



超材料结构的弹性波带隙主动调控研究进展

郭振坤^{1,2}, 李凤明^{1*}

1. 哈尔滨工程大学航天与建筑工程学院, 哈尔滨 150001;

2. 北京建筑大学机电与车辆工程学院, 城市轨道交通车辆服役性能保障北京市重点实验室, 北京 102616

* 联系人, E-mail: lifengming@hrbeu.edu.cn

2021-05-21 收稿, 2021-08-11 修回, 2021-08-12 接受, 2021-08-13 网络版发表

机械系统与振动国家重点实验室开放基金(MSV202108)和国家自然科学基金(11761131006)资助

摘要 周期超材料结构由多个相同的子结构根据一定的规律性和周期性组成, 具有特殊的力学特性, 比如带隙. 弹性波只能在特定的频带(通带)内沿超材料结构传播, 而在其他频带(带隙或禁带)内的弹性波将被阻隔. 利用带隙特性可以实现弹性波过滤、振动和噪声控制等, 由此学者进行了大量的研究工作, 希望获得各种具有更好带隙特性的超材料结构. 然而在实际工程应用中, 超材料结构的尺寸往往已被固定, 频率带隙的宽度以及位置往往成为限制其实用性的问题. 因此, 分析超材料结构中弹性波带隙的主动调控具有重要的理论与实际意义, 可以为周期结构的振动控制和减振设计提供理论依据. 本文针对周期超材料结构, 综述了其中弹性波带隙主动调控问题的研究现状, 简述了近年来发展的弹性波带隙主动调控研究方法, 介绍了热点的研究结果, 并提出了值得进一步深入研究的问题.

关键词 超材料结构, 带隙, 弹性波传播, 振动控制, 主动调控

近些年, 工程材料的发展主要依赖于改变其内部组成形式来改变材料的机械性能. 这些材料通常是根据特定的性能定制以满足需求. 然而, 具有特定本征性质的材料开发具有一定挑战性, 这是由材料本身的属性所决定, 比如低强度材料具有较低的密度, 反之亦然. 超材料是一种人工设计的周期性结构, 它不仅增强了组成材料的属性, 还赋予其不同的功能, 比如负折射率、负质量密度、负泊松比、负介电常数、负磁导率、负体积模量等^[1,2]. 同时, 它还可以产生阻隔弹性波传播的频带, 即带隙(或禁带)^[3-5]. 由于这一有趣的现象, 对超材料结构在弹性波衰减和振动控制中的理论和应用的探索引起了学者广泛的研究兴趣. 为了获得更好的带隙特性, 已经对不同的周期结构进行了大量学术研究^[6-9]. 一般认为, 存在两种基本的带隙形成机理, 即布拉格(Bragg)散射^[10]和局域共振型^[11]. 前者存在于声

子晶体中, 带隙出现在波长与晶格常数相同数量级的频率范围内. 因此, 需要设计较大的晶格常数来衰减低频波, 这在实际工程结构的设计中往往是不现实的. 与基于布拉格散射机理的声子晶体不同, 基于局域共振机理的超材料结构容易产生低频带隙. 因此, 人们在研究和调节超材料的带隙特性方面投入了大量精力.

此外, 具有带隙可调性的周期结构受到越来越多的关注, 这意味着可以根据特殊要求设计所需的带隙特性^[12,13]. 迄今为止, 大多数关于弹性超材料的研究都采用了被动控制结构, 其中单胞是由具有给定形状和尺寸的被动材料所组成. 这种材料系统在给定的工作频率下会产生恒定的动态特性, 比如有效参数. 一些研究人员将超材料用于连续系统的低频弯曲波衰减. Yu 等人^[14,15]利用传递矩阵法研究了局域振子由软橡胶环和铜环组成的局域共振梁的弯曲波衰减. Xiao 等人^[16]

引用格式: 郭振坤, 李凤明. 超材料结构的弹性波带隙主动调控研究进展. 科学通报, 2022, 67: 1249–1263

Guo Z K, Li F M. Advances in active tuning of elastic wave band gaps in metamaterial structures (in Chinese). Chin Sci Bull, 2022, 67: 1249–1263, doi: 10.1360/TB-2021-0483

在周期结构理论和谱元法的基础上,采用解析方法研究了能带结构的形成机理.为了拓宽带隙宽度,他们设计并研究了具有不同谐振频率的周期性局域振子阵列^[17,18].另一种实现宽带隙的方法是构造多自由度振子.Pai等人^[19,20]提出了一个附着在梁和板上的两自由度子系统,从而形成两个带隙,吸振器共振产生的惯性力可以增强波的衰减.Wang等人^[21,22]从理论和数值上研究了附加横向局域振子的超材料梁和板的弯曲振动.他们发现,这种振子可以产生两个弯曲振动带隙,其形成机理是弯曲波通过四连杆结构转化为纵波,激发横向共振产生的惯性力来平衡板的剪切力.Miranda Jr等人^[23]利用Kirchhoff-Love理论研究了弯曲波在超材料板中的传播,发现通过改变多自由度振子阵列可以有效拓宽局域共振带隙.

在目标频段内对结构进行适当的设计,可以使超材料在波导^[24]、声学隐身^[25]和减振方面得到广泛应用^[26].众所周知,控制振动和弹性波传播的方法主要有两种,即被动控制和主动控制.与主动控制不同,被动控制通常不考虑外部控制负载,这种方法考虑的是静态和被动结构组成,而且在超材料制备完成后,它们的性能不再发生改变.这种局限性使结构缺乏理想频率范围内带隙的可调性,难以得到更广泛的实际应用,因为制造出这些周期性基体结构之后并不容易对其进行灵活的改变.为了克服这一限制,利用外部激励,试图通过折断或屈曲等方式改变几何形状来改变材料的力学性能^[27,28].主动控制的机理是从机械设备等引入外部负载,它可以减小振幅并吸收与动态结构相关的能量.由于能够迅速地接收外部信息并及时作出反馈,主动控制具有较好的工程应用性.

学界在主动调控超材料带隙领域作出了大量的研究工作^[29-31].主动控制是通过在单胞中使用智能材料来实现.例如,将压电片与谐振电路分流到一个单元中可以获得可调谐的等效动态刚度^[32],而负电容能够在宽频带内改变压电材料的等效静态杨氏模量,因此可以更广泛地用于设计可调单元.学者还提出了使用反馈控制回路来主动调节有效参数,其中部分工作致力于设计数字电路^[33].数字电路测量压电换能器上的电压,并根据设计的控制法则将电流反馈到同一换能器中,从而模拟电子元件的行为.Wang等人^[34]研究了压电弹簧对弱非线性单原子晶格超材料结构的主动控制效果,发现压电弹簧的负比例控制可以产生一条新的带隙,并且负比例控制将增大高频区域带隙的起始频

率,而正比例控制会减小高频区域带隙的起始频率.Nimmagadda和Matlack^[35]针对一种由周期性晶格和局域共振夹杂物组成的超材料复合结构,提出利用温度改变实现对带隙的主动调控.他们通过局部控制超材料结构中两种材料的温度变化,可以部分或完全“打开”和“关闭”带隙.Xia等人^[36]使用传输线方法研究了具有主动可调带隙和负体积模量的温控超材料,结果表明,受水温变化影响的局域共振带隙和负有效体积模量的相对变化近似相等.

超材料中对于弹性波的转向和调控的早期研究通常是基于材料参数、夹杂物比例及晶格排列的变化等.除了改变超材料的几何形状,通过施加偏置场来调整组件材料的特性是一种调控弹性波传播的有效方法,这种方法通常需要多场耦合介质作为超材料的组成部分.这类多场耦合介质主要包括压电材料、铁电材料、磁性材料、软电活性材料和热力学材料等.

1 超材料结构带隙调控机理

在超材料领域中,带隙的形成通常通过两种不同的机理实现,即Bragg散射和局域共振型.前者主要取决于单胞的周期性和晶格常数,频率与晶格常数成反比例关系,即 $v=c/(2a)$,其中 v 、 c 和 a 分别代表频率、声速和晶格常数^[37].因此,为了获得低频带隙,需要大的晶格常数值,这对于小型结构是不可行的.为消除这种障碍,Liu等人^[11,38]提出了一种新的思想,即基于局域共振机理在低频亚波长区域实现波的衰减.

局域共振型低频带隙的晶格常数比传播波的波长小几个数量级,其产生的带隙和带宽主要取决于局域振子的几何参数和材料特性,而与单胞的周期性和排列方式无关^[39].局域共振结构通常由弹簧-质量系统组成,其固有频率取决于系统的刚度和质量,即 $\omega_n = \sqrt{k/m}$.因此,为实现低频隔振,通常要么质量很大,要么刚度很小.为了克服该限制,多年来学者已经提出了几种利用超材料的带隙特性来进行振动控制的设计.

可调性的目标是实现对振动特性的控制,对不同频率的适应、自适应甚至智能操纵,通常可以分为两种不同的调节机制:力学可重构性和基于多场耦合的可重构性.可调性通常可以利用各种驱动措施来实现,如使用电、磁铁、热、光学和机械力.所有的波传播变量或参数,包括振幅、极化、频率、波数、相位、波前和等频率曲线,都可以单独或综合操纵.此外,也

可以控制超材料的有效特性, 如有效模量、密度、折射率、阻抗和速度^[2].

