

基于天体测量法探测系外行星的仿真模拟 与轨道求解算法*

黄平辉^{1,2,3†} 季江徽^{1,2‡}

(1 中国科学院紫金山天文台 南京 210008)

(2 中国科学院行星科学重点实验室 南京 210008)

(3 中国科学院大学 北京 100049)

摘要 天体测量法是探测系外行星一种有效的手段, 具有其他探测方法所不具备的独特优势, 如可以探测到行星的3维轨道参数及确定行星的质量等, 这些将为现有的行星样本提供重要补充. 高精度的空间天体测量卫星Gaia (Global Astrometric Interferometer for Astrophysics)在2013年成功发射升空, 可以预期未来基于其探测数据, 将可能发现大量的长周期类木行星. 针对 α Centauri A、HD 62509和GJ 876系统, 根据Gaia单次天体测量精度生成对应的仿真数据, 使用Lomb-Scargle周期谱分析行星轨道周期信号, 并采用Markov Chain Monte Carlo (MCMC)算法对行星系统进行轨道反演, 得到的结果与行星的初始参数相吻合.

关键词 天体测量学, 行星与卫星: 演化, 天体测量卫星: Hipparcos, Gaia, 方法: Lomb-Scargle周期谱, MCMC

中图分类号: P144; **文献标识码:** A

1 引言

1995年, Mayor等人通过地面视向速度观测发现第1颗围绕主序星公转的系外行星——飞马座51 b^[1], 迄今已有3000多颗系外行星通过不同的方法被发现(见图1). 目前探测系外行星主要有以下方法: 视向速度法(Radial Velocity), 凌星法(Transit), TTV(Transit Timing Variation)法, 直接成像法(Direct Imaging), 微引力透镜法(Microlensing), 脉冲星计时法(Pulsar Timing)和天体测量法(Astrometry). 由图1可知, 目前发现大多数系外行星通过视向速度法和凌星法被发现. 在早期, 系外行星主要通过地面上的视向速度观测发现, 而在2009年美国航空航天局(NASA)发射的Kelper卫

2016-01-29收到原稿, 2016-02-27收到修改稿

*国家自然科学基金项目(11273068, 11473073)、中国科学院战略性先导科技专项(XDB09000000)、中国科学院空间科学战略性先导科技专项(XDA04060900)、中国科学院新兴与交叉学科布局试点项目(KJZD-EW-Z001)及紫金山天文台小行星基金会资助

†phhuang@pmo.ac.cn

‡jjjh@pmo.ac.cn

星通过凌星法发现了4600多颗有凌星信号的系外行星候选体, 其中大部分据信是行星. 2010年, Muterspaugh等人基于天体测量法利用Palomar天文台的PHASE (Palomar High-precision Astrometric Search for Exoplanet Systems)巡天计划发现了一颗疑似质量为 $1.5 M_{\text{Jupiter}}$ 的行星HD 176051 b^[2]. 2013年, 欧空局(ESA)成功发射了新一代高精度天体测量卫星Gaia, 这将会极大推动系外行星的发现, 进而揭示行星系统的多样性与复杂性.

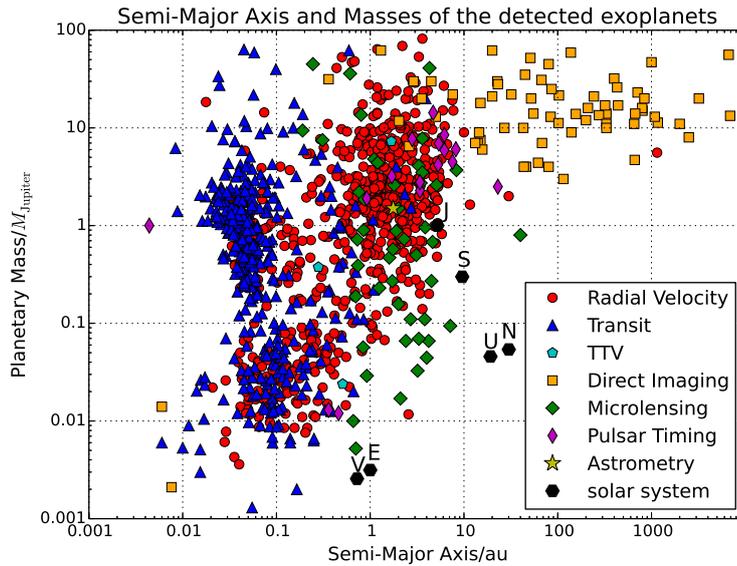


图1 已被发现的系外行星的半长径与行星质量. 横坐标为行星的轨道半长径, 纵坐标为行星质量, 太阳系内的行星由黑色六边形表示, 数据来源于exoplanet.eu.

Fig.1 The semi-major axes and masses of the detected exoplanets. The x -coordinate indicates the semi-major axis of planets, and the y -coordinate indicates the planetary mass. The planets of solar system are shown as black hexagons. The data came from exoplanet.eu.

与视向速度法和凌星法比较, 天体测量法有如下特点: (1)可以给出行星的轨道倾角 i , 解除行星质量与轨道倾角的简并, 从而导出行星的质量, 结合视向速度观测可求解出行星的全部动力学参数, 从而建立行星的3维轨道^[3]; (2)视向速度法和凌星法更容易发现偏心率大的行星系统, 而天体测量法则容易观测到偏心率小的行星系统^[4]; (3)视向速度法和凌星法易于探测短周期和edge on(倾角 $i = 90^\circ$)的行星系统, 而天体测量法则易于探测到长周期和face on(倾角 $i = 0^\circ$)的行星系统, 可丰富目前的行星样本; (4)视向速度法要求观测恒星是中晚型、低自转速度、色球活动性弱的恒星^[2], 而天体测量法对恒星类型、恒星自转速度要求较低、受恒星表面黑子、耀斑、非径向对流的影响较视向速度法要小, 由此更容易探测围绕小质量恒星公转的行星^[5]; (5)天体测量法广泛应用于双星观测, 因此易于从双星观测中发现系外行星^[2].

天体测量学是古老的天文学分支, 是关于位置的天文学, 通过测量目标天体在天球上的位移与速度, 给出天体的坐标、自行和视差等信息. 地面上的天体测量历史悠久, 最早完善的星表可追溯到第谷(Tycho)时期. 1989年, 欧空局发射了Hipparcos

(High precision parallax collecting satellite), 首次在太空中以高精度的天体测量对太阳附近的恒星进行观测, 并给出了高精度的Hipparcos星表^[6]. 作为Hipparcos的继任者, 经过数据优化处理后, Gaia将有能力最终以最优至 $10 \mu\text{as}$ 的精度进行天体测量观测^[7]. Gaia的核心科学目标是测量银河系约10亿颗恒星(银河系恒星数的百分之一)的自行、视差、视向速度和相关的恒星参数, 建立3维的银河系模型, 同时Gaia有能力在5 yr的工作寿命内探测约20000颗的长周期类木行星^[7]. 而国内正积极推进的天体测量空间卫星STEP(Search for Terrestrial Extra-solar Planet), 期望以最优至 $1 \mu\text{as}$ 的窄角天体测量精度来探测发现距离太阳15 pc内的类地行星.

