



数控机床高速微线段插补算法与自适应前瞻处理

张立先^{①②*}, 孙瑞勇^{①②}, 高小山^①, 李洪波^①

① 中国科学院数学与系统科学研究院数学机械化重点实验室, 北京 100190;

② 中国科学院研究生院, 北京 100049

* E-mail: shadowfly12@126.com

收稿日期: 2010-06-28; 接受日期: 2011-01-14

国家自然科学基金(批准号: 60821002, 10871195, 10925105)、国家重点基础研究计划(批准号: 2011CB302400)、科技重大专项“高档数控机床与基础制造装备”和中科院知识创新工程“基于数学机械化方法的高档数控系统研制”项目资助

摘要 数控加工在机械制造领域具有举足轻重的作用, 如何在满足加工精度和机床加速度约束的前提下提高加工速度是数控加工的一个关键问题. 在由 G01 代码产生的连续微小直线段加工中, 通过线段连接处的速度是制约加工速度的瓶颈. 本文提出一种在直线加减速方式下, 满足加工精度要求, 充分利用机床各驱动轴最大加速能力用多个插补周期进行拐角过渡的方法, 来提高线段连接处的通过速度. 该方法在一定意义下实现了时间最优加工. 本文还提出一种新的前瞻处理与动态修调方法, 有效提高了整体加工速度. 以上算法在蓝天数控系统上进行了实际加工验证. 与若干已有算法相比, 根据机床加工参数不同, 加工速度提高了 50%~180%; 同时获得较好的加工质量; 算法能够满足实时在线加工需求.

关键词
数控机床
微线段
多周期过渡
前瞻处理
实时插补
修调

数控机床(CNC)在加工复杂曲面时, 通常根据设定的精度, 把被加工曲面离散为大量的空间小直线段, 也称为 G01 代码. 在对小直线段进行加工时, 小直线段连接处(简称“拐角”)加工速度方向会有突变, 若高速通过拐角, 可能超出机床各驱动轴的最大加速度而产生振动, 缩短机床寿命, 同时降低被加工产品的质量. 简单的想法是将拐角处的加工速度降为零, 但这种方法的加工速度受到极大限制, 降低生产效率; 同时频繁的启停动作容易产生机床振动, 导致被加工曲面质量降低. 因此, 如何在满足产品的加工精度和机床各驱动轴最大加速度的约束下, 尽可能地提高加工速度是数控机床实现高速和高精度加工的重要研究内容.

目前, 数控机床中对微小直线段插补的方法主要有: 传统的小直线段插补方法, 即拐角通过速度为

零, 该插补控制方法的加工速度很低, 不适应大规模生产加工. 另外一种方法是拐角处等速率过渡或角平分线过渡插补方法^[1], 即拐角开始速率和拐角结束速率大小相等且根据机床各个驱动轴的加速度确定. 该方法虽然避免了数控机床的频繁起停, 但没有充分利用机床各驱动轴的加速能力. 因此其整体加工速度还有提高的余地. 此外还有拐角处用 Ferguson 样条或者圆弧过渡的方法^[2, 3], 该方法拐角处的插补时间虽然是多个插补周期, 但由于其直接确定了刀具在拐角处的加工轨迹, 同样没有充分利用数控机床各个驱动轴的最大加速能力.

近年来, 样条插补^[4-7]是数控插补控制领域的研究热点, 文献^[6-8]中考虑了在机床各驱动轴最大加速与加加速能力下样条曲线的最优插补控制方法, 然而对于三次及三次以上的高阶次样条曲线该方法的

运动规划计算较为复杂. 为了降低计算复杂度, 实现加工速度的最优控制, 文献[4, 9]分别通过对 G01 代码表示的小直线段进行二次曲线拟合和 NURBS 曲线拟合, 降低了 CAD 与 CNC 系统之间的数据传输量, 并且降低了计算复杂度, 总体上提高了加工速度和精度. 文献[10]考虑了给定加工误差下样条路径的最优插补算法. 总体上, 样条插补具有数据少、路径光滑的优点, G01 代码具有表示与计算简单的特点. 而且 G01 代码作为工业标准多年, 已经存在大量的用 G01 代码描述的实际工件. 因此研究 G01 代码的新的更好的插补算法也是非常重要的.

基于以上分析, 拐角速度是限制连续微小直线段插补速度的关键原因所在, 本文提出基于连续微小直线段的拐角多周期过渡的插补算法, 即在拐角处采用多插补周期进行过渡(如图 1 所示), 拐角过渡时每个插补周期的加速度根据“充分利用机床各驱动轴的最大加速度”的原则确定(在第 1 节进行详细介绍), 从一定程度上提高了拐角处的速度. 同时根据加工精度要求确定拐角多周期过渡的插补时间, 以使拐角过渡产生的加工误差满足加工精度的要求. 此外, 加工过程中机床各驱动轴的加速度严格限制在允许范围之内, 可以有效降低机床的振动, 从而保证被加工表面的质量. 拐角速度大小等插补参数可以通过拐角过渡的插补时间统一调整, 计算简单. 拐角多周期过渡的方法中所有的计算均是显式计算, 计算速度快, 能够满足实时插补的需要. 同时采用前瞻处理方法, 使得每条小直线段一端的速度能够以机床最大加、减速能力达到另一端速度. 即在机床最大加、减速能力限制下以最优的规划算法调整拐角处的通过速度. 本算法在以上约束下整体可达到最优.

本文主要研究在直线加减速方式下如何充分利用机床最大加速度达到某种最优. 但是直线加减速方式在直线段和拐角连接处会存在加速度突变点. 为了更好的符合机床伺服瞬态特性, 后续工作在此基础上采用 S 型加减速方式进行速度规划^[11]. 另一方面, 对于加工精度要求较低的加工对象, 直线加减速的控制方式不仅加工速度快, 而且计算简单, 可以有效提高前瞻处理的段数. 因此该算法可以作为粗加工或者对加工精度和加工速度权衡的选择之一. 此外, 在数控加工中, 经常需要调节最大加工速度以满足实际加工的需要, 然而加工速度的改变可能会影响之前的前瞻处理结果, 因此我们也在前瞻算法

中考虑并解决了因最大加工速度改变而对前瞻处理产生的影响.

本文结构安排如下: 第 1 节以二轴机床为例介绍了拐角多周期过渡算法, 并与单周期匀速率过渡算法得到的拐角速度进行了对比, 得到了一些重要理论结果, 同时把该算法推广到三轴和五轴数控机床; 第 2 节给出了基于拐角多周期过渡方法的前瞻处理方法; 第 3 节介绍当最大加工速度改变时, 如何修改前瞻处理的结果, 以满足在线实时修调的要求. 第 4 节介绍实时插补计算方法; 第 5 节介绍了实际加工验证的例子和实验结果, 证明了该方法的有效性.

1 拐角多周期过渡算法

在连续微小直线段插补加工时, 为了提高拐角处的通过速度, 本文通过利用机床各驱动轴的最大加速度得到尽可能大的拐角速度. 该方法适用二轴~五轴的数控机床, 本节主要以二轴机床为例进行详细介绍. 同时通过 1.2 节中的定理 1 和定理 2 证明了连续微小直线段在同向角情况时, 该方法得到的拐角速度是最优的, 在反向角情况时, 该方法得到的拐角速度在定理 2 中的优化函数下是最优的. 另外根据加工误差确定拐角过渡的插补时间, 使得该插补方法满足加工精度的要求. 最后简单介绍了三轴和五轴加工时本方法的主要实现过程.

1.1 固定加速度拐角单插补周期过渡的基本公式

图 1 是本文拐角多周期过渡插补示意图, 图中实点表示实际插补轨迹点. (v_s, v_e) 是拐角开始速率和拐角结束速率, S 是拐角插补开始位置, E 是拐角插补结束位置, 称 SP 所在直线段为拐角前直线段, EP 所在

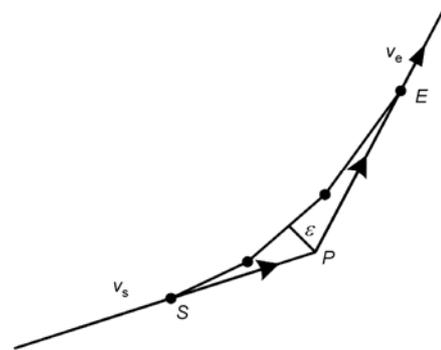


图 1 拐角多周期过渡插补示意图

直线段为拐角后直线段, ε 是多周期过渡拐角时实际插补点偏离原始路径产生的误差。

本文采用以固定加速度通过拐角, 其合理性将在 1.2, 1.3 节进一步解释, 设拐角过渡时的加速度为 \mathbf{a} , 根据速度和加速度关系知

$$v_e \mathbf{e}_e - v_s \mathbf{e}_s = \mathbf{a} \cdot t_m, \quad (1)$$

其中 $\mathbf{e}_s, \mathbf{e}_e$ 表示拐角开始速度和拐角结束速度的单位方向向量, 分别与拐角前直线段和拐角后直线段共线, t_m 是拐角插补时间. (1)式两端同时叉乘 \mathbf{e}_e 可得拐角开始速率与加速度 \mathbf{a} 的关系是

$$v_s = t_m \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{e}_e) / (\mathbf{e}_e \times \mathbf{e}_s), \quad (2)$$

(1)式两端同时叉乘 \mathbf{e}_s 可得拐角结束速率与加速度 \mathbf{a} 的关系是

$$v_e = t_m \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{e}_s) / (\mathbf{e}_e \times \mathbf{e}_s). \quad (3)$$

为了保证拐角多周期过渡插补时第一个插补点 S 位于当前直线段上, 且最后一个插补点 P 位于下一条直线段上, 如图 1 所示, 以 P 点为坐标系原点, 拐角处插补的位移公式为

$$l_e \mathbf{e}_e = -l_s \mathbf{e}_s + v_s \mathbf{e}_s \cdot t_m + 0.5 \mathbf{a} t_m^2, \quad (4)$$