力学可重构超材料的几何构型, 包括形状、尺寸和晶格形式, 在制造后可以通过力学措施改变, 导致波动行为的改变, 并实现不同弹性波函数之间的切换. 比如, 流体/固体系统的结构也可以通过添加或减少流体填充来改变^[40]. 由于具有几何可编程的特性, 基于折纸的设计有望有利于开发新型力学超材料^[41]; 存在预应力的周期结构也会对弹性结构中的波传播产生很大影响^[42]; 通过将开关装置集成到单元晶格中, 可以通过控制通断开关来动态改变单元的谐振特性, 并且可以实现对弹性波的实时控制. Wang等人^[43]提出了一种可调数字弹性超材料, 该材料由主框架和带有嵌入电磁体的辅助梁组成. 通过控制流到每个单元的电磁体的电流, 在附着(1位)和分离(0位)模式之间切换电磁体会导致梁边界条件的变化, 对应于内部振子的固有频率的带隙可以被打开或关闭, 可以在超材料中实现理想的波导.

除了改变超材料的几何形状, 通过施加偏置场来主动调整组件材料的特性是另一种调控弹性波带隙的方法. 这种方法通常需要多场耦合介质作为超材料的组成部分. 这类多场耦合介质包括压电材料^[44]、铁电材料^[45]、磁力材料^[46]、软电活性材料^[47]和热力学材料^[48]等. 这些超材料的关键特征是通过智能材料来实现它们的可调特性, 比如, 利用带有谐振电路的压电分流器通过改变等效动态刚度来获得可调谐带隙^[49], 利用电磁耦合来控制波的色散, 利用压电电路负阻抗设计可调控超材料^[50]等. 下面将对超材料结构的弹性波带隙主动调控进行阐述.

2 压电材料主动调控带隙

压电材料表现出力和电场之间的机电耦合效应, 可以导致材料特性比如结构刚度发生变化. 这种优越的性质不同于只有单一相的固体, 可以看作是调节超材料中弹性波的有效方法^[51~53]. 通常使用压电材料的单元与外部分流器相连, 通过施加电压、电感和电阻来改变外部电路或者结构的刚度, 可以动态地控制弹性波的传递行为.

2.1 压电材料主动调控带隙原理

21世纪初, Thorp等人^[54]首次提出将分流压电片周期性地沿杆件布置, 以控制纵波在杆件中的传播, 利用

压电材料的分流能力实现超材料结构等效弹性模量的调控, 进而调整带隙的位置和宽度. 此外, 并联电路中电阻的存在可以产生阻尼来耗散能量, 从而使带隙之外的振动也可以被衰减. 在此基础上, Wang等人^[55]提出一种在弹性梁上周期布置连接增强的谐振分流电路的压电片阵列, 在梁表面周期附着压电片来形成传统的声子晶体, 每对压电片沿 z 轴以相反的极化方向放置, 通过分流电路连接. 并且, 所有的分流电路都相同, 保证了智能结构的周期性. 每个压电片连接一个被动的谐振分流电路, 与之前的模型^[56]相比, 这里为了加强其共振效应, 它的电压被放大器放大并施加到另一个压电片上. 当受到简谐激励时, 压电片a的等效弹性模量可以表达为应力/应变, 且压电片b的等效弹性模量可以根据二者的应变关系得到, 即

$$E_p^a = \frac{T_1^a}{S_1^a} = \frac{1 + i\omega Z C_p}{s_{11}^E + i\omega Z (s_{11}^E C_p - d_{31} A_s h_p^{-1})}, \quad (1a)$$

$$E_p^b = \frac{T_1^b}{S_1^b} = \frac{1}{s_{11}^E} \left(1 - d_{31} \frac{R_2 \beta}{R_1 \alpha} \right), \quad (1b)$$

其中, ω 为圆频率, Z 为连接每个压电片的谐振分流电路阻抗, h_p 为压电片厚度, A_s 为压电片电极面积, C_p 为压电片在恒定应力下的电容, s_{11}^E 为恒定电场强度下压电材料的柔度系数, d_{31} 为压电材料的压电应变常数. 基于力的连续性条件, 利用传递矩阵法和布洛赫定理可以将该超材料结构的弹性弯曲波方程转化为特征方程求解

$$\det[\mathbf{D}(\omega) - e^{ika} \mathbf{I}] = 0, \quad (2)$$

其中, k 是布洛赫波矢, 表示单位长度内的波数; $a = l_1 + l_{II}$ 是晶格常数.

因此, 可以通过调节电感来改变超材料结构的等效弹性模量, 进而影响结构的等效刚度, 实现主动调控频率带隙的目的.

此外, Ren等人^[57]近期提出了一种主动调控层合梁带隙特性的新思想. 如图1所示, 通过沿着层合梁的轴向周期布置压电作动器/传感器, 设计一种可以主动调控带隙位置和宽度的超材料层合梁. 每个单胞由基梁单元和粘贴压电材料的梁单元两部分层合梁结构所组成, 其中周期贴有压电材料的层合梁单元的机电耦合动力学方程可以表示为^[57]

$$m_{e2} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + k_{e2} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} = 0, \quad (3)$$

其中, k_{e2} 是周期贴有压电作动器和传感器的压电层

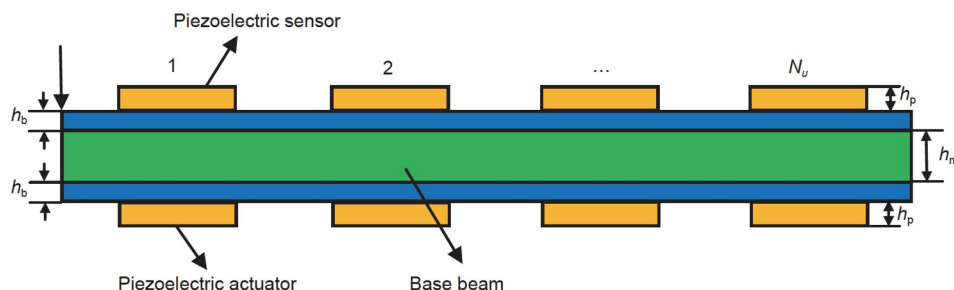


图1 (网络版彩色)周期布置压电作动器/传感器的超材料层合梁. 此图修改自文献[57]

Figure 1 (Color online) A laminated composite metamaterial beam with periodically distributed piezoelectric actuator/sensor pairs. This figure is modified from Ref. [57]

合梁单元的等效刚度, 其表达为 $k_{e2} = k_e^* + k_a$, 其中 $k_a = (1 + g)e_{31}^2 I_2^2 / (\lambda_{33} A_p)$ 为对压电作动器施加外电压产生的主动刚度, g 为反馈控制增益. 通过施加正的控制增益可以获得正的主动刚度. 因此, 通过调整反馈控制增益 g 来提高复合材料层合梁的有效刚度, 通过周期性布置压电作动器和传感器, 实现对复合材料层合梁的弹性波传播和带隙特性进行主动调控.

2.2 压电材料主动调控带隙研究现状

压电材料在力场和电场之间表现出力电耦合效应, 从而引起材料特性(例如结构刚度)发生变化, 这种优越的性能与单相固体不同, 可以认为是一种主动调控超材料结构中弹性波的有效方法. 带有压电材料的单元通常与外部分流器连接, 可以通过施加电压、电感和电阻改变外部电路来实时调控弹性波的传递.

Wang等人[55]将增强的谐振分流电路连接的压电片周期性阵列连接到等直均匀梁上来控制振动的传播, 研究了具有不同类型的谐振分流电路互相组合的情况, 以便获得更宽的振动带隙. Chen等人[58]提出了一种将压电片分流到电阻电感电路中的超材料板, 该结构不仅有Bragg散射带隙, 而且有一个局域共振带隙. 研究表明, 通过控制并联电阻电感电路, Bragg散射和局域共振带隙都是可以调控的. 基于类似的想法, Hu等人[59]对含压电元件的超材料结构进行了深入的理论研究. 结果表明, 在强耦合条件下, 超材料结构可以通过调节并联电阻实现宽频带振动抑制. Chen等人[60]提出了一种利用压电元件作为主动弹簧的带隙控制方法, 他们将压电元件分流到负电容电路中, 压电元件的有效刚度可通过选择负电容的取值来控制, 因此, 带隙特性也可以得到相应的改变. 随后, Zhu等人[50]通过实验验证了Chen等人[60]提出的想法. Yi等人[61]设计了一种

含压电作动器和数字电路的新型超材料梁, 其中数字电路包含微型控制器. 通过对微型控制器进行编程, 电路可以在连接的压电片之间建立任意所需的阻抗, 从而对所设计超材料结构的带隙特性进行编程. 这种可编程超材料概念可以自然地扩展到板壳等其他类型的结构, 在未来的自适应材料结构设计中很有前景.

压电分流技术由于实现简单, 且具有智能化设计的特点, 近年来在发展可调控超材料结构方面引起了众多的研究兴趣. 然而, 之前的大多数研究中每个谐振器都采用独立的压电并联电路[58,60,62,63]. 为填补这一研究空白, Hu等人[64]设计了一种压电超材料梁(图2), 其中每个局域共振单元的两个相邻局部振子通过并联电容电路耦合, 并联电容电路相当于刚度为 K 的耦合弹簧. 该超材料结构运动方程可以表示为

$$\begin{cases} m \ddot{u}_j^l(t) + k_1(u_j^l(t) - w_j^l(j2d, t)) \\ + K[(u_j^l(t) - w_j^l(j2d, t)) - ((u_j^r(t) - w_j^r(j2d + d, t)))] = 0, \\ m \ddot{u}_j^r(t) + k_1(u_j^r(t) - w_j^r(j2d + d, t)) \\ + K[(u_j^r(t) - w_j^r(j2d + d, t)) - ((u_j^l(t) - w_j^l(j2d, t)))] = 0. \end{cases} \quad (4)$$

该设计的优点是, 采用压电分流技术不仅实现了可调谐性, 而且实现了一种可以产生多个带隙的机理, 这种机理实际上是利用分流电容电路技术在相邻局域振子之间产生内部耦合弹簧. 为保证系统的稳定性, 还提出了等效耦合刚度和负电容的修正准则, 最终通过能带结构计算和透射率分析, 揭示了等效耦合刚度对带隙特性的影响. 研究发现, 通过改变等效耦合刚度, 即选择合适的负电容, 可以调控该超材料梁, 使其具有宽频抑制振动的能力.

