱数 (Seniority) 为 $S = 1$ 的态可以通过堵塞给定的推转单粒子态 (比如 $|\lambda\alpha\rangle$) 来实现, 相应的组态可以写成

$$|i\rangle = b_{\lambda}^{\dagger} |\mu_1\mu_2\cdots\mu_{n-1}\rangle, (\lambda \neq \mu_1 \neq \mu_2 \neq \cdots \neq \mu_{n-1}). \quad (14)$$

对于偶偶核或奇奇核辛弱数为 $S = 2$ 的态, 其组态可写成

$$|i\rangle = b_{\lambda}^{\dagger} b_{\sigma}^{\dagger} |\mu_1\mu_2\cdots\mu_{n-2}\rangle, (\lambda \neq \sigma \neq \mu_1 \neq \mu_2 \neq \cdots \neq \mu_{n-2}). \quad (15)$$

类似地, 还可以写出更高辛弱数的组态. 所有的方程及对角化过程与不堵塞时相同, 只是在方程 (12) 和方程 (13) 中的组态 $|i\rangle$ 只选取堵塞特定轨道的组态.

对于给定辛弱数组态 (或者称为多准粒子组态^[6]) 的组态限制 TRS 计算需要在所考虑的形变空间和转动频率范围内对组态轨道进行绝热堵塞. 这就是在 TRS 计算中对每个给定的推转频率和每个形变空间中的格点都使特定的单粒子轨道保持单占据. 这是通过识别多准粒子转动带带头的平均 Nilsson 量子数来实现 (详见我们以前的工作^[6]). 本工作中, 我们把绝热堵塞的方法应用到转动情况.

以前的推转 PNC 对关联模型采用轴对称的 Nilsson 势, 而且计算是在固定形变下进行 (参见文献 [11,12]). 在本工作中, 我们利用含三轴形变的 Woods-Saxon 势发展了 PNC 模型, 且将它加入到 TRS 模型中. 这就是在方程 (1) 中的 $E^{\omega=0}(Z, N, \hat{\beta})$ 和 $[\langle \hat{H}^{\omega}(Z, N, \hat{\beta}) \rangle - \langle \hat{H}^{\omega=0}(Z, N, \hat{\beta}) \rangle]$ 项采用 PNC 方法处理对关联. 这种对关联-形变-转动频率的 TRS 计算可以自洽地确定转动态的形变. 在计算中, 单级对力强度系数 G 是由奇偶质量差使用五点公式 [142] 确定, 这样可以包含平均场效应和堵塞效应对 G 的影响 [143]. TRS 计算是在形变空间 $(\beta_2, \gamma, \beta_4)$ 中的格点进行.

在本文中, 我们关注建立在内秉高 K 多准粒子组态上的转动带 (K 是总角动量在对称轴上的投影). 基于推转 HFB 方程的传统 TRS 模型对于这些转动带的计算不是特别成功. 高 Ω 轨道受到科里奥利力影响较小, 因此高 Ω 轨道的混合不明显, 这就为通过计算它们的平均 Nilsson 粒子数来识别和跟踪 (即堵塞) 这些轨道提供了可能性.

7.2 限制组态 TRS 计算 ^{176}Hf 核的边带

^{176}Hf 核为组态限制的 TRS 计算方法提供了一个很好的研究对象. 在这个核中, 实验上测到很多高 K 多准粒子转动带 [144–147]. 其中的 $K^{\pi} = 8^{-}$ 转动

图 5 (网络版彩图) 组态限制 TRS 计算和实验测得的 ^{176}Hf 核 $K^{\pi}=8^{-}$ 转动带的转动惯量. 实验数据取自文献 [144, 145]. “Fixing deformation” 是指固定在带头形变的计算. 质子和中子对力强度分别取为 $G_p=0.40$ MeV 和 $G_n=0.28$ MeV

Figure 5 (Color online) Calculated and experimental MoI's for $K^{\pi} = 8^{-}$ band in ^{176}Hf . The experimental MoI is obtained with the data from refs. [144, 145]. “Fixing deformation” means that the calculation is done with a deformation fixed at that of the bandhead state. The pairing strengths for proton and neutron are $G_p = 0.40$ MeV and $G_n = 0.28$ MeV, respectively.

带 [144, 145] 具有二准粒子组态 $\pi 7/2^{+}[404] \otimes \pi 9/2^{-}[514]$. 从图 5 可以注意到, $K^{\pi} = 8^{-}$ 转动带的转动惯量的最后一个实验值出现了明显的上弯趋势. 对于这个上弯现象, 之前的理论计算 [148] 不能给出很好地解释. 在他们的计算中 [148], 形变被固定在一个给定值. 值得注意的是, 转动顺排现象 (包括顺排发生的转动频率) 对于转动态的形变往往非常敏感. 组态限制的 TRS 计算可以自洽地定出形变, 同时 PNC 对相互作用处理方法可以在转动态对力减弱的情况下自洽地包含对关联. 我们将指出形状变化效应, 特别是非轴对称的 γ 自由度, 对于解释这个上弯行为的重要性.