其中, $l_s = |SP|, l_e = |EP|$ 在此称为拐角开始距离和拐角结束距离. 等式(4)两端同时叉乘 \mathbf{e}_s 并根据(3)式得

$$l_e = (\mathbf{a} \times \mathbf{e}_s) t_m^2 / (2 \mathbf{e}_e \times \mathbf{e}_s) = v_e t_m / 2, \quad (5)$$

等式(4)两端同时叉乘 \mathbf{e}_e 根据(2)式并整理得

$$l_s = v_s t - (\mathbf{a} \times \mathbf{e}_e) t_m^2 / (2 \mathbf{e}_e \times \mathbf{e}_s) = v_s t_m / 2. \quad (6)$$

由(2)和(3)式可知当 \mathbf{a} 确定时, v_s, v_e 与 t_m 成正比, 把(2)和(3)式分别代入(6)和(5)式中可以看出, 当 \mathbf{a} 确定时, l_s, l_e 与 t_m^2 成正比. 因此当 \mathbf{a} 确定后, 可以通过调整单一参数即 t_m 的大小, 实现对 v_s, v_e 和 l_s, l_e 的调整. 该特点使得后续前瞻处理过程简单便捷。

1.2 二轴数控加工的单周期最优拐角过渡方式

本节考虑驱动轴是线性轴的二轴数控机床, 设 x 方向驱动轴的正, 反向最大加速度值相等均为 A_x , y 方向驱动轴的正, 反向最大加速度值相等均为 A_y , 则在加工中满足机床 x 和 y 轴的最大加速度要求的加速度取值范围为图 2 中的矩形区域, 称之为**加速度矩形**, 其中原点与矩形顶点的连线称为半对角线. 而 $v_s \mathbf{e}_s, v_e \mathbf{e}_e$ 与该矩形位于同一平面, 根据(2)式, $v_s \geq 0$ 的条件是矢量 $\mathbf{u} = (\mathbf{a} \times \mathbf{e}_e)$ 和 $\mathbf{v} = (\mathbf{e}_e \times \mathbf{e}_s)$ 同方向, 即 \mathbf{a}

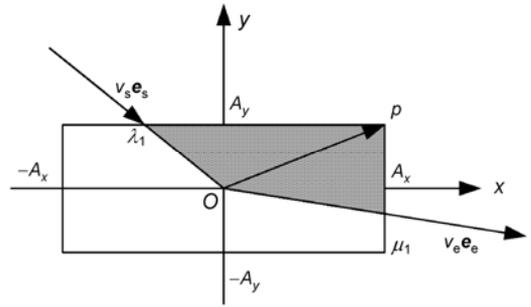


图 2 拐角加速度允许多边形

与 \mathbf{e}_s 分别位于 \mathbf{e}_e 的异侧. 根据式(3), $v_e \geq 0$ 的条件是矢量 $\mathbf{u}' = (\mathbf{a} \times \mathbf{e}_s)$, $\mathbf{v}' = (\mathbf{e}_e \times \mathbf{e}_s)$ 同方向, 即 \mathbf{a} 与 \mathbf{e}_e 位于 \mathbf{e}_s 的同侧. 由此得到如下结论。

命题 1. 拐角加速度允许取值范围是拐角前直线段和拐角后直线段所构成的小于 180° 的夹角范围与加速度矩形的相交区域, 称为**加速度允许多边形**.

命题 1 中所述拐角加速度允许多边形是满足使拐角开始速率和拐角结束速率同时大于零的拐角加速度取值区域, 根据(2)和(3)式可证, 如图 2 所示阴影部分。

接着定义同向角和反向角: **同向角**指拐角开始速度矢量与拐角结束速度矢量的 x 和 y 轴分量符号分别相同; **反向角**指拐角开始速度矢量与拐角结束速度矢量的 x 或 y 轴的分量符号相反. 若拐角开始速度(拐角结束速度)的 x 或 y 轴的分量为零, 则规定该分量符号与拐角结束速度(拐角开始速度)的 x 或 y 轴的分量符号相同. 如图 3 所示, 1 是拐角开始速度方向, 2, 3, 4 是拐角结束速度方向. 由图可知 1, 2, 3, 4 的 x 和 y 轴分量符号分别为 $(+, -), (+, -), (+, +), (+, -)$, 因此, (1, 2)和(1, 4)构成同向角, (1, 3)构成反向角。

考虑当拐角插补时间是一个插补周期 $t_m = T$ 时, 使 v_s, v_e 最优的 \mathbf{a} 的取值, 即确定单周期最优拐角过渡方式, 其中 T 表示数控机床的一个插补周期. 由上

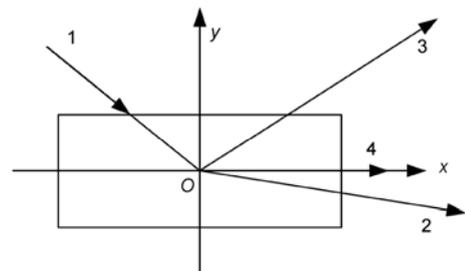


图 3 同向角和反向角

节(2)和(3)式可知, 当 t_m 一定时, v_s, v_e 的大小与 \mathbf{a} 的选取有关. 在如图 2 所示坐标系中 \mathbf{a} 可写成

$$\mathbf{a} = \lambda A_x \mathbf{e}_x + \mu A_y \mathbf{e}_y, \quad (7)$$

其中 $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y$ 表示 x 和 y 方向的单位矢量. 在图 2 所示情况中, 拐角加速度的取值范围如图中阴影部分所示, 此时 $\lambda \in [\lambda_1, 1], \mu \in [\mu_1, 1]$. 把(7)式代入(2)式中得

$$v_s = \frac{T \cdot (\lambda A_x \mathbf{e}_x \times \mathbf{e}_e)}{(\mathbf{e}_e \times \mathbf{e}_s)} + \frac{T \cdot (\mu A_y \mathbf{e}_y \times \mathbf{e}_e)}{(\mathbf{e}_e \times \mathbf{e}_s)}. \quad (8)$$

上式右端第一和第二项因子符号均大于零, 所以当 $\lambda=1, \mu=1$ 时, (8)式取值最大, 即拐角开始速率最大. 同理, 将(7)式代入(3)式中得

$$v_e = \frac{T \cdot (\lambda A_x \mathbf{e}_x \times \mathbf{e}_s)}{(\mathbf{e}_e \times \mathbf{e}_s)} + \frac{T \cdot (\mu A_y \mathbf{e}_y \times \mathbf{e}_s)}{(\mathbf{e}_e \times \mathbf{e}_s)}. \quad (9)$$

上式右端第一和第二项因子符号也均大于零, 所以当 $\lambda=1, \mu=1$ 时, 拐角结束速率也最大. 由此得到如下结果.

定理 1. 对于同向角, 当拐角插补时间是一个插补周期时, 拐角加速度允许取值范围内的一个半对角线所对应的拐角加速度使得拐角开始速率和拐角结束速率同时最大, 且该半对角线分别与拐角前直线段和拐角后直线段位于不同的象限.

证明. 根据同向角的定义结合(8)和(9)式可知, v_s, v_e 随 \mathbf{a} 的变化具有相同的单调性, 即(8)和(9)式右端对应项因子的符号相同. 因此, 通过恰当的选取拐角加速度可以使得拐角开始速率与拐角结束速率同时最大.

同向角的定义在几何上可以理解为拐角前直线段和拐角后直线段位于不相邻的象限. 因此在拐角加速度取值范围内至少包含加速度矩形的一个半对角线. 由(2)和(3)式可知 v_s, v_e 是关于 \mathbf{a} 的线性函数, 因此拐角加速度在加速度矩形边界上取时使 v_s, v_e 最大.

由(2)和(3)式可知,

$$d_s = \mathbf{a} \times \mathbf{e}_e = |\mathbf{a}| \cdot |\mathbf{e}_e| \cdot \sin \theta_e = |\mathbf{a}| \cdot \sin \theta_e,$$

$$d_e = \mathbf{a} \times \mathbf{e}_s = |\mathbf{a}| \cdot |\mathbf{e}_s| \cdot \sin \theta_s = |\mathbf{a}| \cdot \sin \theta_s,$$

其中 θ_s, θ_e 表示拐角加速度分别与拐角结束速度和拐角开始速度的夹角, d_s, d_e 表示拐角加速度对应点分别到拐角结束速度方向和拐角开始速度方向的距离, 当 $t_m=T$ 时, v_s, v_e 分别与 d_s, d_e 成正比. 根据拐角加速度取值范围与拐角开始速度方向和拐角结束速度方

向的几何关系可知, 在拐角加速度取值范围内, 拐角加速度取与拐角前直线段和拐角后直线段位于不同象限的半对角线处时使 d_s, d_e 也即 v_s, v_e 同时最大. 由于该拐角加速度满足机床各驱动轴最大加速度限制, 且使得拐角开始速率和拐角结束速率同时达到最大值, 因此称之为**最优拐角加速度**.

对于拐角处等速率过渡插补方法^[3], 拐角开始速率和拐角结束速率相等, 计算公式为

$$v \cdot (\mathbf{e}_e - \mathbf{e}_s) = \mathbf{a} \cdot t_m. \quad (10)$$

因此拐角加速度 \mathbf{a} 与矢量 $\mathbf{e}_e - \mathbf{e}_s$ 同方向, 即拐角加速度位于拐角的角平分线与加速度矩形的交点处, 因此将拐角处等速率过渡插补方法也即“角平分线方法”, 如图 4 所示.

根据定理 1, 拐角加速度取图中的 \mathbf{a}' 时拐角开始速率和拐角结束速率同时达到最大, 均大于拐角加速度取 \mathbf{a} 时得到的拐角开始速率和拐角结束速率. 因此在同向角情况中, 本方法得到的拐角开始速率和结束速率是最优的.

通过例子对这两种方法得到的拐角开始速率和拐角结束速率进行对比. 设机床 x 轴, y 轴的最大加速度分别是 $2.9, 1 \text{ m/s}^2$, 插补周期是 1 ms , 拐角与加速度矩形的几何位置关系如图 5 所示, 拐角前直线段与 x 轴夹角是 $-\pi/6$, 拐角大小为 $\pi - \theta$.

