

动态事件触发下的一阶非线性多智能体系统设定时间一致性

石井龙¹⁾, 刘志杰²⁾, 郭皓晨³⁾, 刘 剑¹⁾✉

1) 东南大学自动化学院, 南京 210096 2) 北京科技大学智能科学与技术学院, 北京 100083 3) 东南大学经济管理学院, 南京 210096
✉通信作者, E-mail: bkliujian@seu.edu.cn

摘 要 为了保证多智能体系统收敛速度快的同时节约通信资源, 针对一阶非线性多智能体系统提出了动态事件触发设定时间一致性算法. 相较于传统的有限时间和固定时间控制算法, 设定时间控制算法引入时变函数, 可以保证系统在任意预设时间内均可达到一致性. 同时, 设定时间控制算法的收敛时间上界不依赖于系统初始状态、拓扑结构和控制参数, 可以根据用户需求任意提前设置. 故设定时间控制算法解决了计算冗杂的问题, 同时可以保证控制精度. 为了进一步减少触发次数, 在现有的静态事件触发控制算法的基础上引入新的动态变量, 进而设计出动态事件触发算法. 动态变量随时间改变, 可以降低触发次数, 从而减少控制器更新频率和执行机构的磨损程度. 鉴于非线性系统广泛存在于实际应用场景中, 基于非线性系统设计的控制算法更具有一般性. 最后, 通过数值仿真验证动态事件触发设定时间一致性算法的有效性. 综上, 本文所提出的动态事件触发设定时间一致性算法可以保证一阶非线性系统在任意设定时间内实现一致性, 并且减少触发次数, 更可能应用于实际工程.

关键词 设定时间一致性; 动态事件触发控制; 非线性动力学; 时变函数; 多智能体系统

分类号 TG142.71

Dynamic event-triggered predefined-time consensus for first-order nonlinear multiagent systems

SHI Jinglong¹⁾, LIU Zhijie²⁾, GUO Haochen³⁾, LIU Jian¹⁾✉

1) School of Automation, Southeast University, Nanjing 210096, China
2) School of Intelligence Science and Technology, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China
3) School of Economics and Management, Southeast University, Nanjing 210096, China
✉Corresponding author, E-mail: bkliujian@seu.edu.cn

ABSTRACT To ensure fast convergence speed and save communication resources, a dynamic event-triggered predefined-time consensus algorithm is proposed for nonlinear multiagent systems in this study. First, the input controller of each agent is developed using a time-varying function to ensure the realization of the predefined-time consensus. Afterward, the measurement error, based on a hyperbolic tangent function, is proposed to exclude the occurrence of Zeno behavior. Finally, a trigger function is established based on the measurement error, and internal dynamic variables are introduced to propose a dynamic event-triggered control protocol, which can reduce triggering times. In view of the widespread presence of nonlinear systems in practical scenarios, the control algorithm based on the developed first-order nonlinear multiagent system is generalized. For the predefined-time control algorithm, a time-varying function is introduced to ensure that the system can achieve consensus at the predefined time. Compared with the conventional finite-time and fixed-time control algorithms, the upper bound of convergence time does not depend on the initial state, topology information, and

control parameters but can be arbitrarily set in advance as per the actual needs of users. Thus, the predefined-time control algorithm reduces the computation complexity and ensures control accuracy to a great extent. To further reduce the triggering times, the dynamic event-triggered control algorithm is improved by introducing a novel dynamic variable based on the existing static event-triggered control algorithm. This dynamic variable can be adjusted in real-time with the systems and is always greater than 0. Using the proposed dynamic event-triggered algorithm greatly reduces the triggering times, and Zeno behavior can be eliminated. Therefore, the dynamic event-triggered control algorithm plays an important role in reducing the number of controller updates and actuator wear. Above all, the proposed dynamic event-triggered predefined-time consensus algorithm can not only ensure the convergence speed but also reduce the update frequency of the controller and eventually achieve the consensus in a predefined time without Zeno behavior. Because the control input and measurement error are developed by using the hyperbolic tangent function and the hyperbolic tangent function can solve nondifferential problems caused by discontinuous functions, the nondifferential problems can be excluded. Finally, the effectiveness of the proposed dynamic event-triggered predefined-time consensus algorithm and theoretical analysis results are confirmed using numerical simulations. To sum up, this dynamic event-triggered predefined-time consensus algorithm can ensure the consensus of first-order nonlinear multiagent systems in arbitrary setting time, and reduce the trigger times, which is more likely to be applied to practical engineering.

KEY WORDS predefined-time consensus; dynamic event-triggered control; nonlinear dynamics; time-varying function; multiagent systems

20 世纪 80 年代, 学者将对周围事物有感知能力、并能对环境起到改变作用的个体定义为智能体, 如人、机械臂等^[1-2]. 多智能体系统由多个可以相互作用的智能体组成, 智能体之间通过通信、合作、竞争等方式高效地完成复杂的任务, 极大程度上节约了资源. 这种致力于多个个体协同作用实现共同目标的行为称为协同控制^[3-4]. 由于多智能体系统具有良好的可靠性和灵活性, 并在军工、抢险等诸多领域发挥着举足轻重的作用, 故近年来关于多智能体系统研究从未停歇. 其中, 一致性问题是多智能体系统协同控制研究的最重要问题之一.

收敛速度是一致性问题非常核心的一项指标. 起初, 学者们提出了渐近一致性^[5]和有限时间一致性^[6-7]. 其中, 有限时间一致性算法具有更快的收敛速度和更优良的控制精度, 可以保证多智能体系统在有限的时间内收敛到相同值. 但有限时间一致性算法收敛时间上界受系统初始状态影响, 特别是当初始状态未知或异常大时, 收敛时间上界往往无法准确预估, 这对实际工程应用极其不利. 因此, 有学者提出了固定时间稳定性^[8], 随后出现了很多关于固定时间一致性的优秀成果^[9-14]. 与渐近一致性和有限时间一致性相比, 固定时间一致性不依赖于系统的初始状态, 收敛时间上界可以用与初始状态无关的显式表达式给出, 更容易应用于实际工程问题. 针对二阶多智能体系统, 文献 [9] 基于有向拓扑图实现固定时间一致性, 同时考虑了非线性因素. 文献 [10] 解决了受扰多智能

体系统的固定时间一致性问题. 随后, 文献 [11] 解决了带有外部干扰的高阶多智能体系统的固定时间领导-跟随一致性问题. 文献 [12] 分别针对固定拓扑和切换拓扑, 研究了一阶非线性多智能体系统的固定时间一致性问题, 非匹配扰动问题在文献 [13] 中被讨论. 针对带有时延的非线性多智能体系统, 文献 [14] 基于无向图提出了固定时间二分一致性算法, 保证系统收敛时间上界和初始状态无关.