图 6 是组态限制自洽计算得到的 ^{176}Hf 核 $K^{\pi} = 8^{-}$ 转动带的推转位能面图. 可以看出在低转动频率 $\hbar\omega < 0.2$ MeV 时, $K^{\pi} = 8^{-}$ 带保持长椭球形变. 在大

图 6 组态限制计算的 ^{176}Hf 核 $K^{\pi}=8^{-}$ 转动带的推转位能面图. 相应的转动频率标在每一张图上. 黑色圆点是指能量极小点. 相邻等能量线的能量间距是 100 keV

Figure 6 Configuration-constrained TRS's for the $K^{\pi} = 8^{-}$ band of ^{176}Hf at different rotational frequencies labeled in each panel. The black dot indicates the minimum which defines the deformation of the multi-qp rotational state. The energy difference between neighboring contours is 100 keV.

约 $\hbar\omega \sim 0.2 - 0.25$ MeV 时发生一个突然的形状改变, 从长椭球形状变为具有 $\gamma \approx -6^\circ$ 的三轴形变 (β_2 值也略为减小). 在更高的转动频率下, $K^\pi = 15^+$ 带保持三轴形变.

图 5 绘制了理论计算和实验数据得到的 $K^\pi = 8^-$ 带的运动学转动惯量 $\mathcal{J} = J_x/\omega$. 可以看到由 TRS 方法计算的转动惯量与实验数据非常好地吻合, 特别是很好地重现了实验观测到的尖锐上弯. 为了更好地展现形状变化效应对于转动的影响, 我们还进行了固定形变的计算 (形变固定于 TRS 得到的 $K^\pi = 8^-$ 转动带带头的形变 ($\beta_2 = 0.26, \gamma = 0^\circ$)). 可以看出在固定形变的计算中 (见图 5 的虚线), 随转动频率的增加, 转动惯量只是缓慢的增长而没有尖锐上弯现象, 这与之前的固定形变的计算^[148] 结果一致. 这说明了采用形状自洽计算对于研究原子核转动带的重要性. 由于实验测到的能级还没有达到上弯发生以后的区域, 所以今后的相关实验对于验证本工作的计算结果非常重要.

8 总结

我们从推转壳模型出发, 相继发展了“限制组态”的位能面和推转位能面计算, 能够对各种激发的准粒子组态进行“对关联 - 形变 - 转动”自洽描述, 定量好地得到各种准粒子激发态及其它们转动运动的结构信息. 我们系统计算了质子滴线、稀土、铜系、超重核等区域原子核的各种多准粒子高 K 激发态. 由于准粒子形状极化效应, 这些多准粒子高 K 激发态可以有各种各样的形状, 包括长椭球、扁椭球、三轴形变、超形变、梨形. 计算预言了大量可能的高 K 同核异能态, 它们可以有较长的寿命. 对于不稳定原子核, 它们的寿命甚至可以比基态还长, 从而增加不稳定核的稳定性, 这对它们的实验研究极其重要. 我们的“限制组态”推转位能面计算指出: 自洽的形状变化在描述多准粒子转动能谱时起关键作用; 即使在弱对关联情况下, 对相互作用还会起作用, 往往不可简单忽略.