本文第2节介绍天体测量法探测系外行星的原理; 第3节介绍寻找周期信号及进行轨道拟合中所采用的方法; 第4节将针对3个具体的算例(α Centauri A、HD 62509和GJ 876), 开展行星轨道参数反演研究; 第5节将对天体测量法探测系外行星中的问题进行讨论; 第6节为总结与展望.

2 天体测量法探测系外行星

2.1 天体测量法探测系外行星原理

天体测量可给出恒星的5个天体测量参量: 赤经(α), 赤纬(δ), 赤经自行(μ_α^*), 赤纬自行(μ_δ)和周年视差(ϖ). 当恒星存在行星围绕其公转, 行星会对恒星造成额外的一个小幅度的周期性椭圆摆动. 因此可通过测量恒星在天球上的位置变化来探测系外行星, 在恒星的运动中减去恒星自行与周年视差, 然后通过对残差进行细致的傅立叶分析后, 确认最强的周期信号为行星引力扰动造成, 最后再对行星进行轨道拟合.

行星对恒星造成的天体测量信号 α (Astrometric Signature)^[8]:

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{M_p a}{M_* d} = 5 \left(\frac{M_p}{M_{\text{Jupiter}}} \right) \left(\frac{M_*}{M_\odot} \right)^{-1} \left(\frac{a}{5 \text{ au}} \right) \left(\frac{d}{1 \text{ pc}} \right)^{-1} \text{ mas} \\ &= 3 \left(\frac{M_p}{M_{\text{Earth}}} \right) \left(\frac{M_*}{M_\odot} \right)^{-1} \left(\frac{a}{1 \text{ au}} \right) \left(\frac{d}{1 \text{ pc}} \right)^{-1} \mu\text{as},\end{aligned}\quad (1)$$

a 为行星的轨道半长径, d 为恒星离太阳的距离, M_* 为恒星的质量, M_p 为行星的质量. 木星质量行星在1 pc距离、5 au处围绕太阳质量恒星公转造成的天体测量信号为5 mas; 地球质量行星在1 pc距离、1 au处围绕太阳质量恒星公转造成的天体测量信号为3 μas .

由图2可知, 目前探测到的大多数系外行星的天体测量信号都小于1 mas, 而通过凌星法发现的系外行星的天体测量信号大部分小于 $1 \mu\text{as}$ ^[7]. 洋红色框表示Gaia在5 yr的工作期限内可以观测到轨道周期大于0.2 yr小于6 yr、天体测量信号大于 $10 \mu\text{as}$ 的行星^[7]; 靛蓝色框表示STEP预计能观测到轨道周期大于0.2 yr小于5 yr、天体测量信号大于 $1 \mu\text{as}$ 的行星.

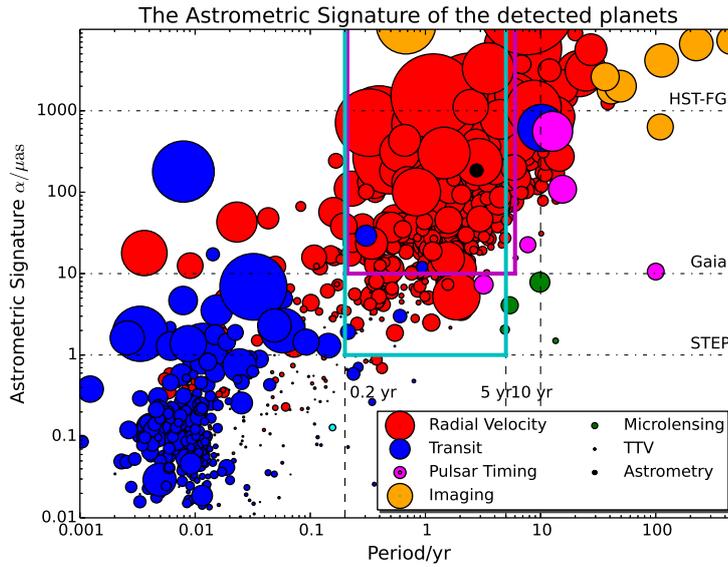


图 2 已探测到的系外行星的天体测量信号, 横坐标为行星的轨道周期, 纵坐标为行星的天体测量信号, 点的大小正比于行星的质量^[7]. HST-FGS (Fine Guidance Sensor)、Gaia和STEP的探测精度用点虚线标注.

Fig. 2 The astrometric signature of detected exoplanets. The x -coordinate indicates the period of planets, and the y -coordinate indicates the astrometric signature. The size of points is proportional to the planetary mass^[7]. The detective abilities of HST-FGS (Fine Guidance Sensor), Gaia, and STEP are presented by the dot-dashed lines.

系外行星围绕恒星运动的轨道参数定义见图3: 轨道半长径 a , 偏心率 e , 轨道倾角 i , 升交点经度 Ω , 近星点角距 ω 和过近星点时刻 τ . 选取天球切平面作为系外行星轨道的参考平面, 天球切平面与轨道平面的夹角定义为轨道倾角 $i(0^\circ \sim 90^\circ)$, 升交点经度 Ω 为两平面交线北点的位置角, 过近星点时刻 τ 由真近点角 $\nu(t)$ 表示^[8].

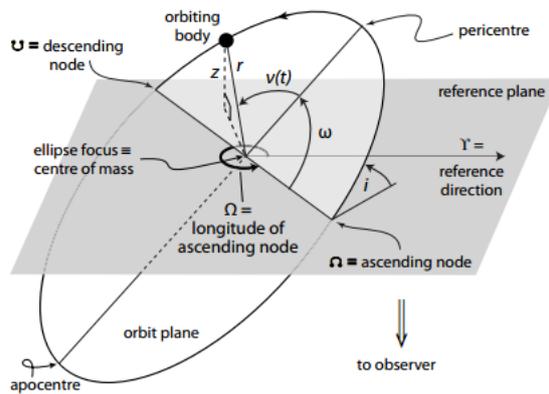


图 3 系外行星轨道参数的定义^[8]

Fig. 3 The definition of orbital elements of an exoplanet^[8]

将图3轨道根数($a, e, i, \Omega, \omega, \tau$)和轨道周期 P 、行星质量 m_p 转化为Thiele-Innes根数^[9]:

$$\left\{ \begin{array}{l} A = \alpha(\cos \omega \cos \Omega - \sin \omega \sin \Omega \cos i) \\ B = \alpha(\cos \omega \sin \Omega + \sin \omega \cos \Omega \cos i) \\ F = \alpha(-\sin \omega \cos \Omega - \cos \omega \sin \Omega \cos i) \\ G = \alpha(-\sin \omega \sin \Omega + \cos \omega \cos \Omega \cos i) \\ E(t) - e \sin E(t) = \frac{2\pi}{P}(t - \tau) \\ X = \cos E(t) - e \\ Y = \sqrt{1 - e^2} \sin E(t) \end{array} \right. , \quad (2)$$

在(2)式中 A, B, F, G 为Thiele-Innes根数, $E(t)$ 为行星的偏近点角.

