



论文

高超音速湍流边界层气动热计算中湍流模式的改进[†]

董明, 周恒*

天津大学力学系, 天津 300072

* 联系人, E-mail: hzhoul@tju.edu.cn

†周恒院士供稿

收稿日期: 2009-10-14; 接受日期: 2009-11-11

国家自然科学基金(批准号: 10632050, 90716007)、全国博士学位论文作者专项基金(编号: 200328)和国家重点基础研究发展计划(批准号: 2009CB724103)资助项目

摘要 湍流的工程计算主要依靠湍流模式, 而对于高超音速湍流边界层, 气动热的准确计算迄今还没有很好的解决. 文中以超音速及高超音速小钝头锥湍流边界层为对象, 用直接数值模拟(DNS)方法和 BL 模式计算了同样的 7 个算例, 比较了二者气动热计算的结果, 发现产生差别的原因是在模式中对涡导热系数与涡黏系数严格成比例的假设是不合理的. 在理论分析的基础上, 提出了在湍动能峰值附近对涡导热系数加以修正的方法, 在所算的 7 个算例中证实了修正的有效性.

关键词高超音速
湍流边界层
气动热
锥
直接数值模拟(DNS)
BL 模式
涡导热系数

准确计算气动力与气动热是设计高速飞行器的基础. 虽然从原则上讲, 可以用直接数值模拟的方法解决此问题, 但对大多数实际问题来说, 其计算工作量太大, 远非目前的计算机所能完成, 因而通常需借助湍流模式进行计算. 目前还没有一种模式可用以准确地算出各种湍流场. 对于一些简单的流动, 如超音速平板边界层、超音速锥体边界层等, 很多模式(如 BL 模式^[1]、 $k-\varepsilon$ 模式^[2]、 $k-\omega$ 模式^[3]、SST 模式^[4]等)都可以比较准确地计算出壁面摩擦阻力. 这不令人意外, 因为模式中有可调参数. 然而, 对气动热的计算, 它们的计算结果却都不能令人满意.

对于简单流动, 也可以用经验公式来预测边界层壁面摩擦阻力及热流, 但他们无法推广至其他流动. 早在 20 世纪 50 年代, Von Driest^[5,6]就给出了计算平板与尖锥壁面摩擦阻力的方法, 并分别被 Squire^[7], Roy 与 Blottner^[8]在超及高超音速湍流的计算中验证过. Roy 与 Frederick^[9]发现了在计算零压力梯度的可

压缩湍流问题时, 不同模式对表面摩擦力的计算都还算准确. Wilcox^[10]对 $k-\omega$ 模式的综述中列举了很多成功的算例, 但都是有关气动力的计算. 而对于气动热问题, 用各种模式计算的结果都不好, 其在涡黏性和涡导热的湍流模式中存在一个共同的问题, 那就是雷诺比拟^[11]在气动热的计算中并不有效.

董明和周恒^[12]曾针对超音速、高超音速湍流边界层, 将用直接数值模拟(DNS)所得结果和用 BL (Baldwin-Lomax)模式^[1]所得结果加以比较, 也发现二者所给出的热参数值有明显差别, 并发现问题出在认为涡黏系数与涡导热系数的比值为常数上. 需要说明的是, 在他们的论文中, 由于 DNS 程序中的一个小失误, 他们的 DNS 结果并不准确, 但结论在定性上还是对的. 本文所有的算例都是程序改正后重算的.

对所有最终归结为涡黏系数和涡导热系数的湍流模式理论, 在推导方程并将其无量纲化时, 很自然

地会得到一个湍流普朗特数, 它反映了涡黏系数与涡导热系数的比值. 涡黏系数和涡导热系数的概念是建立在湍流中的‘涡’导致的动量和能量交换的基础上的. 而如果认为分子黏性和涡黏性、分子热传导和涡热传导由类似的机理产生, 就很自然地会想到, 和分子黏性与分子热传导系数的关系类似, 涡黏系数与涡导热系数的比值也应该是常数. 但是这个类比是有缺陷的. 分子碰撞导致的动量和能量交换, 在几个分子自由程和几次分子碰撞时间内就可以完成. 相对于流体宏观运动的空间和时间尺度, 可以认为是瞬间并在当地就完成了. 而湍流中的‘涡’导致的动量和能量交换, 却不能在瞬间和当地完成, 特别是在有大尺度‘涡’(或称相干结构)处. 而且, 流体微团不是一个严格的实体, 它可以变形、破碎, 与其他微团合并, 因而, 从原则上讲, 涡黏系数和涡导热系数的比值不应是一个常数.

事实上, 过去已有人注意到这一问题, 如 Churchill^[13]也曾认为湍流普朗特数不应该是常数, 而给出另一表达形式, 并分析了影响其值的各个因素. Xiao 等人^[14]则提出一个新的湍流模式, 把湍流普朗特数作为解的一部分进行计算, 并把这个模式运用到激波-边界层干扰问题的计算中, 使计算结果得到改善, 但其中的控制湍流普朗特数的方程显然有很大的任意性. 其后, 这个模式又被应用到射流的计算中^[15]. John 等人^[16]也指出在壁面吹吸、粗糙壁等情况下, 近壁区的湍流普朗特数会增大. 但他们的方法都不能解决超音速和高超音速边界层的壁面热参数的准确计算问题.

就目前的认识能力而言, 我们并不指望能得到可在任何湍流计算中应用的普适的湍流模式, 因而研究必须从某一类湍流开始. 鉴于锥体是高速飞行器具有代表性的前体外形, 且高马赫数下边界层的

气动热问题更加突出, 因而我们选择零攻角超音速及高超音速锥体湍流边界层作为研究的对象. 先用 DNS 方法和 BL 模式计算相同流动参数下的湍流边界层, 然后比较和分析其结果, 并提出改进的方法.