参考文献

- 1 Inglis D R. Particle derivation of nuclear rotation properties associated with a surface wave. *Phys Rev*, 1954, 96: 1059–1065
- 2 Stephens F S. Coriolis effects and rotation alignment in nuclei. *Rev Mod Phys*, 1975, 47: 43–65
- 3 Xu F R, Satula W, Wyss R. Quadrupole pairing interaction and signature inversion. *Nucl Phys A*, 2000, 669: 119–134
- 4 Liu X D, Shi Y, Xu F R. Shape change induced by $g_{9/2}$ rotational alignment in $^{84,86}\text{Mo}$. *Sci China-Phys Mech Astron*, 2011, 54: 1811–1814
- 5 Nazarewicz W, Wyss R, Johnsson A. Structure of superdeformed bands in the $A \approx 150$ mass region. *Nucl Phys A*, 1989, 503: 285–330
- 6 Xu F R, Walker P M, Sheikh J A, et al. Multi-quasiparticle potential energy surfaces. *Phys Lett B*, 1998, 435: 257–263
- 7 Xu F R, Walker P M, Wyss R. Shape polarization of two-quasiparticle $K^\pi = 8^-$ isomeric configurations. *Phys Rev C*, 1999, 59: 731
- 8 Xu F R, Zhao E G, Wyss R, et al. Enhanced stability of superheavy nuclei due to high-spin isomerism. *Phys Rev Lett*, 2004, 92: 252501
- 9 Xu F R. Towards the drip lines of the nuclide landscape. *Chin Sci Bull*, 2012, 57: 4689–4693
- 10 Zeng J Y, Cheng T S. Particle-number-conserving method for treating the nuclear pairing correlation. *Nucl Phys A*, 1983, 405: 1–28
- 11 Zeng J Y, Jin T H, Zhao Z J. Reduction of nuclear moment of inertia due to pairing interaction. *Phys Rev C*, 1994, 50: 1388–1397
- 12 Zeng J Y, Liu S X, Gong L X, et al. Blocking effect and the moments of inertia of high- K multiquasiparticle bands in $^{172,173,174,175}\text{Hf}$. *Phys Rev C*, 2002, 65: 044307
- 13 Fu X M, Xu F R, Pei J C, et al. Configuration-constrained total Routhian surfaces with particle-number-conserving pairing. *Phys Rev C*, 2013, 87: 044319
- 14 Caamaño M, Walker P M, Regan P H, et al. Isomers in neutron-rich $A \approx 190$ nuclides from ^{208}Pb fragmentation. *Eur Phys J A*, 2005, 23: 201–215
- 15 Chakrawarthy R S, Walker P M, Ressler J J, et al. $K^\pi = 0^+ 2.29$ s isomer in neutron-rich ^{174}Tm . *Phys Rev C*, 2006, 73: 024306
- 16 Tandel S K, Khoo T L, Seweryniak D, et al. K Isomers in ^{254}No : Probing single-particle energies and pairing strengths in the heaviest nuclei. *Phys Rev Lett*, 2006, 97: 082502
- 17 Królas W, Grzywacz R, Rykaczewski K P, et al. First observation of the drip line nucleus ^{140}Dy : Identification of a $7 \mu\text{s}$ K isomer populating the ground state band. *Phys Rev C*, 2002, 65: 031303(R)
- 18 Cullen D M, Carpenter M P, Davids C N, et al. Identification of excited states in ^{140}Dy . *Phys Lett B*, 2002, 529: 42–49
- 19 Audi G, Bersillon O, Blachot J, et al. The NUBASE evaluation of nuclear and decay properties. *Nucl Phys A*, 2003, 729: 3–128
- 20 Liu H L, Xu F R, Xu S W, et al. High-spin isomeric structures in exotic odd-odd nuclei: Exploration of the proton drip line and beyond. *Phys Rev*