对于存在 n 颗行星的系统, 如果行星之间的相互引力作用在观测时间内可以忽略(线性化), 则恒星在天球切平面上赤经、赤纬方向的变化分别为

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta\alpha(t) \cos \delta = \sum_{j=1}^n (B_j X_j + G_j Y_j) + \varpi \Pi_{\alpha,t} + \mu_{\alpha}^*(t - t_0) + \frac{1}{2} \dot{\mu}_{\alpha}^*(t - t_0)^2 + \dots, \\ \Delta\delta(t) = \sum_{j=1}^n (A_j X_j + F_j Y_j) + \varpi \Pi_{\delta,t} + \mu_{\delta}(t - t_0) + \frac{1}{2} \dot{\mu}_{\delta}(t - t_0)^2 + \dots, \end{array} \right. \quad (3)$$

$\Pi_{\alpha,t}$ 和 $\Pi_{\delta,t}$ 分别为赤经、赤纬方向上的视差因子, μ_{α}^* 和 μ_{δ} 为恒星自行的加速项. 对于绝大多数恒星, 在短时间的观测时间段内, 自行的加速项是可以忽略的. 因此采取上述的线性化模型, 共需要求解 $7n + 5$ 个参数, 含5个天体测量参数($\alpha, \delta, \mu_{\alpha}^*, \mu_{\delta}, \varpi$)和 n 颗行星各7个参数($P, e, i, \Omega, \omega, \tau, m_p$).

2.2 天体测量法与视向速度法结合

对于已由视向速度法发现的系外行星系统, 可通过下式来联合视向速度数据和天体测量数据进行同时拟合^[2]:

$$\frac{\alpha \sin i}{\varpi} = \frac{PK\sqrt{1 - e^2}}{2\pi}, \quad (4)$$

其中 K 为行星运动对恒星引起的视向速度半幅度(Radial Velocity Semi-Amplitude), 定义如下^[10]:

$$\begin{aligned} K &\equiv \frac{2\pi}{P} \frac{a_* \sin i}{(1 - e^2)^{1/2}} = \left(\frac{2\pi G}{P} \right)^{1/3} \frac{M_p \sin i}{(M_* + M_p)^{2/3}} \frac{1}{(1 - e^2)^{1/2}} \\ &\simeq 28.4 \left(\frac{P}{1 \text{ yr}} \right)^{-1/3} \left(\frac{M_p \sin i}{M_{\text{Jupiter}}} \right) \left(\frac{M_*}{M_{\odot}} \right)^{-2/3} \frac{1}{(1 - e^2)^{1/2}} \text{ ms}^{-1}, \end{aligned} \quad (5)$$

例如木星以周期为11.86 yr围绕太阳公转, 对太阳造成的视向速度半幅度为 12.5 ms^{-1} .

3 算法

3.1 Lomb-Scargle周期谱

视向速度数据和天体测量数据是时序信号数据, 对于非均匀采样的时序信号, 可以使用改进的快速傅立叶变换算法Lomb-Scargle周期谱, 找出周期信号^[11-12]

$$P_X(\omega) = \frac{1}{2} \left\{ \frac{[\sum_j X_j \cos \omega(t_j - \tau)]^2}{\sum_j \cos^2 \omega(t_j - \tau)} + \frac{[\sum_j X_j \sin \omega(t_j - \tau)]^2}{\sum_j \sin^2 \omega(t_j - \tau)} \right\}, \quad (6)$$

t_j 为时间, X_j 为时序信号, $P_X(\omega)$ 为Lomb-Scargle周期谱功率, τ 由下式计算所得:

$$\tan(2\omega\tau) = \left(\sum_j \sin 2\omega t_j \right) / \left(\sum_j \cos 2\omega t_j \right). \quad (7)$$

值得注意的是, Lomb-Scargle周期谱与使用正弦函数作最小二乘拟合得到的结果并无差别, 同时 $P_X(\omega)$ 并不代表真实的正弦信号拟合幅度, 而是代表信号的统计显著性^[12].

由于恒星自转周期、恒星活动性周期、行星间相互摄动、观测采样方案的周期性及行星轨道的偏心率, 甚至随机噪声也会引起周期谱中异常的信号峰(alias), 需要对周期谱中的alias进行辨认. Lomb-Scargle周期谱的FAP (False Alarm Probability)功率值 z_0 可由下式计算^[12]:

$$z_0 = -\ln[1 - (1 - p_0)^{1/N}], \quad (8)$$

p_0 为出现假信号的可能性, 即FAP, N 为选取的频率计算数目.

3.2 Markov Chain Monte Carlo (MCMC)

从观测数据中确认行星周期信号后, 需要对行星进行轨道拟合, 一般使用LM (Levenberg-Marquardt)算法^[13]或MCMC (Markov Chain Monte Carlo)算法^[14-17]进行轨道拟合, 求出行星的轨道参数. LM算法特点是计算速度快, 但容易得到局部最优解, 而MCMC算法能得到全局最优解, 但耗费时间长, 而本文的所举算例均使用MCMC算法进行轨道拟合. MCMC算法的原理可简单表示为

$$p(M_1|D, I) = \frac{p(M_1|I)p(D|M_1, I)}{p(D|I)}, \quad (9)$$

其中

$$p(D|M_1, I) = \int dP \int d\alpha \int de \int di \int d\Omega \int d\omega \int d\chi p(P, \alpha, e, i, \Omega, \omega, \chi|M_1, I) \times p(D|M_1, P, \alpha, e, i, \Omega, \omega, \chi, I), \quad (10)$$

χ 为归一化的行星过近星点时刻, M_1 表示恒星周围存在行星, $p(M_1|I)$ 为 M_1 的先验概率分布, $p(D|M_1, I)$ 为 M_1 的似然函数, $p(D|I)$ 为全局似然函数. $p(P, \alpha, e, i, \Omega, \omega, \chi|M_1, I)$ 为求解参数的先验概率之乘积, 积分的上下限由所求解的参数范围确定. 对于信噪比高的情况, 可以使用均匀分布作为求解参数的先验分布. 而对于信噪比低的情况, 则使用Jeffrey分布作为求解参数的先验分布^[15].