固定时间一致性算法的提出对多智能体系统的发展起到关键性的作用, 但固定时间一致性算法收敛时间上界受系统拓扑结构和控制器参数影响, 导致其计算较为复杂. 而且, 固定时间算法虽然给出收敛时间的上界显式表达式, 但往往不够精确, 即系统实际收敛时间与表达式计算结果往往相差较大, 这一缺点给实际工程应用带来不便. 作为替代, 学者们提出了设定时间一致性^[15-20]. 此算法最大的优越性在于系统收敛时间上界可以根据控制任务提前设置, 不再依赖于系统初始状态、拓扑结构和诸多控制参数, 这使得收敛时间的估计更加简便、精确. 文献 [15] 通过构造时变函数实现一阶设定时间一致性. 针对二阶多智能体系统, 文献 [16] 设计了一种分布式观测器, 从而在设定时间内保证跟踪一致性的实现. 随后, 设定时间一致性问题被拓展到高阶非线性多智能体系统^[17]. 文献 [18] 分别针对一阶和二阶多智能体系统研究了具有未知非线性和外部干扰的领导-跟随设定时间一致性问题. 文献 [19] 针对受扰多智能体系

统, 利用光滑的时变函数实现了实际设定时间一致性, 使得跟踪误差在预定时间内收敛到零的邻域, 并且该邻域独立于多智能体的初始状态或任何其他参数, 可以任意设定. 文献 [20] 介绍了多智能体系统中设定时间控制问题研究的最新趋势和方法, 并提出了当下可以保证设定时间一致性的具有代表性的几类时变函数控制器.

然而, 以上提到的研究成果均需要连续更新控制器, 这给系统带来了极大的资源浪费和通信负担. 为了减少控制器更新频率, 文献 [21] 提出了静态事件触发的概念. 与传统根据时间周期性采样的方法不同, 静态事件触发算法基于用户设计的事件机制按需触发, 进而更新控制器. 从实际工程应用角度来看, 这一设计更加符合实际系统信息交互的特征. 文献 [22] 给出了事件触发发展历程, 并提出了有待解决的问题. 文献 [23] 研究了事件触发通信下的不确定非线性多智能体系统的分布式跟踪问题. 之后, 文献 [24] 考虑了领导-跟随机制, 并针对高阶多智能体系统完成了事件触发控制. 为了进一步减少触发次数, 学者通过引入内部动态变量提出了动态事件触发算法^[25], 该算法中动态变量可变, 并且其导数具有可调参数, 故触发机制可以根据系统信息和需求实时变化, 极大程度上减少了触发频率, 从而使系统资源得以更好地分配和利用. 文献 [26] 主要讨论定向通信拓扑下线性多智能体系统的领导-跟随一致性问题, 提出了一种新的动态事件触发机制来调度智能体之间的通信. 在分布式协调控制的背景下, 文献 [27] 首次引入了动态事件触发方法, 可以在期望的控制性能和令人满意的资源效率之间取得平衡. 随后, 针对非线性多智能体系统, 动态事件触发机制在文献 [28] 中被引入, 所提算法可以极大程度地节约通信资源. 文献 [29] 研究了线性多智能体系统的领导-跟随输出一致性问题, 其中控制器的设计不依赖于系统的全局信息, 而仅需系统拓扑结构信息和智能体个数. 文献 [30] 针对非线性多智能体系统, 分别在有向图和无向图的基础上给出了动态事件触发算法.

考虑收敛速度的同时兼顾资源分配, 学者们给出了许多带有触发机制的有限时间一致性结果^[31-32], 固定时间一致性结果^[33-37] 和设定时间一致性结果^[38-40]. 文献 [31] 研究了一类具有事件触发的不确定非线性系统有限时间稳定问题, 提出了一种基于反步设计思想和包含符号函数的事件触发机制设计方法. 文献 [32] 构造了一种新的具有

间歇通信的有限时间事件触发算法, 通过引入动态阈值来估计领导者的状态, 并且触发次数明显减少. 针对非线性多智能体系统, 文献 [33] 提出了固定时间事件触发的一致性控制器, 在控制器的更新和触发状态监测中都可以避免连续通信. 针对二阶多智能体系统, 文献 [34] 采用分段事件触发机制解决了固定时间比例一致性问题, 并且 Zeno 行为被排除. 文献 [35] 基于有向图研究了高阶事件触发固定时间一致性问题. 随后, 文献 [36] 针对非线性多智能体系统, 提出了一种新的动态事件触发控制方案, 进一步减少了触发的次数, 节省了大量通信资源. 文献 [37] 基于动态事件触发机制, 提出了切换拓扑下实际固定时间平均一致性算法, 系统状态最终收敛到零附近的一个可以任意调节的小邻域. 鉴于前文分析的有限时间和固定时间算法的局限性, 事件触发设定时间一致性算法在文献 [38-40] 被给出. 针对一阶多智能体系统, 文献 [38] 和 [39] 给出了事件触发设定时间一致性. 其中, 文献 [38] 为保证稳定性, 参数选择比较局限, 并且当时间趋近设定时间时无法排除 Zeno 行为. 这些问题在文献 [39] 中被解决, 其设计了一种新的时变函数以实现事件触发实际设定时间一致性问题. 随后, 文献 [40] 把相关研究扩展到二阶多智能体系统, 同时避免了 Zeno 行为.

上述研究对多智能体系统的发展起到至关重要的作用, 受其启发, 本文针对非线性多智能体系统设计出动态事件触发设定时间一致性算法. 该算法主要贡献如下: (1) 采用时变函数设计一致性控制器, 进而保证设定时间一致性的实现. 相对于基于事件触发的有限时间一致性^[31-32] 和固定时间一致性算法^[33-37], 本文提出的动态事件触发设定时间一致性算法的收敛时间上界不依赖于系统的初始状态、拓扑结构和控制参数, 可以直接提前设置. (2) 本文提出了一种改进的动态事件触发算法, 相较于文献 [40] 所提出的静态事件触发算法可以进一步减少触发次数. (3) 相较于文献 [38-40], 本文首次针对一阶非线性多智能体系统提出动态事件触发设定时间一致性算法. 由于非线性多智能体系统广泛存在, 故针对非线性多智能体系统设计的算法更具有一般性.

1 预备知识

1.1 图论

考虑无向图 $G = (K, \varepsilon)$, 其中 K 是节点的集合, ε 是无向图中边的集合. 对于无向图 G , 如果在任意两

个节点之间均存在一条路径, 则该无向图是连通的. 设邻接矩阵 $A = [a_{ij}] \in \mathbf{R}^{N \times N}$, 元素 a_{ij} 满足关系式(1):

$$a_{ij} \begin{cases} > 0, & (j, i) \in \varepsilon \\ = 0, & \text{其他情况} \end{cases} \quad (1)$$

节点 i 的度即为其邻居节点的个数. 然后, 构建对角矩阵 $D = \text{diag}[d_1, \dots, d_N]$, 其中 d_i 满足 $d_i = \sum_{j=1, j \neq i}^N a_{ij}$. 因此, 定义拉普拉斯矩阵为 $L = [l_{ij}] \in \mathbf{R}^{N \times N}$, 并且有 $L = D - A$.