反馈控制算法是自动控制系统中一个非常重要的功能, 但在弹性波超材料结构上应用这种主动控制方

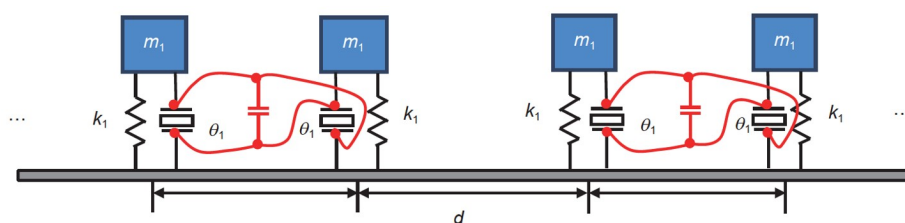


图2 (网络版彩色)具有负电容并联电路的无限长压电超材料梁模型. 此图修改自文献[64]

Figure 2 (Color online) Infinitely long model of the piezoelectric metamaterial beam with negative capacitance shunting circuit. This figure is modified from Ref. [64]

法的研究工作却很少. 主动反馈控制可以根据来自控制对象的接收信号作出反馈, 从而可以为系统提供及时的负载. 与之前的主动超材料(例如压电电路)相比, 主动反馈控制不仅可以应用于压电系统, 而且可以应用于许多其他控制作动器, 例如电磁、电致伸缩/磁致伸缩和电流变/磁流变体等.

Ren等人^[57]将反馈控制技术应用于超材料层合梁的带隙调控, 设计了沿轴向等距布置相同MFC(macro-fibre composite)压电片的超材料层合梁(图1), 探究了其主动调控频率带隙特性. 在复合材料层合梁上下表面分别粘贴压电作动器/传感器, 施加负比例反馈控制, 为层合梁提供正的主动刚度, 从而可以有效地调控该超材料层合梁的振动带隙特性. 此外, 他们通过改变压电作动器/传感器的结构参数来实现低频范围内的带隙特性优化, 分析并讨论了系统参数(如压电片尺寸和复合材料梁的正交铺设角度)对带隙特性的影响. 针对不同的反馈控制增益, 给出了超材料层合梁的频率响应曲线. 可以发现, 控制增益对第一个带隙特性影响较小, 而对第二个和高阶带隙的影响较为明显. 这是由于压电片周期性布置在复合材料梁表面产生Bragg带隙, 当通过增大主动刚度进一步增强结构周期性时, 高频范围内的带隙将明显变宽. 总之, 前3个带隙的宽度都可以随着反馈控制增益的增加而增加, 这是因为控制增益的增加可以增大复合材料层合梁的有效刚度, 因此实现了通过改变反馈控制增益来调控复合材料结构的带隙特性.

在利用反馈控制实现超材料结构带隙主动调控方面, 有学者近几年开展了较为全面的研究工作, 分析了超材料均匀梁的主动带隙调控以及振动主动局域化^[65,66], 优化了超材料板的带隙主动调控方法^[67,68], 对超材料结构带隙主动控制技术的发展具有一定的启发意义. 此外, Wang和Wang^[69]研究了压电弹簧模型对非线性声子晶体的主动控制效果, 发现利用压电弹簧的

结构刚度和负比例控制可以产生新的带隙, 并且负比例控制可以有效地增大光学和声学分支之间的带隙. Li等人^[70]通过实验证明了自适应弹性超材料结构在亚波长范围内对弯曲波的宽频衰减, 数字电路附带的反馈控制环可以用于调节有效弯曲刚度, 进而有效地调控频率范围.

Nouh等人^[71]研究了在超材料结构的内部局域振子中加入主动压电单元来实现可调谐振动带隙的可能性. 这种周期性超材料结构的单元由一个被动的基板板结构组成, 该结构包含由压电PVDF(polyvinylidene difluoride)薄膜填充的腔体, 其中PVDF薄膜被布置在主铝板上的方形网格中并与小的质量连接来设计成局域振子. 由于结构的共振特性产生周期结构的宏观动力学特性, 使得带隙可以扩展到低频区域. 研究结果表明, 可以通过增加外部电激励控制PVDF薄膜的刚度, 从而有效地调节局域共振带隙, 实现带隙特性的主动调控.

3 形状记忆合金主动调控带隙

超材料研究的重要目标是设计宽频和低频带隙, 然而, 目前的研究工作中大部分超材料都由具有确定刚度和质量的局域振子组成, 它们通常只能在设计的频率范围内产生振动带隙. 为满足工程需要, 可调控带隙的超材料在近些年受到了广泛关注. 研究者在可调控弹性超材料的设计过程中提出了形状记忆合金(shape memory alloy, SMA)^[72-74], 即用SMA作为局域振子代替普通弹簧-质量振子可以产生超材料结构的可调控带隙特性.

3.1 形状记忆合金主动调控带隙原理

典型的SMA弹性模量会随温度变化, 例如, 低温弹性模量(与马氏体相有关)可以达到约30 GPa, 而高温弹性模量(与奥氏体相有关)可以高达70 GPa^[75]. 对于没有

外载荷的SMA单元, 可以通过将温度从30°C改变到40°C来诱导这些相之间的可逆转变. 相变温度通常在-100~100°C, 并且其主要取决于SMA内部组成、热处理及力学处理方式. 例如, 具有较大钛含量的典型镍钛SMA可以在高于室温下显示出相变, 而富含镍的SMA在低于室温下可以显示出相变^[76]. 因此, 可以通过改变其温度来有效地调整SMA的弹性模量. 只要SMA不发生大的变形, 就可以将其视为具有可变刚度特征的线性弹簧.

2000年, Ruzzene和Baz^[72]初次将SMA沿杆件周期性排列, 控制了纵波在复合材料杆中的传播. 利用两种不同的材料交替周期性地排列制成一根复合材料杆, 进行色散分析, 研究了复合材料几何与物理参数(即相对层厚和材料的相对阻抗)变化时的禁带宽度. 在此基础上优化设计带有SMA的复合材料杆(图3(a)), SMA表现出独特的行为: 在热活化过程中, 合金经历了从马氏体到奥氏体的相变, 而合金的弹性模量变化高达近3倍(图3(b)), 这一变化可以有效地实现带隙位置和宽度的调节.

值得一提的是, 对于由不同材料周期组成的超材料结构, 相对波阻抗 $\zeta = \sqrt{E_1 \rho_1} / \sqrt{E_2 \rho_2}$ 对带隙宽度具有重要的影响, 其中 E_1 、 ρ_1 为基体结构的弹性模量和密度, 而 E_2 、 ρ_2 则为SMA材料的弹性模量和密度. 研究表明, 当 $\zeta > 1$ 时, 带隙宽度随其增大而增大; 而当 $\zeta < 1$ 时, 带隙宽随其增大而减小. 综上可以得出, SMA的热活化可以主动调控带隙位置和宽度, 这个独特的特点为设计新型超材料结构提供了潜在的手段.

3.2 形状记忆合金主动调控带隙研究进展

SMA主动调控带隙主要利用热膨胀的物理特性, 这是一种非接触式的方法, 引起了学者的广泛兴趣. 材料的体积和物理性质都可以由于热膨胀而改变. 如果选择热敏性流体或固体作为超材料的成分, 则可以通过温度变化简单地实现对弹性波的调控.

de Sousa等人^[77]利用SMA弹簧开发了具有可调带隙特性的自适应超材料. 将一维局域共振结构(即具有特定边界条件的超材料梁)的解析模型与SMA弹簧振子模型相结合, 研究并利用温度诱发的相变和应力诱发弹簧的迟滞行为的减振潜能. 他们针对此类新型智能超材料进行了数值算例研究, 将局域振子的线性弹簧建模为SMA弹簧, 并给出了两种不同的情况. 在第一种情况下, SMA弹簧保持为线弹性体, 首先处于低温中(具有马氏体特性), 然后处于高温中(具有奥氏体特性), 他们详述了如何通过调节温度改变SMA弹性模量的方式, 将带隙调控到不同的频率范围. 在另一种情况下, SMA弹簧始终保持高温并在非线性状态下激发, 因此可以利用与SMA伪弹性效应相关的迟滞(即应力诱发的马氏体相变, 然后是奥氏体相变, 从而产生额外的能量耗散). 结果表明, 具有SMA振子的超材料梁可以表现出带隙的可调控性, 因为通过改变温度来改变SMA的弹性模量, 就可以完成局域振子固有频率的改变. 这是由于低温马氏体相和高温奥氏体相之间的可逆转变, 分别表现出较小的弹性模量和较大的弹性模量. 同时发现, SMA伪弹性迟滞能显著提高频响函数中的阻尼, 可以使波在带隙之外的振动模态中产生衰