4 算例

为了说明拟合方法,本文中我们选取3个算例: α Centauri A、HD 62509和GJ 876. α Centauri A目前并没有发现有系外行星围绕,HD 62509则伴有1颗木星大小的行星,GJ 876则发现存在4颗行星.由文献[7]的表2可知Gaia在未来的5 yr任务中有可能分别对它们进行107次、52次和52次的观测(其单次观测精度为 $34.2 \mu\text{as}$).对于Hipparcos和Gaia这类广角巡天天体测量卫星,对某一天区的观测依赖于卫星本身的姿态与轨道^[18].在Gaia正式释放数据之前,其轨道与姿态及对某一天区的观测方案是不可知的,因此模拟数据中暂不考虑这些因素所带来的影响,而观测时刻是均匀分布随机生成的.对于窄角天体测量观测,通常需要有背景星定标,但在本文中我们不考虑这些数据的预处理过程,同时本文作为行星轨道拟合的示例,采用的恒星的视差与自行数据在拟合过程中视为恒值,不参与拟合,也不考虑星表本身所带来的误差.因此对于 n 颗行星的系统,这里只拟合 $7n$ 个参数.

4.1 α Centauri A

α Centauri是距离太阳最近的双星,距离仅为1.34 pc,同时 α Centauri还与比邻星(Proxima Centauri)组成三合星系统.2012年Dumusque等人通过视向速度发现 α Centauri B存在一颗地球大小、周期为3.2357 d的行星^[19],但在2016年Rajpaul等人却证实 α Centauri B b是不存在的,之前的行星信号是由于视向速度观测的窗函数所造成^[20],因此在这里我们不选取 α Centauri B b作为例子.

α Centauri A的光谱型与太阳均为G2V型^[21],质量为 $1.1 M_{\odot}$ ^[22],我们模拟产生了一颗海王星质量的行星b在3 au处的椭圆轨道围绕 α Centauri A公转(其他轨道根数预先假定或随机产生),加入Gaia单次天体测量观测的精度 $34.2 \mu\text{as}$ 的正态分布误差^[7],生成107组天体测量的模拟数据.因为 α Centauri双星的半长径为35.6 au,轨道周期为79.91 yr^[19],对于5 yr的观测来说影响较小,因此模拟数据中没有考虑另一颗恒星引力作用对模拟数据的影响.

由模拟数据得到图4的Lomb-Scargle周期谱,可以看到存在一个周期约为1750 d的周期信号,信号的FAP低于0.01%,因此可以认为是真实的周期信号,而非由于随机噪声引起.我们对这个信号进行MCMC模拟,得到表1中模拟行星b的拟合结果及拟合误差.值得注意的是,行星b的周期真值约1810 d,拟合值约1769 d,与Lomb-Scargle周期谱给出的值略有不同,这是由于Lomb-Scargle周期谱的低频率部分的分辨率不足和信噪比不高所造成.单独的天体测量观测存在简并性,升交点经度和近星点角距各有 $\pm 180^\circ$ 的不确定性,因此表1给出的是近星点经度(longitude of pericentre, $\varpi = \Omega + \omega$).同时拟合的是开普勒运动椭圆,过近星点时刻可由过特定时刻的平近点角 M_0 表示,采取的时刻是JD 2457023.5,即2015年1月1日0时0分(UTC),图5为归一化天体测量拟合曲线及拟合残差.

表 1 α Centauri A b 的拟合参数
Table 1 The fitting parameters of α Centauri A b

Parameter	true value ^a	fitting value	sigma
$\alpha/\mu\text{as}$	103.2	107.1	5.3
a/au	3.000	2.955	0.018
e	0.1000	0.2029	0.047
$i/(\circ)$	42.23	47.42	5.8
$\varpi/(\circ)^b$	347.2	332.9	16
$M_0/(\circ)$	110.2	98.27	9.2
P/d	1810	1769	52
M_p/M_{Neptune}	1.000	1.054	0.053

^a The true values are set in advance.

^b The longitude of pericentre $\varpi = \Omega + \omega$.

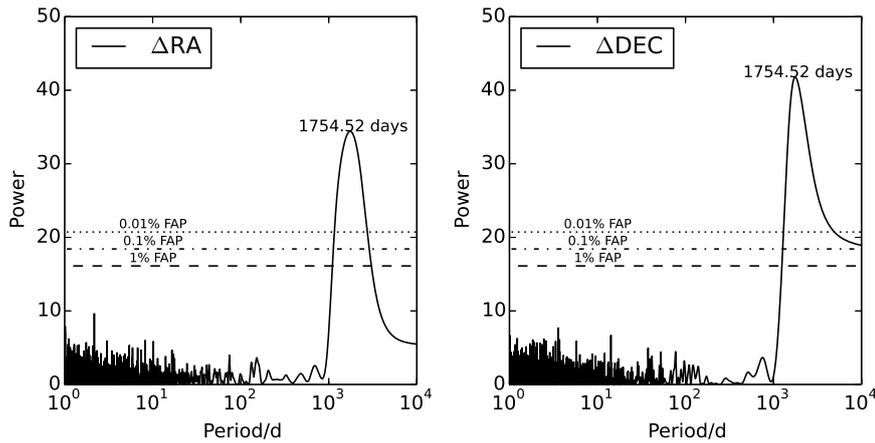


图 4 α Centauri A 的模拟天体测量数据的Lomb-Scargle周期谱, 其中存在一个1750 d左右的周期信号. 虚线表示1%的FAP, 点虚线表示0.1%的FAP, 点线表示0.01%的FAP.

Fig. 4 The Lomb-Sargle periodogram of mock astrometric data of α Centauri A. A 1750-day period exists in the periodogram. The 1%, 0.1%, and 0.01% of FAP are indicated by the dashed line, and dotted line, respectively.

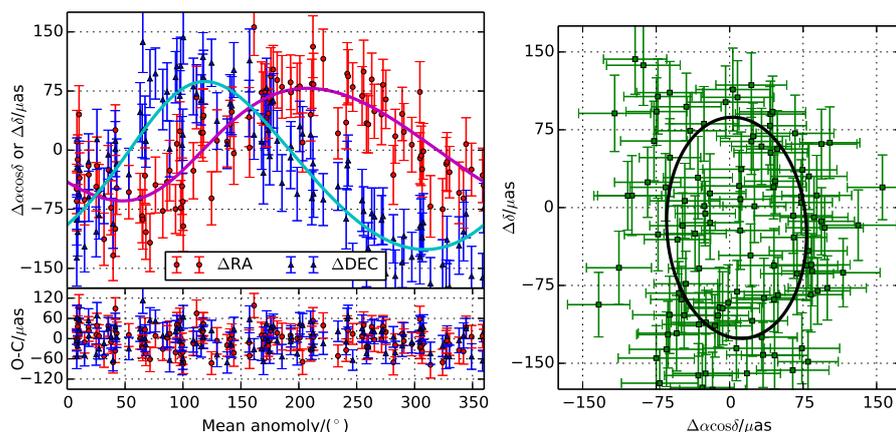


图 5 左: α Centauri A 的归一化天体测量拟合曲线和拟合行星 b 后的残差; 右: α Centauri A 的天体测量法拟合曲线

Fig. 5 Left: The normalized astrometric curve of α Centauri A and the residual after fitting planet b;
Right: The astrometric curve of α Centauri A

4.2 HD 62509

HD 62509 b 是一颗在 2006 年由 Reffert 等人通过视向速度法发现、围绕 K0III 型主星 HD 62509 的系外行星^[23]. HD 62509 b 的周期约 590 d, 半长径 1.69 au, 最小行星质量 $M_p \sin i$ 为 $2.9 M_{\text{Jupiter}}$. 生成模拟的天体测量数据, 并结合 Lick 的视向速度实测数据^[23], 计算 Lomb-Scargle 周期谱, 找到最强的周期信号, 对周期信号进行轨道拟合.