当拐角后直线段与 x 轴的夹角取值范围为 $(-\pi/6,$

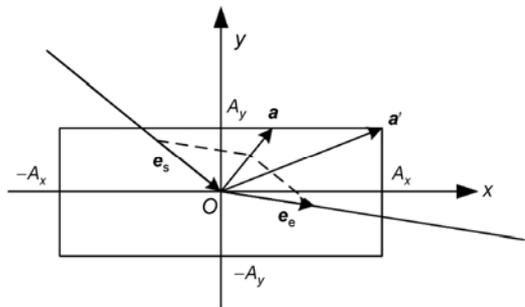


图 4 “角平分线方法”过渡与最优拐角过渡加速度取值

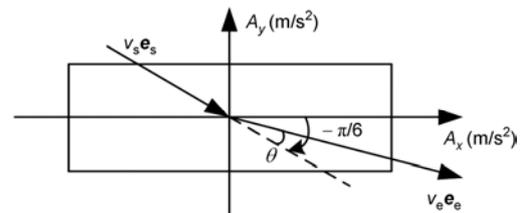


图 5 拐角与加速度矩形的几何位置关系

0), 即拐角为同向角时, 这两种方法得到的拐角开始速率与拐角结束速率之和的比例 $((v_s+v_e)/2v)$ 随 θ 变化的曲线图如图 6 所示. 其中横坐标表示 θ 大小, 纵坐标表示 $(v_s+v_e)/2v$ 的大小. 由图可以看出, 最优拐角过渡方式得到的拐角开始速率和拐角结束速率之和约是“角平分线方法”得到的拐角速率之和的 2.4~3.3 倍.

对于反向角, 根据反向角定义并对比(8)和(9)式右端的各项系数, 在拐角加速度取值范围内拐角开始速率与拐角结束速率不能同时取最大值. 因此, 根据优化函数 $f = v_s+v_e$ 来确定反向角的拐角加速度, 进而根据(2)和(3)式计算拐角开始速率和拐角结束速率.

拐角开始速度和拐角结束速度的单位方向向量可以写成分量形式:

$$e_s = \alpha_s e_x + \beta_s e_y, \quad (11)$$

$$e_e = \alpha_e e_x + \beta_e e_y, \quad (12)$$

其中 $(\alpha_s, \beta_s), (\alpha_e, \beta_e)$ 分别表示 e_s, e_e 在 x 和 y 轴的分量. 把(11)和(12)式分别代入(9)和(8)式中, 根据优化函数并化简为

$$f = [\mu(\alpha_e + \alpha_s)A_y - \lambda(\beta_e + \beta_s)A_x]T, \quad (13)$$

其中 $\lambda \in [\lambda_1, \lambda_2], \mu \in [\mu_1, \mu_2], |\lambda_i| \leq 1, |\mu_i| \leq 1 (i=1,2)$. (13)式是线性规划问题, 最大值在加速度允许多边形的顶点取到. 根据 $(\alpha_s, \beta_s), (\alpha_e, \beta_e)$ 便可得到使 $f = v_s+v_e$ 最大的 λ, μ , 将 λ, μ 代入(7)式得到反向角过渡的最优拐角加速度.

对于同向角, 最优拐角加速度使得拐角开始速率和拐角结束速率同时达到最大, 因此同样满足优化函数 $f = v_s+v_e$, 因此有如下结果.

定理 2. 本节所求拐角加速度在优化函数 $f = v_s+v_e$ 下是最优的.

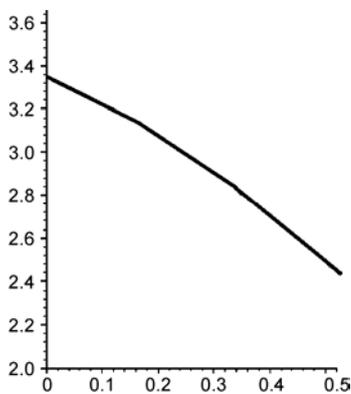


图 6 同向角情况, $(v_s+v_e)/2v$ 随 θ 变化关系图

1.3 多周期拐角过渡

上节所确定的单周期拐角过渡的固定拐角加速度 a 使得同向角的拐角速度最优, 反向角的拐角速度关于优化函数 $f = v_s+v_e$ 最优, 根据(2)和(3)式可知, 当 a 确定时, v_s, v_e 与 t_m 成正比, 因此多周期拐角过渡时, 由上节所述方法确定的拐角加速度同样满足同向角和反向角的最优结论. 为了提高拐角的通过速率, 采用多周期拐角过渡, 且每个插补周期的拐角加速度均相同, 由上节所述方法确定. 为了保证拐角处的插补精度, 拐角插补时间根据最大加工误差、最大加工速度和最大拐角距离确定.

拐角多周期过渡方式能够保证拐角处的形状误差如下.

命题 2. 拐角处采用多周期过渡方式插补时, 插补轨迹是三角形 SPE 内的抛物线, 其中 S 和 E 拐角开始和结束点如图 7 所示.

证明. 拐角多周期过渡时, 拐角加速度根据 1.2 节所述方式确定, 由于拐角处插补时拐角加速度是定值, 因此拐角处插补点轨迹公式为

$$s(t) = -l_s e_s + v_s e_s \cdot t + 0.5at^2. \quad (14)$$

由(14)式可以看出拐角处插补轨迹 $s(t)$ 是关于插补时间 t 的二次函数, 即抛物线, 如图 7 所示. 因抛物线起点和终点的切线方向分别为矢量 $\overline{SP}, \overline{PE}$, 则该抛物线可用 Bezier 曲线表示为

$$s(u) = S \cdot (1-u)^2 + P \cdot 2u(1-u) + E \cdot u^2 \quad (u = t/t_m), \quad (15)$$

由 Bezier 曲线的凸包性命题 2 的结论是显然的.

为了保证拐角多周期过渡的加工误差在允许范围内, 需要计算拐角多周期过渡产生的误差. 我们定义误差方向为有理 Bezier 曲线权重滑动的 \overline{PN} 方向^[12], 也即 $u = 0.5$ 时抛物线对应点与拐点连线方向, 如图 7 所示, 对于抛物线来讲这个方向上的 \overline{PM} 的长度决

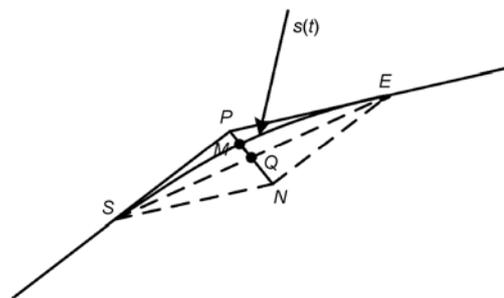


图 7 拐角多周期过渡误差示意图

定曲线靠近控制多边形的远近. 即:

$$\varepsilon = \left| \overline{PM} \right|.$$

显然以上误差大于或等于实际误差, 所以以此为误差限制肯定能够保证实际加工误差满足要求. 同时根据下面(17)式可知若以 $|PM|$ 作为加工误差, 当拐角加速度确定时, 拐角插补误差与拐角插补时间的平方成正比. 因此该误差计算方式在充分满足加工误差要求前提下, 能够有效提高计算速度.

根据允许加工误差确定最大拐角插补时间. 把 $u = 0.5$ 代入(15)式可知 $M = (S + 2P + E)/4$, 将其代入上式得

$$\varepsilon = \left| \overline{PE} - \overline{SP} \right| / 4 = |l_e e_e - l_s e_s| / 4, \quad (16)$$

即拐角多周期过渡产生的加工误差等于拐角结束位移矢量和拐角开始位移矢量之差的模的四分之一. 如图7中所示, $|PM| = |PN|/4$.

把(5)和(6)式代入(16)式, 并结合(1)式得

$$\varepsilon = |a| \cdot t_m^2 / 8. \quad (17)$$

命题3. 在误差允许范围内最大拐角插补时间为

$$t_m = \sqrt{8\varepsilon / |a|}. \quad (18)$$

证明. 由(17)式可证.

实际加工时要求每个拐角的拐角开始距离和拐角结束距离不大于其所在直线段长度的二分之一. 将(18)式代入(5)和(6)式中得拐角开始距离和拐角结束距离. 为了保证后续前瞻处理时直线段的实际插补长度大于零, 要求每拐角的拐角开始距离 l_s 和拐角结束距离 l_e 分别小于其所在直线段长度 d_{i-1} 和 d_i 的一半, 如图8所示, 即:

$$\begin{cases} l_s \leq 0.5d_{i-1}, \\ l_e \leq 0.5d_i. \end{cases}$$

如果不满足上式, 由(5)和(6)式知在拐角加速度确定时, 拐角开始距离和拐角结束距离与拐角插补时间的平方成正比, 因此根据上式和(5)和(6)式调整拐角插补时间为

$$t'_m = t_m \cdot \min(\sqrt{0.5d_{i-1}/l_s}, \sqrt{0.5d_i/l_e}). \quad (19)$$



图8 拐角开始距离与结束距离与所在直线段长度示意图

在实际加工时, 要求拐角处的实际加工速度不超过设定的最大加工速度 v_m , 为此我们证明下面命题.

命题4. 拐角多周期过渡时, 整个拐角插补过程插补速率的最大值是拐角开始速率或拐角结束速率.

证明. 拐角处多周期过渡时, 第 i 个插补周期的插补速率为 $v_i = |v_s e_s + aiT|$, 其中 T 表示一个插补周期, 如图9所示. 当拐角前直线段与拐角加速度方向夹角 $\phi > \pi/2$ 时, 由三角几何关系可知, 拐角插补速率随插补时间单调增加, 因此拐角结束速率是最大值.

当拐角前直线段与拐角加速度方向夹角 $\phi < \pi/2$ 时, 由三角几何关系可知, 对于反向角, 拐角插补速率随插补时间先单调减小后单调增加; 对于同向角, 拐角插补速率随插补时间单调减小或者先单调减小后单调增加. 如图10所示, 由此可以看出, 此时拐角开始或者拐角结束速率之一是最大值. 总之, 整个拐角插补过程插补速率的最大值是拐角开始速率或者拐角结束速率.