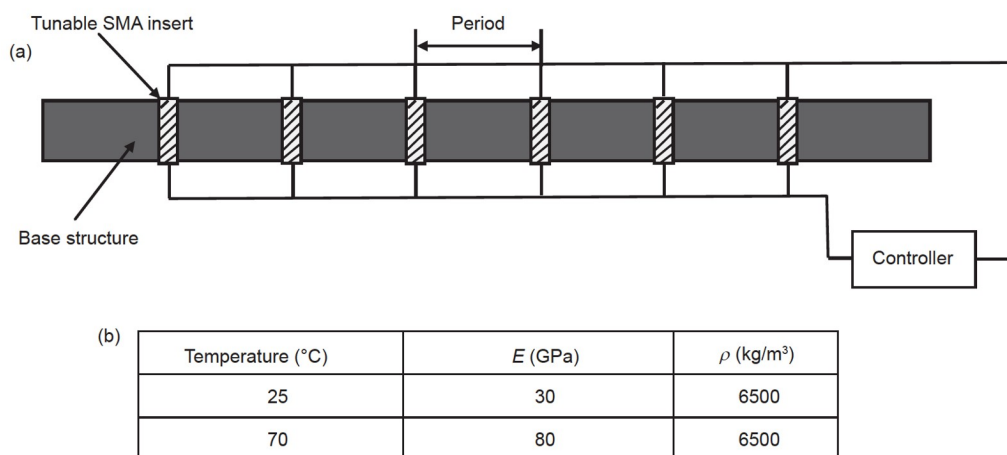


图3 周期布置SMA插件的杆结构(a)及室温和活化温度下SMA插件的材料属性(b). 此图修改自文献^[72]

Figure 3 A rod with periodic SMA inserts (a) and material properties of SMA inserts at room temperature and activation temperature (b). This figure is modified from Ref. ^[72]

减,对于通常出现在局域共振带隙之外的共振频率,这一结果很有理论价值。

在大多数研究中,SMA被用来当作智能插件为其主体结构生成可调带隙。当SMA周期性地附着在主体结构上时,产生的基于局域共振机理的带隙比由Bragg散射机理引起的带隙更窄。然而,对于由SMA制成的主体结构中振动与弹性波的传播研究极少。Lü等人^[78]设计了利用SMA制成的超材料梁,填补了这一研究空白。他们在SMA梁中布置了由钢球组成的周期性阵列,可以产生可控的Bragg带隙。与其他的周期性附着物相比,集中质量钢球通过点面接触与基体结构连接在一起,因此可以使SMA梁产生的Bragg带隙得到良好的分离。通过形状记忆效应,可以获得多个宽频可调带隙。具体来说,为了提供实用的设计指导,他们利用解析的方法详细推导了基于集中质量的SMA超材料梁的带隙边界频率,并讨论了它们的可控性。结果表明,与具有SMA局域振子的超材料结构较为狭窄的局域共振带隙相比,具有周期性集中质量阵列的SMA超材料梁具有多个宽的可调控带隙。

Chuang等人^[79]利用具有双向形状记忆效应的SMA设计了可调谐的新型弹性超材料结构。具体而言,他们在梁上布置了周期阵列的弯曲SMA振子,每个SMA振子都可以被热激活从而在奥氏体相中具有弯曲的形状,而在自然冷却状态下,每个SMA在菱形相中会恢复其扁平形状。发生相变后,弹性模量以及SMA振子的形状都将发生显著的变化。通过分析结果发现,第一个带隙变得更窄,而第二、三个带隙变得更宽且向低频区域移动。因此,这种类型的局域振子可以有效地调节(拓宽和降低)超材料结构的弯曲振动带隙。

自适应弹性超材料结构通常具有可调性,然而却不容易灵活“切换”,即切换不同的带隙机理,比如从局域共振带隙到Bragg带隙,反之亦然。为了实现带隙的可切换性,Chuang等人^[80]设计了一种新型弹性超材料结构,其弹性波传递特性可以通过弯曲双向SMA振子进行显著调控。基于没有经过热激活而变弯曲的SMA设计的超材料梁模型,可以看作是由集中质量周期性排列而成。然而,通过加热SMA,可以使其变成弯曲形状并增大集中质量,即变成弯曲的局域振子实现低频局域共振带隙。另一方面,当该超材料结构被放置在常温环境中冷却时,周期布置的弯曲SMA将会变成钢球连接到基体梁的表面,将超材料梁转换为附有集中质量的传统声子晶体。值得一提的是,与SMA弹簧相比,

弯曲形状的SMA可以产生高阶局域共振带隙。如果在不同的温度下完成热激活,SMA的有效负质量密度可以进一步得到调节。总而言之,SMA在温度影响下产生的形状和刚度的可逆剧烈变化可以良好地实现带隙的可切换性。

4 软电活性材料(介电弹性体)主动调控带隙

另一种有效的方法是将多场耦合与软智能材料的大变形结合在一起,实现超材料结构的主动可调性。软电活性材料在受到力或电激励时可以发生很大的变形,因此,它们可以成为设计极其灵活和自适应的结构和设备的优质制造材料^[81~84]。通过施加外部电激励可以快速和反向地改变软电活性介质的力电耦合特性。因此,软电活性材料可以作为超材料结构中静电可调元件的潜在材料。

4.1 软电活性材料(介电弹性体)主动调控带隙原理

介电弹性体作动器的工作原理是静电挤压涂有顺应性电极并由高压电源充电的橡胶状绝缘材料。当在电极之间施加电场时,这些试件会沿其主要尺寸伸长。如图4所示,Yang和Chen^[85]设计了一种由空气中空心圆柱体的方形阵列组成的二维声子晶体,中空圆柱体由圆柱形介电弹性体作动器制成,该二维声子晶体包含沿 z 方向无限大且在 xy 平面中周期性排列的平行夹杂物。通过调节施加在电极之间的电压差来改变无限大圆柱形作动器的内半径和外半径,内外半径与外电压的关系可以表示为

$$u(r) = \frac{D\epsilon_0\epsilon_r}{2\ln^2\left(\frac{r_0}{r_i}\right)r_0E(r_0-r_i)(r_i+r_0)^2} \times \left[\left(\frac{r_0}{r^2} + 1\right)(1+\nu) - 2\left(\frac{V}{r_0-r_i}\right)^2\right]. \quad (5)$$

由于带隙的中心频率位置将随着圆柱形介电弹性体作动器横截面的变化而发生变化,因此可以通过调节两个电极之间的电压差来控制带隙。通过使用介电弹性体材料设计可调谐的声子晶体,可以通过改变电场来主动调控带隙宽度和位置。

4.2 软电活性材料(介电弹性体)主动调控带隙研究进展

介电弹性体是一种新型材料,能够通过将电能直接转化为机械能而产生较大的变形。该作动器由介电



图4 (网络版彩色)空气中外半径为 r_o 、内半径为 r_i 的中空介电弹性体管方形阵列的二维横截面. 此图修改自文献[85]

Figure 4 (Color online) Two-dimensional cross sections of the square array of hollow dielectric elastomer tubes with outer radius r_o and inner radius r_i in air. This figure is modified from Ref. [85]

弹性体材料制成, 由一个顺应电容器和在两个顺应电极之间夹有的一个无源弹性体膜组成^[86]. 基于此, Yang和Chen^[85]首次提出了一种新型二维超材料结构. 它由平行的介电弹性材料空心圆柱体组成, 在空心圆柱体的两个电极上施加外部电压, 用以改变硅作动器的应变. 这样就可以灵活地控制振动带隙, 从而获得主动可调控的超材料结构. 在此基础上, 他们又研究了类似超材料结构中声波的折射和聚焦的静电可调性^[87], 以及各种结合了具有静电可调功能的介电弹性体组件的光学和声学设备^[88-90].

软电活性介质超材料结构的研究通常应遵循电弹性相互作用的非线性理论^[91]. 基于非线性电弹性理论, 学者设计了不同的超材料结构来主动调控弹性波的传播特性^[92-94]. Gei等人^[95]提出一种预拉伸介电弹性体薄膜超材料结构, 计算结果表明, 预拉伸介电弹性体可以成功地用于建立有效的带隙波导, 能够在频谱范围内通过改变电压精确地调控带隙位置. 该目标是通过沿该装置布置具有规则模式的电极来实现的, 当被驱动时, 电极会导致主动和被动区域的交替. 此外, Shmuel和Pernas-Salomón^[96]研究了静电可调非周期性对介电弹性体薄膜中弯曲波模式局域化的影响.

对不可压缩介电弹性体层合板, Galich和Rudykh^[97]采用传递矩阵法分析了有限大变形和静电激励下小振幅剪切波在介电弹性体层合板中的传播, 通过计算色散关系可知, 电弹性层合板的剪切波带隙只有通过诱导变形才能用电场来调节. 值得一提的是, 电场作用于具有电弹性Gent相的介电弹性体层合板时, 使剪切波带隙向更高频率方向移动, 而剪切波带隙与具有电弹性neo-Hookean相的介电弹性体层合板的变形

无关. 对于由理想不可压缩介电弹性体制成的具有应变增强效应的圆形纤维增强复合材料结构, Shmuel^[98]通过沿纤维方向施加电场研究了反平面波的静电可调带隙特性, 反平面波模态意味着所考虑的弹性位移只沿纤维方向. 他们计算了带有圆形纤维的典型复合材料在不同偏置电场下的能带结构, 数值研究表明, 增大偏置电场强度可以使带隙变宽, 并使带隙向高频方向移动. 在此基础上, Getz等人^[99]研究了复合材料结构的电压控制面内弹性波传播特性. 他们利用数值方法探讨了几何参数的变化引起电场变化, 进而实现全带隙的主动调控, 研究结果进一步证明了软电活性材料可以作为调谐波导或滤波器来主动调控弹性波的传播.

