

# 考慮微结构失稳的湿陷性黄土变形机理

苗 天 德 王 正 贵

(兰州大学力学系, 兰州 730000)

## 摘 要

黄土的湿陷性是工程界及水土保持工作者长期关心的一个问题。本文根据近年来对黄土细观结构的扫描电子显微镜观察及土力学试验成果, 提出“湿陷变形系由于微结构失稳所引起”的假说, 应用数学灾变理论建立了微结构失稳模型。并按照“微力学”及“损伤力学”等现代连续介质力学方法给出了湿陷性黄土的本构关系。计算结果表明, 本文的理论可以成功地解释黄土湿陷变形的机理。为湿陷变形的力学研究提供了参考。

**关键词:** 湿陷性黄土, 微结构失稳, 灾变论, 本构关系

中国是世界上黄土分布最广的国家之一, 总计约  $65 \times 10^4 \text{ km}^2$ , 主要分布在华北地区和西北地区。工程界将黄土分为湿陷性黄土和非湿陷性黄土。湿陷性黄土约占黄土总面积的 60% (下文中, 黄土一词指湿陷性黄土)。

黄土是一种粘性土, 在干燥状态下其强度较高。不同于一般的粘土, 一旦浸水, 其强度将大为丧失。文献[1]指出, 含水量增加 8% 时, 其凝聚力将下降 80%, 内摩擦角下降 15%。有些黄土即使是在自重压力的作用下, 也会因浸水而产生快速的、大幅度的沉陷。从而对建于其上的工程设施产生危害。湿陷性黄土受到降雨侵蚀所产生的水土流失也是十分严重的。

黄土湿陷这一实际问题受到工程界的长期重视。对其成因、分类、湿陷机理等问题已经做了大量的研究工作<sup>[2,3]</sup>。由于黄土的组成成分、颗粒连接形式非常复杂, 影响黄土湿陷变形的因素很多, 因而对湿陷性进行研究是一项难度很大的事。近几年来, 利用高分辨率扫描电子显微镜, 对湿陷性黄土的细观结构做了许多卓有成效的观测。实验测试手段的进展, 特别是多孔介质力学、微结构力学及损伤理论的发展<sup>[4]</sup>, 使从微结构出发对该问题进行理论上的定量研究成为可能。本文就是在这方面进行的一个尝试。

## 一、黄土的物质组成与细观结构

黄土是由固体颗粒、水、空气组成的三相松散体系, 其中的土颗粒以粉土颗粒为主。文献[5]指出, 黄土中的颗粒以粒径大于 0.01mm 者居多, 约占 70—75%; 这部分颗粒起着骨架

作用，称为骨架质。粒径小于  $0.002\text{mm}$  的颗粒约占  $10\text{--}15\%$ ，起着胶结作用；称为粘结质。粒径在  $0.002\text{mm}$  到  $0.01\text{mm}$  之间的颗粒填充在大颗粒之间，称为填充质。骨架质由粘结质粘结在一起，形成黄土骨架。扫描电子显微镜观察表明<sup>[6]</sup>，黄土中的颗粒多呈棱角状，颗粒间以点式接触为主，接触面较小，粒间空隙较大，呈多孔性的松散结构。黄土中的空隙大体上有三类，即大空隙、架空空隙及粒间空隙。大空隙是人眼可见的，多呈管状，主要是由土中的生物活动所造成。架空空隙是由一定数量的骨架颗粒松散堆积所形成的，孔径远比构成空隙的骨架颗粒的粒径为大。粒间空隙是指颗粒在平面排列成犬牙交错，在空间上呈镶嵌排列所构成的粒间缝隙。这种空隙比其周围的粒径小。后两种空隙是土体空隙的主体部分。黄土中孔隙度很高，空隙率通常在  $50\%$  左右，水和空气存在于空隙中。

## 二、黄土的变形特性与湿陷机理

图 1 是黄土湿陷变形过程的示意图。图 1 中  $p$  为压力， $\varphi$  为孔隙率。 $ab$  段表示天然状态下的压缩变形。当某一压力值  $p_b$  时，若保持  $p_b$  恒定而使试样浸水，则土体将迅速发生一个附加压缩量，孔隙率降低有限值  $\Delta\varphi$ 。土工界把如图 1 中  $bc$  段所示的突增变形称为相应于压力  $p_b$  的湿陷变形。 $cd$  段表示饱水状态下压力再增加时的土体压密过程。