- C, 2007, 76: 034313
- 21 Nazarewicz W, Dudek J, Bengtsson R, et al. Microscopic study of the high-spin behaviour in selected $A \simeq 80$ nuclei. *Nucl Phys A*, 1985, 435: 397–447
 - 22 Cwiok S, Dudek J, Nazarewicz W, et al. Single-particle energies, wave functions, quadrupole moments and g-factors in an axially deformed woods-saxon potential with applications to the two-centre-type nuclear problems. *Comput Phys Commun*, 1987, 46: 379–399
 - 23 Pradhan H C, Nogami Y, Law J. Study of approximations in the nuclear pairing-force problem. *Nucl Phys A*, 1973, 201: 357–368
 - 24 Möller P, Nix J R. Nuclear pairing models. *Nucl Phys A*, 1992, 536: 20–60
 - 25 Myers W D, Swiatecki W J. Nuclear masses and deformations. *Nucl Phys*, 1966, 81: 1–60
 - 26 Strutinsky V M. Shell effects in nuclear masses and deformation energies. *Nucl Phys A*, 1967, 95: 420–442
 - 27 Tajima N, Suzuki N. Prolate dominance of nuclear shape caused by a strong interference between the effects of spin-orbit and l^2 terms of the Nilsson potential. *Phys Rev C*, 2001, 64: 037301
 - 28 Bouchez E, Matea I, Kortén W, et al. New shape isomer in the self-conjugate nucleus ^{72}Kr . *Phys Rev Lett*, 2003, 90: 082502
 - 29 Karny M, Batist L, Jenkins D, et al. Excitation energy of the $T = 0$ β -decaying 9^+ isomer in ^{70}Br . *Phys Rev C*, 2004, 70: 014310
 - 30 Piechaczek A, Zganjar E F, Batchelder J C, et al. β decay of the $T = 0$ isomer in the $N = Z$ proton drip-line nucleus ^{70}Br . *Phys Rev C*, 2000, 62: 054317
 - 31 D'Auria J M, Grüter J W, Hagberg E, et al. Properties of the lightest known caesium isotopes $^{114-118}\text{Cs}$. *Nucl Phys A*, 1978, 301: 397–410
 - 32 Gallagher C J. Classification of beta- and gamma-ray transitions between intrinsic states in deformed even-mass nuclei. *Nucl Phys*, 1960, 16: 215–230
 - 33 Delion D S, Liotta R J, Wyss R. High-spin proton emitters in odd-odd nuclei and shape changes. *Phys Rev C*, 2003, 68: 054603
 - 34 Joss D T, Darby I G, Page R D, et al. Probing the limit of nuclear existence: Proton emission from ^{159}Re . *Phys Lett B*, 2006, 641: 34–37
 - 35 Walker P M, Dracoulis G D. Energy traps in atomic nuclei. *Nature*, 1999, 399: 35–40
 - 36 Singh B, Zywina R, Firestone R B. Table of superdeformed nuclear bands and fission isomers: Third edition (October 2002). *Nucl Data Sheet*, 2002, 97: 241–592
 - 37 Walker P M, Xu F R. Prediction and possible observation of an oblate shape isomer in ^{190}W . *Phys Lett B*, 2006, 635: 286–289
 - 38 Limkilde P, Sletten G. A subnanosecond and a nanosecond fission isomer in ^{238}Pu . *Nucl Phys A*, 1973, 199: 504–512
 - 39 Bjornholm S, Lynn J E. The double-humped fission barrier. *Rev Mod Phys*, 1980, 52: 725–931
 - 40 Pomorski K, Sobiczewski A. Properties of fission isomers. *Acta Phys Pol B*, 1978, 9: 61–69
 - 41 Oberstedt A, Oberstedt S, Gawrys M, et al. Identification of a shape isomer in ^{235}U . *Phys Rev Lett*, 2007, 99: 042502
 - 42 Liu H L, Xu F R, Sun Y, et al. On the stability of high- K isomers in the second well of actinide nuclei. *Eur Phys J A*, 2011, 47: 135
 - 43 Möller P. Odd-multipole shape distortions and the fission barriers of elements in the region $84 \leq Z \leq 120$. *Nucl Phys A*, 1972, 192: 529–580
 - 44 Muntian I, Sobiczewski A. Superdeformed ground state of superheavy nuclei? *Phys Lett B*, 2004, 586: 254–257
 - 45 Kantele J, Stöfl W, Ussery L E, et al. Observation of an E_0 isomeric transition from the ^{238}U shape isomer. *Phys Rev Lett*, 1983, 51: 91–94
 - 46 Schirmer J, Gerl J, Habs D, et al. γ decay of the superdeformed shape isomer in ^{236}U . *Phys Rev Lett*, 1989, 63: 2196–2199
 - 47 Walker P M, Dracoulis G D. Exotic isomers in deformed atomic nuclei. *Hyp Interact*, 2001, 135: 83–107
 - 48 Burnett S C, Britt H C, Erkkilä B H, et al. Systematics of plutonium fission isomers. *Phys Lett B*, 1970, 31: 523–525
 - 49 Britt H C, Burnett S C, Erkkilä B H, et al. Systematics of spontaneously fissioning isomers. *Phys Rev C*, 1971, 4: 1444–1465
 - 50 Sletten G, Metag V, Liukkonen E. Picosecond fission isomers in even-even Cm isotopes. *Phys Lett B*, 1976, 60: 153–156
 - 51 Hofmann S, Münzenberg G. The discovery of the heaviest elements. *Rev Mod Phys*, 2000, 72: 733–767
 - 52 Oganessian Y. Heaviest nuclei from ^{48}Ca -induced reactions. *J Phys G*, 2007, 34: R165–R242
 - 53 Herzberg R D, Greenlees P T. In-beam and decay spectroscopy of transfermium nuclei. *Prog Part Nucl Phys*, 2008, 61: 674–720
 - 54 Greenlees P T, Herzberg R D, Ketelhut S, et al. High- K structure in ^{250}Fm and the deformed shell gaps at $N = 152$ and $Z = 100$. *Phys Rev C*, 2008, 78: 021303(R)
 - 55 Herzberg R D, Greenlees P T, Butler P A, et al. Nuclear isomers in superheavy elements as stepping stones towards the island of stability. *Nature*, 2006, 442: 896–899
 - 56 Kondev F G, Dracoulis G D, Khoo T L, et al. Studies of multi-quasiparticle K -isomers in rare-earth and trans-fermium nuclei In: the Proceedings of the International Conference on Nuclear Data for Science and Technology. Nice: EDP Sciences, 2008
 - 57 Heßberger F P, Antalic S, Sulignano B, et al. Decay studies of K isomers in ^{254}No . *Eur Phys J A*, 2010, 43: 55–66
 - 58 Clark R M, Gregorich K E, Berryman J S, et al. High- K multi-quasiparticle states in ^{254}No . *Phys Lett B*, 2010, 690: 19–24
 - 59 Sobiczewski A, Pomorski K. Description of structure and properties of superheavy nuclei. *Prog Part Nucl Phys*, 2007, 58: 292–349
 - 60 Patyk Z, Sobiczewski A. Ground-state properties of the heaviest nuclei analyzed in a multidimensional deformation space. *Nucl Phys A*, 1991,