近年来, Chen课题组^[100-102]对各种配置的软材料和结构中的弹性波传播进行了系统的研究. 他们通过考虑具有周期性电边界条件的一维均质软声子晶体圆柱体^[82], 将大变形与力电耦合相结合, 进而非常灵活而有效地调节Bragg带隙, 其中圆柱体由理想的不可压缩介电弹性体模型制成. 由轴向力引起大的弹性变形, 以形成均匀的预拉伸构型. 考虑两条加载路径, 以形成有效的周期性并达到软声子晶体圆柱体的初始构型. 对于路径A, 保持纵向拉伸不变, 并对每个子圆柱施加相同的电压. 而对于路径B, 则保持轴向力不变并施加电压. 这两条路径即可构成两个宏观上不同的声子晶体, 通过分析计算纵波的色散关系可知, 当有电压施加到介电弹性体声子晶体圆柱体上时, 能带结构在第一布里渊区的边界处显示出Bragg带隙. 当施加的电压增加时, Bragg带隙的宽度会变大, 特别是当电压接近临界值时, 第一个Bragg带隙的下边界将消失. 而且, 第一Bragg带隙的宽度明显大于第二Bragg带隙的宽度. 另外, 带隙

位置主要是通过轴向预拉伸变形或力来改变的,也就是说,可以有效地获得带隙的主动可调性。

近年来,有学者利用遗传算法对复合超材料结构的弹性波带隙特性进行了拓扑优化^[103~105],进而实现在偏置电场驱动下的带隙宽度最大化,提高带隙的可调性。同时,也有学者采用有限元方法对静电可调介电弹性体超材料结构的带隙主动调控特性进行了数值模拟,这种方法可以有效地处理大变形和力电耦合以及惯性效应^[106,107]。

5 磁力耦合材料主动调控带隙

基于机电系统的电磁超材料结构具有较强可调性或可重构性,可以实现弹性超材料结构振动带隙的主动调控,这可能是另一种很有前景的实现宽频、低频振动抑制的方式^[108,109]。

5.1 磁力耦合材料主动调控带隙原理

磁致伸缩材料可以实现磁能与动能的相互转换。与压电材料一般局限于结构表面的控制不同,磁致伸缩材料对超材料结构动力学行为的控制可以在非接触的过程中实现。对于超材料结构,磁致伸缩夹杂物可以通过改变有效弹性常数来改变外加磁场的大小和方向,进而调控其能带结构^[110~113]。比如,Ding等人^[114]提出了一种外加磁场下的一维二元声子晶体杆(图5),其中磁场 H 沿着 x 轴方向,晶格常数为 $a=a_1+a_2$,其中 a_1 、 a_2 分别为单胞中两种材料的长度。该声子晶体杆的控制方程可以表示为

$$\rho \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\bar{c} \frac{\partial u_1}{\partial x} \right), \quad (6)$$

其中, $\bar{c} = (c_{11}\mu_{11} + q_{11}^2) / \mu_{11}$ 为加强的弹性常数, c_{11} 、 q_{11} 和 μ_{11} 分别为与磁场 H 相关的有效弹性模量、磁感常数和磁导率^[115]。

通过数值计算,可以得到有效材料参数与外磁场之间的关系。随着磁场的增加, Terfenol-D杆的有效弹

性常数先减小后增加,最后达到平稳。有效磁导率先降低再增加,然后降低直至接近零。而磁感常数曲线中存在一个正的峰值。数值计算结果表明,外部静磁场的大小对包含磁致伸缩材料声子晶体的带隙宽度和带隙边缘有显著影响。这里引入了3种关于调整声子晶体带隙特性的方法,可以很容易获得所需的带隙范围,这种机理可以用于实际复杂的设备中。值得一提的是,也可以通过调节声子晶体填充率来调整带隙宽度。

5.2 磁力耦合材料主动调控带隙研究进展

由于磁致伸缩材料的有效材料参数对所施加的外部磁场敏感,因此该材料被用作调控声子晶体带隙的可控材料。近年来,Yang等人^[116]在空气中将弹性黄铜片与钕铁硼磁体结合,制备了一种局域共振磁弹性超材料板结构。在较小的静磁场下,由于磁转矩效应,钕铁硼磁体可以产生较大的弯曲力矩,导致板出现明显的弯曲变形,刚度变化较大。由此,超材料板的晶格常数和共振频率发生了明显的变化,进而实现了超材料板结构的带隙主动调控。Allein等人^[117]通过实验研究了磁场中带有钢球的一维粒状超材料的横向旋转模态,并证明可以通过改变磁场来调控其振动带隙特性。

Montgomery等人^[118]提出了一种新的磁力耦合超材料结构,该超材料结构是通过使用磁力耦合的磁性软活性材料设计非对称关节来实现的。这种新型超材料采用非对称接头,采用硬、磁、软活性材料。当施加磁场时,根据方向的不同,超材料会以弯曲或折叠的方式变形。随后的外力压缩产生变形模态分支,即超材料结构转变为两种截然不同的构型,其中一种表现为拓扑转变,其超材料结构中的孔隙数量显著减少。这种变化可以明显改变结构的弹性刚度,进而改变其振动带隙特性。另一种构型是没有带隙的非驱动单元结构。此外,这种磁力耦合超材料结构还可以与形状记忆聚合物结合起来进行设计,进一步提高全局刚度的可调性,从而提高主动调控带隙的能力,这个思路具有较大的

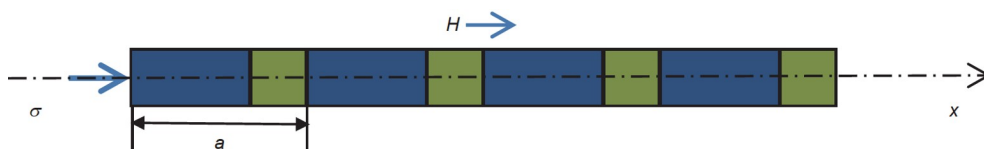


图5 (网络版彩色)外加磁场下的一维二元声子晶体杆。此图修改自文献^[114]

Figure 5 (Color online) One-dimensional binary phononic crystal rod under the external applied magnetic field. This figure is modified from Ref. [114]

研究发展空间。

Xue等人^[119]提出了利用超磁致伸缩材料实现兰姆波单向可调谐传播的方法。他们利用Terfenol-D磁致伸缩材料的弹性对外界磁场敏感的条件,通过施加于Terfenol-D上的非对称磁场分布,实现了针对反对称和对称兰姆波的单向传输。

近年来,电磁体逐渐被用来制备时滞振子以实现弹性波的非互易传播^[120,121]。值得注意的是,可调谐超材料结构也可以借助永磁体来制备。此外,磁流变弹性体的剪切模量对外加磁场也很敏感,磁场对剪切模量的影响可以通过调整外加磁场来改变,部分学者利用磁流变材料对超材料结构的带隙进行了主动调控^[92,113,122,123]。一般而言,软智能材料如磁流变材料容易同时呈现大变形和多场耦合特性。此外,通过将弹性体与磁活性粒子混合,可以获得软磁活性材料。与软电话活性材料类似,由于粒子间的磁性相互作用,软磁活性材料在磁偏场作用下可以发生变形并改变整体刚度。因此,软磁活性材料也可以用来主动调控弹性波在软物质超材料结构中的传播。

6 结论与展望

基于与被动控制相似的概念,主动控制将某种外部激励作为主动元件用于调整超材料结构的带隙,不改变基体结构的架构。本文对超材料结构的弹性波带隙主动调控研究进展进行了评述。对于主动控制,多场耦合为开发一种新型超材料结构开辟了新领域,主动可调超材料结构作为一个快速发展的方向,在许多相关研究领域都取得了重大进展。尽管已经取得了大量的研究成果,但以下问题仍是未来研究的挑战。

(1) 对可调谐超材料结构的研究,大多是理论或数

值研究。实验研究结果仍然相对有限,特别是主动或智能控制,以及在阻尼和/或非线性情况下的复杂能带结构的直接表征。这限制了以超材料结构为基础的现实工业产品的制备和应用。值得一提的是,近些年快速发展的增材制造技术(比如3D或4D打印)将会对超材料结构的制备有很大帮助。

(2) 打破时滞超材料结构中弹性波传播的时间反方向对称性是一个日益引起人们关注的领域,但已知报道的成果多为理论研究,为了实现弹性波的非互易传播,应努力设计和制造具有动态可调材料参数(质量密度和/或刚度)的系统。

(3) 超材料结构的研究已经非常广泛,现有文献中积累了大量关于拓扑结构和材料参数的设计数据。这将使我们不仅可以通过传统的方法,而且可以通过模仿自然材料来发现新的设计。比如可以基于机器学习,将所期望的弹性波带隙转化为一个数学模型,利用计算力学的理论和方法,结合优化算法来逆向设计具有特定带隙的新型超材料结构。这种方法对计算能力的要求非常高,但也将比以往任何时候设计超材料结构都更容易、更快,且更精确。因此,应探索或采用先进的快速能带结构计算方法,感知设计对于工业产品的推广也是至关重要的。