1.2 相关引理和定义

考虑由 N 个智能体组成的一阶非线性多智能体系统, 每个智能体的动力学方程被描述如下:

$$\dot{x}_i(t) = u_i(t) + f(x_i(t), t) \quad (2)$$

其中, t 代表时间, $x_i(t)$, $u_i(t)$, $f(x_i(t), t)$ 分别为智能体 i 的状态信息, 控制器信息和未知非线性函数. 并且, 非线性项满足以下 Lipschitz 条件.

假设 1 对于非线性项 $f(x_i(t), t)$, 存在一个正常数 γ 使得式(3)的条件成立:

$$|f(x_i(t), t) - f(x_j(t), t)| \leq \gamma |x_i(t) - x_j(t)| \quad (3)$$

为保证控制增益可以根据系统信息实时调整, 进而在任意设定时间内均可实现一致性, 算法引入时变函数 $\tau(t)$, 其结构设计如式(4)所示:

$$\tau(t) = \begin{cases} \frac{T_d}{T_d - \omega t}, & t \in [0, T_d) \\ 1, & t \in [T_d, \infty) \end{cases} \quad (4)$$

其中, $\omega \in (0, 1)$ 是时间调节参数, T_d 是预设时间, 其可以根据用户需要任意设置. 值得注意的是, $\tau(t)$ 和 $\tau^{-b}(t)$ ($b > 0$) 均为有界函数, 并且易知 $\bar{\tau} = \frac{1}{1-\omega}$ 是 $\tau(t)$ 的最大值. 同样地, 设计时变函数 $\rho(t)$ 如式(5)所示:

$$\rho(t) = \begin{cases} \tau^{\frac{1-\mu}{2}}(t), & t \in [0, T_d) \\ 0, & t \in [T_d, \infty) \end{cases} \quad (5)$$

其中, $\mu > 0$ 为可调节参数, 并且可得 $\rho(t) > 0$ 对于任意 $t \geq 0$ 均成立.

引理 1^[38-40] 考虑以下动态系统:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = g(x(t), t) \\ x(0) = x_0 \end{cases} \quad (6)$$

其中, $g(x(t), t)$ 为未知的非线性函数, 假设系统的原点是平衡点. 若存在一个函数 $\eta(t)$ 和三个可调参数 $h_1 > 0$, $h_2 > 0$, $h_3 < 1$ 满足

$$\begin{cases} \dot{\eta}(t) \leq -h_1 \frac{km\omega}{T_d} \tau(t) \eta(t) + h_2 \tau^{h_3}(t), & t \in [0, T_d) \\ \dot{\eta}(t) \leq -h_1 \frac{km\omega}{T_d} \tau(t) \eta(t), & t \in [T_d, \infty) \end{cases} \quad (7)$$

其中, 常数 $k > 0$ 和常数 $m > 0$ 均为可调参数, $\omega \in (0, 1)$, 则系统(6)的原点是设定时间稳定的, 并且 T_d 为收敛时间上界.

定义 1^[15] 对于模型(2), 如果对于任意 $t \geq T_d$ 均有 $|x_i - x_j| \leq \delta$ 成立, 其中 δ 是一个足够小的正常数, 则该系统可在设定时间 T_d 内实现实际一致性.

引理 2^[9] 对于任意可调参数 $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_N \geq 0$, 则有:

$$\sum_{i=1}^N \sigma_i^c \geq \left(\sum_{i=1}^N \sigma_i \right)^c, \quad 0 < c \leq 1 \quad (8)$$

$$N^{1-z} \left(\sum_{i=1}^N \sigma_i \right)^z \leq \sum_{i=1}^N \sigma_i^z \leq \left(\sum_{i=1}^N \sigma_i \right)^z, \quad 1 < z < \infty \quad (9)$$

引理 3^[33] 对于任意变量 $v \in \mathbf{R}$, 不等式(10)均成立

$$0 \leq |v| - v \tanh(\psi v) \leq \frac{\kappa}{\psi} \quad (10)$$

其中, $\psi \gg 1$ 为可调参数, $\kappa = 0.2785$.

2 动态事件触发设定时间一致性算法设计

在动态事件触发机制下, 对于智能体 i , 其设定时间一致性控制器设计如式(11)所示:

$$u_i(t) = -\frac{km\omega}{T_d} \tau(t_r^i) \chi_i(t_r^i) - \beta_1 \tanh(\psi \chi_i(t_r^i)) - \beta_2 \rho(t_r^i) - (\beta_2^2 + 1) \chi_i(t_r^i), \quad t \in [t_r^i, t_{r+1}^i) \quad (11)$$

其中, $\chi_i(t) = \sum_{j=1}^N a_{ij}(x_i(t) - x_j(t))$, $\omega \in (0, 1)$, β_1 和 β_2 为控制参数, t_r^i 是智能体 i 的最新触发时刻. 智能体 i 的控制器状态将一直保证到下一触发时刻到来. 针对此控制器, 可以设计出以下测量误差:

$$E_i(t) = \frac{km\omega}{T_d} \tau(t_r^i) \chi_i(t_r^i) + \beta_1 \tanh(\psi \chi_i(t_r^i)) + \beta_2 \rho(t_r^i) + (\beta_2^2 + 1) \chi_i(t_r^i) - \frac{km\omega}{T_d} \tau(t) \chi_i(t) - \beta_1 \tanh(\psi \chi_i(t)) - \beta_2 \rho(t) - (\beta_2^2 + 1) \chi_i(t) \quad (12)$$

故控制器可以写成式(13)的形式:

$$u_i(t) = -E_i(t) - \frac{km\omega}{T_d} \tau(t) \chi_i(t) - \beta_1 \tanh(\psi \chi_i(t)) - \beta_2 \rho(t) - (\beta_2^2 + 1) \chi_i(t) \quad (13)$$

为了减少触发次数, 利用测量误差设计出以下触发函数

$$\varphi_i(t) = \beta_3 \left(|E_i(t)| - \theta \frac{km\omega}{T_d} \tau(t) |\chi_i(t)| - \beta_1 \theta \right) \quad (14)$$

其中, $\beta_3 > 0$ 为触发函数调节系数, $\theta \in (0, 1)$ 为权重系数. 接下来, 引入一个可以随时间变化的内部动态变量 $\varsigma_i(t)$, 以保证触发机制可以进一步减少触发次数.