根据命题4, 如果拐角开始速率和拐角结束速率均不大于最大加工速度 v_m , 则整个拐角插补速率均不大于 v_m ; 如果拐角开始速率和拐角结束速率至少有一个大于 v_m , 则需要按比例调整拐角插补时间为

$$t''_m = t'_m \cdot v_m / \max(v_s, v_e). \quad (20)$$

由前述可知, 最终拐角插补时间为根据最大加工误差 ε 、直线段长度, 以及最大加工速度 v_m 共同决定, 分别依次根据(18)~(20)式进行计算.

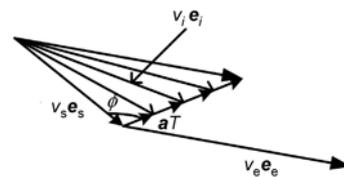


图9 拐角多周期过渡插补速度变化图($\phi > \pi/2$)

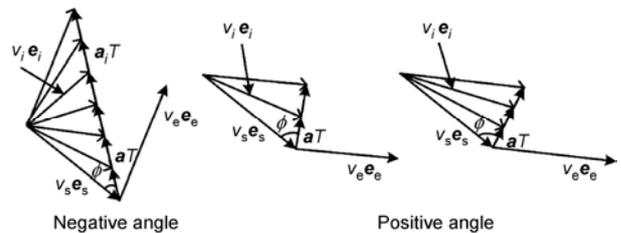


图10 多周期拐角过渡插补速度变化图($\phi < \pi/2$)

1.4 三轴和五轴拐角多周期过渡插补算法

对于三轴和五轴数控机床, 拐角多周期过渡算法与二轴机床的计算原理是相同的. 拐角开始速率, 结束速率, 拐角开始距离和结束距离的计算分别为(2), (3), (5)和(6)式. 三轴机床拐角加速度的取值范围是拐角平面与机床三个驱动轴最大加速度构成的立方体的交, 如图 11 所示的六边形或者四边形区域, 其中阴影部分是满足使拐角开始速率和拐角结束速率都大于零的拐角加速度取值范围.

对于四轴和五轴数控机床, 拐角加速度的取值范围分别是拐角平面与机床四个和五个驱动轴加速度构成的四维和五维空间的交, 是多边形区域.

三轴, 四轴和五轴数控加工时, 拐角多周期过渡的最优拐角加速度根据优化函数 $f = v_s + v_e$ 确定. 通过把 e_s, e_e 分解到拐角平面上的两个坐标方向, 依照二轴数控加工类似的计算方法, 可知三轴, 四轴和五轴数控加工的优化函数同样是一个线性规划问题, 最值在多边形的顶点处取得, 因此把所有的多边形顶点对应的拐角加速度分别代入优化函数, 取使优化函数值最大的加速度作为最优拐角加速度.

对于四轴和五轴数控加工, 由于增加了旋转轴, 在拐角过渡时, 按照上述把旋转轴与线性轴等同的做法产生的误差与实际加工产生的误差并不相等, 两者之间存在非线性映射关系. 为此我们通过坐标变换将机床参数坐标系和工件坐标系建立联系, 并求导取一阶泰勒展开部分, 获得两个坐标系的映射关系. 具体做法以双转台五轴数控机床为例进行说明, 如图 12 所示.

令 (x, y, z) 表示工件坐标系中的坐标, (X, Y, Z) 表示机床坐标系中的坐标, 两者之间的坐标变换为:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos B \cos C & \sin C & -\sin B \cos C \\ -\cos B \sin C & \cos C & \sin B \sin C \\ \sin B & 0 & \cos B \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X + x_0 \\ Y + y_0 \\ Z + z_0 \end{pmatrix},$$

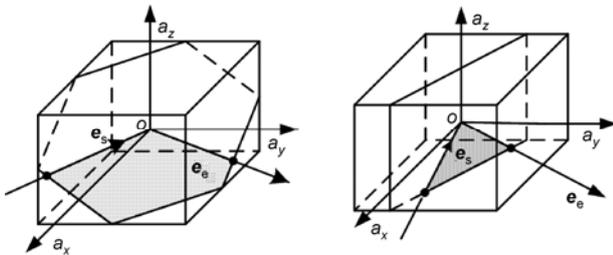


图 11 三轴加工拐角加速度的取值范围

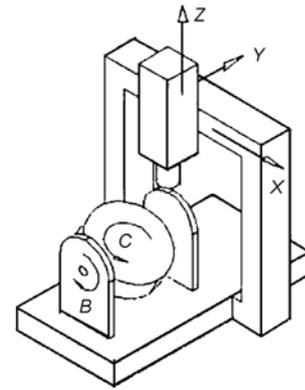


图 12 机床坐标系和工件坐标系(双转台机床)

其中 B, C 表示转台绕 Y, Z 轴的转角, $p = (x_0, y_0, z_0)$ 表示初始时机床坐标系原点在工件坐标系中的坐标.

对上式两端分别关于变量 X, Y, Z, B, C 进行微分可得

$$d\mu = A d\eta,$$

其中 $d\mu = (dx \ dy \ dz)^T, \ d\eta = (dX \ dY \ dZ \ dB \ dC)^T,$

$$A = \begin{bmatrix} cBcC & sC & -sBcC & -zcC & y \\ -cBsC & cC & sBsC & zsC & -x \\ sB & 0 & cB & (x_0 + X)cB - (z + Z_0)sB & 0 \end{bmatrix},$$

cB, sB, cC, sC 分别表示 $\cos B, \sin B, \cos C, \sin C$.

根据上式可知工件坐标系中误差 $\varepsilon^2 = (d\mu)^T (d\mu)$ 与机床坐参数标系中的误差 $E^2 = (d\eta)^T (d\eta)$ 存在下列近似关系:

$$\varepsilon^2 = (d\mu)^T (d\mu) = (d\eta)^T A^T A (d\eta).$$

因此旋转轴引起的误差可以通过上式进行有效控制.

1.5 多周期拐角过渡参数确定的流程图

该节主要内容如下. 1) 根据机床各驱动轴的最大加速度确定满足拐角速度优化函数 $f = v_s + v_e$ 的拐角加速度 a . 2) 根据允许加工误差确定拐角多周期过渡时的拐角插补时间 t_m . 3) 根据拐角开始距离和拐角结束距离分别不大于其所在直线段长度的二分之一的要求, 调整拐角插补时间. 4) 根据拐角插补速度不大于最大加工速度的要求调整拐角插补时间. 5) 根据拐角加速度和最终的拐角插补时间计算拐角开始速度和拐角结束速度, 拐角开始距离和拐角结束距离. 主要流程图如图 13 所示.

拐角处多周期过渡插补方法同时满足机床各驱动轴的最大加速度要求, 最大加工误差要求和机床

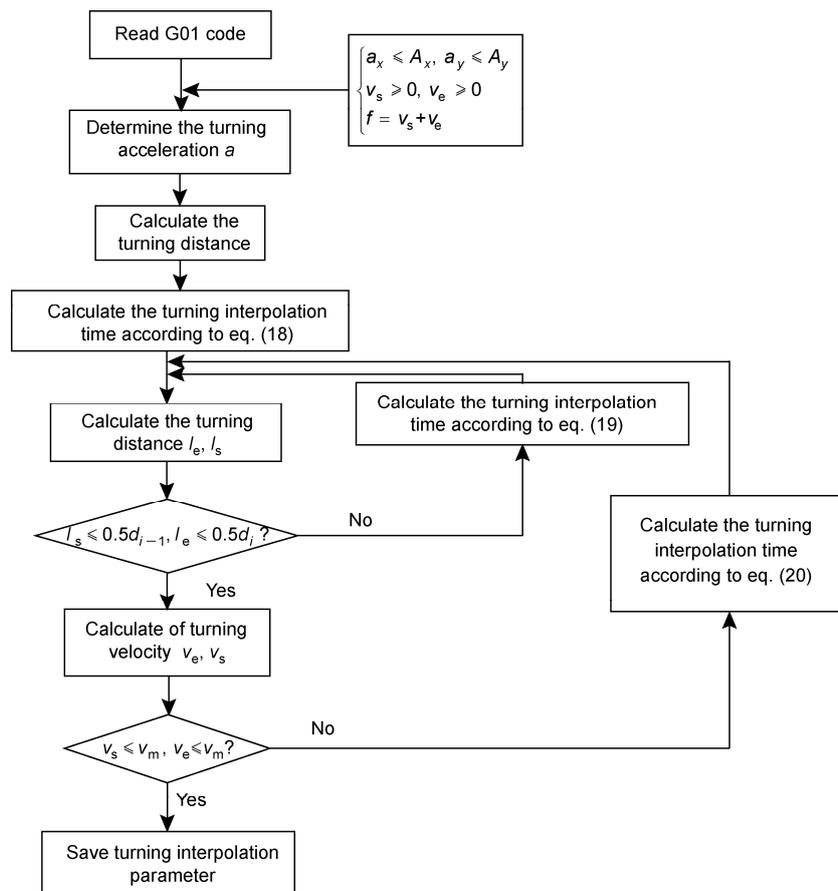


图 13 最优拐角插补参数确定流程图

最大加工速度 v_m 的要求. 在充分利用机床各驱动轴加速能力的基础上采用多个插补周期进行过渡, 大大提高了拐角处的通过速率. 同时把拐角插补时间 t_m 作为拐角插补参数, 根据 t_m 的大小统一调整拐角开始速率, 拐角结束速率, 拐角开始距离和拐角结束距离, 计算和操作简单方便. 该方法同样适用三轴~五轴的数控机床.

2 前瞻处理方法

前瞻处理的主要任务是保证加工路径上所有直线段两端速度的可达性. 算法能自动结合加工路径特点和控制系统的加减速特征, 实现速度的平滑变化和较高的加工速度. 前瞻控制是高速数控加工的保证. 国外高档数控系统诸如 FANUC, SIMENS 的运动控制器都有此功能. 文献[13, 14]采用基于直线加减速控制的前瞻处理方法提高了生产效率, 文献[15]

综合考虑了加工精度、加速性能(直线和 S 型曲线加减速)以及机床动力性能的前瞻控制方法, 有效的提高了加工效率和加工质量, 文献[16, 17]介绍了基于直线和 cosine 加减速方式下双链表结构的前瞻处理方法, 文献[18]介绍了基于加减速特性的速度变化图的生成. 文献[19, 20]分别介绍了 NURBS 和 Bezier 曲线插补的前瞻控制方法.