1 BL 湍流模式与 DNS 计算结果的比较

1.1 DNS 的计算方法

首先要算出锥体边界层的层流基本流. 计算模型如图 1 所示, 其中设锥体有一个小球头, 后部为一个与球头相切的锥体, 中间过渡区域用旋转渐开线相连, 以使得物面沿流向的曲率连续. 零攻角问题的层流基本流是轴对称流, 因而实质上是二维流. 其计算分为如下两步: (i) 用激波捕捉法求解钝锥绕流问题, 计算域外边界在激波外的均匀来流区, 见图 1(a), 其中 (z, r, θ) 为柱坐标系, θ 是周向角坐标; (ii) 在贴体坐标系 (x, y, θ) 下, 选取贴近壁面的一小块区域为湍流边界层的计算域(如图 1(b)所示, 其中 x 轴为沿着锥体子午面与锥面的交线方向, 坐标原点 O 为 x 轴与中轴线的交点, y 轴为锥面的法线方向). 加密网格, 并改用高精度差分格式计算, 以得到更精确的层流流场. 入口与上边界条件选为在(i)步中所得在该处的计算结果. 控制方程组及具体计算方法可参见文献[17,18]. 由于基本流是轴对称的, 因而在步骤(ii)中所得的层流可以简单地沿周向拓展, 从而得到三维基本流.

有了基本流后, 可以用两种方法来进行湍流的直接数值模拟: (i) 对应于自然转捩情况所得的湍流, 即在计算域的入口引入 T-S 波型的扰动, 它将在下游触发转捩, 从而得到空间演化的湍流^[19,20]. 这样做, 由于包含了转捩前的层流及转捩过程, 计算量

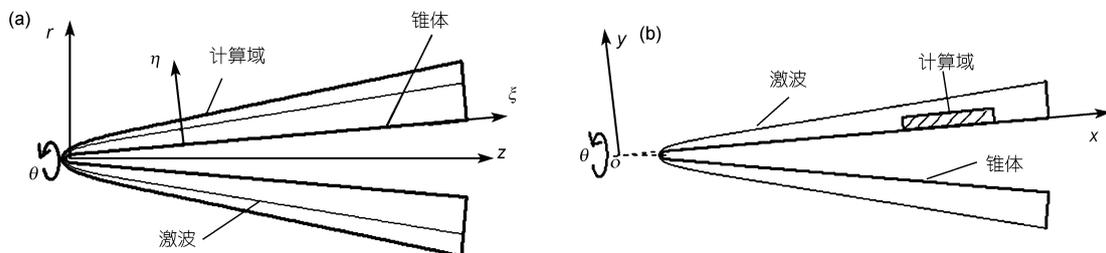


图 1 计算域的示意图

(a) 第一步的示意图; (b) 第二步的示意图

很大. (ii) 给出恰当的湍流入口边界条件^[21], 使得从计算域的入口处开始就是湍流. 不过由于入口条件无法和上游的湍流完全一致, 需经一段很短的调整阶段后, 方可进入充分发展湍流段. 方法(ii)的计算量明显小于方法(i), 而计算精度相同. 故本文的DNS主要采用方法(ii).

小钝头锥的半锥角取为 5°, 来流温度为 79 K, 以来流参数与锥头半径为特征尺度的雷诺数为 10000. 通过DNS, 分别计算了不同工况下的湍流边界层, 各工况的来流马赫数与壁面温度条件如表 1 所示.

在采用方法(ii)来计算湍流时, 需要预先设定入口处的湍流边界层厚度 δ_r . 湍流问题的复杂性之一表现在, 转换后的湍流边界层厚度与转换前的层流边界层厚度之比 k_δ 并不是一个确定的数, 而依赖于导致转换的扰动的特性. 根据若干自然转换的DNS结果, 它一般它在 2~3.5 之间. 所以在这个范围内我们可以任意选取其值, 各种情况中的取值见表 1.

流向取均匀网格, 它们的网格数、计算域长度以及计算域入口到锥头的距离 x_0 见表 1; 法向为变网格, 它们的网格数、计算域长度以及壁面处的网格宽度见表 1; 周向为均匀网格, 网格数均为 128, 计算域长度见表 1, 采用周期边界条件.

1.2 DNS 计算网格的验证

为确认网格足够密, 选择马赫数最高、网格最稀的一个工况——工况 E, 分别对其流向、法向以及周向网格进行加密, 验证计算网格是否足够密.

由于在工程计算中, 人们更关注的是壁面处的摩擦系数、温度及热流量, 所以我们对比了这些计算结果, 见图 2. 其中, 图 2(a)给出了壁面摩擦系数

$$C_f = \frac{\bar{\mu}_w(\partial \tilde{u} / \partial y)_w}{\rho_\infty u_\infty^2 / 2}$$

(其中 μ 是黏性系数, 下标 w 表示壁面处的值, “ $\bar{\cdot}$ ”表示平均值, \tilde{u} 是平均速度, ρ 是密度, 下标 ∞ 指来流之值)流向分布的对比结果; 图 2(b)给出了壁面热通量 $q_w = \bar{k}_w \frac{\partial \tilde{T}}{\partial y} \Big|_w$ (其中, \bar{k}_w 为热传导系数, \tilde{T} 是平均温度)流向分布的对比结果. 图中, 实线为用表 1 中所示网格的计算结果, 而虚线是网格加密后的计算结果. 其中, refined_x 表示流向网格加密一倍后的计算结果, refined_y 表示法向网格加密为 141 个后的计算结果, refined_z 表示周向网格加密一倍的计算结果. 在上面已提到, 计算域入口后有一段过渡区域($x < 930$), 要在其后, 即 $x > 930$ 后才是充分发展湍流. 从图中可以看出, 法向网格加密对计算结果几乎没有影响. 而对于另外两种情况, 虽然在过渡段内($850 < x < 920$), 网格加密的影响是明显的, 但是, 在 $x > 930$ 以后, 影响是可以忽略的. 图 2(c)与(d)分别是在 $x=1000$ 处流向平均速度与平均温度剖面的对比, 其中平均速度与平均温度分别以边界层外缘处的值无量纲化, 法向坐标以边界层排移厚度无量纲化. 可以看出, 四种情况计算出的剖面吻合得非常好. 因此, 表 1 中所选网格已足够密. 下面从图 3 起, 图中所示DNS计算结果都已将过渡段除去.