- 533: 132–152
- 61 Patyk Z, Sobieczewski A. Main deformed shells of heavy nuclei studied in a multidimensional deformation space. *Phys Lett B*, 1991, 256: 307–310
- 62 Muntian I, Patyk Z, Sobieczewski A. Are superheavy nuclei around ^{270}Hs really deformed? *Phys Lett B*, 2001, 500: 241–246
- 63 Liu H L, Xu F R, Walker P M, et al. Effects of high-order deformation on high- K isomers in superheavy nuclei. *Phys Rev C*, 2011, 83: 011303(R)
- 64 Walker P M, Dracoulis G D. Exotic isomers in deformed atomic nuclei. *Hyperfine Interact*, 2001, 135: 83–107
- 65 Jain K, Burglin O, Dracoulis G D, et al. Multi-quasiparticle states in the mass-180 region. *Nucl Phys A*, 1995, 591: 61–84
- 66 Xu F R, Walker P M, Wyss R. Limit to high-spin isomerism in hafnium isotopes. *Phys Rev C*, 2000, 62: 014301
- 67 Podolyák Zs, Regan P H, Pfützner M, et al. Isomer spectroscopy of neutron rich $^{190}\text{W}_{116}$. *Phys Lett B*, 2000, 491: 225–231
- 68 Lane G J, Dracoulis G D, Kondev F G, et al. Structure of neutron-rich tungsten nuclei and evidence for a 10^- isomer in ^{190}W . *Phys Rev C*, 2010, 82: 051304
- 69 Reed M W, Cullen I J, Walker P M, et al. Discovery of highly excited long-lived isomers in neutron-rich Hafnium and Tantalum isotopes through direct mass measurements. *Phys Rev Lett*, 2010, 105: 172501
- 70 Jiao C F, Shi Y, Xu F R, et al. Competition between collective oblate rotation and non-collective prolate K isomerism in neutron-rich tungsten isotopes. *Sci China-Phys Mech Astron*, 2012, 55: 1613–1617
- 71 Liu H L, Xu F R, Walker P M, et al. Deformation and its influence on K isomerism in neutron-rich Hf nuclei. *Phys Rev C*, 2011, 83: 067303
- 72 Narimatsu K, Shimizu R, Shizuma T. γ -tunneling calculations for the decays of the K isomers in the Hf, W, Os region. *Nucl Phys A*, 1996, 601: 69–88
- 73 Butler P A, Nazarewicz W. Intrinsic reflection asymmetry in atomic nuclei. *Rev Mod Phys*, 1996, 349: 349–421
- 74 Wang H L, Liu H L, Xu F R, et al. Investigation of octupole effects in superheavy nuclei with improved potential-energy-surface calculations. *Chin Sci Bull*, 2012, 57: 1761–1764
- 75 Sheline R K, Riley M A. Secondary maximum in octupole correlations in the actinides near $^{238,240}\text{Pu}$. *Phys Rev C*, 2000, 61: 057301
- 76 Amon L, Mullins S M, Akkus B, et al. Octupole correlations in high- K states in ^{240}Pu . *AIP Conf Proc*, 2004, 701: 82–86
- 77 Liu H L, Xu F R. Enhanced octupole correlation due to unpaired nucleons in actinide K -isomeric states. *Phys Rev C*, 2013, 87: 067304
- 78 Bjørnholm S, Dubois J, Elbek B. Energy levels in ^{234}U populated by $^{233}\text{U}(\text{d}, \text{p})$ and $^{235}\text{U}(\text{d}, \text{t})$ precesses. *Nucl Phys A*, 1968, 118: 241–260