2.1 前瞻算法

拐角多周期过渡方法使得每个直线段的插补分为直线上插补和拐角插补, 如图 14 所示, d_i 为第 i 个直线段的总长度, L_i 是直线上插补长度, $l_{i,e}$ 和 $l_{i+1,s}$ 表示第 i 个直线段起点的拐角结束距离和终点的拐角开始距离, 它们之间满足下述关系:

$$L_i = d_i - l_{i,e} - l_{i+1,s}. \quad (21)$$

对于每个插补直线段, 由机床各驱动轴最大加速度共同决定的直线段插补时的最大加速度 $a_{i,m}$ 称为

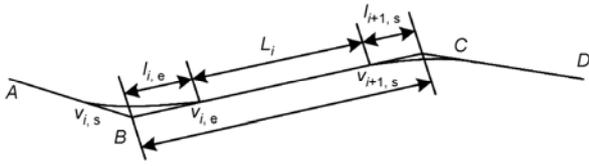


图 14 直线上插补和拐角插补距离示意图

直线最大加速度. 对于三轴数控机床即三个直线驱动轴情况:

$$a_{i,m} = \min \left(\frac{A_x}{\cos \theta_x}, \frac{A_y}{\cos \theta_y}, \frac{A_z}{\cos \theta_z} \right),$$

其中 $\theta_x, \theta_y, \theta_z$ 表示被插补直线段与机床 x, y, z 三个线性驱动轴的夹角. 对于五轴数控机床, 包括三个线性驱动轴和两个旋转驱动轴的情况:

$$a_{i,m} = \min \left(\frac{A_x}{\cos \theta_x}, \frac{A_y}{\cos \theta_y}, \frac{A_z}{\cos \theta_z}, \frac{A_A}{\cos \theta_A}, \frac{A_B}{\cos \theta_B} \right),$$

其中

$$\begin{aligned} \cos \theta_x &= \Delta x / \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 + \Delta A^2 + \Delta B^2}, \\ \cos \theta_y &= \Delta y / \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 + \Delta A^2 + \Delta B^2}, \\ \cos \theta_z &= \Delta z / \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 + \Delta A^2 + \Delta B^2}, \\ \cos \theta_A &= \Delta A / \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 + \Delta A^2 + \Delta B^2}, \\ \cos \theta_B &= \Delta B / \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 + \Delta A^2 + \Delta B^2}. \end{aligned}$$

$\Delta x, \Delta y, \Delta z, \Delta A, \Delta B$ 表示相邻两个 G01 代码 x, y, z, A, B 轴的增量.

由图 14 可以看出直线段插补的初速度等于起点的拐角结束速度 $v_{i,e}$, 末速度等于终点的拐角开始速度 $v_{i+1,s}$. 为了保证每条直线段两端速度的可达性, 需要进行前瞻处理, 主要过程分为如下几个步骤.

步骤 1. 数据预读. 在加工前根据系统性能确定前瞻段数 m 并读入相应数量的直线段, 要求第一段的初速度和最后一段的末速度为零, 根据第一节所述方法确定每个拐角的插补参数, 包括拐角加速度, 拐角插补时间, 拐角开始速率, 结束速率, 拐角开始距离和结束距离.

步骤 2. 反向加速可达性判断. 从前瞻缓冲区的最后一个直线段开始, 对直线段两端的速率进行反向加速可达性判断, 依次向前进行判断, 遇到前瞻缓冲区的第一个程序段或者满足“前瞻终止条件”时为止.

所谓反向加速可达性是: 若第 i 个直线段的末速度小于初速度, 那么末速度能在该直线段插补长度 L_i 范围内以直线最大加速度加速达到初速度, 如果末速度大于或等于初速度, 反向加速可达性自动满足. 满足反向加速可达性判断的拐角开始速率和拐角结束速率记为 $(v_{i,rs}, v_{i,re})$.

反向加速可达性的具体判断过程为: 若直线段末速度小于初速度 ($v_{i+1,rs} < v_{i,e}$) 且直线段插补长度 L_i 小于由末速度以 $a_{i,m}$ 加速到初速度所需的距离, 即 $L_i \geq (v_{i,e}^2 - v_{i+1,rs}^2) / (2a_{i,m})$ 时, 直线段起点拐角结束速率不满足反向加速可达性. 反之, 若直线段两端速率满足 $v_{i+1,rs} \geq v_{i,e}$ 或 $L_i \geq (v_{i,e}^2 - v_{i+1,rs}^2) / (2a_{i,m})$, 则满足反向加速可达性条件, 无须调整直线段起点的拐角结束速率即 $v_{i,re} = v_{i,e}$.

对于不满足反向加速可达性条件的直线段, 需要将直线段起点拐角结束速率 $v_{i,e}$ 降低为 $v_{i,re}$, 设此时恰好满足反向加速可达性, 即

$$L_i = (v_{i,re}^2 - v_{i+1,rs}^2) / (2a_{i,m}). \quad (22)$$

根据(5), (6)和(22)式, 上式可写为

$$d_i - 0.5v_{i,re}t'_{i,m} - 0.5v_{i+1,rs}t_{i+1,m} = (v_{i,re}^2 - v_{i+1,rs}^2) / 2a_{i,m}, \quad (23)$$

其中 $t'_{i,m}, t_{i+1,m}$ 表示直线段起点和终点的拐角插补时间, 因为拐角速度与拐角插补时间成正比, 则:

$$t'_{i,m} = t_{i,m} \cdot v_{i,re} / v_{i,e}, \quad (24)$$

其中 $t_{i,m}$ 表示对应于拐角结束速率 $v_{i,e}$ 的拐角插补时间. 将(24)代入(23)式并整理得

$$v_{i,re} = \sqrt{\frac{(v_{i+1,rs}^2 + 2a_{i,m}d_i - a_{i,m}v_{i+1,rs}t_{i+1,m})}{(1 + a_{i,m}t_{i,m} / v_{i,e})}}. \quad (25)$$

同时按比例调整该拐角的拐角开始速率和拐角插补时间:

$$\begin{cases} v_{i,rs} = v_{i,s} \cdot v_{i,re} / v_{i,e}, \\ t'_{i,m} = t_{i,m} \cdot v_{i,re} / v_{i,e}. \end{cases} \quad (26)$$

拐角开始距离和拐角结束距离也根据拐角插补时间重新确定.

步骤 3. 实时插补. 取出前瞻缓冲区队首的直线段并进行插补计算, 每个插补周期内计算一个插补点并进行一次步骤 4 的内容. 并根据得到的插补点驱动数控机床进行实时加工.

步骤 4. 向前瞻缓冲区队尾添加一个直线段, 设该直线段末速度为零, 该直线段起始点速度不再是

零而是根据拐角多周期过渡方法进行计算. 根据步骤2中的方法再次进行反向加速可达性判断, 直到遇到前瞻终止条件或到达前瞻缓冲区队首为止.

前瞻终止条件. 直线段起点的拐角结束速率 $v_{i, re}^j$ 和上一次前瞻结果 $v_{i, re}^{j-1}$ 相同, 上标 j 表示第 j 次前瞻处理的结果, 则本次前瞻提前终止.

当前程序段插补完毕后, 将其在队列中删除, 继续对下一程序段进行步骤3和步骤4的操作.

图15是首次前瞻处理的示意图, 虚框I表示步骤1所述的数据预读, 其中 i 表示前瞻队列中待插补数据从前向后的序号. 虚框II中表示步骤2所述的对前瞻缓冲区内所有的直线段进行反向加速可达性判断. 步骤3中具体的实时插补算法将在第4节进行详细介绍.

2.2 前瞻实验结果

本前瞻处理方法主要过程是在每个插补周期末向前瞻缓冲区内读入后续的一个直线段, 按照队列最后一个直线段的终点速度为零进行反向加速可达性判断. 前瞻处理保证了机床在实时插补时若直线段初速度大于末速度, 则初速度和末速度满足减速可达, 避免了因减速不可达情况下造成直线段插补

超出机床最大加速能力引起振动. 而正向加速可达性判断在下节实时插补方法中进行介绍.

由于该前瞻缓冲区中前 m 个程序段每个拐角的插补参数在步骤1中已得到, 因此除了开机运行的第一次前瞻过程需要在步骤1中计算 m 个程序段所有拐角的插补参数外, 其余前瞻过程只需计算最后添加的直线段起点的拐角插补参数. 同时针对图25(a)所示的用五轴机床加工的叶片进行测试, 可知计算一个拐角的插补参数所需要的平均时间是 0.00558 ms, 因此对二轴~五轴的数控机床均能满足实时前瞻功能.

该方法无须回溯处理, 前瞻处理的时间短. 同时由于采用了前瞻终止条件的判断, 很多情况下不必全部前瞻完所有的程序段即可完成前瞻, 因此可以根据前瞻终止条件发生时所用的计算时间动态调整前瞻段数, 不仅大大降低了前瞻处理占用的时间, 而且对于提高前瞻段数具有重要的意义. 经实验证明, 该前瞻方法在中等机床配置参数下, 满足前瞻2000程序段的要求. 此外, 本文的前瞻处理过程中能够满足在线实时前瞻, 并且能及时响应加工中机床参数的改变, 满足机床的动态响应性和实时交互性, 该性能将第3节进行介绍.