1.3 湍流模式的计算方法

由于 BL 模式的简单易用, 它是工程上最常用的湍流模式之一. 因此, 本文以 BL 模式为考察对象, 用它计算同样 3 种流动, 并与用 DNS 所得结果比较, 以验证该模式在气动热计算上是否能给出令人满意的结果. 如果不能, 则分析其原因, 并相应地提出改

表 1 7 个算例的参数表

工况	A	B	C	D	E	F	G
马赫数	2.5	3.5	4.5	6	6	6	6
壁面温度条件	绝热	绝热	绝热	绝热	定温 $T_w=3.72T_\infty$	定温 $T_w=4.5T_\infty$	定温 $T_w=5.5T_\infty$
k_δ	2	2	2.5	2	2.5	2.5	2.5
流向网格数	741	1641	1401	1281	661	1401	1401
流向计算域长度	267.6	395.3	281.2	514.2	265.2	337.5	337.4
x_c	964.8	988.9	844.3	772	792	868.4	868.4
法向网格数	66	81	81	81	81	81	81
法向计算域长度	23.7	55	40	20	20.3	36.6	40
壁面处网格宽度	0.0109	0.007	0.0038	0.005	0.006	0.006	0.0066
周向计算域长度	14.16°	13.81°	16.18°	17.69°	17.24°	15.73°	15.73°

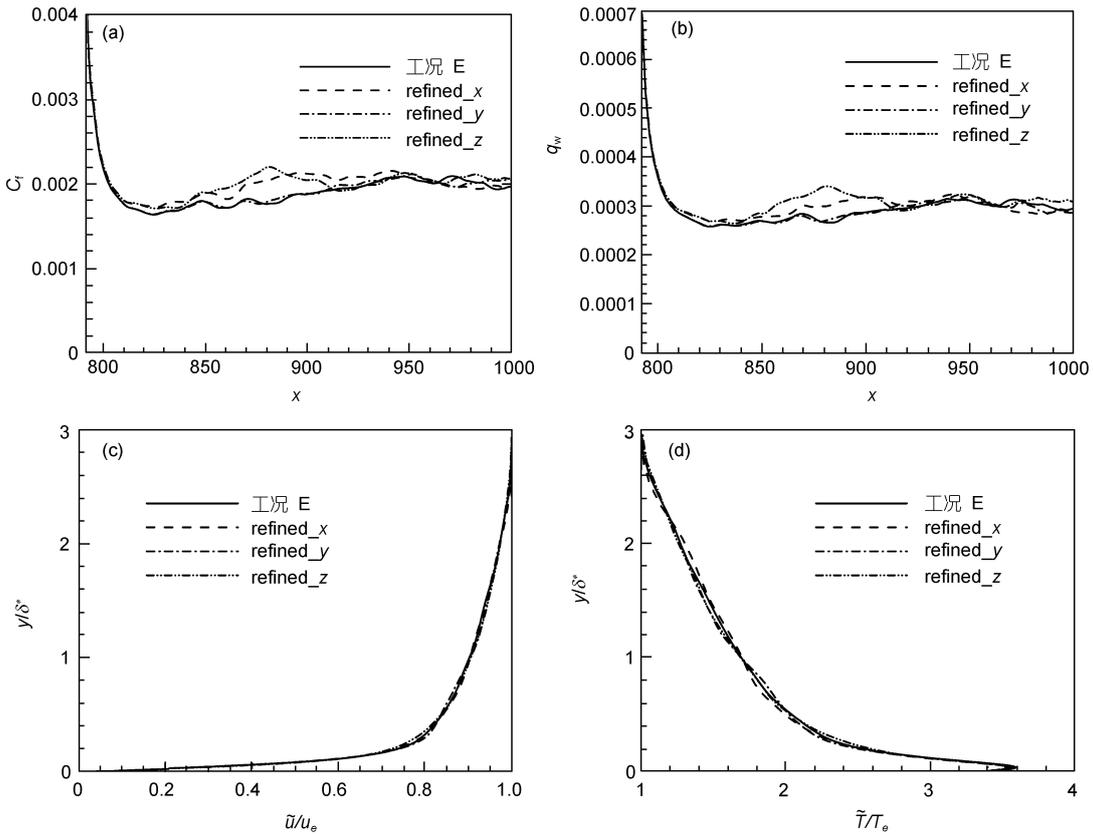


图 2 加密网格的对比

(a) 壁面摩擦系数的对比; (b) 壁面热通量的对比; (c) 平均速度剖面的对比; (d) 平均温度剖面的对比

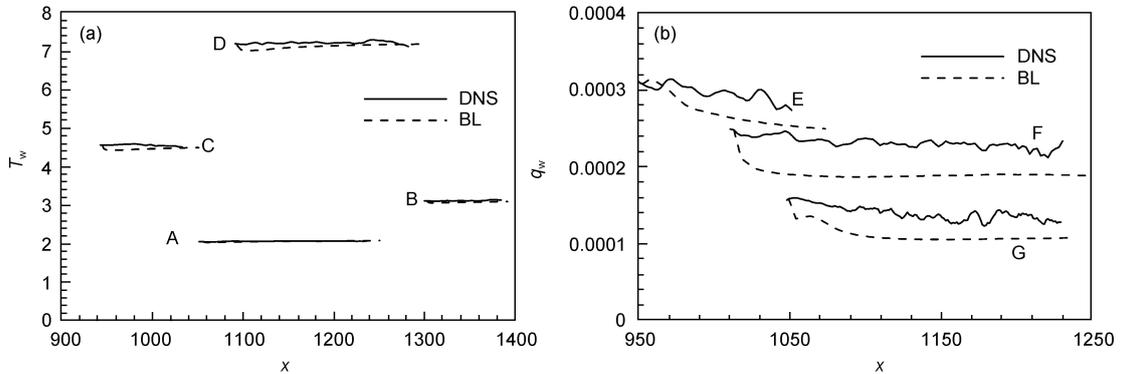


图 3 BL 模式与 DNS 方法对气动热计算结果的比较

(a) 工况 A~D; (b) 工况 E~G

进方法.

标准 BL 模式的计算方法可参见文献[1].

用模式计算时, 只计算平均流场, 因此零攻角锥体湍流边界层可看作二维轴对称问题, 只需要计算一个子午面中的流动. 文献[12]中发现, 用 BL 模式计

算湍流时, 网格可以比用 DNS 计算时粗得多, 这是因为平均流无论是沿哪个方向, 其变化都比包含小尺度的湍流要慢得多. 故我们将它的流向网格取得约为用 DNS 时的 10~20 倍, 但法向计算网格保持不变.

如前所述, DNS 的结果中, 在入口附近会有一段

过渡区需要被舍弃, 因而, 用 BL 模式计算时, 开始位置就选在过渡区结束的位置, 而入口边界条件就取为该位置处由 DNS 计算出的平均流场. 壁面和上边界条件与 DNS 方法的相同, 出口用外推边界条件. 由于由 DNS 所得平均流场与用 BL 模式所得流场是有差别的, 所以用 BL 模式计算, 在入口附近也有一段过渡段. 我们在比较二者的结果时, 也要把这一过渡段除去.