内部动态变量 $\varsigma_i(t)$ 对时间的导数满足如下形式:

$$\dot{\varsigma}_i(t) = \beta_4 |\chi_i(t)| \left(\theta \frac{km\omega}{T_d} \tau(t) |\chi_i(t)| + \beta_1 \theta - |E_i(t)| \right) - (1 - \theta) \frac{km\omega}{T_d} \tau(t) \varsigma_i(t) - \beta_5 \varsigma_i^2(t) \quad (15)$$

其中, $\beta_4 \in (0, 1)$ 为动态变量调节系数, $\beta_5 > 0$ 代表的是权重系数, 并且 $\varsigma_i(0) > 0$.

联合触发函数(14)和内部动态变量 $\varsigma_i(t)$, 动态事件触发条件构造为:

$$t_{r+1}^i = \inf\{t > t_r^i | \varphi_i(t) \geq \varsigma_i(t)\} \quad (16)$$

由触发条件可知, 触发的阈值不再是一个固定的常值, 可以随着时间动态改变, 故该触发机制可以进一步减少触发次数. 当 $t \in [t_r^i, t_{r+1}^i)$, 均有 $\varphi_i(t) \leq \varsigma_i(t)$, 因此可以推导出

$$|E_i(t)| \leq \theta \frac{km\omega}{T_d} \tau(t) |\chi_i(t)| + \beta_1 \theta + \frac{\varsigma_i(t)}{\beta_3} \quad (17)$$

将式(17)回代式(15), 可以得到

$$\dot{\varsigma}_i(t) \geq -\beta_4 |\chi_i(t)| \frac{\varsigma_i(t)}{\beta_3} - (1 - \theta) \frac{km\omega}{T_d} \tau(t) \varsigma_i(t) - \beta_5 \varsigma_i^2(t) \quad (18)$$

进一步有

$$\varsigma_i(t) \geq e^{\int_0^t \xi_i(s) ds} \varsigma_i(0) > 0 \quad (19)$$

其中, $\xi_i(t) = -\frac{\beta_4}{\beta_3} |\chi_i(t)| - (1 - \theta) \frac{km\omega}{T_d} \tau(t) - \beta_5 \varsigma_i(t)$.

注 1: 本文针对一阶非线性多智能体系统, 首次提出一种新的动态事件触发设定时间一致性算

$$\begin{aligned} \dot{V}_3(t) = & \mathbf{x}^T(t) \mathbf{L} \dot{\mathbf{x}}(t) + \sum_{i=1}^N \dot{\varsigma}_i(t) = \sum_{i=1}^N \chi_i(t) (u_i(t) + f(x_i(t), t)) + \beta_4 \sum_{i=1}^N |\chi_i(t)| \left(\theta \frac{km\omega}{T_d} \tau(t) |\chi_i(t)| + \beta_1 \theta - |E_i(t)| \right) - \\ & (1 - \theta) \frac{km\omega}{T_d} \tau(t) \sum_{i=1}^N \varsigma_i(t) - \beta_5 \sum_{i=1}^N \varsigma_i^2(t) \leq \sum_{i=1}^N \chi_i(t) \left(-E_i(t) - \frac{km\omega}{T_d} \tau(t) \chi_i(t) - \beta_1 \tanh(\psi \chi_i(t)) - \beta_2 \rho(t) - \right. \\ & \left. (\beta_2^2 + 1) \chi_i(t) + f(x_i(t), t) \right) + \beta_4 \sum_{i=1}^N |\chi_i(t)| \left(\theta \frac{km\omega}{T_d} \tau(t) |\chi_i(t)| + \beta_1 \theta - |E_i(t)| \right) - (1 - \theta) \frac{km\omega}{T_d} \tau(t) \sum_{i=1}^N \varsigma_i(t) - \beta_5 \sum_{i=1}^N \varsigma_i^2(t) \leq \\ & \sum_{i=1}^N |\chi_i(t)| |E_i(t)| - \frac{km\omega}{T_d} \tau(t) \sum_{i=1}^N \chi_i^2(t) - \beta_1 \sum_{i=1}^N |\chi_i(t)| + \frac{N\beta_1\kappa}{\psi} - \beta_5 \sum_{i=1}^N \varsigma_i^2(t) + \beta_2 \sum_{i=1}^N |\chi_i(t)| \rho(t) - (\beta_2^2 + 1) \sum_{i=1}^N \chi_i^2(t) + \\ & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_{ij} (x_i(t) - x_j(t)) f_i(x_i(t), t) + \beta_4 \sum_{i=1}^N |\chi_i(t)| \left(\theta \frac{km\omega}{T_d} \tau(t) |\chi_i(t)| + \beta_1 \theta - |E_i(t)| \right) - (1 - \theta) \frac{km\omega}{T_d} \tau(t) \sum_{i=1}^N \varsigma_i(t) \leq \\ & (1 - \beta_4) \sum_{i=1}^N |\chi_i(t)| \left(\theta \frac{km\omega}{T_d} \tau(t) |\chi_i(t)| + \beta_1 \theta + \frac{\varsigma_i(t)}{\beta_3} \right) - \frac{km\omega}{T_d} \tau(t) \sum_{i=1}^N \chi_i^2(t) - \beta_1 \sum_{i=1}^N |\chi_i(t)| + \frac{N\beta_1\kappa}{\psi} - \\ & \beta_2^2 \sum_{i=1}^N \chi_i^2(t) + \beta_2 \sum_{i=1}^N |\chi_i(t)| \rho(t) - \sum_{i=1}^N \chi_i^2(t) + \frac{\gamma}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_{ij} (x_i(t) - x_j(t))^2 + \beta_4 \sum_{i=1}^N |\chi_i(t)| \left(\theta \frac{km\omega}{T_d} \tau(t) |\chi_i(t)| + \beta_1 \theta \right) - \\ & (1 - \theta) \frac{km\omega}{T_d} \tau(t) \sum_{i=1}^N \varsigma_i(t) - \beta_5 \sum_{i=1}^N \varsigma_i^2(t) \leq -(1 - \theta) \frac{km\omega}{T_d} \tau(t) \sum_{i=1}^N \chi_i^2(t) - \beta_1 \sum_{i=1}^N |\chi_i(t)| + \frac{N\beta_1\kappa}{\psi} - \beta_2^2 \sum_{i=1}^N \chi_i^2(t) + \end{aligned}$$

法. 相较于文献 [38–40], 该算法可以在保证良好动态性能的同时减少事件触发次数, 并且避免 Zeno 行为. 针对一阶非线性的研究, 使得算法更具一般性, 故算法更容易应用于实际工程.

注 2: 由式(16)可知, 当内部变量 $\varsigma_i(t) = 0$ 时, 触发机制即变成类似文献 [21–24] 和文献 [40] 中的静态事件触发机制. 而对于本文提出的动态事件触发控制算法, 由式(19)可知: 内部变量始终大于 0, 并且在时间到达设定时间时趋向于 0, 即触发机制随着时间变化, 这使得触发次数大幅度减少, 从而使控制器更新次数减少, 这也将仿真结果中给出说明.