(4) 拓朴力学超材料结构可以产生拓朴保护散射边缘态。然而,目前设计的超材料结构的拓朴状态工作频率范围一般是固定的、非常狭窄的。虽然通过实验实现了两种具有不同拓朴特性的软周期超材料结构之间的可调拓朴界面状态,但力学加载不易控制,难以实现两种不同变形结构结合而保持界面光滑。因此,如何设计主动的甚至智能的拓朴超材料结构,对于各种应用场景至关重要。

参考文献

- 1 Yi K, Ouisse M, Sadoulet-Reboul E, et al. Active metamaterials with broadband controllable stiffness for tunable band gaps and non-reciprocal wave propagation. *Smart Mater Struct*, 2019, 28: 065025
- 2 Wang Y F, Wang Y Z, Wu B, et al. Tunable and active phononic crystals and metamaterials. *Appl Mech Rev*, 2020, 72: 040801
- 3 Lin Q, Zhou J, Pan H, et al. Numerical and experimental investigations on tunable low-frequency locally resonant metamaterials. *Acta Mech Solid Sin*, 2021, doi: 10.1007/s10338-021-00220-4
- 4 Wu Q, Chen H, Nassar H, et al. Non-reciprocal Rayleigh wave propagation in space-time modulated surface. *J Mech Phys Solids*, 2021, 146: 104196
- 5 Zhang Y N, Chen K A, Hao X Y, et al. A review of underwater acoustic metamaterials (in Chinese). *Chin Sci Bull*, 2020, 65: 1396–1410 [张燕妮, 陈克安, 郝夏影, 等. 水声超材料研究进展. 科学通报, 2020, 65: 1396–1410]
- 6 Li Z N, Wang Y Z, Wang Y S. Nonreciprocal phenomenon in nonlinear elastic wave metamaterials with continuous properties. *Int J Solids Struct*, 2018, 150: 125–134

- 7 Nassar H, Chen H, Norris A N. Non-reciprocal wave propagation in modulated elastic metamaterials. *Proc R Soc A-Math Phys Eng Sci*, 2017, 473: 20170188
- 8 Hu G, Austin A C M, Sorokin V, et al. Metamaterial beam with graded local resonators for broadband vibration suppression. *Mech Syst Signal Proc*, 2021, 146: 106982
- 9 Wei Z D, Li B R, Du J M, et al. Research on the longitudinal vibration band gaps of isolator applied to ship hydraulic pipe-support based on the theory of phononic crystals (in Chinese). *J Mech Eng*, 2016, 52: 91–98 [魏振东, 李宝仁, 杜经明, 等. 基于声子晶体理论的舰船液压管路支承用隔振器轴向振动带隙特性研究. *机械工程学报*, 2016, 52: 91–98]
- 10 Sigalas M M, Economou E N. Elastic and acoustic wave band structure. *J Sound Vib*, 1992, 158: 377–382
- 11 Liu Z, Zhang X, Mao Y, et al. Locally resonant sonic materials. *Science*, 2000, 289: 1734–1736
- 12 Ning L, Wang Y Z, Wang Y S. Active control of elastic metamaterials consisting of symmetric double Helmholtz resonator cavities. *Int J Mech Sci*, 2019, 153–154: 287–298
- 13 Gasparetto V E L, ElSayed M S A. Shape transformers for phononic band gaps tuning in two-dimensional Bloch-periodic lattice structures. *Eur J Mech A-Solids*, 2021, 89: 104278
- 14 Yu D, Liu Y, Wang G, et al. Flexural vibration band gaps in Timoshenko beams with locally resonant structures. *J Appl Phys*, 2006, 100: 124901
- 15 Liu Y, Yu D, Li L, et al. Design guidelines for flexural wave attenuation of slender beams with local resonators. *Phys Lett A*, 2007, 362: 344–347
- 16 Xiao Y, Wen J, Yu D, et al. Flexural wave propagation in beams with periodically attached vibration absorbers: Band-gap behavior and band formation mechanisms. *J Sound Vib*, 2013, 332: 867–893
- 17 Xiao Y, Wen J, Wen X. Broadband locally resonant beams containing multiple periodic arrays of attached resonators. *Phys Lett A*, 2012, 376: 1384–1390
- 18 Xiao Y, Wang S, Li Y, et al. Closed-form bandgap design formulas for beam-type metastructures. *Mech Syst Signal Proc*, 2021, 159: 107777
- 19 Pai P F, Peng H, Jiang S. Acoustic metamaterial beams based on multi-frequency vibration absorbers. *Int J Mech Sci*, 2014, 79: 195–205
- 20 Peng H, Pai P F, Deng H. Acoustic multi-stopband metamaterial plates design for broadband elastic wave absorption and vibration suppression. *Int J Mech Sci*, 2015, 103: 104–114
- 21 Wang G, Chen S. Large low-frequency vibration attenuation induced by arrays of piezoelectric patches shunted with amplifier-resonator feedback circuits. *Smart Mater Struct*, 2016, 25: 015004
- 22 Wang T, Sheng M P, Guo Z W, et al. Flexural wave suppression by an acoustic metamaterial plate. *Appl Acoust*, 2016, 114: 118–124
- 23 Miranda Jr E J P, Nobrega E D, Ferreira A H R, et al. Flexural wave band gaps in a multi-resonator elastic metamaterial plate using Kirchhoff-Love theory. *Mech Syst Signal Proc*, 2019, 116: 480–504
- 24 Zhang H, Wei Z, Zhang X, et al. Tunable acoustic filters assisted by coupling vibrations of a flexible Helmholtz resonator and a waveguide. *Appl Phys Lett*, 2017, 110: 173506
- 25 Huang Y, Lu X, Liang G, et al. Pentamodal property and acoustic band gaps of pentamode metamaterials with different cross-section shapes. *Phys Lett A*, 2016, 380: 1334–1338
- 26 Ning S, Yang F, Luo C, et al. Low-frequency tunable locally resonant band gaps in acoustic metamaterials through large deformation. *Extreme Mech Lett*, 2020, 35: 100623
- 27 Bertoldi K, Boyce M C. Wave propagation and instabilities in monolithic and periodically structured elastomeric materials undergoing large deformations. *Phys Rev B*, 2008, 78: 184107
- 28 Ding X, Zhao Y, Yan D, et al. Controllable propagation of bending waves in wrinkled films. *J Appl Mech*, 2019, 86: 061005
- 29 Collet M, Ouisse M, Tateo F. Adaptive metacomposites for vibroacoustic control applications. *IEEE Sens J*, 2014, 14: 2145–2152
- 30 Wang G, Cheng J, Chen J, et al. Multi-resonant piezoelectric shunting induced by digital controllers for subwavelength elastic wave attenuation in smart metamaterial. *Smart Mater Struct*, 2017, 26: 025031
- 31 Sirota L, Semperlotti F, Annaswamy A M. Tunable and reconfigurable mechanical transmission-line metamaterials via direct active feedback control. *Mech Syst Signal Proc*, 2019, 123: 117–130
- 32 Airoidi L, Ruzzene M. Design of tunable acoustic metamaterials through periodic arrays of resonant shunted piezos. *New J Phys*, 2011, 13: 113010
- 33 Sugino C, Ruzzene M, Erturk A. Design and analysis of piezoelectric metamaterial beams with synthetic impedance shunt circuits. *IEEE ASME Trans Mechatron*, 2018, 23: 2144–2155
- 34 Wang Y Z, Li F M, Wang Y S. Influences of active control on elastic wave propagation in a weakly nonlinear phononic crystal with a monoatomic lattice chain. *Int J Mech Sci*, 2016, 106: 357–362
- 35 Nimmagadda C, Matlack K H. Thermally tunable band gaps in architected metamaterial structures. *J Sound Vib*, 2019, 439: 29–42
- 36 Xia B Z, Chen N, Xie L X, et al. Temperature-controlled tunable acoustic metamaterial with active band gap and negative bulk modulus. *Appl Acoust*, 2016, 112: 1–9