1.4 BL 模式与 DNS 计算结果的比较

分别用 DNS 与 BL 模式两种方法, 计算表 1 中的七种工况, 对比结果如图 3. 工况 A~D 中的包含超音速和高超音速的情况, 但都是绝热壁. 图 3(a) 给出了这四种工况下壁面温度 T_w 的对比, 其中实线为 DNS 的计算结果, 虚线为 BL 模式的计算结果. 由图可见, BL 模式的计算结果均比 DNS 的结果略低, 但误差不大, 均在 3% 以下, 且马赫数越低, 差别越小. 工况 E~G 是来流马赫数为 6, 但壁面温度给定的定温壁情况, 且壁面均为冷却情况 (比相应的绝热壁情况的壁温低). 图 3(b) 给出了这三种工况下的壁面热通量 q_w 随 x 的分布, 线型定义同图 3(a), 可以看出, BL 模式的计算结果明显比 DNS 结果低.

这说明 BL 模式并不能准确地预测定温壁情况下高超音速湍流边界层的表面热流问题. 因而, 寻求相应的改进方法是非常需要的.

2 湍流模式改进的依据

正如引言中的分析, 传统模式对气动热问题计算不准的原因, 是其简单地认为涡导热系数 k_T 与涡黏系数 μ_T 的比值为常数, 即 $Pr_T = \frac{c_p \mu_T}{k_T} = 0.9$, 其中, Pr_T 是湍流普朗特数, c_p 为定压比热. 所以, 问题就是应如何正确地定出二者的关系.

从 DNS 的计算结果看, 湍流普朗特数在壁面附近显著地大于 0.9. 我们应分析其原因, 从而找出改进的办法.

首先, 一般认为, 湍流脉动导致的流体微团间的动量传递和热量传递从机理上说是一样的, 这正是假设湍流普朗特数是常数的根据. 但仔细分析就可以看出它们其实是有差别的.

图 4 中示出了在一维管道中的两团流体, 他们的速度和温度分别为 V_1, T_1 和 V_2, T_2 . 在 V_1 大于 V_2 时, 二者将相撞. 相撞后, 动量将以压力波的速度传递, 但热量则只能以分子扩散的速度传递, 后者的效率显然远小于前者. 当然, 这是一维问题的情况. 如果在自由空间碰撞, 则两者相撞后, 微团会迅速变扁变薄, 其速度约为两微团的相对速度. 变扁的结果, 是微团间的接触面加大, 热传递也相应地加快. 实际情况介于这二者之间. 而从控制方程上来看, 动量方程中有压力梯度项, 而能量方程中则没有, 所以导致了二者的差别.

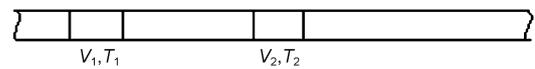


图 4 流体微团热量与动量交换的示意图

由此可见, 流体微团输运越剧烈, 微团间的热传递与动量传递效率的差别将越明显, 相应地, 涡导热系数与涡黏系数的比例关系越要被修正.

此外, 由于湍流的动量和热量传递不能在当地及瞬时完成, 而是在流体微团从一层运动到另一层的过程中逐渐完成的. 在速度和温度的平均剖面不相似的情况下, 即使二者的传递机理完全一致, 二者的传递结果也会不同.

上述的传递效率的不同和平均流剖面的影响, 是我们提出改进意见时要考虑的主要因素.

可以认为, 流体微团输运的剧烈程度与湍动能 ($k_t = \overline{u'^2 + v'^2 + w'^2} / 2$) 强度有关, 即湍动能越大, 输运越剧烈. 这样, 在湍动能不太大的位置, 动量与热量的传递并不大, 可以近似认为涡黏系数与涡导热系数的比值为常数. 而在湍动能峰值附近, 则要进行相应的修正.

其次, 对于湍流边界层, 其平均速度分布总是有一定的相似性的, 即在没有分离的情况下, 壁面处为零, 速度的法向梯度总为正, 并单调地趋近于外流速度. 但温度就不是这样. 在不同的壁面温度条件下, 平均温度 \tilde{T} 的剖面在壁面附近可以有很大的差别. 图 5(a) 示出了加热壁 (Hot Wall, 壁温高于绝热壁温)、绝热壁 (Adiabatic) 及冷却壁 (Cold Wall, 壁温低于绝热壁温) 三种情况下平均温度的法向分布示意图, 它们在壁面附近差别很大, 其温度梯度的正负号都不一样.

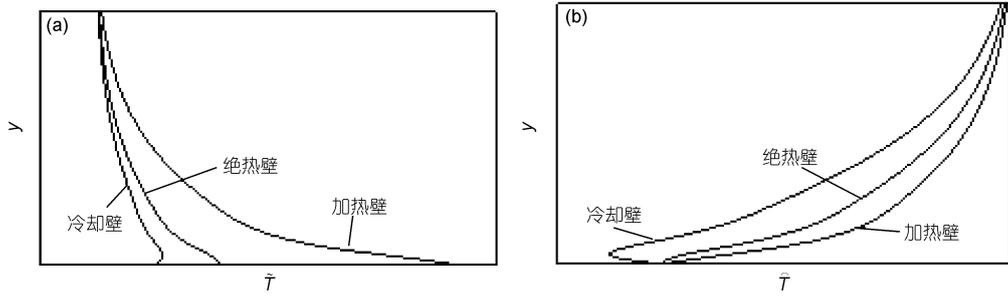


图 5 不同壁面温度条件下(a) \tilde{T} 与(b) \hat{T} 的分布

引入变换:

$$\hat{T} = \frac{\tilde{T} - T_w}{T_e - T_w}, \quad (1)$$

其中, 下标 e 表示边界层外缘的值. 则以 \hat{T} 为未知量的能量方程与以平均流向速度 \bar{u} 为未知量的动量方程具有相同的形式与边界条件.