关于黄土湿陷的机理，有多种见解，至今尚无定论<sup>[2,3]</sup>。对湿陷原因的解释，主要有下述三种观点。1. 加固凝聚力降低或消失假说；2. 粘土粒膨胀假说；3. 土粒间的抗剪强度降低假说。其中以第一种观点较为完善，这一观点指出，土颗粒间存在着两种凝聚力。一种是由分子间的相互吸引而产生的凝聚力，即原始凝聚力；另一种是由土颗粒周围的盐类结晶胶结而产生的凝聚力，即加固凝聚力。土体浸水后，由于水薄膜的楔入作用和水的溶解作用，使加固凝聚力降低乃至消失，在外力作用下便产生湿陷变形。

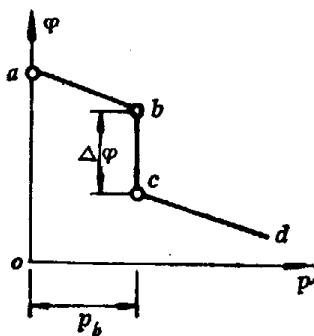


图 1 湿陷性黄土的变形特征

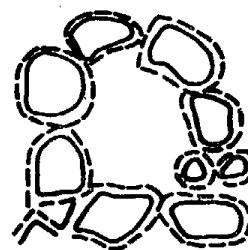


图 2 黄土的架空孔隙

我们认为，以往的研究工作尚未揭示出湿陷现象的力学本质。

很明显，土颗粒本身是难以压缩的，土体体积的不可逆变形只能是由土中的空隙减少而引起。近年来对黄土的细观结构进行了成功的观察研究。文献[6]指出，黄土中存在着大量如图 2 所示的架空空隙；颗粒多以点式接触连结在一起。颗粒间以点式接触为主的黄土中，架空空隙越多，其湿陷性就越强烈。粒状架空结构是黄土产生湿陷的内在的决定性因素。图 3 为黄土的球应力——湿陷体应变典型曲线<sup>[7]</sup>。由图可见，在  $bc$  段，在应力增长很小的情况下，体应变急剧增长，到  $c$  点以后，土体强化。这些事实促使我们产生这样的观点：湿陷变形量的急剧增

长是由于土体中的架空孔隙丧失稳定性所致。土体微结构失稳，架空孔隙崩塌，土颗粒落入孔隙。图 3 中的 bc 段就是孔隙崩塌的宏观反映。到 c 点后，崩塌过程基本完成。由于前一阶段的崩塌过程，土体密实度增长，强度增加，宏观上表现为土体强化。事实上，黄土湿陷过程是个损伤-愈合过程。一方面，在压力作用下土中的架空孔隙崩塌，土体微结构遭到破坏；同时，架空孔隙崩塌后，土体变密，强度又在增长。黄土遇水加固凝聚力降低只是影响湿陷的一个因素，微结构失稳，架空孔隙崩塌才是造成湿陷的根本原因。我们甚至认为，即使是干燥的黄土，在足够大的压力下也会出现类似于湿陷过程的变形特征；浸水只是使突加变形在较小的压力下出现而已。

虽然有不少研究者已经正确地指出，架空结构是产生湿陷的决定性原因，水的作用只是引起湿陷的诱发因素。但是在解释微结构破坏的力学机制方面仍然囿于传统的强度观点。本文则出发于本质上迥然不同的稳定性观点，并且采用定量的分析方法。

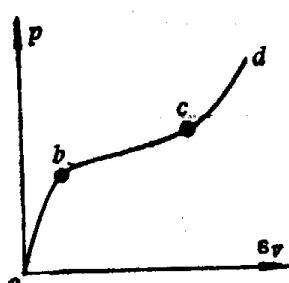


图 3 湿陷性黄土的压缩曲线

### 三、基本假定与平均量

黄土的物质组成，颗粒间的连结情况极其复杂，想完全准确地描述湿陷过程中土粒的运动情况以及微结构的变化情况，目前是根本做不到的；而且，工程上主要关心黄土的宏观性质，因而亦无需那么做。为此，我们作下述的基本假定：

1. 构成土体骨架的矿物颗粒在土体湿陷变形过程中保持为刚性；
2. 含水量以参数形式对土体的物质常数产生影响。不考虑其它物理及化学作用；
3. 湿陷变形系由土体的架空式大孔隙的失稳破坏所导致。