- 79 Ardisson C, Dalmasso J, Ardisson G. ^{234}U excited-states fed in the β decay of ^{234}Pa . *Phys Rev C*, 1986, 33: 2132–2158
- 80 Asai M, Sakama M, Tsukada K, et al. Proton-neutron configurations in $^{236g,m}\text{Am}$ and its EC-decay daughter ^{236}Pu . *Eur Phys J A*, 2005, 23: 395–400
- 81 Wapstra A H, Goudsmit P F A. A 1.310 MeV isomeric state in ^{240}Pu . *Physica*, 1967, 37: 273–276
- 82 Vandenbosch S E, Day P. The decay scheme of 10.1-h Am^{244} . *Nucl Phys*, 1962, 30: 177–190
- 83 Hoff R W, von Egidy T, Loughheed R W, et al. Levels of ^{244}Cm populated by the beta decay of 10-h $^{244}\text{Am}^g$ and 26-min $^{244}\text{Am}^m$. *Phys Rev C*, 1984, 29: 618–622
- 84 Wood J L, Heyde K, Nazarewicz W, et al. Coexistence in even-mass nuclei. *Phys Rep*, 1992, 215: 101–201
- 85 Heyde K, Isacker P Van, Waroquier W, et al. Coexistence in odd-mass nuclei. *Phys Rep*, 1983, 102: 291–393
- 86 Julin R, Helariutta K, Muikku M. Intruder states in very neutron-deficient Hg, Pb and Po nuclei. *J Phys G*, 2001, 27: R109–R139
- 87 Andreyev A N, Huyse M, Van Duppen P, et al. A triplet of differently shaped spin-zero states in the atomic nucleus ^{186}Pb . *Nature*, 2000, 405: 430–433
- 88 Heese J, Maier K H, Grawe H, et al. Evidence for low-lying prolate bands in ^{188}Pb and ^{186}Pb . *Phys Lett B*, 1993, 302: 390–395
- 89 Baxter A M, Byrne A P, Dracoulis G D, et al. Spectroscopy of ^{186}Pb with mass identification. *Phys Rev C*, 1993, 48: 2140(R)
- 90 Reviol W, Chiara C J, Pechenaya O, et al. Spectroscopy of ^{186}Pb and ^{186}Tl via evaporation residue detection. *Phys Rev C*, 2003, 68: 054317
- 91 Pakarinen J, Hellemans V, Julin R, et al. Investigation of nuclear collectivity in the neutron mid-shell nucleus ^{186}Pb . *Phys Rev C*, 2007, 75: 014302
- 92 Dracoulis G D, Lane G J, Byrne A P, et al. Spectroscopy of $^{188}_{82}\text{Pb}_{106}$: Evidence for shape coexistence. *Phys Rev C*, 2004, 69: 054318
- 93 Bengtsson R, Nazarewicz W. Shape coexistence in the neutron deficient Pb isotopes and the configuration-constrained shell correction approach. *Z Phys A*, 1989, 334: 269–276
- 94 May F R, Pashkevich V V, Frauendorf S. A prediction on the shape transitions in very neutron-deficient even-mass isotopes in the lead region. *Phys Lett B*, 1977, 68: 113–116
- 95 Dracoulis G D, Lane G J, Byrne A P, et al. Isomer bands, E_0 transitions, and mixing due to shape coexistence in $^{188}_{82}\text{Pb}_{106}$. *Phys Rev C*, 2003, 67: 051301(R)
- 96 Grahn T, Deward A, Möller O, et al. Collectivity and configuration mixing in $^{186,188}\text{Pb}$ and ^{194}Po . *Phys Rev Lett*, 2006, 97: 062501
- 97 Dracoulis G D. Properties of intruder bands in the Os-Pt-Hg-Pb region. *Phys Rev C*, 1994, 49: 3324
- 98 Oros A M, Heyde K, Coster C De, et al. Shape coexistence in the light Po isotopes. *Nucl Phys A*, 1999, 645: 107–142