图 5(b)给出了图 5(a)经上述变换后的温度 \hat{T} 的法向分布. 可见, 对加热壁情况, \hat{T} 与平均速度 \bar{u} 剖面的形式相近, 即都从零单调地趋近于外流的相应值, 壁面处的法向梯度为正. 而对于冷却壁情况, \hat{T} 与平均速度 \bar{u} 的剖面在壁面附近很不一样. 可见对冷却壁, 湍流普朗特数偏离常数 0.9 会更大一些, 而对加热壁则偏离小. 而且, 壁温比绝热壁温低得越多, 需要修正的法向范围越大. 由此, 我们把涡热传导系数和涡黏系数的关系写成

$$k_T = F(y) \frac{c_p}{0.9} \mu_T, \quad (2)$$

如果 $F(y)=1$, 则可得到传统的关系 $Pr_T = 0.9$. 这样, 改进方法的关键就是如何给出函数 $F(y)$ 的适当形式. 按照上述分析, $F(y)$ 在离壁面较远处可以取为 1, 而在壁面附近则必须修正, 其原则是: (i) 湍动能超过某一阈值时, 它应小于 1, 且湍动能越大, 小得越多; (ii) 壁面温度比绝热壁温度低得越多, 它应越小于 1, 修正的范围在法向也更大一些.

3 涡导热系数的修正方法

3.1 修正方法的基本思想

根据以上的分析, 在边界层的大部分区域内, 可令式(2)中的 $F(y)=1$; 而在湍动能 k_t 峰值附近, $F(y)$

应小于 1. 现设它与 k_t 成反比, 如下式所示:

$$F(y) = \frac{1}{\max[\xi(k_t/k_{t,max}), 1]}, \quad (3)$$

其中, $k_{t,max}$ 是湍动能 k_t 的最大值, 因此 $k_t/k_{t,max}$ 表示归一化的湍动能, ξ 是一参数. 由于 $k_t/k_{t,max}$ 的最大值为 1, 所以在 $\xi < 1$ 时, $F(y)=1$, 即没有修正. 而在 $\xi > 1$ 时, 在湍动能 k_t 的极大处附近, $F(y)$ 将小于 1, 即有修正. 且 ξ 越大, 修正的值与修正范围均应越大. 进一步令

$$\xi = \frac{T_0 - T_w}{b} + 1, \quad (4)$$

其中 $T_0 = T_e + \frac{(\gamma-1)M^2 U_e^2}{2}$, 为来流的总温, 它比绝热壁的壁温稍大, γ 是比热比, M 是马赫数, U_e 为边界层外缘速度, b 是一个正数. 该式的含义是, 对壁温高于来流总温的情况, ξ 将小于 1, 即不进行修正. 对壁温小于来流总温的情况, ξ 将大于 1, 即有修正. 且小得越多, ξ 大于 1 的范围越大, 修正的范围也就相应地越大. 参数 b 的确定方法是, 当马赫数为 6 时, 四种情况中的任一情况, 修正后的模式和 DNS 方法所得壁面热流能够相符. 实际我们选的是 Case E. 结果所得 b 值为 3.9. 下面可以看到, 对其他几种情况, 该 b 值也是适用的. 这不仅说明了 b 的取值是正确的, 也说明了上述改进方法是合理的.

图 6 给出了工况 D~G 四种工况下 $k_t/k_{t,max}$ 的分布, 图中虚线表示 DNS 的计算结果, 可以看出, 壁面温度越低, k_t 的峰值位置离壁面越远.

以图中由 DNS 所得的曲线为准, 可给出 $k_t/k_{t,max}$ 的拟合公式:

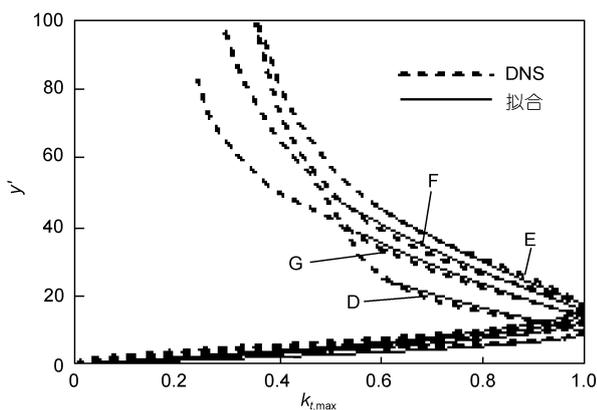


图6 归一化湍动能的拟合曲线

$$\frac{k_t}{k_{t,max}} = \begin{cases} 1 - \left(\frac{y^+}{y_i^+} - 1\right)^2, & y^+ \leq y_i^+, \\ \left(1 - 0.01 \left(\frac{y^+}{y_i^+} - 1\right)^2\right) \exp(-C(y^+ - y_i^+)), & y^+ > y_i^+. \end{cases} \quad (5)$$

其中, $y^+ = \frac{y\sqrt{\rho_w\tau_w}}{\mu_w}$, 表示以黏性长度单位无量纲

化的法向坐标, τ_w 为壁面处的黏性应力, $C = 0.3/y_i^+$, y_i^+ 是 k_t 峰值所对应的位置. 这一表达式中的参数都可在计算过程中确定, 从而不难将 y^+ 转换成 y . 可用下式拟合由 DNS 所得之 y_i^+ 值:

$$y_i^+ = 7.8 + 2.1(T_0 - T_w), \quad (6)$$

图6中, 实线表示用公式(5)拟合出的结果, 它们均与DNS结果吻合较好.

3.2 进一步简化

但对工程应用而言, 上面的公式, 还是比较复杂, 应设法进一步模块化. 从图6中可以看出, 不同工况下 $k_t/k_{t,max}$ 的分布规律相差不大. 因而, 也许它们可以用同一公式来近似. 首先, 把(5)式中的参数 y_i^+ 设置成一个定值 15, 而不是随壁面温度变化. 实际上, 甚至对不可压平板湍流边界层而言, 湍能分布的峰值所对应的 y_i^+ 值也在图6中的范围内.

对应于 $y_i^+ = 15$, (5)式中 C 的取值也可以被确定为 0.02. 这样, (5)式就可写成

$$\frac{k_t}{k_{t,max}} = \begin{cases} 1 - (y^+/15 - 1)^2, & y^+ \leq 15, \\ (1 - 0.01(y^+/15 - 1)^2) \exp(-0.02(y^+ - 15)), & y^+ > 15, \end{cases} \quad (7)$$

进一步, 还可以用一个更加简单的公式代替(7)式中分两段拟合的公式:

$$\frac{k_t}{k_{t,max}} = 1 - \left| 1 - \frac{15(1 - \exp(-y^+/7))}{y^+} \right|^{1.8}, \quad (8)$$

它的计算结果如图7所示, 可以看出它基本上可以反映归一化的湍动能分布.