下面，我们给出本文所涉及到的各种平均量的定义。

在土体中任取一宏观看来很小，但含有充分多的微结构单元的体积元素。体积为  $V$ ，其中包含的土颗粒的总体积为  $V_s$ ，孔隙体积为  $V_p$ ，则

$$V = V_s + V_p, \quad (3.1)$$

体积孔隙率  $\varphi_v$  及体积密实度  $\phi_v$  定义为

$$\varphi_v = V_p/V, \quad \phi_v = V_s/V. \quad (3.2)$$

类似地可以在一面元上定义面积孔隙率与面积密实度： $\varphi_s = S_p/S$ ,  $\phi_s = S_s/S$ 。式中  $S$  是面元面积， $S_s$  与  $S_p$  分别为面元上固体与孔隙的面积。容易证明（见文献[8]）， $\varphi_v = \varphi_s$ ,  $\phi_v = \phi_s$ 。以后，将不再区分面积孔隙率与体积孔隙率，面积密实度与体积密实度，简称为孔隙率  $\varphi$  与密实度  $\phi$ 。显然

$$\varphi + \phi = 1, \quad (3.3)$$

若孔隙中水的体积为  $V_w$ ，定义饱和度为

$$w = V_w/V_p. \quad (3.4)$$

平均应力与平均应变定义为

$$\bar{\sigma}_{ij} = \frac{1}{V(R)} \int_R \sigma_{ij} dV, \quad \bar{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{V(R)} \int_R \varepsilon_{ij} dV, \quad (3.5)$$

式中  $V(R)$  是体积单元的体积,  $R$  是体积单元在空间所占的区域。易知有

$$\bar{\sigma}_{ij} = \varphi \bar{\sigma}_{ij}^P + \phi \bar{\sigma}_{ij}^S, \quad (3.6a)$$

$$\bar{\varepsilon}_{ij} = \varphi \bar{\varepsilon}_{ij}^P + \phi \bar{\varepsilon}_{ij}^S. \quad (3.6b)$$

带上标  $S$  与  $P$  的量代表土中固体及孔隙所对应的量。以后, 本文中出现的各种量均为平均量, 不再一一指明。

#### 四、孔隙崩塌的突变模型

我们用图 4 所示的简单结构元来模拟黄土微结构的架空孔隙。将固体颗粒简化为刚性杆(假定 1)。杆与杆之间的粘结关系由弹簧所模拟, 弹簧刚度系数  $k(W)$  为饱和度的函数(假定 2)。

设模拟结构元的初始状态由  $\alpha$  角所确定, 当产生一个相应于  $\theta$  角的状态变化时, 结构元的总势能为

$$U = 8k \left[ \theta^2 + \left( \frac{\pi}{2} - 2\alpha \right) \theta \right] + 4l [\sigma \cos \theta - \tau \sin \theta - \sigma], \quad (4.1)$$

式中

$$\sigma = \frac{1}{2} (\sigma_1 \sin \alpha + \sigma_2 \cos \alpha), \quad (4.2a)$$

$$\tau = \frac{1}{2} (\sigma_1 \cos \alpha - \sigma_2 \sin \alpha). \quad (4.2b)$$

$\sigma_1$  和  $\sigma_2$  是作用在图中结构元上的平面应力状态的主应力,  $l$  表示刚杆的长度。

因为初始变形与湿陷变形相比较非常小, 可予以忽略, 因而可假定初始状态时模拟结构元的各杆的铰节点处在一个半径为

$$R = \frac{1}{\sqrt{2}} l \quad (4.3)$$

的圆周上,  $R$  实际上描述了土体架空空隙的半径。这时  $\alpha = \pi/4$ , (4.1) 式成为

$$U = 8k\theta^2 + 4R(\sigma \cos \theta - \tau \sin \theta - \sigma), \quad (4.4a)$$

式中

$$\sigma = \frac{1}{2} (\sigma_1 + \sigma_2), \quad (4.4b)$$

$$\tau = \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_2). \quad (4.4c)$$