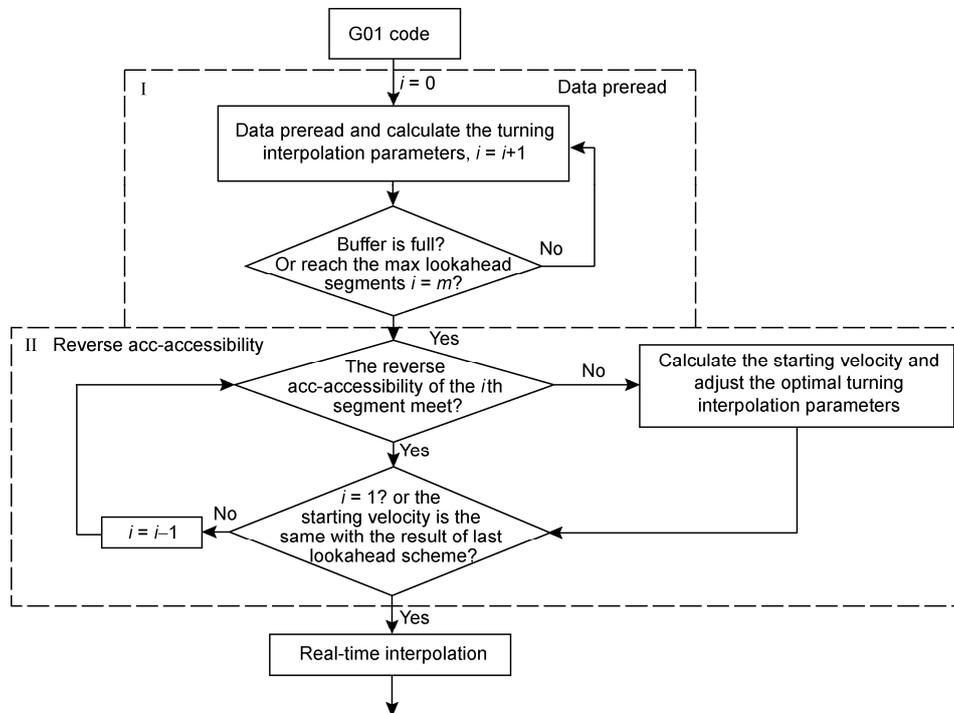


图 15 前瞻处理流程图

针对如图 16(a)所示“花瓶”图案的加工程序, 采用前瞻处理算法的实际加工效果如图 16(b)中右图所示. 表 1 是与已有前瞻方法在加工相同数量程序段和相同机床配置参数下前瞻处理所需计算时间的对比. 由于计算时间与所加工路径有关, 表中数据为对任意截取的相应数量程序段进行若干次实验的所得到的平均值. 本文算法在开机第一次前瞻时所需时间由于避免回溯过程, 计算速度比已有算法快了将近一倍. 在运行后的前瞻过程中, 由于采用前瞻终止条件, 前瞻速度大大提高, 此时的计算时间与前瞻段数的相关性更小. 经过对图 16(a)所示图案加工测试, 再运行时的前瞻中平均只需要判断大约 200 段就能够达到前瞻终止条件, 因此有效提高前瞻的计算速度.

3 修调处理方法

在实际生产加工时, 根据实际加工需要对最大加工速度进行修改, 此时前面所述的前瞻处理结果会因此受到影响, 为了在满足机床各驱动轴的最大加速度的前提下尽量提高加工速度, 同时能快速响应修调, 下面介绍最大加工速度提高和降低时对前瞻处理结果的调整方法, 即修调处理方法.



图 16 “花瓶”图案与实际加工图

表 1 本前瞻处理算法与已有前瞻处理算法计算时间对比

Look-ahead segment	Computational time (ms)		
	Our method		Available method
	Preread	Add a new G01 code	
1000	0.14	0.027	0.25
2000	0.24	0.025	0.46
3000	0.38	0.031	0.70
4000	0.49	0.032	0.96

3.1 最大加工速度提高

由第 1 节关于确定最优拐角插补参数的方法可知, 在选定满足最优拐角速率的拐角加速度之后, 拐角开始速率和拐角结束速率的大小主要是根据最大加工误差 ϵ , 拐角距离(即拐角开始距离和拐角结束距离)以及最大加工速度 v_m 的共同约束确定. 由最大加工误差和拐角距离共同约束得到的拐角开始和结束速率记为: (v_s, v_e) , 如果 (v_s, v_e) 中存在大于 v_m 的拐角速率, 根据(20), (2)和(3)式重新确定拐角开始速率和结束速率, 称为由最大加工速度约束得到的拐角速率记为 (v'_s, v'_e) . 当最大加工速度提高时, 由最大加工速度约束得到的拐角速率会因此提高, 影响已完成的前瞻结果, 主要处理方式分以下几个步骤.

步骤 1. 当由最大允许误差约束确定的拐角开始速率和结束速率满足 $\max(v_s, v_e) \leq v_m$ 时, 提高 v_m 不会影响拐角速率; 反之, 需要根据新的最大加工速度 v'_m 和最大允许误差重新确定拐角速率.

步骤 2. 依次对前瞻缓冲区内因最大加工速度提高而被修改了拐角速率的拐角所在的直线段再次进行反向加速可达判断. 如图 17 示, 若第 i 个直线段起点的拐角速率 $(v_{i,rs}, v_{i,re})$ 因最大加工速度提高而提高, 且是前瞻缓冲区内最后一个被修改起点拐角速率的直线段, 则从该直线段终点速度 $v_{i+1,rs}$ 开始进行反向加速可达性判断. 若不满足反向加速可达性, 根据(25)和(26)式调整起点的拐角速率, 接着继续向前进行反向加速可达性判断, 直到满足反向加速可达性条件的直线段为止. 然后直接跳到相邻的前一个被修改起点拐角速率的直线段进行相同的反向加速可达性判断, 直到前瞻缓冲区内所有被修改起点拐角速率的直线段均进行了反向加速可达性判断为止.

3.2 最大加工速度降低

当最大加工速度降低时, 所有大于新的最大加工速度 v'_m 的拐角速率会因此降低, 根据(20), (2)和(3)式确定新的拐角速率. 与最大加工速度提高相比, 最

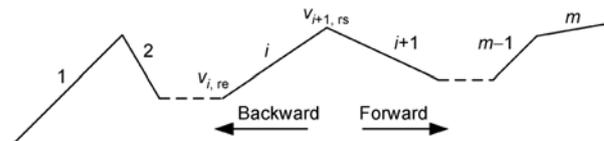


图 17 前瞻程序段

大加工速度降低对已完成的前瞻结果没有影响, 因为此种情况对前瞻处理得到的反向加速可达性不产生影响.

但最大加工速度降低时却存在另外一个问题, 因在修调前已根据当前插补段的起始速度执行插补, 无法修改当前插补段的起始速度, 若其终点速度因修调而降低, 且起点速度 $v_{1, re}$ 大于修调后的终点速度 $v'_{2, rs}$ 同时 $L_1 < (v_{1, re}^2 - v_{2, rs}'^2) / 2a_{1, m}$, 此时称当前插补段的起始速度到终点速度减速不可达. 为了尽快实现减速过程同时不超出机床各驱动轴的最大加速度, 处理方法如下.

1) 计算当前插补段的起始速度通过减速方式在直线段插补长度 L_1 范围内能达到的最小终点速度.

首先分析满足由起始速度 $v_{1, re}$ 减速可达的当前插补直线段的终点速度 $v'_{2, rs}$ 的取值范围, 即 $v'_{2, rs}$ 满足:

$$(d_1 - 0.5v_{1, re}t_{1, m} - 0.5v'_{2, rs}t'_{2, m}) \geq \frac{v_{1, re}^2 - v_{2, rs}'^2}{2a_{1, m}}, \quad (27)$$

其中 $t_{1, m}, t'_{2, m}$ 分别表示当前插补直线段起点拐角插补时间和修调后的终点拐角插补时间. 因

$$v'_{2, rs} / v_{2, rs} = t'_{2, m} / t_{2, m},$$

$v_{2, rs}$ 表示修调前的当前插补直线段终点拐角开始速度, 把上式代入(27)式中可得

$$v_{2, rs}'^2 \left(\frac{t_{2, m}}{2v_{2, rs}} - \frac{1}{2a_{1, m}} \right) \leq d_1 - \frac{v_{1, re}t_{1, m}}{2} - \frac{v_{1, re}^2}{2a_{1, m}}. \quad (28)$$

根据(28)式分以下几种情况进行讨论:

a) 若(28)式左端系数因子大于零($t_{2, m}a_{1, m} > v_{2, rs}$),

且 $d_1 - \frac{v_{1, re}t_{1, m}}{2} - \frac{v_{1, re}^2}{2a_{1, m}} > 0$, 则满足 $v_{1, re}$ 到 $v'_{2, rs}$ 减速可达的终点速度 $v'_{2, rs}$ 的取值范围是

$$0 \leq v'_{2, rs} \leq \sqrt{\frac{2a_{1, m}d_1 - v_{1, re}t_{1, m}a_{1, m} - v_{1, re}^2}{(a_{1, m}t_{2, m}/v_{2, rs}) - 1}}. \quad (29)$$

b) 若 $t_{2, m}a_{1, m} < v_{2, rs}$, 且 $d_1 - \frac{v_{1, re}t_{1, m}}{2} - \frac{v_{1, re}^2}{2a_{1, m}} < 0$,

则满足 $v_{1, re}$ 到 $v'_{2, rs}$ 减速可达的终点速度 $v'_{2, rs}$ 的取值范围是:

$$v'_{2, rs} \geq \sqrt{\frac{2a_{1, m}d_1 - v_{1, re}t_{1, m}a_{1, m} - v_{1, re}^2}{(a_{1, m}t_{2, m}/v_{2, rs}) - 1}}. \quad (30)$$

c) 若 $t_{2, m}a_{1, m} < v_{2, rs}$, 且 $d_1 - \frac{v_{1, re}t_{1, m}}{2} - \frac{v_{1, re}^2}{2a_{1, m}} > 0$,

(28)式恒成立.