由图 6 和图 7 的 Lomb-Scargle 周期谱可以看到 Lick 视向速度数据和模拟的天体测量数据中存在一个约 590 d 的周期信号, 不同 FAP 对应的功率在图中表示. 对 HD 62509 的 Lick 视向速度数据, 结合模拟的天体测量数据通过 (4) 式, 使用 MCMC 算法进行拟合, 得到表 2 中拟合结果及拟合误差. 由于结合了视向速度数据, 天体测量观测中的升交点经度 Ω 和近星点角距 ω 可以唯一确定, 不再存在 $\pm 180^\circ$ 的不确定性. 近星点时刻用特定时刻的平近点角 M_0 表示, 采取时刻为 Lick 首次视向速度观测时刻 JD 2451808.39. 图 8 和图 9 分别为归一化视向速度法拟合曲线及拟合残差、归一化天体测量法拟合曲线及拟合残差.

表 2 HD 62509 b的拟合参数
Table 2 The fitting parameters of HD 62509 b

Parameter	true value ^a	fitting value	sigma
$K/(m/s)$	46.90	46.86	1.1
$\alpha/\mu as$	519.8	520.8	18
a/au	1.690	1.695	0.0079
e	0.06000	0.06470	0.012
$i/(\circ)^b$	28.19	28.10	0.81
$\Omega/(\circ)^b$	60.34	61.30	1.7
$\omega/(\circ)$	277.0	275.8	11
$M_0/(\circ)$	323.5	322.0	18
P/d	589.7	589.9	1.7
$M_p/M_{Jupiter}$	6.140	6.195	0.18

^a The true values are from Table 2 in Reference [23].

^b The inclination and longitude of the ascending node are generated randomly.

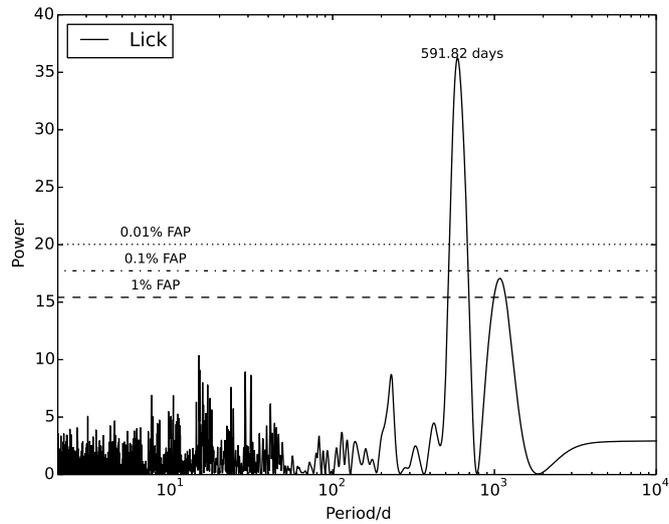


图 6 HD 62509的Lick视向速度观测数据的Lomb-Scargle周期谱, 其中存在一个590 d左右的周期信号. 虚线表示1%的FAP, 点虚线表示0.1%的FAP, 点线表示0.01%的FAP.

Fig. 6 The Lomb-Sargle periodogram of Lick radial velocity (RV) data of HD 62509. A 590-day period exists in the periodogram. The 1%, 0.1%, and 0.01% of FAP are indicated by the dashed line, dot-dashed line, and dotted line, respectively.

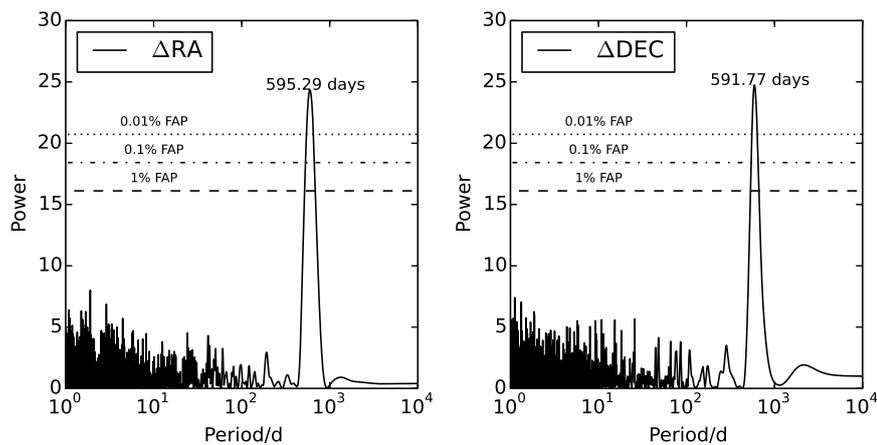


图 7 HD 62509的模拟天体测量数据的Lomb-Scargle周期谱, 其中存在一个590 d左右的周期信号. 虚线表示1%的FAP, 点虚线表示0.1%的FAP, 点线表示0.01%的FAP.

Fig. 7 The Lomb-Sargle periodogram of mock astrometric data of HD 62509. A 590-day period exists in the periodogram. The 1%, 0.1%, and 0.01% of FAP are indicated by the dashed line, dot-dashed line, and dotted line, respectively.

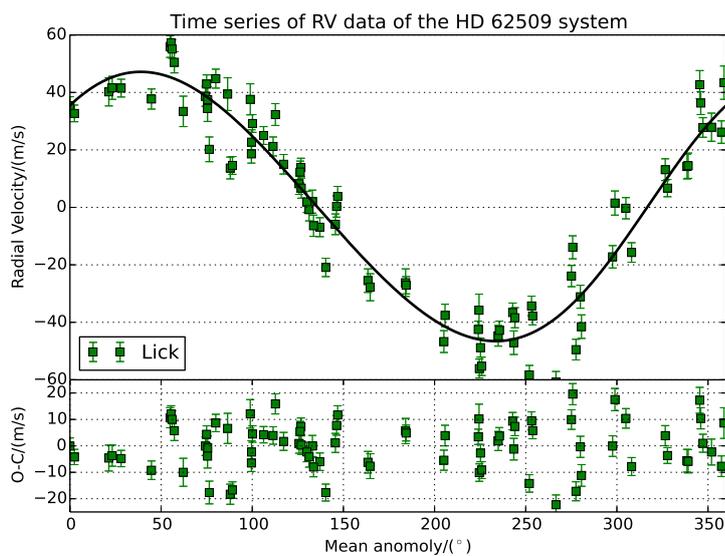


图 8 HD 62509的归一化视向速度拟合曲线和拟合行星b后的残差

Fig. 8 The normalized RV curve of HD 62509 and the residual after fitting planet b