- 99 Bender M, Bonche P, Duguet T, et al. Configuration mixing of angular momentum projected self-consistent mean-field states for neutron-deficient Pb isotopes. *Phys Rev C*, 2004, 69: 064303
- 100 Hellemans V, Baerdemacker S De, Heyde K. Configuration mixing in the neutron-deficient $^{186-196}\text{Pb}$ isotopes. *Phys Rev C*, 2008, 77: 064324
- 101 Walker P, Dracoulis G. Energy traps in atomic nuclei. *Nature*, 1999, 399: 35–40
- 102 Dracoulis G D, Byrne A P, Baxter A M, et al. Spherical and deformed isomers in ^{188}Pb . *Phys Rev C*, 1999, 60: 014303
- 103 Tajima N, Suzuki N. Prolate dominance of nuclear shape caused by a strong interference between the effects of spin-orbit and l^2 terms of the Nilsson potential. *Phys Rev C*, 2001, 64: 037301
- 104 Hamamoto I, Mottelson B R. Further examination of prolate-shape dominance in nuclear deformation. *Phys Rev C*, 2009, 79: 034317
- 105 Penninga J, Hesselink W H A, Balanda A, et al. Proton particle-hole states and collective excitations in ^{196}Pb . *Nucl Phys A*, 1987, 471: 535–544
- 106 Maj A, Grawe H, Kluge H, et al. Levels, lifetimes and g-factors in ^{198}Po and ^{200}Po . *Nucl Phys A*, 1990, 509: 413–428
- 107 Shi Y, Xu F R, Liu H L, et al. Multi-quasiparticle excitation: Extending shape coexistence in $A \sim 190$ neutron-deficient nuclei. *Phys Rev C*, 2010, 82: 044314
- 108 Vyvey K, Chmel S, Neyens G, et al. Quadrupole Moment of the 11^- Intruder Isomer in ^{196}Pb and Its Implications for the 16^- Shears Band Head. *Phys Rev Lett*, 2002, 88: 102502
- 109 Ionescu-Bujor M, Iordachescu A, Marginean N, et al. Shape coexistence in neutron-deficient Pb nuclei probed by quadrupole moment measurements. *Phys Lett B*, 2007, 650: 141–147
- 110 Smirnova N A, Heenen P H, Neyens G. Self-consistent approach to deformation of intruder states in neutron-deficient Pb and Po. *Phys Lett B*, 2003, 569: 151–158
- 111 Bernstein L A, Cizewski J A, Jin H Q, et al. Onset of collectivity in neutron deficient $^{196,198}\text{Po}$. *Phys Rev C*, 1995, 52: 621–627
- 112 Alber D, Alfier R, Bach C E, et al. Quadrupole and octupole collectivity in light Po isotopes. *Z Phys A*, 1991, 339: 225–229
- 113 Van de Vel K, Andreyev A N, Page R D. In-beam γ -ray spectroscopy of ^{190}Po : First observation of a low-lying prolate band in Po isotopes. *Eur Phys J A*, 2003, 17: 167–171
- 114 Van de Vel K, Andreyev A N, Ackermann D, et al. Fine structure in the α decay of $^{188,192}\text{Po}$. *Phys Rev C*, 2003, 68: 054311
- 115 Tajima N, Flocard H, Bonche P, et al. Diabatic effects in ^{186}Pb : A generator-coordinate analysis. *Nucl Phys A*, 1993, 551: 409–433
- 116 Chasman R R, Egido J L, Robledo L M. Persistence of deformed shapes in the neutron-deficient Pb region. *Phys Lett B*, 2001, 513: 325–329
- 117 Heenen P H, Valor A, Bender M, et al. GCM analysis of the collective properties of lead isotopes with exact projection on particle numbers. *Eur Phys J A*, 2001, 11: 393–402
- 118 Duguet T, Bender M, Bonche P, et al. Shape coexistence in ^{186}Pb : Beyond-mean-field description by configuration mixing of symmetry restored wave functions. *Phys Lett B*, 2003, 559: 201–206
- 119 Porquet M G, Bastin G, Bourgeois C, et al. High-spin study of ^{186}Hg . *J Phys G*, 1992, 18: L29–L36
- 120 Dracoulis G D, Lane G J, Kondev F G, et al. Two-quasiparticle K -isomers and pairing strengths in the neutron-rich isotopes ^{174}Er and ^{172}Er . *Phys Lett B*, 2006, 635: 200–206
- 121 Dracoulis G D, Lane G J, Kondev F G, et al. Lifetime of the $K^\pi = 8^-$ isomer in the neutron-rich nucleus ^{174}Er , and $N = 106$ $E1$ systematics. *Phys Rev C*, 2009, 79: 061303(R)
- 122 Purry C S, Walker P M, Dracoulis G D, et al. Multi-quasiparticle isomers and rotational bands in ^{178}W . *Nucl Phys A*, 1998, 632: 229–274
- 123 Dracoulis G D, Fahlander C, Fewell M P. High-spin yrast and non-yrast bands in ^{176}Os , ^{178}Os and ^{180}Os . *Nucl Phys A*, 1982, 383: 119–164
- 124 Popescu D G, Waddington J C, Cameron J A, et al. High-spin states and band structures in ^{182}Pt . *Phys Rev C*, 1997, 55: 1175–1191
- 125 O'neil R A, Burke D G. Empirical evidence for coriolis coupling of octupole states in ^{172}Yb . *Nucl Phys A*, 1972, 182: 342–358
- 126 Gjørup N L, Walker P M, Sletten G, et al. Anomalous four and five quasiparticle isomer decays in ^{174}Hf and ^{175}Hf . *Nucl Phys A*, 1995, 582: 369–400
- 127 Dracoulis G D, Lane G J, Kondev F G, et al. Two-quasiparticle structures and isomers in ^{168}Er , ^{170}Er , and ^{172}Er . *Phys Rev C*, 2010, 81: 054313
- 128 Deng J K, Ma W C, Hamilton J H, et al. New high-spin band structures in ^{184}Hg . *Phys Rev C*, 1995, 52: 595–603
- 129 Andreyev A N, Huyse M, Van Duppen P, et al. Hindered ($\Delta I = 0$) Alpha decay and shape staggering in ^{191}Po . *Phys Rev Lett*, 1999, 82: 1819–1822
- 130 Fotiadis N, Cizewski J A, McNabb D P, et al. Spectroscopy of $^{193,195,197}\text{Po}$. *Phys Rev C*, 1997, 56: 723–728
- 131 Wyss R, Nyberg J, Johnson A, et al. Highly deformed intruder bands in the $A \approx 130$ mass region. *Phys Lett B*, 1988, 215: 211–217
- 132 Satula W, Wyss R, Magierski P. The Lipkin-Nogami formalism for the cranked mean field. *Nucl Phys A*, 1994, 578: 45–61
- 133 Ring P, Schuck P. *The Nuclear Many-Body Problem*. Berlin: Springer, 1980
- 134 Wyss R, Satula W. Blocking effects at super-deformed shape. *Phys Lett B*, 1995, 351: 393–399
- 135 Wu X, Zhang Z H, Zeng J Y. Nuclear pairing reduction due to rotation and blocking. *Phys Rev C*, 2011, 83: 034323
- 136 Zhang Y H, Oshima M, Toh Y, et al. Rotational bands and signature inversion in odd-odd ^{172}Re . *Phys Rev C*, 2003, 68: 054313