因此情况 a), c)总可以实现从当前速度降至满足修调后最大加工速度 v'_m 的拐角开始速度, 且能以该拐角速度正确通过拐角. 减速不可达对应情况 b), 因此调整当前插补直线段终点速度为

$$v'_{2, rs} = \sqrt{\frac{2a_{1, m}d_1 - v_{1, re}t_{1, m}a_{1, m} - v_{1, re}^2}{(a_{1, m}t_{2, m}/v_{2, rs}) - 1}}.$$

则相应的终点拐角结束速率为

$$v'_{2, re} = v_{2, re} \cdot v'_{2, rs} / v_{2, rs}.$$

如果 $v'_{2, re} \leq v'_m$, 很容易可知当前插补段的下一个直线的两端速度一定满足减速可达性, 此时修调即最大加工速度降低对后续的前瞻结果不产生影响. 若 $v'_{2, re} > v'_m$ 且以 $v'_{2, re}$ 为起始速度的下一个直线的两端速度不满足减速可达性时, 为了快速响应修调, 在保持拐角开始速率 $v'_{2, rs}$ 不变的前提下, 需要通过调整拐角加速度, 使得拐角结束速率尽量接近新的编程速度 v'_m . 以三轴数控机床为例, 主要计算过程如下:

2) 由第 1 节可知, 针对如图 18 和 19 所示的拐角, 拐角加速度 \mathbf{a} 的取值范围如图中阴影部分所示. 根据最优拐角过渡方式的优化函数确定的拐角加速度分别是图 18 中 b 点和图 19 中 a 点. 因 $v'_{2, rs}, v'_{2, re}$ 已知, 由(2)式有

$$|\mathbf{a} \times \mathbf{e}_e| = |v'_{2, rs}(\mathbf{e}_e \times \mathbf{e}_s) / t_{2, m}| = u_2, \quad (31)$$

$$|\mathbf{a} \times \mathbf{e}_e| = |v'_{2, re}(\mathbf{e}_e \times \mathbf{e}_s) / t_{2, m}| = u_1. \quad (32)$$

即满足拐角开始速率等于 $v'_{2, rs}$ 的拐角加速度 \mathbf{a} 的取值是图 18 中的线段 ab 上的点和图 19 中 a 点, 图中直线 l_2 与拐角结束速度方向 \mathbf{e}_e 平行且距离是 u_2 . 满足拐角结束速率为 $v'_{2, re}$ 的拐角加速度 \mathbf{a} 的取值范围是图 18 中的 b 点和图 19 中线段 ab 上的点, 直线 l_1 与拐角开始速度方向 \mathbf{e}_s 平行且距离是 u_1 . 若拐角结束速率为 v'_m , 则拐角过渡的加速度 \mathbf{a} 取值范围为线段 cd 上的点(图 18, 19), 且 cd 所在直线 l'_1 与 \mathbf{e}_s 平行, 距离是 u'_1 , 因为 $v'_m < v'_{2, re}$, 根据(32)式可知 $u'_1 < u_1$. 在图 18 中 cd 与 ab 的交点 g 在加速度取值范围内, 因此当拐角加速度取 g 点对应加速度 \mathbf{a}_1 时, 满足拐角开始速

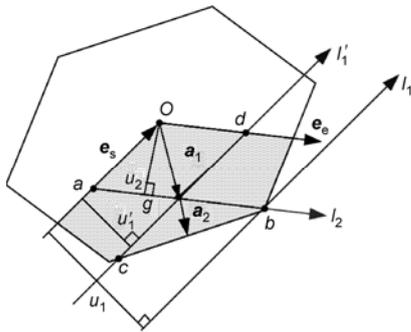


图 18 拐角过渡加速度取值范围 1

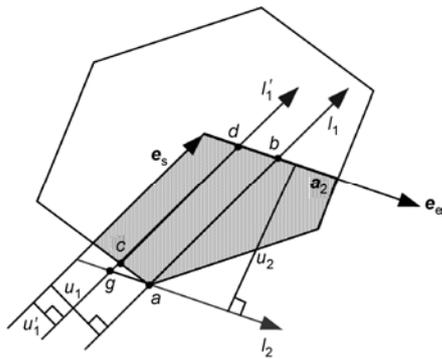


图 19 拐角过渡加速度取值范围 2

率是 $v'_{2,rs}$, 拐角结束速率是 v'_m . 但此时并未充分利用机床各驱动轴的最大加速度, 因此修改拐角插补时间为

$$t''_{2,m} = t'_{2,m} |a_1| / |a_2|. \quad (33)$$

而在图 19 中交点 g 对应的拐角加速度在加速度取值范围之外, 因此不能通过改变拐角加速度实现拐角结束速率等于 v'_m 的要求. 在下一个插补直线段进行与前述步骤(1)和步骤(2)相同的判断和计算, 直到最终满足新的最大加工速度的要求.

4 实时插补算法

本节给出总体插补算法, 主要分为拐角插补和直线段插补. 由 1 节所述方法得到的最优拐角插补参数根据(4)式可以得到拐角插补时每个插补周期的插补点序列. 下面主要说明直线插补算法: 根据前瞻处理后的最优拐角插补参数, 采用直线加减速方式(如图 20)进行实时插补, 得到插补点序列, 驱动数控机床进行实际加工.

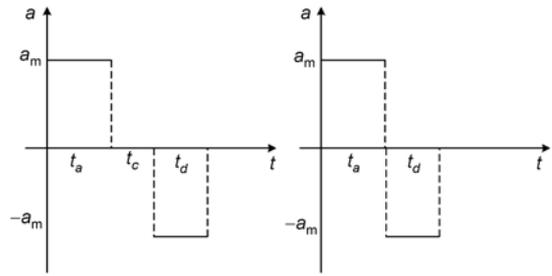


图 20 直线插补的加速度图

插补时, 首先判断当前插补直线段经前瞻处理后的初速度与末速度是否满足正向加速可达性条件:

$$L_1 \geq (v_{2,rs}^2 - v_{1,re}^2) / 2a_{1,m},$$

其中下标 1 和 2 分别表示当前插补段的起点和终点拐角. 如果是, 根据 $v_{1,re}$ 和 $v_{2,rs}$ 进行直线段插补和拐角插补; 如果不满足正向加速可达性, 根据第 2 节中关于不满足反向加速可达性的处理方法调整直线段末速度对应的拐角开始速率为

$$v'_{2,rs} = \sqrt{\frac{(v_{1,re}^2 + 2a_{1,m}d_1 - a_{1,m}v_{1,re}t_{1,m})}{(1 + a_{1,m}t_{2,m} / v_{2,rs})}}, \quad (34)$$

并根据 $v'_{2,rs}$ 按调整该拐角其他最优插补参数.

因为前瞻算法已对直线的两端速度进行反向加速可达性判断, 因此两端速度总满足正向减速可达性. 最后根据 $v_{1,re}$ 和 $v'_{2,rs}$ 进行直线段插补和拐角插补.

直线段插补时, 根据直线段插补长度 L_1 以及经过前瞻处理和前述可达性判断最终得到的直线段起点的拐角结束速率 $v_{1,re}$ 和终点的拐角开始速率 $v_{2,rs}$, 计算加速运动, 匀速运动和减速运动的时间 t_a, t_c, t_d .

由(21)式知直线段上的插补长度为

$$L_1 = d_1 - 0.5v_{1,re}t_{1,m} - 0.5v_{2,rs}t_{2,m}.$$

确定直线段插补时能达到的最大速度 $v_{1,m}$. 若 $(2v_m^2 - v_{1,re}^2 - v_{2,rs}^2) / a_{1,m} \leq L_1$, 则 $v_{1,m}$ 可达到最大加工速度 v_m :

$$v_{1,m} = v_m. \quad (35)$$

否则

$$v_{1,m} = \sqrt{(2a_{1,m}L_1 + v_{1,re}^2 + v_{2,rs}^2) / 2}, \quad (36)$$

其中 $a_{1,m}$ 是直线最大加速度, v_m 是最大加工速度. 然后确定加速运动, 匀速运动和减速运动的时间为

$$\begin{cases} t_a = (v_{1,m} - v_{1,re})/a_{1,m}, \\ t_c = \max((L_1 - (2v_{1,m}^2 - v_{1,re}^2 - v_{2,rs}^2)/a_{1,m})/v_m, 0), \\ t_d = (v_{1,m} - v_{2,rs})/a_{1,m}. \end{cases}$$

各加速方式下的速度-时间图如图 21 所示. 最后根据直线段插补的初速度, 加速方式以及各加速方式的插补时间计算每个插补周期的插补点序列.

拐角插补时, 插补点起始位置是直线段插补的最后一个插补点, 根据(14)式计算每个插补周期的插补点序列, 如图 22 中所示实心点表示根据拐角多周期过渡算法得到的插补点序列(A, B, C, ...). 在实际加工时, 若拐角和直线段衔接点处的插补时间不是插补周期的整数倍, 即图 22 中 A 处的插补时间 t' 不是插补时间的整数倍: $(n-1)T < t' < nT$, 则实际插补点轨迹为图 22 中的空心点序列(A', B', ...). 新的插补点序列计算公式为

$$\frac{A'A}{AB} = \frac{B'B}{BC} = \frac{C'C}{CD} = \dots = \tau, \quad (37)$$

其中 A' 点根据 $t = nT$ 时前述的直线段插补算法计算得到. 由于直线上插补和拐角插补时的加速度均在机床各驱动轴的最大加速度允许范围之内, 根据凸包性可知根据(37)式得到的新的插补点序列同样满足最大加速度要求.

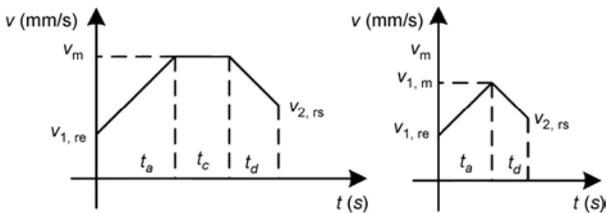


图 21 直线插补的速度-时间图

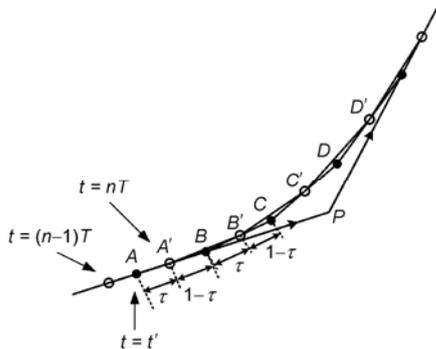


图 22 直线段和拐角处插补点的衔接

实时插补的主要流程图如图 23 所示. 其中虚框表示直线插补和拐角插补时每个插补周期都会调用一次反向加速可达性判断.

5 加工实例验证

本文提出的连续小直线拐角多周期过渡的插补方法和自适应在线前瞻算法, 分别在三轴和五轴蓝天数控系统(如图24所示)上进行了实际加工验证, 取得了预期的效果. 加工速度有了明显提高; 加工误差严格限制在最大加工误差范围内, 保证了被加工表面的质量; 且机床各驱动轴的加速度严格限制在所设定的范围之内, 因此降低了因超出机床最大加速度能力而引起的机床振动, 提高了加工表面的质量, 延长机床的使用寿命.