- 37 Zhou J, Wang K, Xu D, et al. Multi-low-frequency flexural wave attenuation in Euler-Bernoulli beams using local resonators containing negative-stiffness mechanisms. *Phys Lett A*, 2017, 381: 3141–3148
- 38 Sheng P, Zhang X X, Liu Z, et al. Locally resonant sonic materials. *Physica B*, 2003, 338: 201–205
- 39 Sugino C, Xia Y, Leadenham S, et al. A general theory for bandgap estimation in locally resonant metastructures. *J Sound Vib*, 2017, 406: 104–123
- 40 Zhang Q, Chen Y, Zhang K, et al. Programmable elastic valley Hall insulator with tunable interface propagation routes. *Extreme Mech Lett*, 2019, 28: 76–80
- 41 Harne R L, Lynd D T. Origami acoustics: Using principles of folding structural acoustics for simple and large focusing of sound energy. *Smart Mater Struct*, 2016, 25: 085031
- 42 Barnwell E G, Parnell W J, Abrahams I D. Antiplane elastic wave propagation in pre-stressed periodic structures; tuning, band gap switching and invariance. *Wave Motion*, 2016, 63: 98–110
- 43 Wang Z, Zhang Q, Zhang K, et al. Tunable digital metamaterial for broadband vibration isolation at low frequency. *Adv Mater*, 2016, 28: 9857–9861
- 44 He Z H, Wang Y Z, Wang Y S. Active feedback control of effective mass density and sound transmission on elastic wave metamaterials. *Int J Mech Sci*, 2021, 195: 106221
- 45 Xiao S, Ma G, Li Y, et al. Active control of membrane-type acoustic metamaterial by electric field. *Appl Phys Lett*, 2015, 106: 091904
- 46 Bayat A, Gordaninejad F. Dynamic response of a tunable phononic crystal under applied mechanical and magnetic loadings. *Smart Mater Struct*, 2015, 24: 065027
- 47 Wu B, Destrade M, Chen W. Nonlinear response and axisymmetric wave propagation in functionally graded soft electro-active tubes. *Int J Mech Sci*, 2020, 187: 106006
- 48 Ning S, Yan Z, Chu D, et al. Ultralow-frequency tunable acoustic metamaterials through tuning gauge pressure and gas temperature. *Extreme Mech Lett*, 2021, 44: 101218
- 49 Xiao X, He Z C, Li E, et al. A lightweight adaptive hybrid laminate metamaterial with higher design freedom for wave attenuation. *Compos Struct*, 2020, 243: 112230
- 50 Zhu R, Chen Y Y, Barnhart M V, et al. Experimental study of an adaptive elastic metamaterial controlled by electric circuits. *Appl Phys Lett*, 2016, 108: 011905
- 51 Zhao X N, Yang X D. Elastic wave properties of an adaptive electromechanical metamaterial beam. *Shock Vib*, 2020, 2020: 8834856
- 52 Sugino C, Ruzzene M, Erturk A. Nonreciprocal piezoelectric metamaterial framework and circuit strategies. *Phys Rev B*, 2020, 102: 014304
- 53 Zhou W, Muhammad W, Chen W, et al. Actively controllable flexural wave band gaps in beam-type acoustic metamaterials with shunted piezoelectric patches. *Eur J Mech A-Solids*, 2019, 77: 103807
- 54 Thorp O, Ruzzene M, Baz A. Attenuation and localization of wave propagation in rods with periodic shunted piezoelectric patches. *Smart Mater Struct*, 2001, 10: 979–989
- 55 Wang G, Wang J, Chen S, et al. Vibration attenuations induced by periodic arrays of piezoelectric patches connected by enhanced resonant shunting circuits. *Smart Mater Struct*, 2011, 20: 125019
- 56 Wang G, Chen S, Wen J. Low-frequency locally resonant band gaps induced by arrays of resonant shunts with Antoniou's circuit: Experimental investigation on beams. *Smart Mater Struct*, 2011, 20: 015026
- 57 Ren T, Liu C, Li F, et al. Active tuning of the vibration band gap characteristics of periodic laminated composite metamaterial beams. *J Intell Mater Syst Struct*, 2020, 31: 843–859
- 58 Chen S, Wang G, Wen J, et al. Wave propagation and attenuation in plates with periodic arrays of shunted piezo-patches. *J Sound Vib*, 2013, 332: 1520–1532
- 59 Hu G, Tang L, Banerjee A, et al. Metastructure with piezoelectric element for simultaneous vibration suppression and energy harvesting. *J Vib Acoust*, 2017, 139: 011012
- 60 Chen Y Y, Huang G L, Sun C T. Band gap control in an active elastic metamaterial with negative capacitance piezoelectric shunting. *J Vib Acoust*, 2014, 136: 061008
- 61 Yi K, Matten G, Ouisse M, et al. Programmable metamaterials with digital synthetic impedance circuits for vibration control. *Smart Mater Struct*, 2020, 29: 035005
- 62 Zhou W, Wu Y, Zuo L. Vibration and wave propagation attenuation for metamaterials by periodic piezoelectric arrays with high-order resonant circuit shunts. *Smart Mater Struct*, 2015, 24: 065021
- 63 Chen L, Pan B Q, Wang G. Vibraton attention characteritic and band gaps in piezoelectric phononic crystals beam with double local resonant (in Chinese). *Sci Tech Eng*, 2019, 19: 157–161 [陈良, 潘柏全, 王刚. 一种双局域共振型压电声子晶体梁的带隙与振动衰减特性. 科学技术与工程, 2019, 19: 157–161]

- 64 Hu G, Xu J, Tang L, et al. Tunable metamaterial beam using negative capacitor for local resonators coupling. *J Intell Mater Syst Struct*, 2020, 31: 389–407
- 65 Li F, Zhang C, Liu C. Active tuning of vibration and wave propagation in elastic beams with periodically placed piezoelectric actuator/sensor pairs. *J Sound Vib*, 2017, 393: 14–29
- 66 Li F, Zhang C. Active localization of wave propagation in elastic beams using periodic placement of piezoelectric actuator/sensor pairs. *J Appl Phys*, 2018, 124: 085106
- 67 Ren T, Li F, Chen Y, et al. Improvement of the band-gap characteristics of active composite laminate metamaterial plates. *Compos Struct*, 2020, 254: 112831
- 68 Ren T, Liu C, Li F, et al. Active tunability of band gaps for a novel elastic metamaterial plate. *Acta Mech*, 2020, 231: 4035–4053
- 69 Wang Y Z, Wang Y S. Active control of elastic wave propagation in nonlinear phononic crystals consisting of diatomic lattice chain. *Wave Motion*, 2018, 78: 1–8
- 70 Li X, Chen Y, Hu G, et al. A self-adaptive metamaterial beam with digitally controlled resonators for subwavelength broadband flexural wave attenuation. *Smart Mater Struct*, 2018, 27: 045015
- 71 Nouh M A, Aldraihem O J, Baz A. Periodic metamaterial plates with smart tunable local resonators. *J Intell Mater Syst Struct*, 2016, 27: 1829–1845
- 72 Ruzzene M, Baz A. Control of wave propagation in periodic composite rods using shape memory inserts. *J Vib Acoust*, 2000, 122: 151–159
- 73 Song Y, Shen Y. Shape memory metamaterials with adaptive bandgaps for ultra-wide frequency spectrum vibration control. In: ASME 2019 International Mechanical Engineering Congress and Exposition. 2019
- 74 de Sousa V C, Sugino C, De Marqui Jr C, et al. Locally resonant metamaterials with shape-memory alloy springs. In: Active and Passive Smart Structures and Integrated Systems XII, 2018, 10595: 1059517
- 75 Brinson L C. One-dimensional constitutive behavior of shape memory alloys: Thermomechanical derivation with non-constant material functions and redefined martensite internal variable. *J Intell Mater Syst Struct*, 1993, 4: 229–242
- 76 Frenzel J, George E P, Dlouhy A, et al. Influence of Ni on martensitic phase transformations in NiTi shape memory alloys. *Acta Mater*, 2010, 58: 3444–3458
- 77 de Sousa V C, Sugino C, De Marqui Junior C, et al. Adaptive locally resonant metamaterials leveraging shape memory alloys. *J Appl Phys*, 2018, 124: 064505
- 78 Lü X F, Xu S F, Huang Z L, et al. A shape memory alloy-based tunable phononic crystal beam attached with concentrated masses. *Phys Lett A*, 2020, 384: 126056
- 79 Chuang K C, Lü X F, Wang D F. A tunable elastic metamaterial beam with flat-curved shape memory alloy resonators. *Appl Phys Lett*, 2019, 114: 051903
- 80 Chuang K C, Lü X F, Wang Y H. A bandgap switchable elastic metamaterial using shape memory alloys. *J Appl Phys*, 2019, 125: 055101
- 81 Wu B, Su Y, Chen W, et al. On guided circumferential waves in soft electroactive tubes under radially inhomogeneous biasing fields. *J Mech Phys Solids*, 2017, 99: 116–145
- 82 Wu B, Zhou W, Bao R, et al. Tuning elastic waves in soft phononic crystal cylinders via large deformation and electromechanical coupling. *J Appl Mech*, 2018, 85: 031004
- 83 Wu B, Chen W Q. Tuning waves in soft phononic rods via large deformation and electromechanical coupling. In: 2017 IEEE International Ultrasonics Symposium (IUS), 2017
- 84 Zhu F, Wu B, Destrade M, et al. Electrostatically tunable axisymmetric vibrations of soft electro-active tubes. *J Sound Vib*, 2020, 483: 115467
- 85 Yang W P, Chen L W. The tunable acoustic band gaps of two-dimensional phononic crystals with a dielectric elastomer cylindrical actuator. *Smart Mater Struct*, 2008, 17: 01501
- 86 Pelrine R, Kornbluh R, Pei Q, et al. High-speed electrically actuated elastomers with strain greater than 100%. *Science*, 2000, 287: 836–839
- 87 Yang W P, Wu L Y, Chen L W. Refractive and focusing behaviours of tunable sonic crystals with dielectric elastomer cylindrical actuators. *J Phys D-Appl Phys*, 2008, 41: 135408
- 88 Wu L Y, Wu M L, Chen L W. The narrow pass band filter of tunable 1D phononic crystals with a dielectric elastomer layer. *Smart Mater Struct*, 2009, 18: 015011
- 89 Wang C C, Chen L W. Tunable two-dimensional photonic crystal couplers made of dielectric elastomer inclusions. *Appl Opt*, 2010, 49: 3452–3457
- 90 Wang H W, Chang I L, Chen L W. Beam manipulating by graded photonic crystal slab made of dielectric elastomer actuators. *Opt Commun*, 2012, 285: 5524–5530
- 91 Dorfmann, L, Ogden R W. Nonlinear Theory of Electroelastic and Magnetoelastic Interactions. Berlin: Springer, 2014
- 92 Bayat A, Gordaninejad F. Band-gap of a soft magnetorheological phononic crystal. *J Vib Acoust*, 2015, 137: 011011