将函数  $U$  关于  $\theta$  展成幂级数

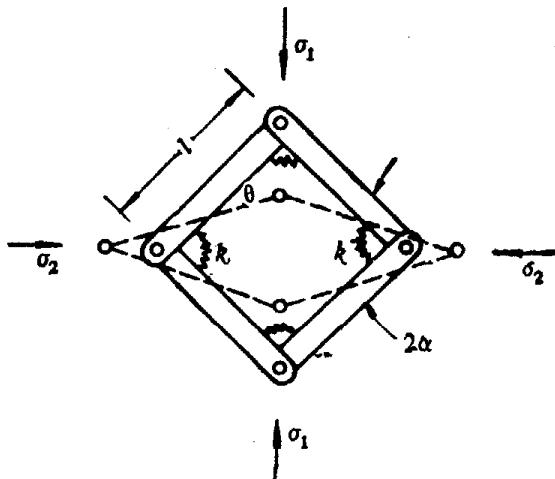


图 4 微结构失稳模型

$$U \cong 4 \left\{ \frac{1}{6} k\theta^4 - \left( \frac{1}{2} R\sigma - 2k \right) \left( \theta^2 - \frac{1}{12} \theta^4 \right) - \tau R \left( \theta - \frac{1}{6} \theta^3 + \frac{1}{120} \theta^5 + \dots \right) \right\}. \quad (4.5)$$

根据灾变论的级数截断理论<sup>[9]</sup>, 这个级数强等价于

$$\bar{U} = 4 \left\{ \frac{1}{6} k\theta^4 - \sigma_b \theta^2 - \tau_b \theta \right\}, \quad (4.6)$$

式中

$$\sigma_b = \frac{1}{2} \sigma R - 2k, \quad (4.7a)$$

$$\tau_b = \tau R. \quad (4.7b)$$

势能  $\bar{U}$  的驻点应满足方程

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial \theta} = 0 \Rightarrow \frac{2}{3} k\theta^3 - 2\sigma_b \theta - \tau_b = 0. \quad (4.8)$$

按照灾变理论<sup>[9]</sup>, 图 4 结构元的突变发生在  $(\sigma_b, \tau_b)$  使方程式(4.8)有重根的情形。方程(4.8)的判别式是

$$\sigma_b^3 - \left( \frac{3}{4} \right)^2 k\tau_b^2 = 0. \quad (4.9)$$

如果作为控制变量的  $\sigma_b, \tau_b$  满足判别方程式(4.9), 则结构元的变形状态产生一个“跳跃”, 换言之, 半径为  $R$  的孔洞将失稳崩塌, 这种突变模式属于灾变论的七种初等突变模型之一的“尖点灾变”。将(4.7)式的  $\sigma_b$  和  $\tau_b$  代入(4.9)式得到

$$\left( \frac{1}{2} \sigma R - 2k \right)^3 - \left( \frac{3}{4} \right)^2 k(\tau R)^2 = 0, \quad (4.10)$$

对于给定的  $\sigma$  和  $\tau$ , 一个相应的  $R$  值可由(4.10)式确定。显然可以设想, 当  $\sigma$  和  $\tau$  达到这一给定值时, 土体中所有半径大于  $R$  的孔都已塌陷。

我们需要将方程式(4.10)推广到三维情形。为此将上述  $(\sigma_1, \sigma_2)$  看成是一个轴对称应力状态。 $\sigma_1$  是轴向压应力,  $\sigma_2 = \sigma_3$  是围压。对于这种应力状态的八面体正压力及八面体剪应力分别是

$$p = \frac{1}{3} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = \frac{1}{3} (\sigma_1 + 2\sigma_2), \quad (4.11a)$$

$$q = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \\ = \frac{\sqrt{2}}{3} (\sigma_1 - \sigma_2), \quad (4.11b)$$

由此可以解得

$$\sigma_1 = p + \sqrt{2} q, \quad (4.12a)$$

$$\sigma_2 = p - \frac{1}{\sqrt{2}} q. \quad (4.12b)$$

再将(4.12)代回(4.4)式导出

$$\sigma = p + \frac{1}{2\sqrt{2}}q, \quad (4.13a)$$

$$\tau = \frac{3}{2\sqrt{2}} q. \quad (4.13b)$$

架空空隙的崩塌实际上应该取决于作用在固体骨架上的应力  $p_s$  和  $q_s$ 。由此, 结合方程式(4.10)和(4.13), 并以  $p_s$  及  $q_s$  取代其中的  $p$  与  $q$ , 则得到三维情形下土体微结构崩塌的失稳准则

$$\left[ \left( p_s + \frac{1}{2\sqrt{2}}q_s \right) R - 4k \right]^3 - \left( \frac{3}{2} \right)^3 k q_s^3 R^2 = 0. \quad (4.14)$$

微分上式给出如下的增量关系式:

$$dR = \frac{F_1 R dp_s + \left( \frac{1}{2\sqrt{2}} F_3 - F_2 \right) R dq_s}{F_3 F_1 - F_2 q_s}, \quad (4.15)$$