对图 16(a)所示“花瓶”图案进行实际加工验证, 右图是根据本文的插补算法得到的“花瓶”实际加工图. 该图案中共有 11.6 万个 G01 代码, 总长度是 20.25 m, 其中最短的直线段是 0.09 mm. 材料是实木, 加工参数为: 机床 x 轴和 y 轴的最大加速度都是 1000 mm/s², 最大加工速度是 200 mm/s, 最大允许加工误差是 0.01 mm. 根据本文提出的拐角多周期定加速度过渡方法进行加工, 整体加工时间是 22.78 min.

根据本文插补算法和其他两个插补算法(拐角前后等速率过渡的插补方法(表中“角平分线”)和拐角处

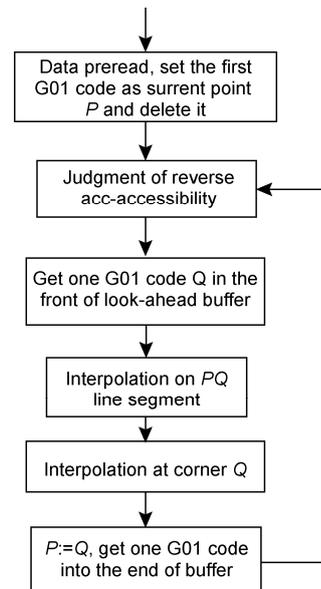


图 23 实时插补流程图

加工速度为零(表中“启停”)的插补方法)对图案 16(a) 进行加工, 在不同机床加工参数下加工时间的对比数据和速度提高比率如表 2 所示.

表 3 是本插补算法与“角平分线”插补方法在五轴数控机床上各加工一大一小两“叶片”时若干工序的加工时间对比数据以及速度提高比率. 图 25 是实

际加工对比图, 其中叶片 1 是用已有直线插补算法加工的, 叶片 2 是用本文的直线插补算法加工的. 加工材料是铝. 由图 25 中两叶片的局部放大图可以看出, 拐角多周期过渡直线插补算法不仅大幅提高机床的加工速度, 同时因为拐角插补参数根据最大允许加工误差、机床各驱动轴最大加速度以及最大加工速度

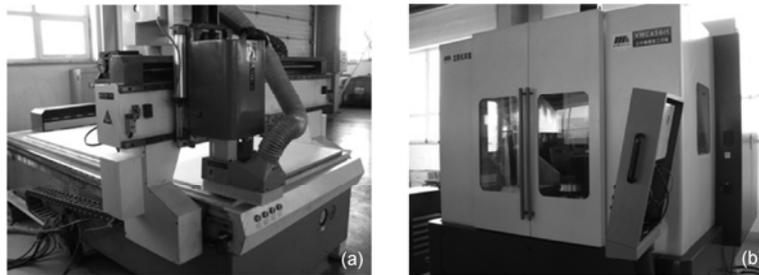


图 24 实际加工所用三轴和五轴数控系统与数控机床

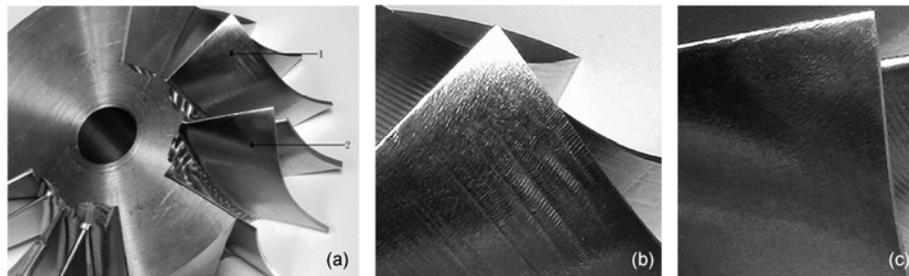


图 25 “叶轮”实际加工图和局部对比图
(a) 实际加工图; (b) 叶片 1; (c) 叶片 2

表 2 “花瓶”加工, 不同插补算法加工时间对比

Acc limitation of x, y-axis (mm/s ²)	Overall interpolation time (min)			Velocity improvement (%)	
	Our algorithm	Bisector	Stop	Our algorithm vs. bisectors	Our algorithm vs. stop
1000/1000	22.78	40.52	57.13	77.88	150.79
3000/1000	18.62	31.59	44.16	69.66	137.16
3000/3000	13.15	21.22	34.92	61.37	165.55
6000/6000	9.30	14.33	26.15	54.09	181.18

表 3 “叶片”加工, 不同插补算法加工时间对比

Operation	Maximal acceleration of every axis (mm/s ² , rad/s ²)	Program feedrate (mm/min)	Spindle rotation speed (round/min)	Overall interpolation time (min)		Velocity improvement (%)
				Our algorithm	Bisectors	
Channel rough machining		4000	12000	10.3	17.5	69.90
Rough milling large blade	x, y, z-axes: 200/200/200 A, B-axes: 120/120	1500	8000	26.5	40	50.94
Rough milling small blade		1000	8000	8.7	14.2	63.22
Finish milling large blade		4000	12000	6.9	12.1	75.36
Finish milling small blade		4000	12000	4.9	10.6	116.32

的限制确定, 所以保证了加工表面质量.

6 结论

在基于直线插补的 CNC 数控加工中, 整体加工速度提高的关键在于提高拐角处的通过速度. 本文在满足加工精度, 机床各驱动轴最大加速度和最大加工速度的前提下采用多周期拐角恒加速度过渡的方法, 在一定意义下达到拐角速度最优, 通过前瞻控

制算法有效预测加工路径上拐角处的速度, 使加工过程满足机床最大加速性能, 大大降低了因速度突变而超过机床最大加速能力引起的振动. 同时较已有算法在相同机床配置参数下加工速度有了显著提高. 此外该算法计算简单, 能够实时响应数控机床的修调, 实现了在线修调与实时插补, 满足机床的实时性要求. 该算法适用范围广, 适用于二轴到五轴机床的加工. 通过在蓝天数控机床上实验, 取得了预期的效果.

致谢 感谢中国科学院沈阳计算所高精数控技术有限公司在实验方面提供的帮助.

参考文献

- 1 叶佩青, 赵慎良. 微小直线的连续插补控制算法研究. 中国机械工程, 2004, 15: 1354-1356
- 2 何均, 游有鹏, 王化明. 面向微线段高速加工的 Ferguson 样条过渡算法. 中国机械工程, 2008, 19: 2085-2089
- 3 吕强, 张辉, 杨开明, 等. 数控连续加工中提高轨迹段转接速度的方法研究. 工艺与检测, 2008, 7: 79-83
- 4 张梅, 闫伟, 袁春明, 等. 数控加工中的二次曲线拟合与最优插补控制算法. 中国科学: 信息科学, 2010, 10.1007/s11432-011-4237-4
- 5 张晓辉, 于东, 胡毅, 等. 基于滤波技术的 NURBS 曲线插补算法研究. 中国机械工程, 2009, 20: 1695-1699
- 6 Sebastian D T, Farouki R T, Smith T S, et al. Algorithms for time-optimal control of CNC machines along curved tool paths. Robot CIM-Int Manuf, 2005, 21(1): 37-53
- 7 Timar S D, Farouki R T. Time-optimal traversal of curved paths by Cartesian CNC machines under both constant and speed-dependent axis acceleration bounds. Robot CIM-Int Manuf, 2007, 23(2): 563-579
- 8 Zhang K, Gao X S, Li H, et al. A Greedy Algorithm for Feed-rate Planning of CNC Machines along Curved Tool Paths with Confined Jerk for Each Axis. MM-Preprints, KLMM, CAS, Beijing. 2010, 29: 189-205
- 9 Wang J B, Yau H T. Real-time NURBS interpolator: Application to short linear segments. Int J Adv Manuf Technol, 2009, 41: 1169-1185
- 10 Yuan C M, Gao X S. Time-Optimal Interpolation of CNC Machines along Parametric Path with Chord Error and Tangential Acceleration Bounds, MM-Preprints, KLMM, CAS, Beijing. 2010, 29: 165-188
- 11 张立先, 李洪波, 高小山, 等. 高速 CNC 加工加加速有界连续小直线段插补算法. MM-Preprints, KLMM, CAS, Beijing, 2010, 29: 228-238
- 12 Farin G, Hoschek J, Kim M S. Handbook of Computer Aided Geometric Design. Amsterdam: Elsevier Science B. V, 2002
- 13 Hu J, Xiao L, Wang Y, et al. An optimal feedrate model and solution algorithm for a high-speed machine of small line blocks with look-ahead. Int J Adv Manuf Technol, 2006, 27: 930-935
- 14 Xu H F, Wang Y H. Research on feedrate model of look-ahead and solution algorithm for high-speed machining of small line segments. Mech Eng, 2005, 9: 9-13
- 15 Peng F, Chen X, Zhou Y, et al. Look-ahead Scheme for High Speed Consecutive Micro Line Interpolation Based on Dynamics of Machine tool. Berlin: Springer, 2008. 743-753
- 16 Luo F Y, Zhou Y F, Yin J. A universal velocity profile generation approach for high-speed machining of small line segments with look-ahead. Int J Adv Manuf Technol, 2007, 35: 505-518
- 17 Luo F Y, Zhou Y F, Yin J. A generalized acceleration and deceleration approach for continuous small line blocks with look-ahead. J Wuhan Univ Technol, 2006, 27: 1052-1058
- 18 Jeon J W, Ha Y Y. A generalized approach for the acceleration and deceleration of industrial robots and CNC machine tools. IEEE Trans Ind Electron, 2000, 47: 132-139
- 19 Tsai M S, Nien H W, Yau H T. Development of an integrated look-ahead dynamics-based NURBS interpolator for high precision machinery. Computer-Aided Design, 2008, 40: 554-566
- 20 Yau H T, Wang J B. Fast Bezier interpolator with real-time look-ahead function for high-accuracy machining. Int J Mach Tools Manuf, 2007, 47: 1518-1529