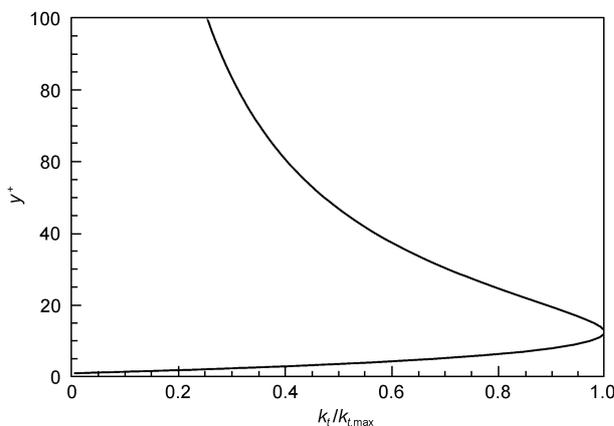


图7 (8)式的计算结果

下面, 我们分别用 3.1 和 3.2 节中介绍的方法修正 BL 模式, 以验证其有效性.

4 修正模式的计算结果

对表1中的7种工况, 全都用改进的 BL 方法再算一次. 计算中, 涡黏系数 μ_t 的计算方法并没有改变, 但是它的结果将通过 Sutherland 公式受温度变化的影响. 改进主要针对涡导热系数 k_t , 分别用 3.1 和 3.2 节的方法计算.

4.1 工况 A~D 情况

对于工况 A~D 四种工况, 结果如图8所示. 其中, 标识为“DNS”曲线表示 DNS 的计算结果; 标识为“BL”的曲线为原始 BL 模式的计算结果; 标识为“modified_1”曲线表示用 3.1 节给出的修正公式的计算结果; 标识为“modified_2”曲线表示用 3.2 节给出的修正公式的计算结果. 可以看出, 对前三种情况,

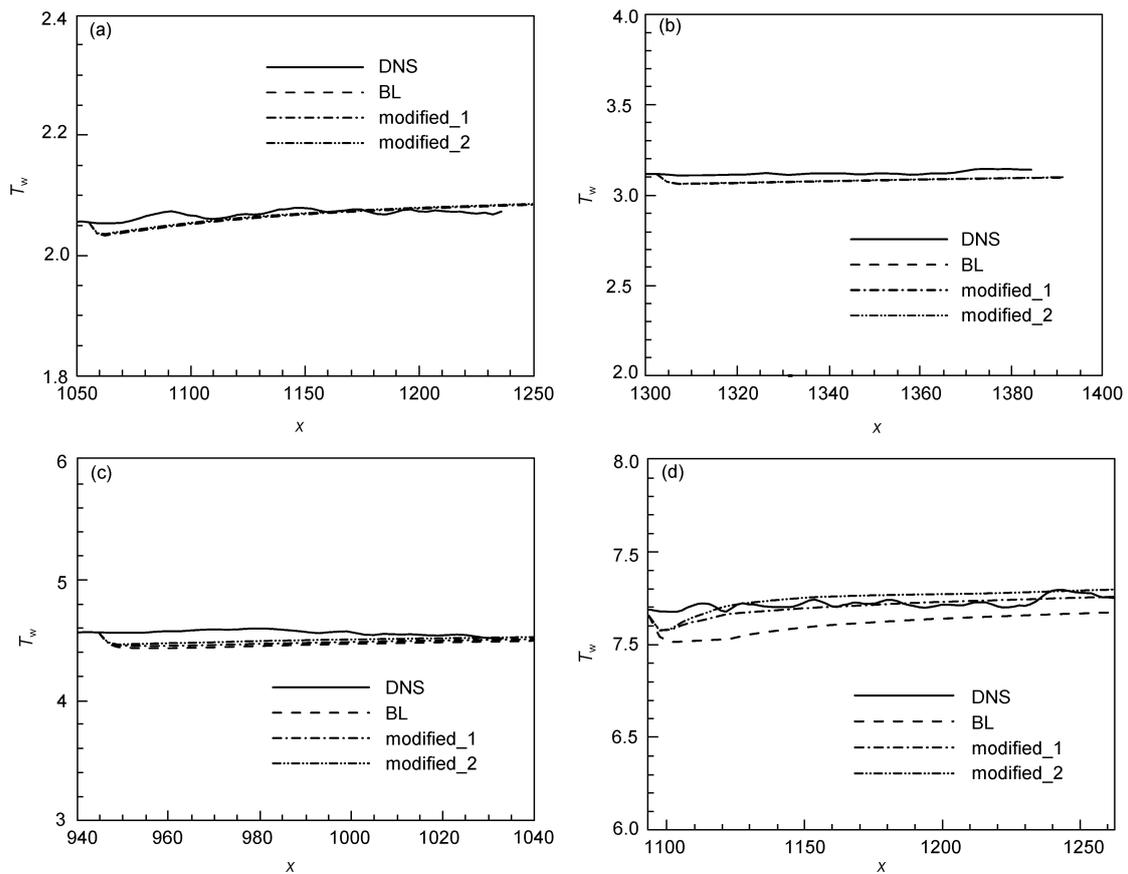


图 8 壁面温度流向分布的比较

(a) 工况 A; (b) 工况 B; (c) 工况 C; (d) 工况 D

原始 BL 模式的计算结果本来误差就较小, 用两种方法修正后的曲线与原始 BL 模式的计算结果基本重合; 对于工况 D 情况, 原始 BL 模式的计算结果误差稍大, 而两种修正方法的计算结果都好于原来的结果. 这说明本文的修正方法也适用于这些本来原始模式的误差就不大的情况.

4.2 工况 E~G 情况

计算结果如图 9~11 所示. 图 9(a)~11(a)均是壁面摩擦系数随流向分布的比较, 可以看出, 对摩擦系数来说, 改进后的 BL 模式结果与原来的相同, 这是由于 μ_r 仍采用传统 BL 模式的计算方法. 但是, DNS 与 BL 模式的计算结果仍存在或大或小的差别, 这是一个有待深入研究的问题.

图 9(b)~11(b)是壁面热通量随流向分布的比较.

可以看出, 三种工况下, 两种方法改进后的模式的计算结果均与 DNS 结果基本吻合, 且明显好于传统模式的计算结果, 且两种修正方法的计算结果非常接近.

对平均流剖面来说, 无论修正与否, BL 模式的计算结果仍与 DNS 结果有一定差别, 但没有用图示出, 因为本文的主要目的是改进壁面热参数的计算.