定理 1: 基于控制器(11)和触发条件(16), 如果以下不等式成立,

$$\begin{aligned} (1 - \theta) \lambda_2 & \geq \gamma \\ 2\beta_3 \sqrt{\beta_5} & \geq 1 - \beta_4 \end{aligned} \quad (20)$$

其中, λ_2 是矩阵 $\mathbf{L}$ 的第二小特征值, γ 是假设 1 提到的 Lipschitz 常数, $\theta \in (0, 1)$, $\beta_3 > 0$, $\beta_4 \in (0, 1)$, $\beta_5 > 0$, 则非线性系统(2)可以在设定时间 T_d 内实现动态事件触发设定时间一致性.

证明: 选取李雅普诺夫函数如式(21)所示:

$$V_3(t) = V_1(t) + V_2(t) \quad (21)$$

其中, $V_1(t) = \frac{1}{2} \mathbf{x}^T(t) \mathbf{L} \mathbf{x}(t)$, $V_2(t) = \sum_{i=1}^N \varsigma_i(t)$, $\mathbf{x}(t) = [x_1(t), \dots, x_N(t)]^T$. 当 $t \in [0, T_d)$, 对 $V_3(t)$ 求导可得

$$\begin{aligned}
& \beta_2 \sum_{i=1}^N |\chi_i(t)| \rho(t) - \frac{N}{4} \rho^2(t) + \frac{N}{4} \rho^2(t) + \frac{\gamma}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_{ij} (x_i(t) - x_j(t))^2 + \beta_1 \theta \sum_{i=1}^N |\chi_i(t)| - (1-\theta) \frac{km\omega}{T_d} \tau(t) \sum_{i=1}^N s_i(t) - \beta_5 \sum_{i=1}^N s_i^2(t) - \\
& \sum_{i=1}^N \chi_i^2(t) + \frac{(1-\beta_4)}{\beta_3} \sum_{i=1}^N |\chi_i(t)| s_i(t) \leq -2((1-\theta)\lambda_2 - \gamma) \frac{km\omega}{T_d} \tau(t) V_1(t) - (1-\theta) \frac{km\omega}{T_d} \tau(t) V_2(t) - \\
& (\beta_1 - \beta_1 \theta) \sum_{i=1}^N |\chi_i(t)| + \frac{N\beta_1\kappa}{\psi} + \frac{N}{4} \rho^2(t) \leq -\varpi \frac{km\omega}{T_d} \tau(t) V_3(t) + \frac{N\beta_1\kappa}{\psi} + \frac{N}{4} \tau^{1-\mu}(t)
\end{aligned} \quad (22)$$

其中, $\varpi = \min\{2((1-\theta)\lambda_2 - \gamma), (1-\theta)\}$, λ_2 为系统的第二小特征值.

在 $t \in [T_d, \infty)$ 时, 由 $\rho(t)$ 的定义可以得到

$$\dot{V}_3(t) \leq -\varpi \frac{km\omega}{T_d} \tau(t) V_3(t) + \frac{N\beta_1\kappa}{\psi} \quad (23)$$

注 3: 不同于基于事件触发的有限时间一致性^[31-32]和固定时间一致性算法^[33-37], 设定时间一致性算法可以根据用户实际需要设计收敛时间上界, 不依赖于系统的初始状态、拓扑结构和控制参数, 控制效果更加精确, 这更有利于实际工程应用.

注 4: 由于 $\mu > 0$, 故可得 $1 - \mu < 1$, 由引理 1 可知,

$$\begin{aligned}
D^+|E_i(t)| & \leq |\dot{E}_i(t)| \leq \frac{km\omega^2}{T_d^2} \bar{\tau}^2 |\chi_i(t)| + \frac{\beta_2\omega|1-\mu|}{2T_d} \bar{\tau}^{\frac{3-\mu}{2}} + \left(\frac{km\omega}{T_d} \bar{\tau} + \beta_1\psi + \beta_2^2 + 1 \right) |\dot{\chi}_i(t)| \leq \frac{km\omega^2}{T_d^2} \bar{\tau}^2 |\chi_i(t)| + \frac{\beta_2\omega|1-\mu|}{2T_d} \bar{\tau}^{\frac{3-\mu}{2}} + \\
& \left(\frac{km\omega}{T_d} \bar{\tau} + \beta_1\psi + \beta_2^2 + 1 \right) \left(\left| \sum_{j=1}^N l_{ij} u_j(t_r^j) \right| + \gamma \sum_{j=1}^N a_{ij} (|x_i(t) - x_j(t)|) \right) \leq \frac{km\omega^2}{T_d^2} \bar{\tau}^2 |\chi_i(t)| + \frac{\beta_2\omega|1-\mu|}{2T_d} \bar{\tau}^{\frac{3-\mu}{2}} + \\
& \left(\frac{km\omega}{T_d} \bar{\tau} + \beta_1\psi + \beta_2^2 + 1 \right) \left(\left| \sum_{j=1}^N l_{ij} u_j(t_r^j) \right| + \gamma N^{\frac{1}{2}} \sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_{ij} (x_i(t) - x_j(t))^2} \right) \leq \phi(t_r^i, t_r^j)
\end{aligned} \quad (24)$$

其中, $\phi(t_r^i, t_r^j) = \sqrt{2\lambda_N V_1} \frac{km\omega^2}{T_d^2} \bar{\tau}^2 + \frac{\beta_2\omega|1-\mu|}{2T_d} \bar{\tau}^{\frac{3-\mu}{2}} + \left(\frac{km\omega}{T_d} \bar{\tau} + \beta_1\psi + \beta_2^2 + 1 \right) \left(\left| \sum_{j=1}^N l_{ij} u_j(t_r^j) \right| + \gamma \sqrt{4NV_1} \right)$, $V_1 = \max\{V_1(0), \frac{N\beta_1\kappa T_d}{\varpi km\omega\psi}\}$, λ_N 为系统的最大特征值, t_r^j 是智能体 j 的最新触发时刻, $\bar{\phi}$ 是 $\phi(t_r^i, t_r^j)$ 的最大值. 因为 $E_i(t_r^i) = 0$, 故可得

$$|E_i(t)| \leq \int_{t_r^i}^t |\dot{E}_i(s)| ds \leq \int_{t_r^i}^t \phi(t_r^i, t_r^j) ds \quad (25)$$

由事件触发条件可知, 当不满足 $\varphi_i(t) = s_i(t)$ 时, 事件不会触发. 因此, 可以得到不等式 (26):

$$\begin{aligned}
|E_i(t_{r+1}^i)| & = \theta \frac{km\omega}{T_d} \tau(t_{r+1}^i) |\chi_i(t_{r+1}^i)| + \beta_1 \theta + \\
& \frac{s_i(t_{r+1}^i)}{\beta_3} \leq \int_{t_r^i}^{t_{r+1}^i} \phi(t_r^i, t_r^j) ds
\end{aligned} \quad (26)$$

则有 $t_{r+1}^i - t_r^i \geq \frac{\beta_1\theta}{\bar{\phi}} > 0$, 故该算法可以避免 Zeno 行为.