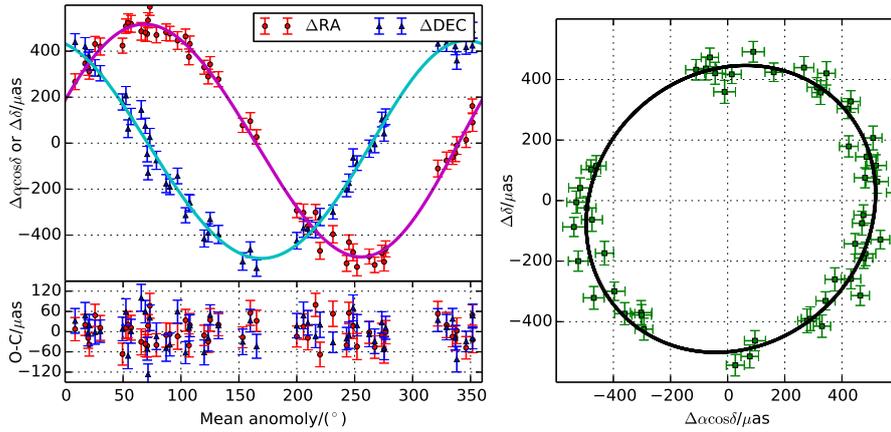


图9 左: HD 62509的归一化天体测量法拟合曲线和拟合行星b后的残差; 右: HD 62509的天体测量法拟合曲线

Fig.9 Left: The normalized astrometric curve of HD 62509 and the residual after fitting planet b; Right: The astrometric curve of HD 62509

4.3 GJ 876

GJ 876是距离地球4.689 pc^[24]的M4型恒星^[25], 通过长达20 yr的视向速度观测发现, GJ 876存在着4颗行星围绕其公转^[26-30]. GJ 876行星系统是距离地球最近的多行星系统, 是首个发现存在轨道共振(Mean Motion Resonance, MMR)的行星系统^[28], 同时也是首个发现存在拉普拉斯共振的系外行星系统^[30-32].

在GJ 876系统中, 除去以约2 d周期围绕GJ 876公转的行星d外, 行星c(周期约30 d)、行星b(周期约61 d)和行星e(周期约124 d)存在着4:2:1的拉普拉斯共振. 由于GJ 876系统中行星与行星间的相互摄动非常强烈, 传统的开普勒椭圆拟合无法很好拟合长达20 yr的视向速度观测数据. Laughlin等^[33]和Rivera等^[34]在2001年先后分别提出对GJ 876系统的N体积分牛顿动力学数值解, 在传统的LM算法上加入N体积分算法, 求出行星在特定时刻的轨道解, 从而降低视向速度数据拟合的 χ^2 .

而本文采取的是改进的开普勒椭圆拟合, 采用文献[30]中表3的N体积分牛顿动力学数值求解得到的轨道根数, 恒星质量为 $0.32 M_{\odot}$. 为了与文献[30]中的结果比较, 我们选取在JD 2450602.093至JD 2452428.093内生成52组模拟的天体测量数据, 再对其进行改进的开普勒椭圆拟合.

对于使用开普勒椭圆拟合天体测量数据, 需要拟合7个参数($\alpha, e, i, \Omega, \omega, M_0, m_p$), 而对于存在2:1轨道共振的行星系统, 近星点角距存在着快速的线性变化: $\dot{\omega} = |j_4|C_r e^{|j_4|-2} \cos \phi$ ^[35], 其中 ϕ 为共振角, j_4 为共振角中的系数, C_r 为含拉普拉斯系数的参数. 对于处于平运动共振的行星, 其共振角总是在一定范围内摆动, 等式右边可以视为恒值, 即位于2:1轨道共振的行星的近星点存在进动, 因此可以额外增加变量 $\dot{\omega}$ 共8个参数作为单行星的改进开普勒椭圆拟合, 改进的开普勒椭圆拟合本质上是一个不断进动的开普勒椭圆拟合. 根据文献[30]的表3, 行星b和行星c的天体测量信号分别为298 μas 和58 μas , 而行星d和行星e的天体测量信号分别只有0.28 μas 和9.64 μas , 远低于Gaia单次天体测量精度34.2 μas ^[7], 因此这里只对行星b和c进行共平面的改进开普勒椭圆拟合.

通过使用MCMC算法, 最终得到表3和表4中行星b与行星c的拟合结果, 可以看到使用改进的开普勒椭圆拟合有较好的拟合结果. 由于我们并没有加入GJ 876的视向速度数据进行拟合, 所以升交点经度 Ω 与近星点角距 ω 由近星点经度 ϖ 表示. 图10为行星b和c的天体测量法时序拟合曲线及拟合残差, 图11为行星b和c的天体测量法曲线及拟合残差.

表 3 GJ 876 b的拟合参数
Table 3 The fitting parameters of GJ 876 b

Parameter	true value ^a	fitting value	sigma
$\alpha/\mu\text{as}$	297.9	297.6	8.5
a/au	0.2083	0.2049	0.0024
e	0.03240	0.09640	0.013
$i/(\circ)$	59.00	57.14	2.1
$\varpi/(\circ)^b$	50.30	6.433	8.3
$\dot{\omega}/(\circ/\text{yr})$	-	-32.81	4.2
$M_0/(\circ)$	325.7	5.470	12
P/d	61.12	59.68	0.12
M_p/M_{Jupiter}	2.276	2.311	0.083

^a The true values are from Table [3] in Reference [30].

^b The longitude of pericentre $\varpi = \Omega + \omega$.

表 4 GJ 876 c的拟合参数
Table 4 The fitting parameters of GJ 876 c

Parameter	true value ^a	fitting value	sigma
$\alpha/\mu\text{as}$	58.15	39.65	6.0
a/au	0.1296	0.1293	0.0019
e	0.2559	0.3177	0.14
$i/(\circ)^b$	59.00	57.14	2.1
$\varpi/(\circ)^c$	48.76	118.6	30
$\dot{\omega}/(\circ/\text{yr})$	-	-3.202	21
$M_0/(\circ)$	294.6	192.7	32
P/d	30.09	30.00	0.15
M_p/M_{Jupiter}	0.7142	0.4880	0.074

^a The true values are from Table [3] in Reference [30].

^b The inclination is fixed same as the planet b.

^c The longitude of pericentre $\varpi = \Omega + \omega$.