- 137 Wu C S, Zeng J Y. Comparison of two kinds of truncations. *Phys Rev C*, 1989, 39: 666–670
- 138 Qi C, Du R Z, Gao Y, et al. Theoretical studies of proton capture reactions in $A \sim 25$ proton-rich nuclei. *Sci China-Phys Mech Astron*, 2009, 52: 1464–1470
- 139 Wang S M, Xu C, Liotta R J, et al. Alpha-particle decays from excited states in ^{24}Mg . *Sci China-Phys Mech Astron*, 2011, 54(Suppl 1): s130–s135
- 140 Liu S X, Li T, Chen B R. Influence of the pairing interaction at ultrahigh spin. *Phys Rev C*, 2009, 80: 044329
- 141 Dudek J, Szymański Z, Werner T. Woods-Saxon potential parameters optimized to the high spin spectra in the lead region. *Phys Rev C*, 1981, 23: 920–925
- 142 Madland D G, Nix J R. New model of the average neutron and proton pairing gaps. *Nucl Phys A*, 1988, 476: 1–36
- 143 Xu F R, Wyss R, Walker P M. Mean-field and blocking effects on odd-even mass differences and rotational motion of nuclei. *Phys Rev C*, 1999, 60: R051301
- 144 Khoo T L, Waddington J C, O’Neil R A, et al. Mixing of two-proton bands with two-neutron bands in ^{176}Hf . *Phys Rev Lett*, 1972, 28: 1717–1720
- 145 Khoo T L, Bernthal F M, Warner R A, et al. Residual interactions in four-quasiparticle $K^\pi = 14^-$ isomer in ^{176}Hf . *Phys Rev Lett*, 1975, 35: 1256–1259
- 146 Khoo T L, Bernthal F M, Robertson R G H, et al. High-spin multiquasiparticle yrast traps in ^{176}Hf . *Phys Rev Lett*, 1976, 37: 823–826
- 147 Mukherjee G, Chowdhury P, Kondev F G, et al. K -hindered decay of a six-quasiparticle isomer in ^{176}Hf . *Phys Rev C*, 2010, 82: 054316
- 148 Zhang Z H, Lei Y A, Zeng J Y. Particle-number conserving analysis for the systematics of high- K pair-broken bands in Hf and Lu isotopes ($170 \leq A \leq 178$). *Phys Rev C*, 2009, 80: 034313

Configuration-constrained total-Routhian-surface models

XU FuRong*, LIU HongLiang, SHI Yue, FU XiMing, JIAO ChangFeng & PEI JunChen

State Key Laboratory of Nuclear Physics and Technology, School of Physics, Peking University, Beijing 100871, China

Since the cranking shell model was established, it has been well developed with several key landmarks. The model has been one of the most successful models which describe the collective rotation of nuclei. Two key developments are: (1) the inclusion of pairing interaction; (2) total-Routhian-surface (TRS) calculations. Such calculations can give nuclear structure information about shape evolution with increasing rotational frequency and rotational alignments of paired nucleons. We have made significant developments based on the cranking shell model: (1) developed pairing-deformation-frequency self-consistent TRS calculations; (2) developed configuration-constrained potential-energy-surface (PES) calculations which can calculate for any excited configurations in a self-consistent way; (3) developed configuration-constrained total-Routhian-surface (TRS) calculations, achieving the self-consistent calculations of rotational motions of any excited configurations.

configuration-constrained, potential energy surface, total Routhian surface, multi-quasiparticle excitations, pairing interaction

PACS: 21.10.-k, 21.60.Cs, 23.20.Lv

doi: 10.1360/132013-340