式中

$$F_1 = p_s + \frac{1}{2\sqrt{2}}q_s, \quad (4.16a)$$

$$F_2 = \left( \frac{3}{2} \right)^3 k R q_s, \quad (4.16b)$$

$$F_3 = (F_1 R - 4k)^2. \quad (4.16c)$$

根据(3.6a)式,  $dps$  与  $dqs$  和  $dp$  及  $dq$  由下式所联系:

$$dp = \varphi dp_p + (1 - \varphi) dp_s, \quad (4.17a)$$

$$dq = (1 - \varphi) dq_s, \quad (4.17b)$$

式中  $p_p$  系孔隙压力。

(4.15)式的意义是, 在半径为  $R$  的孔崩塌后, 如果应力增加  $dps$  和  $dqs$ , 则半径处于  $R$  到  $R+dr$  间的孔将崩塌。

## 五、体变形分析

黄土中孔隙的大小不一, 形状各异, 为简单起见, 我们假定土中的孔洞是由土颗粒搭接而成的球形洞。观测统计资料<sup>[5,10]</sup>表明, 黄土中半径小于 0.054mm 的孔洞占总孔隙体积的 97%, 而半径大于 0.208mm 的孔洞几乎不存在; 细孔隙的含量也仅有 15% 左右。湿陷以后, 半径大于 0.054mm 的孔几乎全部破坏。但因其含量低, 对湿陷的贡献小于 20%, 湿陷量的 80% 系由半径小于 0.054mm 的孔洞破坏所造成。基于这些统计资料, 我们假定土体中孔洞大小满足 Rayleigh 分布规律, 如图 5 所示。图中  $N(R)$  表示半径为  $R$  的孔洞的总体积概率密度, 显然

$$\int_0^{R_{\max}} N(R) dR = V_p, \quad (5.1)$$

$R_{\max}$  为统计意义上的最大孔半径, 定义孔隙体应变增量为

$$d\varepsilon_p^p = -\eta(p, q) N(R) dR / V_p. \quad (5.2)$$

(5.2)式表示：若半径为  $R$  的孔已经破坏，则当半径在  $R$  到  $R-dR$  之间的孔洞亦遭破坏时，孔隙体应变增量为  $d\epsilon_v^p$ 。式中  $\eta(p, q)$  是与应力状态有关的一个比例因子，表示孔洞遭破坏后原孔洞体积被填实的比例。此时孔隙率为

$$\varphi(p, q) = \frac{(1 - \epsilon_v^p)\epsilon_0}{1 + (1 - \epsilon_v^p)\epsilon_0}, \quad (5.3)$$

式中  $\epsilon_0 = V_p^0/V_s^0 = V_p^0/V_s$  为初始孔隙比，容易由实验测定。总的体应变增量是

$$d\epsilon_v = \varphi(p, q)d\epsilon_v^p. \quad (5.4)$$

结合(5.2)与(5.4)式，我们有

$$d\epsilon_v = -\eta(p, q)\varphi(p, q)N(R)dR/V_p. \quad (5.5)$$

(5.5)式给出了土体的体积变形量与微结构变化间的关系

湿陷起始点可由 Rayleigh 分布曲线尾部所对应的某个适当的  $R_B$  (图 5) 来确定。理由是，在湿陷变形过程中，大孔隙首先崩塌，但大孔隙的数目少，其总体积在总的孔隙体积中所占比例很小。而当土体中的应力大到足以使半径  $R < R_B$  的孔洞失稳时，由于半径  $R < R_B$  的孔的数目多，这种孔的总体积占总的空隙体积的比例大，故体积变形量随应力的增长而迅速增长。据此，将  $R_B$  代入(4.14)式。可确定在给定应力比  $m = q/p$  下的湿陷起始压力。

至此，我们得到了(4.15)式所反映的应力状态与土体微结构变化间的关系；(5.5)式所反映的体应变为微结构变化间的关系。综合二者，我们求得了黄土湿陷过程中以微结构变化  $dR$  为参数的体应变增量本构关系。(4.14)和(4.15)式可以说是代表了土体微结构失稳的“损伤”过程。而(5.3)式则表示了由于崩塌颗粒的填实作用而使孔隙率减小的土体“愈合”过程。

当土体中应力增长到土颗粒间的粘结强度时，则微结构的塑性强度破坏将先于失稳破坏而发生，此时湿陷终止。湿陷终止后的变形是由于土体进一步的塑性压密所造成。下面我们给出终止条件。