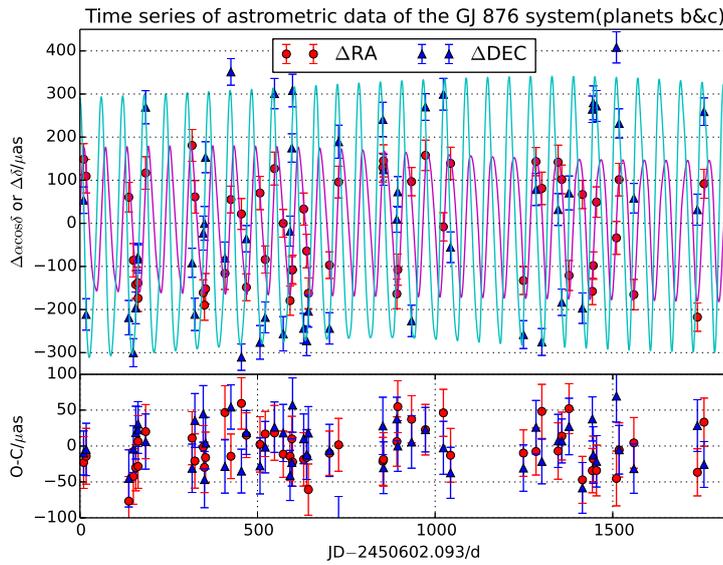


图 10 改进的开普勒拟合行星GJ 876 b和GJ 876 c天体测量法时序曲线及拟合残差

Fig. 10 The modified Keplerian astrometric curve of GJ 876 b and GJ 876 c and the fitting residual

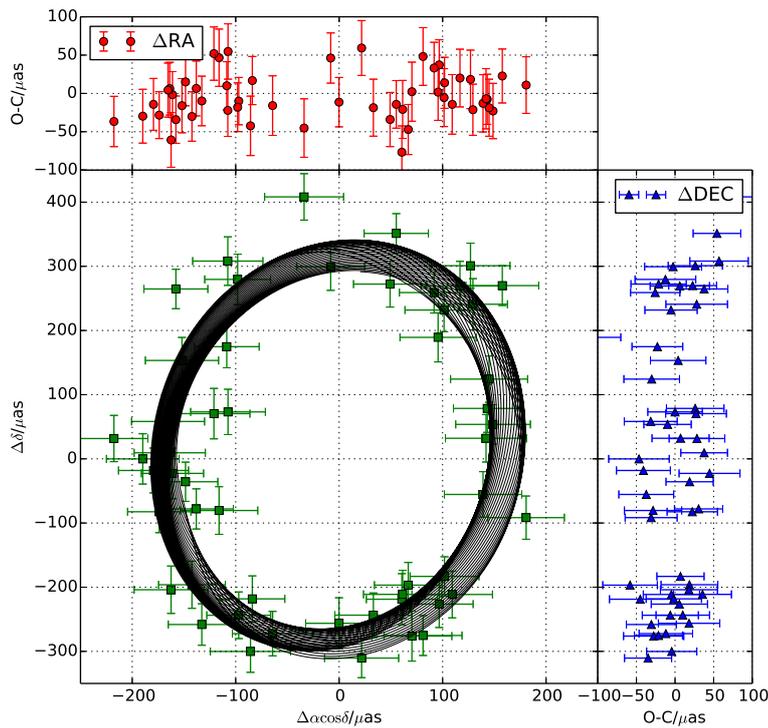


图 11 行星GJ 876 b和GJ 876 c改进的开普勒拟合曲线及拟合残差

Fig. 11 The modified Keplerian fitting curve of GJ 876 b and GJ 876 c and the fitting residual

5 讨论

5.1 观测采样方案的影响

Ford曾针对SIM (Space Interferometer Mission)的观测方案讨论到,对于定点的天体测量观测,不同的观测采样方案会对行星探测效率有不同的影响^[4].同时由于天体测量法探测系外行星首先要拟合出恒星的周年视差,而周年视差的周期为1 yr,天体测量法会降低轨道周期在1 yr附近行星的探测效率,因为围绕类太阳恒星的宜居带行星的轨道周期在1 yr左右,这对探测宜居带行星带来一定的困难^[4].

5.2 天体物理噪声

由于恒星表面的耀斑、黑子、米粒组织和非径向对流等,会造成恒星星像的抖动,造成图像光心的偏移.这类影响是恒星自身所固有的,因此称为天体物理噪声.天体物理噪声对视向速度和天体测量法均有影响,对于平静稳定的低自转恒星,天体物理噪声对其视向速度造成3-5 m/s的抖动,而对天体测量观测所造成的抖动的影响可由下式进行估计^[36-41]:

$$\sigma_{\text{pos}} = \frac{R_* \sigma_{\text{vR}}}{v \sin i} \simeq 0.49 R_* \sigma_{\text{m}}, \quad (11)$$

$$\sigma_{\text{vR}} \simeq 0.376 \sigma_{\text{m}} v \sin i \simeq 0.43 R_* \left(\frac{2\pi}{P_{\text{rot}}} \right) \sigma_{\text{m}}, \quad (12)$$

σ_{pos} 、 σ_{vR} 和 σ_{m} 分别是天体测量法、视向速度和星等均方根值. R_* 为恒星的半径, $v \sin i$ 为恒星自转速度径向投影, P_{rot} 为恒星的自转周期.

5.3 视差和自行的加速项

恒星在银河系中围绕银心不断运动,太阳也在以约2.5亿年的周期围绕银心运动,视差和自行是由于恒星相对太阳的位置和运动引起的.由于银河系恒星运动的复杂性,视差和自行并不是不变的.恒星的视差与自行有如下变化^[42]:

$$\dot{\mu} = -2 \frac{v_r}{A} \varpi \mu, \quad (13)$$

$$\dot{\varpi} = -\frac{v_r}{A} \varpi^2, \quad (14)$$

μ 为恒星的总自行, v_r 为恒星的视向速度, A 为天文单位.对于大多数恒星,短期内的天体测量观测中自行变化可以忽略,但对一些高自行的恒星,如Barnard星,必须考虑自行的加速项.

5.4 行星间引力作用

对于一些行星与行星间引力作用强烈的系统,行星间摄动在观测时段内造成的天体测量法变化较大,是不适合用(3)式进行轨道拟合的,例如GJ 876系统^[43-46]、55 Cnc系统^[47-49]等.对于这类行星间引力作用强烈的行星系统,传统的开普勒轨道解不能很好地拟合观测数据.对于存在轨道共振的系统,对于算例所示的GJ 876系统,改进的开普勒椭圆拟合有一定实用意义,但此方法不能普适于非共振的行星系统,因此求解N体积分的牛顿动力学数值轨道解有其必要性.

6 总结与展望

在本文中, 我们针对 α Centauri A、HD 62509和GJ 876系统, 基于Gaia单次天体测量法精度生成多组对应的仿真数据, 使用Lomb-Scargle周期谱分析行星轨道周期信号, 进而采用MCMC算法对3个行星系统进行轨道反演, 解算结果与行星的初始参数相吻合.