注 5: 由于设定时间控制算法可以保证较快的收敛速度, 而动态事件触发以动态性能为代价减少触发次数, 故本算法可以在收敛速度和触发次数之间取得平衡, 同时兼顾系统的动态性能和减少触发次数. 此外, Zeno 行为可以被避免.

非线性系统 (2) 在式 (20) 的基础上可以实现动态事件触发设定时间一致性, 并且 $V_3(t) \leq \frac{N\beta_1\kappa T_d}{\varpi km\omega\psi}$. 对于事件触发控制, 比较常见的一类问题是在有限的时间内出现无限次的触发, 即 Zeno 行为, 这显然不符合实际工程情况, 也不利于资源的合理分配. 接下来将给出分析过程, 证明基于动态事件触发下的设定时间一致性算法不存在 Zeno 行为.

定理 2: 对于非线性系统 (2), 在控制器 (11) 和动态触发条件 (16) 的控制下没有 Zeno 行为出现.

证明: 对测量误差求右偏导得:

3 仿真实验

本节通过数值仿真验证所提出的动态事件触发设定时间一致性算法的有效性, 并给出相应的分析结果. 选取由六个智能体组成的多智能体系统, 满足如图 1 所示的拓扑结构. 其中, 两个节点

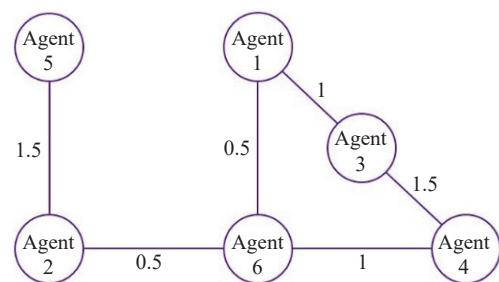


图 1 六个智能体的通信图

Fig.1 Communication graph of six agents

连线间的数字代表个体之间连通程度和影响程度的强弱. 数值越大, 代表个体之间连通的程度越强, 即邻居之间的相互作用越强; 反之亦然.

由通信拓扑图可以得到以下拉普拉斯矩阵, 矩阵的最大和第二小特征值分别为 4.4731 和 0.2805.

$$L = \begin{bmatrix} 1.5 & 0 & -1 & 0 & 0 & -0.5 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & -1.5 & -0.5 \\ -1 & 0 & 2.5 & -1.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1.5 & 2.5 & 0 & -1 \\ 0 & -1.5 & 0 & 0 & 1.5 & 0 \\ -0.5 & -0.5 & 0 & -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

根据非线性系统(2)选取的智能体 i 的动态模型如式(27)所示:

$$\dot{x}_i(t) = u_i(t) + 0.01x_i(t) \quad (27)$$

可得非线性部分为 $f(x_i(t), t) = 0.01x_i(t)$. 并且, 非线性部分满足假设 1, $\gamma = 0.01$. 选取系统的初始状态为 $x(0) = [-8 \ 5 \ -6 \ -5 \ 8 \ -4]^T$, $\varsigma_i(t) = 40$, 设定时间 $T_d = 2$ s, 采样间隔为 0.001 s. 基于控制器(11)和触发条件(16), 根据参数定义选取 $\beta_1 = 0.8$, $\beta_2 = 0.3$, $\beta_3 = 2$, $\beta_4 = 0.5$, $\beta_5 = 4$, $\theta = 0.2$, $\omega = 0.8$, $k = 3$, $m = 4$, $\psi = 100$, $\mu = 8$, 以上所有参数满足条件(20).

图 2 描述了动态事件触发机制下, 六个智能体的状态变化轨迹. 由图 2 可知, 六个智能体的状态在 1.5 s 时达到一致, 之后收敛到零的一个小邻域. 六个智能体的触发时刻点图在图 3 中展示. 可知, 动态事件触发算法可以减少触发次数, 进而减少控制器更新次数和执行机构的磨损程度. 图 4 刻画了内部动态变量的轨迹, 由图 4 可知动态变量始终大于 0, 并且在时间到达设定时间时趋向于 0, 即控制机制可以随着时间实时变化, 从而使得触发次数减少.

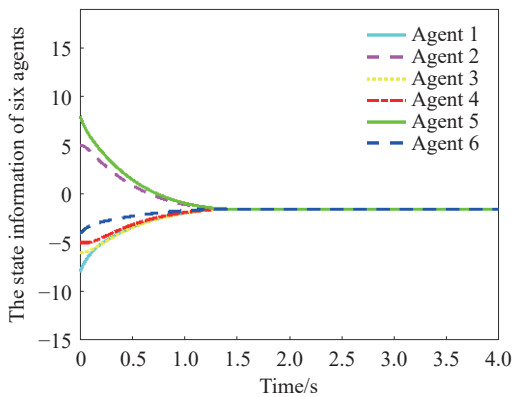


图 2 动态事件触发机制下六个智能体状态信息图

Fig.2 State information of six agents under the dynamic event-triggered mechanism

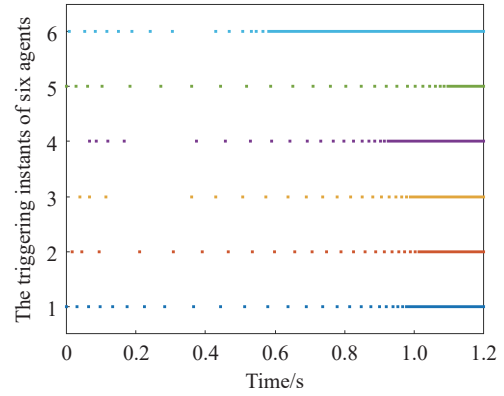


图 3 动态事件触发机制下六个智能体的触发时刻点图

Fig.3 Triggering instants of six agents under the dynamic event-triggered mechanism

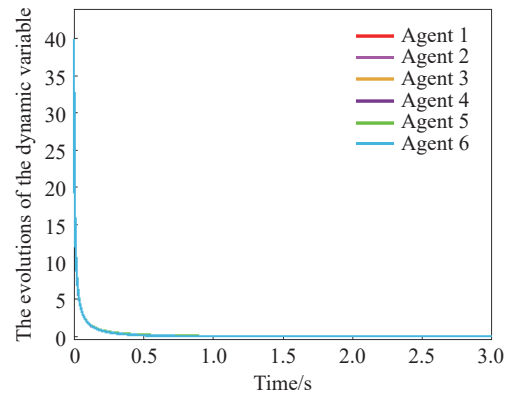


图 4 动态变量轨迹图

Fig.4 Evolutions of the dynamic variable

为了说明动态事件触发下的设定时间一致性算法可以进一步减少事件触发次数, 验证本文所提算法的有效性, 将对静态事件触发下的设定时间一致性算法仿真效果进行对比分析. 在本文所提算法的基础上, 仅取动态变量 $\varsigma_i(t) = 0$, 则本文所提出的动态事件触发下的设定时间一致性算法将退化为静态事件触发下的设定时间一致性算法. 基于相同的模型、参数、控制器和状态初始值等仿真条件, 仿真结果如图 5 和图 6 所示.