假定当土体中的应力状态满足 Coulomb 屈服条件时，土体达到强度极限，孔隙崩塌终止。在三维应力状态下，Coulomb 准则的表达式为<sup>[11]</sup>

$$\alpha p + \left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{2}} q = K, \quad (5.6)$$

式中  $\alpha, K$  是含水量的单值函数，可由实验确定<sup>[1, 11]</sup>。由公式(3.6)，(4.14)及(5.6)等即可确定已崩塌孔洞的最小半径  $R_{min}$ ，亦即确定了湿陷终止位置(对应图 3 中的 c 点)。

孔洞崩塌终止以后，仍假定固体颗粒不可压缩，则

$$d\epsilon_v = -d\varphi/(1 - \varphi). \quad (5.7)$$

根据 Carroll 的工作<sup>[12]</sup>

$$d\beta = -C d\varphi/\varphi, \quad (5.8)$$

式中  $\beta = p - p_e$  为有效应力。 $C$  为与饱和度有关的实验常数。在本文计算中可由体应变曲线在湿陷终止点的光滑条件来确定。(5.7)和(5.8)式即是孔洞崩塌过程完成以后，以  $\varphi$  为参数的增量本构关系。

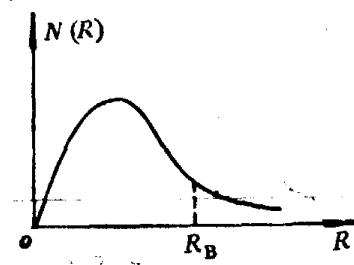


图 5 Rayleigh 分布曲线

## 六、剪切变形分析

对于黄土的完整本构关系研究，如果设想给予土体以由各种大小不等的薄壁球堆积而成的模型，则其体积变形由球的失稳破碎产生已如前述，而由球体相对滑动所描述的剪切变形可采用 Matsuoka<sup>[13]</sup> 的计算模式。由于这部分不是本文的主题，仅简要列举有关结果。

通过理论分析和实验研究发现<sup>[13]</sup>，土体颗粒沿某些面较其他面更容易滑动，这些面就是土体剪应力与正应力之比  $\tau/\sigma$  最大的面，称其为潜在滑动面 (Potential Mobilized Plane，简写为 SMP)。SMP 上有关系式

$$\tau_s/\sigma_s = -\lambda \frac{d\varepsilon_s}{dr_s} + \mu, \quad (6.1a)$$

$$\tau_s/\sigma_s = -\lambda \frac{\varepsilon_s}{r_s} + \mu, \quad (6.1b)$$

式中  $\tau_s, \sigma_s, r_s, \varepsilon_s$  分别为 SMP 上的剪应力、正应力、剪应变及正应变。

若记  $\tau_s/\sigma_s = x$ ，则由(6.1)式可求得

$$dr_s = \frac{r_0}{\mu' - \mu} \exp\left(-\frac{x - \mu}{\mu' - \mu}\right) dx, \quad (6.2a)$$

$$d\varepsilon_s = \frac{\mu' - x}{\lambda} dr_s. \quad (6.2b)$$

当已知主应力  $\sigma_i (i = 1, 2, 3)$  时，则 SMP 上的正应力及剪应力可按下式计算：

$$\sigma_s = 3J_3/J_2, \quad (6.3a)$$

$$\tau_s = \sqrt{J_1 J_2 J_3 - 9J_3^2}/J_2, \quad (6.3b)$$

式中  $J_i (i = 1, 2, 3)$  是有效应力张量的基本不变量。而 SMP 的方向余弦为

$$\alpha_i = \sqrt{J_3/(\sigma_i J_2)}. \quad (6.4)$$

物质常数  $\lambda, \mu, \mu'$  及  $r_0$  可由一次加载试验确定。

根据以上结果，最后求得主偏应变增量  $dS_i$ ：

$$dS_1 = \frac{1}{3} (2\alpha_1 - \alpha_2 - \alpha_3) d\varepsilon_s + \frac{1}{3} [2b_1 - b_2 - b_3] dr_s, \quad (6.5a)$$

$$dS_2 = \frac{1}{3} (2\alpha_2 - \alpha_1 - \alpha_3) d\varepsilon_s + \frac{1}{3} [2b_2 - b_1 - b_3] dr_s, \quad (6.5b)$$