目前发现的大多数系外行星所造成的天体测量信号小于1 mas, 而地面的天体测量法精度难以达到1 mas以下, 但随着高精度的空间天体测量卫星的升空, 未来将有大量通过天体测量法被发现的系外行星. 哈勃空间望远镜(HST)上的FGS能以1 mas的天体测量法精度进行窄角天体测量法^[50], 詹姆斯韦伯空间望远镜(JWST)作为哈勃望远镜的继任者, 也会安装上FGS. Gaia在释放第1批数据后, 预期可发现大量长周期的类木行星. STEP预期有能力以1 μ as的窄角天体测量法精度发现距离太阳15 pc内的类地行星. 在2016年Gaia公布其观测数据后, 我们可以利用本文的行星3维轨道拟合方法来对Gaia的数据进行处理, 以发现更多的系外行星并开展科学研究. 另外在将来的工作中, 我们还将对行星轨道的拟合方法做进一步改进, 在行星开普勒解的基础上发展N体积分动力学数值轨道解, 这将有助于我们更好地了解系外行星系统.

参考文献

- [1] Mayor M, Queloz D. *Nature*, 1995, 378: 355
- [2] Muterspaugh M W, Lane B F, Kulkarni S R, et al. *AJ*, 2010, 140: 1657
- [3] Pourbaix D, Jorissen A. *A&AS*, 2000, 145: 161
- [4] Ford E B. *PASP*, 2004, 116: 1083
- [5] Makarov V V, Beichman C A, Catanzarite J H, et al. *ApJL*, 2009, 707: L73
- [6] Perryman M A C, Lindegren L, Kovalevsky J, et al. *A&A*, 1997, 323: L49
- [7] Perryman M, Hartman J, Lindegren L. *ApJ*, 2014, 797: 14
- [8] Perryman M. *The Exoplanet Handbook*. New York: Cambridge University Press, 2011
- [9] Kovalevsky J, Seidelmann P K. *Fundamentals of Astrometry*. New York: Cambridge University Press, 2004
- [10] Cumming A, Marcy G W, Butler R P. *ApJ*, 1999, 526: 890
- [11] Lomb N R. *A&SS*, 1976, 39: 447
- [12] Scargle J D. *ApJ*, 1982, 263: 835
- [13] Press W H, Teukolsky S A, Vetterling W T, et al. *Numerical Recipes*. New York: Cambridge University Press, 1992
- [14] Ford E B. *ApJ*, 2006, 642: 505
- [15] Gregory P. *Bayesian Logical Data Analysis for the Physical Sciences: A Comparative Approach with Mathematica® Support*. New York: Cambridge University Press, 2005
- [16] Gregory P C. *MNRAS*, 2007, 381: 1607
- [17] Gregory P C. *MNRAS*, 2007, 374: 1321
- [18] Lattanzi M G, Spagna A, Sozzetti A, et al. *MNRAS*, 2000, 317: 211
- [19] Dumusque X, Pepe F, Lovis C, et al. *Nature*, 2012, 491: 207
- [20] Rajpaul V, Aigrain S, Roberts S. *MNRAS*, 2016, 456: L6
- [21] Hoffleit D, Jaschek C. *The Bright Star Catalogue*. 5th ed. New Haven: Yale University Observatory, 1991
- [22] Kervella P, Thévenin F, Ségransan D, et al. *A&A*, 2003, 404: 1087
- [23] Reffert S, Quirrenbach A, Mitchell D S, et al. *ApJ*, 2006, 652: 661
- [24] Van Leeuwen F. *A&A*, 2007, 474: 653

- [25] von Braun K, Boyajian T S, van Belle G T, et al. MNRAS, 2014, 438: 2413
- [26] Marcy G W, Butler R P, Vogt S S, et al. ApJL, 1998, 505: 147
- [27] Delfosse X, Forveille T, Beuzit J L, et al. arXiv: astro-ph/9812008, 1998
- [28] Marcy G W, Butler R P, Fischer D, et al. ApJ, 2001, 556: 296
- [29] Rivera E J, Lissauer J J, Butler R P, et al. ApJ, 2005, 634: 625
- [30] Rivera E J, Laughlin G, Butler R P, et al. ApJ, 2010, 719: 890
- [31] Wang S, Ji J, Zhou J L. ApJ, 2012, 753: 170
- [32] Wang S, Ji J. ApJ, 2014, 795: 85
- [33] Laughlin G, Chambers J E. ApJL, 2001, 551: 109
- [34] Rivera E J, Lissauer J J. ApJ, 2001, 558: 392
- [35] Murray C D, Dermott S F. Solar System Dynamics. New York: Cambridge University Press, 1999
- [36] Saar S H, Donahue R A. ApJ, 1997, 485: 319
- [37] Queloz D. 11th Cambridge Workshop on Cool Stars, Stellar Systems and the Sun, 2001, 223: 59
- [38] Henry G W, Donahue R A, Baliunas S L. ApJL, 2002, 577: 111
- [39] Saar S, Seager S. arXiv: astro-ph/0305436, 2003
- [40] Hatzes A P. AN, 2002, 323: 392
- [41] Paulson D B, Cochran W D, Hatzes A P. AJ, 2004, 127: 3579
- [42] Dravins D, Gullberg D, Lindegren L, et al. ASPC, 1999, 185: 41
- [43] Ji J, Li G, Liu L. ApJ, 2002, 572: 1041
- [44] Ji J, Liu L, Kinoshita H, et al. ApJL, 2003, 591: 57
- [45] 季江徽, 刘林. 天文学报, 2006, 47: 402
- [46] Ji J H, Liu L. ChA&A, 2007, 31: 187
- [47] Ji J H, Kinoshita H, Liu L, et al. ApJL, 2003, 585: 139
- [48] Ji J H, Kinoshita H, Liu L, et al. RAA, 2009, 9: 703
- [49] Ji J H, Lin L, Zhou J L, et al. ChA&A, 2003, 27: 127
- [50] Nelan E P, Lupie O L, McArthur B, et al. SPIE, 1998: 237

Analogue Simulation and Orbital Solving Algorithm of Astrometric Exoplanet Detection

HUANG Ping-hui^{1,2,3} JI Jiang-hui^{1,2}

(1 Purple Mountain Observatory, Chinese Academy of Sciences, Nanjing 210008)

(2 Key Laboratory of Planetary Sciences, Chinese Academy of Sciences, Nanjing 210008)

(3 University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049)

ABSTRACT Astrometry is an effective method to detect exoplanets. It has many advantages that other detection methods do not bear, such as providing three dimensional planetary orbit and determining the planetary mass. Astrometry will enrich the sample of exoplanets. As the high-precision astrometric satellite Gaia (Global Astrometry interferometer for Astrophysics) was launched in 2013, there will be abundant long-period Jupiter-size planets to be discovered by Gaia. In this paper, we specify the α Centauri A, HD 62509, and GJ 876 systems, and generate the synthetic astrometric data with the single astrometric precision of Gaia. Then we use the Lomb-Scargle periodogram to analyse the signature of planets and the Markov Chain Monte Carlo (MCMC) algorithm to fit the orbit of planets. The simulation results are well coincide with the initial solutions.

Key words astrometry, planets and satellites: evolution, astrometric satellites: Hipparcos, Gaia, methods: Lomb-Scargle periodogram, Markov Chain Monte Carlo (MCMC)