图 9(c)~11(c)给出涡黏系数 μ_r 法向分布的对比, 右侧的小图是近壁区的局部放大. 可以看出, 三种工况下, 与传统 BL 模式相比, 修正后近壁处的涡黏系数并没有改善, 且它们均与 DNS 结果有一定差别.

图 9(d)~11(d)给出了涡导热系数 k_r 法向分布的对比. 在边界层外区, 并没有什么修正, 但在近壁区, 如在小图中所示, 改进是明显的. 这正是修正后对 q_w 曲线的计算更加准确的原因.

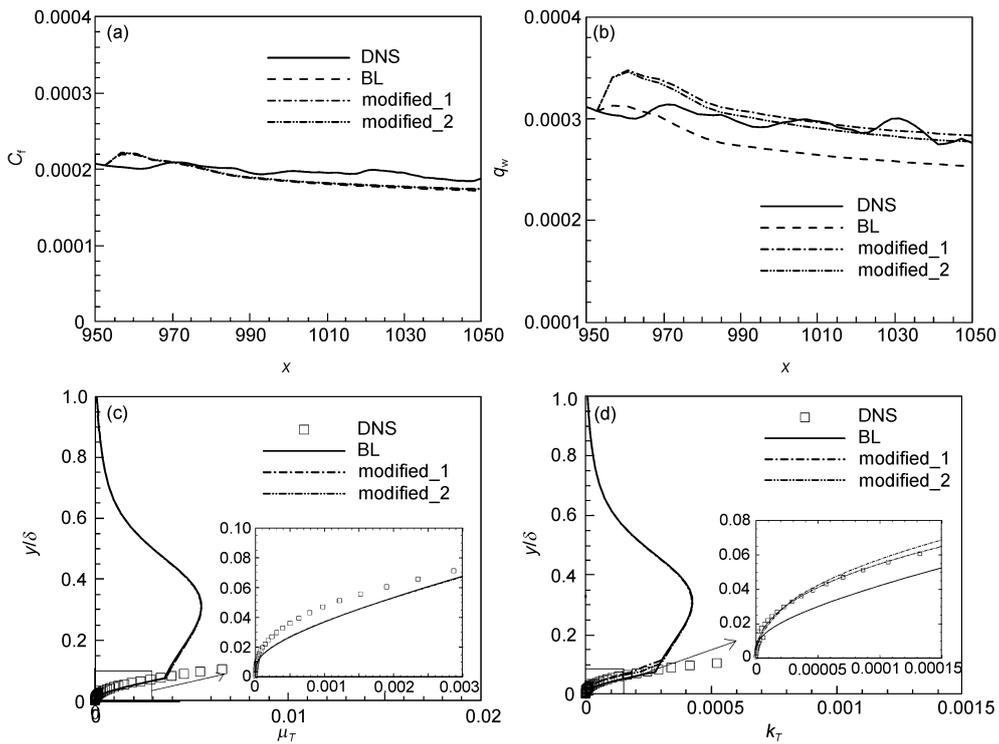


图9 工况 E 结果的对比

(a) 壁面摩擦系数的对比; (b) 壁面热通量的对比; (c) 涡黏系数的分布; (d) 涡导热系数的分布

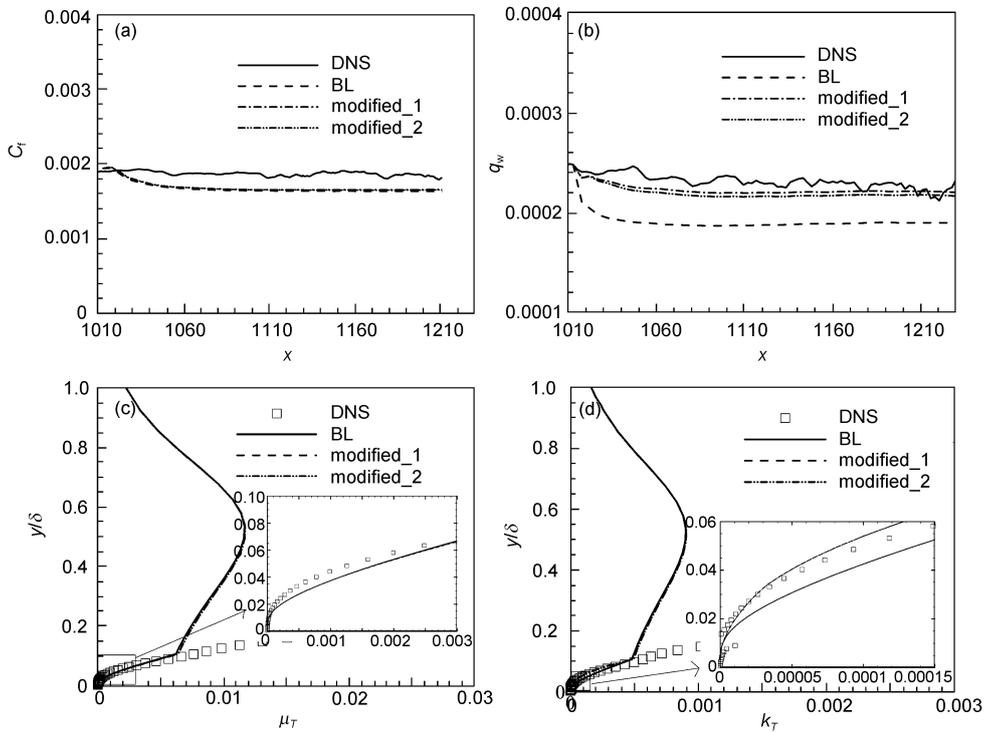


图10 工况 F 结果的对比

(a) 壁面摩擦系数的对比; (b) 壁面热通量的对比; (c) 涡黏系数的分布; (d) 涡导热系数的分布

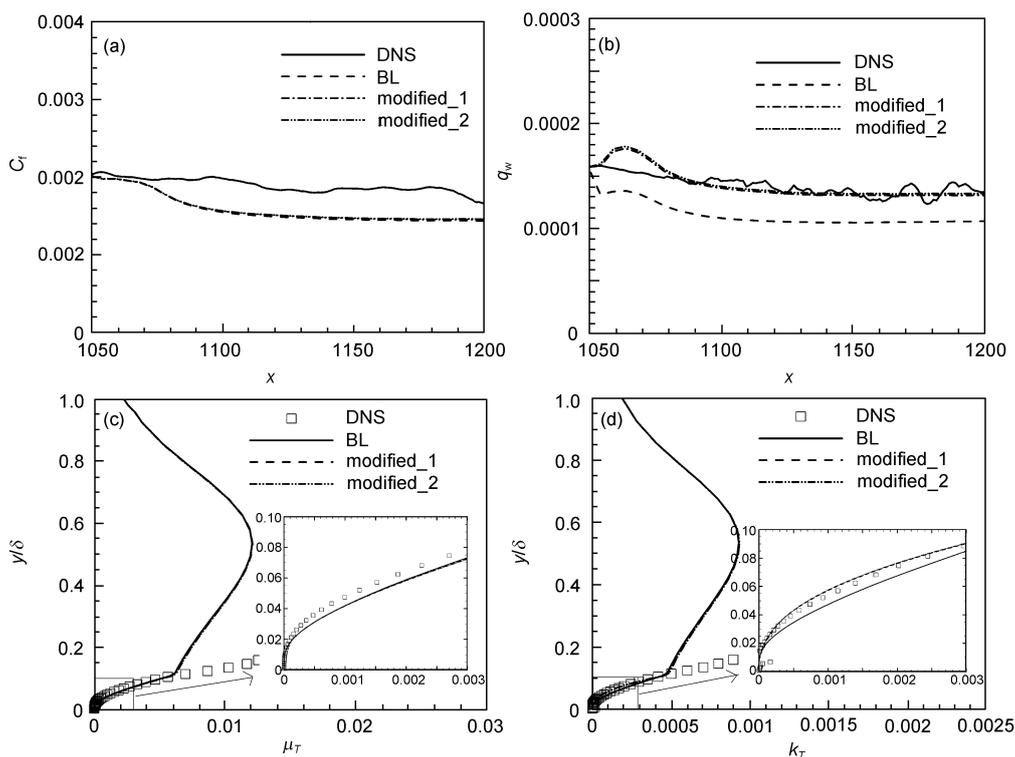


图 11 工况 G 结果的对比

(a) 壁面摩擦系数的对比; (b) 壁面热通量的对比; (c) 涡黏系数的分布; (d) 涡导热系数的分布

5 结论

通过与 DNS 结果的对比, 发现了对于马赫数为 6 的锥体湍流边界层, 传统 BL 湍流模式不能准确地预测热参数, 如壁面处的温度或热通量, 而这在飞行器的工程设计中非常重要. 对于低马赫数情况, 这个问题不是那么明显.

发现上述对热参数计算不准确的原因是湍流普朗特数为常数的假设不合理.

通过物理分析给出了模式改进的依据, 即当壁面温度小于来流总温时, 在湍动能超过某一阈值的区域内, 对湍流普朗特数为常数的假设进行修正.

通过数值验证, 发现经本文改进后方法确实可以准确地预测壁面处的热参数. 但是, 不管是传统的 BL 模式, 还是用本文改进了的 BL 模式, 都不能准确地预测壁面摩擦系数、平均速度及平均温度剖面, 尽管误差不是很大. 这有待进一步研究.

参考文献

- Baldwin B S, Lomax H. Thin layer approximation and algebraic model for separated turbulent flows. AIAA paper, 1978, 78-257
- Jones W P, Launder B E. The prediction of laminarization with a two equation model of turbulence. Int J Heat Mass Transfer, 1972, 15: 301—314 [DOI](#)
- Wilcox D C. Reassessment of the scale determining equation for advanced turbulence models. AIAA J, 1988, 26: 1299—1310 [DOI](#)
- Menter F R. Two-equation eddy viscosity turbulence models for engineering applications. AIAA J, 1994, 32: 1598—1605 [DOI](#)
- Van Driest E R. Problem of aerodynamic heating. Aeronaut Eng Rev, 1956, 15: 26—41
- Van Driest E R. Turbulent boundary layer on a cone in a supersonic flow at zero angle of attack. J Aeronaut Sci, 1952, 19: 55—57