式中

$$b_i = \frac{\sigma_i - \sigma_s}{\tau_s} \alpha_i, \quad (6.6)$$

而

$$dS_3 = -(dS_1 + dS_2). \quad (6.7)$$

方程(6.5)给出了黄土剪切变形与应力间的关系。结合五、六两节，我们得到

$$d\varepsilon_1 = dS_1 + \frac{1}{3} d\varepsilon_y, \quad (6.8a)$$

$$d\epsilon_2 = dS_2 + \frac{1}{3} d\epsilon_V, \quad (6.8b)$$

$$d\epsilon_3 = \frac{1}{3} d\epsilon_V - dS_1 - dS_2, \quad (6.8c)$$

式中  $d\epsilon_V$  由上节理论给出。 (6.8) 式可作为湿陷性黄土的完整本构方程。

## 七、对轴对称压缩变形的计算结果

通常, 土工界对土体进行的是普通三轴压缩试验。为了便于与已有的实验结果进行对照, 我们对轴对称压缩变形的体应变部分按照第五节的理论进行了计算。

在轴对称应力状态下 ( $\sigma_1 = \sigma_3$ ),

$$p = \frac{1}{3} (\sigma_1 + 2\sigma_3), \quad q = \frac{\sqrt{2}}{3} (\sigma_1 - \sigma_3).$$

引入应力比

$$h = \sigma_3/\sigma_1, \quad (7.1)$$

则有

$$\frac{q}{p} = \frac{\sqrt{2}(1-h)}{1+2h}. \quad (7.2)$$

不同饱和度的孔隙压力按照经验公式<sup>[14]</sup>

$$dp_p = Bd\sigma_3 + BA(d\sigma_1 - d\sigma_3), \quad (7.3)$$

式中  $A, B$  称为孔隙压力系数。

微结构模拟刚度  $k(w)$  采用如下方式确定, 根据黄土在单向压缩情况下的湿陷起始压力计算公式<sup>[11]</sup>:

$$\sigma = \left( \frac{0.02}{\beta} \right)^{\frac{1}{m}} \quad (7.4)$$

计算出不同饱和度下的起始压力  $\sigma$ , 式中  $m, \beta$  由实验曲线查找(文献[1]79 页图 3-2). 将所求得的湿陷起始压力连同  $R_s$  及初始空隙压力、初始空隙率等一起代入(3.6)和(4.14)式, 即可求得相应的  $k(w)$  值。

为计算简单以图 6 的折线分布代替孔洞分布的 Raleigh 分布函数, 并取孔洞崩塌后的填实系数  $\eta = 1$ .

图 7 表示了对于干土和饱和土两种极端情形的计算结果。计算中用到的有关参量列在表 1 中。

表 1 有关计算参量值

	湿陷起始压力		Coulomb 定律		孔隙压力		特征孔隙半径 (mm)			初始孔隙率	
	$m$	$\beta$	$\alpha$	$K$ (kg/cm)	$A$	$B$	$R_{max}$	$R_B$	$R_C$		
干土	2	0.0075	0.201	0.22		0	0.208	0.054	0.048	51.5%	
饱和土	1.5	0.0015	0.091	0.01	0.30	1					

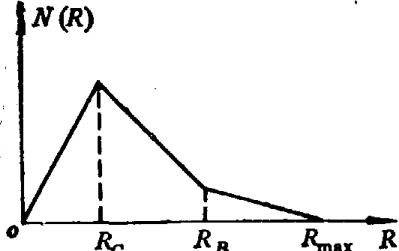


图 6 折线分布

图 7 表示了对于干土和饱和土两种极端情形的计算结果。

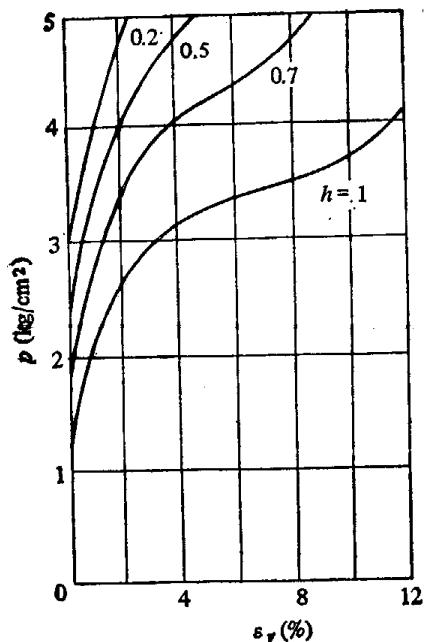


图 7(a) 轴对称压缩变形的计算结果(干土)