- 93 Zhu J, Chen H, Wu B, et al. Tunable band gaps and transmission behavior of SH waves with oblique incident angle in periodic dielectric elastomer laminates. *Int J Mech Sci*, 2018, 146-147: 81–90
- 94 Su Y P, Wang H M, Zhang C L, et al. Propagation of non-axisymmetric waves in an infinite soft electroactive hollow cylinder under uniform biasing fields. *Int J Solids Struct*, 2016, 81: 262–273
- 95 Gei M, Roccabianca S, Bacca M. Controlling bandgap in electroactive polymer-based structures. *IEEE ASME Trans Mechatron*, 2011, 16: 102–107
- 96 Shmuel G, Pernas-Salomón R. Manipulating motions of elastomer films by electrostatically-controlled aperiodicity. *Smart Mater Struct*, 2016, 25: 125012
- 97 Galich P I, Rudykh S. Shear wave propagation and band gaps in finitely deformed dielectric elastomer laminates: Long wave estimates and exact solution. *J Appl Mech*, 2017, 84: 091002
- 98 Shmuel G. Electrostatically tunable band gaps in finitely extensible dielectric elastomer fiber composites. *Int J Solids Struct*, 2013, 50: 680–686
- 99 Getz R, Kochmann D M, Shmuel G. Voltage-controlled complete stopbands in two-dimensional soft dielectrics. *Int J Solids Struct*, 2017, 113-114: 24–36
- 100 Wang Y Z, Zhang C L, Dai H H, et al. Adjustable solitary waves in electroactive rods. *J Sound Vib*, 2015, 335: 188–207
- 101 Xia G, Huang Y, Su Y, et al. Exact axisymmetric adhesive contact analysis for a pre-deformed soft electroactive half-space. *Int J Solids Struct*, 2020, 207: 206–229
- 102 Li J, Wang Y, Chen W, et al. Harnessing inclusions to tune post-buckling deformation and bandgaps of soft porous periodic structures. *J Sound Vib*, 2019, 459: 114848
- 103 Bortot E, Amir O, Shmuel G. Topology optimization of dielectric elastomers for wide tunable band gaps. *Int J Solids Struct*, 2018, 143: 262–273
- 104 De Pascalis R, Donato T, Ficarella A, et al. Optimal design of phononic media through genetic algorithm-informed pre-stress for the control of antiplane wave propagation. *Extreme Mech Lett*, 2020, 40: 100896
- 105 Han X K, Zhang Z. Bandgap design of three-phase phononic crystal by topological optimization. *Wave Motion*, 2020, 93: 102496
- 106 Jandron M A, Henann D. Exploring phononic crystal tunability using dielectric elastomers. *J Acoust Soc Am*, 2017, 141: 3743
- 107 Jandron M, Henann D L. A numerical simulation capability for electroelastic wave propagation in dielectric elastomer composites: Application to tunable soft phononic crystals. *Int J Solids Struct*, 2018, 150: 1–21
- 108 Liu X, Padilla W J. Dynamic manipulation of infrared radiation with MEMS metamaterials. *Adv Opt Mater*, 2013, 1: 559–562
- 109 Hand T, Cumber S. Characterization of tunable metamaterial elements using MEMS switches. *IEEE Antennas Wirel Propag Lett*, 2007, 6: 401–404
- 110 Robillard J F, Matar O B, Vasseur J O, et al. Tunable magnetoelastic phononic crystals. *Appl Phys Lett*, 2009, 95: 124104
- 111 Bou O M, Robillard J F, Vasseur J O, et al. Band gap tunability of magneto-elastic phononic crystal. *J Appl Phys*, 2012, 111: 054901
- 112 Zhou H, Talbi A, Tiercelin N, et al. Multilayer magnetostrictive structure based surface acoustic wave devices. *Appl Phys Lett*, 2014, 104: 114101
- 113 Zhang G, Gao Y. Tunability of band gaps in two-dimensional phononic crystals with magnetorheological and electrorheological composites. *Acta Mech Solid Sin*, 2021, 34: 40–52
- 114 Ding R, Su X, Zhang J, et al. Tunability of longitudinal wave band gaps in one dimensional phononic crystal with magnetostrictive material. *J Appl Phys*, 2014, 115: 074104
- 115 Zhou H M, Ou X W, Xiao Y, et al. An analytical nonlinear magnetoelectric coupling model of laminated composites under combined pre-stress and magnetic bias loadings. *Smart Mater Struct*, 2013, 22: 035018
- 116 Yang A, Li P, Wen Y, et al. Significant tuning of band structures of magneto-mechanical phononic crystals using extraordinarily small magnetic fields. *Appl Phys Lett*, 2014, 105: 011904
- 117 Allein F, Tournat V, Gusev V E, et al. Tunable magneto-granular phononic crystals. *Appl Phys Lett*, 2016, 108: 161903
- 118 Montgomery S M, Wu S, Kuang X, et al. Magneto-mechanical metamaterials with widely tunable mechanical properties and acoustic bandgaps. *Adv Funct Mater*, 2021, 31: 2005319
- 119 Xue X, Li P, Jin F. The tunable one-way transmission of Lamb waves by using giant magnetostrictive materials. *Appl Phys Express*, 2021, 14: 044002
- 120 Wang Y, Yousefzadeh B, Chen H, et al. Observation of nonreciprocal wave propagation in a dynamic phononic lattice. *Phys Rev Lett*, 2018, 121: 194301
- 121 Chen Y, Li X, Nassar H, et al. Nonreciprocal wave propagation in a continuum-based metamaterial with space-time modulated resonators. *Phys Rev Appl*, 2019, 11: 064052
- 122 Xu Z, Wu F, Guo Z. Shear-wave band gaps tuned in two-dimensional phononic crystals with magnetorheological material. *Solid State Commun*, 2013, 154: 43–45
- 123 Xu Z, Tong J, Wu F. Magnetorheological elastomer vibration isolation of tunable three-dimensional locally resonant acoustic metamaterial. *Solid State Commun*, 2018, 271: 51–55

Summary for “超材料结构的弹性波带隙主动调控研究进展”

Advances in active tuning of elastic wave band gaps in metamaterial structures

Zhenkun Guo^{1,2} & Fengming Li^{1*}

¹ College of Aerospace and Civil Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China;

² Beijing Key Laboratory of Performance Guarantee on Urban Rail Transit Vehicles, College of Mechanical Engineering, Beijing University of Civil Engineering and Architecture, Beijing 102616, China

* Corresponding author, E-mail: lifengming@hrbeu.edu.cn

Periodic metamaterial structures are composed of multiple identical substructures according to certain regularity and periodicity, and they have special mechanical properties such as band gaps. Elastic waves can only propagate along the metamaterial structures in specific frequency bands (passbands), while wave propagation in other frequency bands (band gaps or stop bands) will be prohibited. It is generally believed that there are two basic band gap formation mechanisms, i.e., the Bragg scattering and local resonance types. The former exists in phononic crystals, and the band gaps appear at the same order of magnitude as the wavelength and the lattice constant. Therefore, it is necessary to design a larger lattice constant to attenuate low-frequency waves for the phononic crystals, which is often unrealistic in the design of actual engineering structures. Unlike phononic crystals based on the Bragg scattering mechanism, the metamaterial structures are based on the local resonance mechanism which is prone to low-frequency band gaps.

The band-gap properties of the metamaterial structures are of great significance in practical applications such as elastic wave filtering, vibration isolation and noise reduction. Due to the importance of band gap characteristics, researchers have carried out plenty of investigations, hoping to obtain various metamaterial structures with super band gap characteristics. However, in practical engineering applications, the sizes of the metamaterial structures are often fixed. The widths and positions of the frequency band gaps are usually a problem that limits their practicality, so it makes great sense to study the methods of actively tuning the band gaps of metamaterial structures.

This paper reviews the study methods and developments of active tuning of elastic wave band gaps. The focuses are mainly on the four active tuning methods by using the piezoelectric materials, magnetic materials, soft electroactive materials and shape memory alloys (SMAs), respectively. Active tuning of band gaps usually requires multi-field coupling media as components of metamaterials. Such multi-field coupling media include the piezoelectric materials, ferroelectric materials, magnetic materials, soft electroactive materials, thermodynamic materials and so on. The key features of these metamaterials are realizing their tunable band gap characteristics through smart materials, such as using a piezoelectric shunt with a resonant circuit to obtain a tunable band gap by changing the equivalent dynamic stiffness, using SMAs to change the equivalent stiffness by tuning the temperature, using the electromagnetic coupling to control wave dispersion, and using the negative impedance of a piezoelectric circuit to design adjustable metamaterials, etc. The active adjustment of the band gaps of the metamaterial structures is described in detail.

In addition, it is pointed out that although some encouraging results on the active tuning of elastic wave band gaps have been achieved, there are still some key problems to be solved urgently such as the lack of experimental results, breaking time-reverse symmetry of wave propagation in space-time modulated metamaterials, designing metamaterials with adjustable band gap characteristics efficiently by using intelligent methods such as machine learning, and designing active topological metamaterials.

In conclusion, it is of great significance to analyze the active tuning of elastic wave propagation in metamaterial structures. This paper reviews the current developments of active tuning of elastic wave band gaps in metamaterial structures, briefly describes the research methodologies on active tuning of wave band gaps developed in recent years, introduces the research results of hot topics, and proposes some issues worthy of further investigations.

metamaterial structure, band gap, elastic wave propagation, vibration control, active tuning

doi: [10.1360/TB-2021-0483](https://doi.org/10.1360/TB-2021-0483)