图 5 展示了静态事件触发机制下的六个智能体的状态信息, 可知在 1.5 s 时, 智能体的状态达到实际一致性, 并且最终收敛到零的小邻域. 基于静态事件触发机制的触发时刻点图在图 6 中给出. 对比图 6 和图 3, 可以明显地看出: 在相同的控制器下, 动态事件触发机制相较于静态事件触发机制可以进一步减少触发次数, 从而减少控制器更新频率和磨损程度.

4 结论

本文针对一阶非线性多智能体系统, 提出了

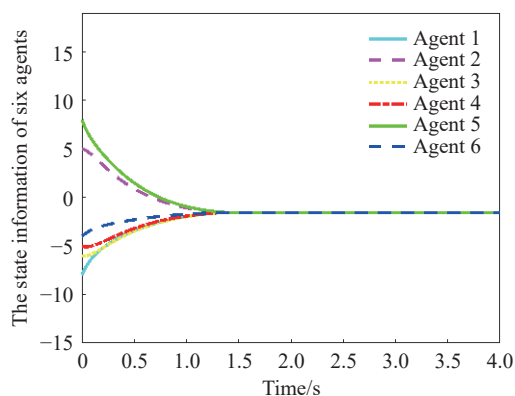


图5 静态事件触发机制下六个智能体状态信息图

Fig.5 State information of six agents under the static event-triggered mechanism

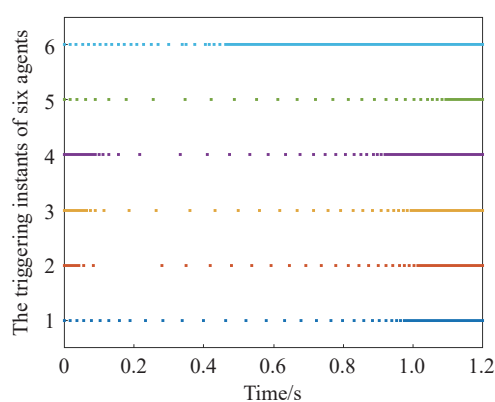


图6 静态事件触发机制下六个智能体的触发时刻点图

Fig.6 Triggering instants of six agents under the static event-triggered mechanism

动态事件触发设定时间一致性算法.所提算法采用时变函数设计出一致性控制器,进而保证设定时间一致性的实现.与传统的有限时间和固定时间一致性算法不同,设定时间一致性算法收敛时间上界不依赖系统的初始状态、拓扑结构和控制参数,可以根据用户任意选择.这一特性使得控制更加精准,同时避免计算冗余问题.在相同参数、相同初始状态、相同控制器和相同模型的基础上,设计了动态事件触发设定时间一致性算法与静态事件触发算法的对比实验.实验结果表明动态事件触发机制可以极大程度上减少触发次数,并且排除 Zeno 行为.另外,选取一阶非线性多智能体系统作为研究对象,比线性系统更具有一般性,也更容易应用于实际系统,如地面移动机器人、蔡氏电路等.

综上,针对一阶非线性多智能体系统,本文采用动态事件触发算法研究了设定时间一致性问题.所提出的动态事件触发设定时间一致性算法可以保证系统快速达到一致性的同时减少系统操纵器的工作频率,并在极大程度上节约了通信资源.

参 考 文 献

- [1] Yang Y, Liu Z J, Han J T, et al. Overview of actuators, modeling, and control methods for soft manipulators. *Chin J Eng*, 2022, 44(12): 2124
(杨妍, 刘志杰, 韩江涛, 等. 软体机械臂的驱动方式、建模与控制研究进展. 工程科学学报, 2022, 44(12): 2124)
- [2] Yang Y, Liu Y P, Han J T, et al. Modeling and neural network control of a soft manipulator. *Chin J Eng*, 2023, 45(3): 454
(杨妍, 刘运鹏, 韩江涛, 等. 软体机械臂的建模与神经网络控制. 工程科学学报, 2023, 45(3): 454)
- [3] Liu J. *Fixed-Time Event-Triggered Cooperative Control of Multi-Agent Systems* [Dissertation]. Beijing: University of Science and Technology Beijing, 2020
(刘剑. 固定时间多智能体系统事件触发协同控制[学位论文]. 北京: 北京科技大学, 2020)
- [4] Tang Z N, Xin H B, Wang Y J, et al. Coordinated variable-based guidance method and experimental verification for multi-UAVs. *Chin J Eng*, 2022, 44(8): 1396
(唐钟南, 辛宏博, 王玉杰, 等. 基于协调变量的多机协同打击制导方法与试验验证. 工程科学学报, 2022, 44(8): 1396)
- [5] Liu C, Zhou Q, Hu X G. Consensus control of discrete-time heterogeneous multi-agent systems. *Chin J Eng*, 2016, 38(1): 143
(刘聪, 周强, 胡晓光. 离散时间异质多智能体系统的一致性控制. 工程科学学报, 2016, 38(1): 143)
- [6] Cortés J. Finite-time convergent gradient flows with applications to network consensus. *Automatica*, 2006, 42(11): 1993
- [7] Li S H, Du H B, Lin X Z. Finite-time consensus algorithm for multi-agent systems with double-integrator dynamics. *Automatica*, 2011, 47(8): 1706
- [8] Polyakov A. Nonlinear feedback design for fixed-time stabilization of linear control systems. *IEEE Trans Autom Contr*, 2012, 57(8): 2106
- [9] Zuo Z Y. Nonsingular fixed-time consensus tracking for second-order multi-agent networks. *Automatica*, 2015, 54: 305
- [10] Hong H F, Yu W W, Wen G H, et al. Distributed robust fixed-time consensus for nonlinear and disturbed multiagent systems. *IEEE Trans Syst Man Cybern Syst*, 2017, 47(7): 1464
- [11] Zuo Z Y, Tian B L, Defoort M, et al. Fixed-time consensus tracking for multiagent systems with high-order integrator dynamics. *IEEE Trans Autom Contr*, 2018, 63(2): 563
- [12] Chen S M, Li L C. Fixed-time consensus of nonlinear stochastic multi-agent systems. *Contr Theory Appl*, 2021, 38(4): 540
(陈世明, 黎力超. 非线性随机多智能体系统的固定时间一致性. 控制理论与应用, 2021, 38(4): 540)
- [13] Sun X T, Guo G, Zhang P F. Fixed-time consensus tracking of multi-agent systems under unmatched disturbances. *Acta Autom Sin*, 2021, 47(6): 1368
(孙小童, 郭戈, 张鹏飞. 非匹配扰动下的多智能体系统固定时间一致跟踪. 自动化学报, 2021, 47(6): 1368)
- [14] Wang X, Liu J, Wu Y B, et al. Fixed-time bipartite consensus of