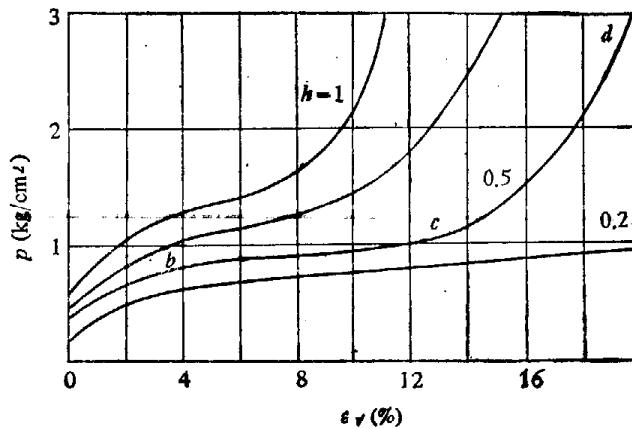


图 7(b) 轴对称压缩变形的计算结果(饱和土)

## 八、讨 论

1. 图 7 的湿陷变形计算曲线与文献[7]中图 3 所示的普通三轴仪实验曲线, 具有完全相同的结构和走向(由于不掌握文献[7]的严格实验条件及有关数据, 不好进行数值对比). 图 7 (b) 与图 7(a) 的对应体应变之差即给出通常工程上定义的湿陷体应变;
2. 本文的本构理论可以反映黄土低含水量时( $k$  较大, 如图 7(a))的“剪胀”现象及高含水量时( $k$  较小, 如图 7(b))的“剪缩”现象, 黄土的这种剪切-体变形效应为大量实验所证实<sup>[14]</sup>;
3. 从理论分析及计算中发现, 黄土湿陷变形的大小对颗粒胶结刚度  $k$  十分敏感. 在水的浸湿作用下, 即使土骨架颗粒的胶结刚度有微小削弱, 其湿陷变形量将大大增加. 这本质上是微结构稳定性对缺陷敏感的一种具体反映. 由此可以断言, 黄土湿陷变形不应从通常的强度损伤去理解, 而应从微结构的非线性稳定损伤去认识. 这将有助于澄清关于黄土湿陷变形机理的种种争论.

## 九、主 要 结 论

1. 根据湿陷性黄土架空式大孔隙的微结构特征, 提出湿陷变形系由微结构失稳所引起的假说;
2. 将微结构失稳简化为一种“尖点”灾变模型, 由此导出其损伤演化方程 (4.15);
3. 将湿陷性黄土的变形分解为体积变形与剪切变形(仍采用小变形理论), 体积变形(系湿陷变形的主要部分)由微结构失稳描述. 剪切变形借助于 Matsuoka 的颗粒介质本构理论. 结合两者给出黄土的完整本构方程;
4. 按照本文理论所计算的轴对称压缩变形规律与实验结果基本一致, 且能反映“剪胀”及“剪缩”效应;
5. 本文结果表明, 从微结构稳定性损伤的观点去认识黄土湿陷变形机理是一个有效途径.

## 参 考 文 献

- [1] A. A. 穆斯塔伐耶夫,湿陷性黄土上地基与基础的计算(张中兴译),水利电力出版社,1984.
- [2] 冯连昌等,中国湿陷性黄土,中国铁道出版社,1982.
- [3] 郑曼武,中国黄土的湿陷性,地质出版社,1982.
- [4] Carroll, M. M., *Applied Mechanics Reviews*, 38(1985), 10: 1301—1308.
- [5] 杨运来,中国科学 B 辑,1988,7: 756—766.
- [6] 高国瑞,中国科学,1980,12: 1203—1208.
- [7] 陈正汉等,岩土工程学报,8(1986),2: 1—12.
- [8] J. 贝尔,多孔介质流体动力学(李竞生等译),中国建筑工业出版社,1983.
- [9] Poston, T. & Stewart,I., *Catastrophe Theory and It's Applications*, London, Pitman, 1978.
- [10] 钱鸿缙等,湿陷性黄土地基,中国建筑工业出版社,1985.
- [11] 王仁等著,塑性力学引论,北京大学出版社,1982.
- [12] Carroll, M. M., *Proceedings of IUTAM*, 1980, 251—262.
- [13] Matsuoka, H., *Soils and Foundations*, 23(1983) 2:83—97.
- [14] 黄文熙主编,土的工程性质,水利电力出版社,1983.