- Squire L C. The accuracy of flat plate, turbulent skin friction at supersonic speeds. Aeronaut J, 2000, 104: 257—263

- 8 Roy C J, Blottner F G. Further assessment of one- and two-equation turbulence models for hypersonic transitional flows. *J Spacecraft Rockets*, 2001, 38: 699—710[DOI]
- 9 Roy C J, Frederick B. Review and assessment of turbulence models for hypersonic flows: 2D/asymmetric cases. AIAA paper, 2006, 2006-713
- 10 Wilcox D C. Formulation of the k-omega Turbulence Model Revisited. *AIAA J*, 2008, 46(11): 2823—2838[DOI]
- 11 Reynolds O. On the extent and action of the heating surface for steam boilers. *Manch Li Philos Soc*, 1874, 14: 7—12
- 12 董明, 周恒. BL 模式在超声速湍流边界层中应用的检验. *空气动力学学报*, 2009, 27: 102—107
- 13 Churchill S W. A reinterpretation of the turbulent Prandtl number. *Ind Eng Chem Res*, 2002, 41: 6393—6401[DOI]
- 14 Xiao X, Edwards J R, Hassan H A, et al. Role of turbulent Prandtl number on heat flux at hypersonic Mach numbers. AIAA paper, 2005, 2005-1098
- 15 Xiao X, Hassan H A, Baurle R A. Modeling scramjet flows with variable turbulent Prandtl and Schmidt numbers. AIAA paper, 2006, 2006-128
- 16 John P C, Jeffrey R K, Stephen G M. A mixing-length formulation for the turbulent Prandtl number in wall-bounded flows with bed roughness and elevated scalar sources. *Phys Fluids*, 2006, 18: 095102[DOI]
- 17 董明. 马赫数为 6 的高超声速钝锥湍流边界层空间演化的直接数值模拟. *空气动力学学报*, 2009, 27: 199—205
- 18 董明, 罗纪生. 锥体效应对超音速湍流边界层统计特性的影响. *力学学报*, 2008, 40: 394—401
- 19 董明, 罗纪生, 曹伟. 超音速尖锥边界层中扰动演化特征的数值研究. *应用数学和力学*, 2006, 27: 631—636
- 20 董明, 罗纪生. 高超音速零攻角尖锥边界层转捩的机理. *应用数学和力学*, 2007, 28: 912—920
- 21 董明, 周恒. 超声速钝锥湍流边界层 DNS 入口边界条件的研究. *应用数学和力学*, 2008, 29: 893—904