- delayed nonlinear multi-agent systems under antagonistic network. *Contr Theory Appl*, 2023, 40(2): 204
(王啸, 刘剑, 武永宝, 等. 对抗网络下时滞非线性多智能体系统固定时间二分一致性. 控制理论与应用, 2023, 40(2): 204)
- [15] Ning B D, Han Q L, Zuo Z Y. Practical fixed-time consensus for integrator-type multi-agent systems: A time base generator approach. *Automatica*, 2019, 105: 406
- [16] Ni J K, Liu L, Tang Y, et al. Predefined-time consensus tracking of second-order multiagent systems. *IEEE Trans Syst Man Cybern Syst*, 2021, 51(4): 2550
- [17] Li K, Hua C C, You X, et al. Output feedback predefined-time bipartite consensus control for high-order nonlinear multiagent systems. *IEEE Trans Circuits Syst I Regul Pap*, 2021, 68(7): 3069
- [18] Mao B, Wu X Q, Lü J H, et al. Predefined-time bounded consensus of multiagent systems with unknown nonlinearity via distributed adaptive fuzzy control. *IEEE Trans Cybern*, 2023, 53(4): 2622
- [19] Zou A M, Liu Y Y, Hou Z G, et al. Practical predefined-time output-feedback consensus tracking control for multiagent systems. *IEEE Trans Cybern*, 2023, 53(8): 5311
- [20] Ning B D, Han Q L, Zuo Z Y, et al. Fixed-time and prescribed-time consensus control of multiagent systems and its applications: A survey of recent trends and methodologies. *IEEE Trans Ind Inform*, 2023, 19(2): 1121
- [21] Dimarogonas D V, Frazzoli E, Johansson K H. Distributed event-triggered control for multi-agent systems. *IEEE Trans Autom Contr*, 2012, 57(5): 1291
- [22] Ding L, Han Q L, Ge X H, et al. An overview of recent advances in event-triggered consensus of multiagent systems. *IEEE Trans Cybern*, 2018, 48(4): 1110
- [23] Deng C, Wen C Y, Huang J S, et al. Distributed observer-based cooperative control approach for uncertain nonlinear MASs under event-triggered communication. *IEEE Trans Autom Contr*, 2022, 67(5): 2669
- [24] Deng C, Wen C Y, Wang W, et al. Distributed adaptive tracking control for high-order nonlinear multiagent systems over event-triggered communication. *IEEE Trans Autom Contr*, 2023, 68(2): 1176
- [25] Ge X H, Han Q L. Distributed formation control of networked multi-agent systems using a dynamic event-triggered communication mechanism. *IEEE Trans Ind Electron*, 2017, 64(10): 8118
- [26] Hu W F, Yang C H, Huang T W, et al. A distributed dynamic event-triggered control approach to consensus of linear multiagent systems with directed networks. *IEEE Trans Cybern*, 2020, 50(2): 869
- [27] Ge X H, Han Q L, Ding L, et al. Dynamic event-triggered distributed coordination control and its applications: A survey of trends and techniques. *IEEE Trans Syst Man Cybern Syst*, 2020, 50(9): 3112
- [28] Chen M S, Yan H C, Zhang H, et al. Dynamic event-triggered asynchronous control for nonlinear multiagent systems based on T-S fuzzy models. *IEEE Trans Fuzzy Syst*, 2021, 29(9): 2580
- [29] Yang R H, Liu L, Feng G. Leader-following output consensus of heterogeneous uncertain linear multiagent systems with dynamic event-triggered strategy. *IEEE Trans Syst Man Cybern Syst*, 2022, 52(3): 1626
- [30] Chen J J, Chen B S, Zeng Z G. Adaptive dynamic event-triggered fault-tolerant consensus for nonlinear multiagent systems with directed/undirected networks. *IEEE Trans Cybern*, 2023, 53(6): 3901
- [31] Zhang C H, Yang G H. Event-triggered global finite-time control for a class of uncertain nonlinear systems. *IEEE Trans Autom Contr*, 2020, 65(3): 1340
- [32] Gao Z Y, Zhang H G, Cai Y L, et al. Finite-time event-triggered output consensus of heterogeneous fractional-order multiagent systems with intermittent communication. *IEEE Trans Cybern*, 2023, 53(4): 2164
- [33] Liu J, Zhang Y L, Yu Y, et al. Fixed-time event-triggered consensus for nonlinear multiagent systems without continuous communications. *IEEE Trans Syst Man Cybern Syst*, 2019, 49(11): 2221
- [34] Chen S M, Shao S, Jiang G L. Distributed event-triggered fixed-time scaled consensus control for second-order multi-agent systems. *Acta Autom Sin*, 2022, 48(1): 261
(陈世明, 邵赛, 姜根兰. 基于事件触发二阶多智能体系统的固定时间比例一致性. 自动化学报, 2022, 48(1): 261)
- [35] Ni J K, Shi P, Zhao Y, et al. Fixed-time event-triggered output consensus tracking of high-order multiagent systems under directed interaction graphs. *IEEE Trans Cybern*, 2022, 52(7): 6391
- [36] Liu J, Ran G T, Wu Y B, et al. Dynamic event-triggered practical fixed-time consensus for nonlinear multiagent systems. *IEEE Trans Circuits Syst II Express Briefs*, 2022, 69(4): 2156
- [37] Sun M W, Ren L, Liu J, et al. Dynamic event-triggered fixed-time consensus control of multi-agent systems under switching topologies. *Acta Autom Sin*, 2023, 49(6): 1295
(孙梦薇, 任璐, 刘剑, 等. 切换拓扑下动态事件触发多智能体系统固定时间一致性. 自动化学报, 2023, 49(6): 1295)
- [38] Chen X, Yu H, Hao F. Prescribed-time event-triggered bipartite consensus of multiagent systems. *IEEE Trans Cybern*, 2022, 52(4): 2589
- [39] Chen X, Sun Q Q, Yu H, et al. Predefined-time practical consensus for multi-agent systems via event-triggered control. *J Frankl Inst*, 2023, 360(3): 2116
- [40] Liu J, Shi J L, Wu Y B, et al. Event-based predefined-time second-order practical consensus with application to connected automated vehicles. *IEEE Trans Intell Veh*, 2023, 8(11): 4524