第三代小口径地面微波望远镜的透镜重构

刘晋弋, 韩嘉康, 胡彬*

北京师范大学天文系, 北京 100875

*联系人, E-mail: bhu@bnu.edu.cn

收稿日期: 2022-02-02; 接受日期: 2022-03-03; 网络出版日期: 2022-04-14

国家重点研发计划(编号: 2020YFC2201603)和国家自然科学基金(编号: 11653003)资助项目

摘要 本文围绕第三代小口径地面微波望远镜展开了透镜重构算法和数据管线开发的介绍, 并给出了相应望远镜参数指标下的透镜重构信噪比分析. 我们选取了一个既具有代表性又较为简单的望远镜模型, 即: 3600 平方度天区大小, 中等噪声水平($\sim 10 \mu\text{K.arcmin}$ 左右)以及中等角分辨率(波束图半高全宽 10 arcmin). 透镜重构方法, 我们采取了技术上较为成熟的透镜“二次估计器”, 分别讨论了“温度”估计器、“极化”估计器和“最小方差”估计器. 在该算法的框架下, 我们开发了端到端的模拟和数据分析管线. 借助于该管线, 发现当统计噪声在 $17 \mu\text{K.arcmin}$ 的水平上时, 透镜的“极化”估计器的噪声要高于“温度”估计器; 但是当统计噪声降低到 $10 \mu\text{K.arcmin}$ 时, 结果与前者恰好相反. 此外, 当我们把温度和极化模式的数据加权平均之后, “最小方差”估计器可以在 $10 \mu\text{K.arcmin}$ 噪声水平上, 给出信噪比为17的透镜功率谱重构结果.

关键词 宇宙微波背景辐射, 引力透镜, 宇宙学

PACS: 98.70.Vc, 98.80.-k, 95.36.+x

1 宇宙微波背景辐射透镜效应简介

宇宙微波背景辐射(Cosmic Microwave Background, CMB)是热大爆炸光子的余辉. 由于该光子产生于热平衡过程, 其能谱分布具有高度的黑体谱特征¹⁾. 目前对于CMB温度的最为精确的测量是COBE-FIRAS实验给出的全天平均温度 $T=(2.7255 \pm 0.0006) \text{ K}$ ^[1,2]. 此外, CMB温度具有高度的均匀性和全天各向同性, 局域的温度涨落仅有十万分之一. 这些微小的温度涨落来源于宇宙极早期空间曲率的非均匀性

以及后期大尺度结构形成和演化过程, 因此携带了重要的宇宙学信息.

主流宇宙学模型认为, 宇宙在极早期经历过一个被称作“暴胀”的剧烈膨胀时期. 目前所形成的宇宙大尺度结构的原初“种子”正是来源于该时期的一个被称为“暴胀场”的量子扰动. 这其中最让人兴奋的是: 该过程中引力的量子性质对于产生局域的曲率扰动起到了极其关键的作用, 是当前研究引力量子性质的为数不多的“观测窗口”之一. 而刻画该物理过程的一个重要参数便是该时期的能标, 它标记了量

1) 其能谱仅在高能量区间由于逆康普顿散射等粒子数不守恒过程产生微小的对于黑体谱的偏离.

引用格式: 刘晋弋, 韩嘉康, 胡彬. 第三代小口径地面微波望远镜的透镜重构. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2022, 52: 269811
Liu J Y, Han J K, Hu B. Lensing reconstruction in the third generation of ground-based small aperture cosmic microwave background telescope (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2022, 52: 269811, doi: [10.1360/SSPMA-2022-0050](https://doi.org/10.1360/SSPMA-2022-0050)

子引力的特征能标. 对于该参数的测量来自于两个方面: 一方面是该过程中的能量密度涨落的大小; 另一方面是该过程中产生的时空剪切扰动的大小, 即原初引力波的特征振幅. 对于前者, 我们可以通过对于CMB的非偏振光以及E模偏振光²⁾的功率测量来获得; 而对于后者, 我们则需要通过对CMB的B模偏振光³⁾的测量来获得. 目前, 我们对于前者的测量经历了COBE^[3], WMAP^[4]和Planck^[5]先后三代空间卫星探测项目后, 对于原初标量扰动的振幅的测量置信度已经超过 200σ , 对于暴胀理论所预言的“红色”原初功率谱的谱指标的测量置信度也已达到 10σ 左右. 尽管对于标量扰动的测量的置信度是如此之高, 但是由于暴胀能标与暴胀场的势能具体形状有较强的简并性, 致使我们无法通过对标量扰动的测量来估计暴胀能标. 另一方面, 张量扰动即原初引力波的振幅则直接标志着暴胀能标的高低. 但很遗憾, 目前为止人们还未探测到该信号^[6]. 对原初张量扰动的测量, 是目前以及未来CMB观测的核心科学之一^[7].

对原初引力波的测量, 主要是通过对CMB的B模偏振信号的测量来实现的. 但B模偏振信号不仅来源于原初引力波, 还来源于宇宙再电离过程以及引力透镜效应. 再电离信号由于主要产生在宇宙晚期, 相比于原初信号而言, 该信号的角直径比较大, 反映在角功率谱上主要在 $\ell < 10$ 的范围内. 原初引力波产生的B模偏振反映的是再复合时期的声学视界的大小, 信号在 $\ell \approx 200$ 附近达到最大. 该信号的大小一般由被称为“张标比”的量来刻画(即张量扰动与标量扰动的功率谱之比, $r = \mathcal{P}_t/\mathcal{P}_s$). B模偏振的第三个来源则是由引力透镜产生的. CMB光子与自由电子的最后一次汤普森散射发生在电子与氢离子的再复合时期, 该过程大约会产生10%左右的线偏振信号. 由于汤普森散射过程的宇称守恒, 该过程产生的线偏振信号完全是偶宇称的E模偏振信号. 但由于在CMB光子传播路径上的引力势阱的存在, 这些光子的光路会发生偏折, 会沿着引力透镜的爱因斯坦环的切向重新排列本来的E模偏振信号. 这个过程会将部分的E模偏振信号局地地旋转 45° 角成为B模偏振信号. 标准宇宙学LCDM模型预言该信号在B模天图上的强度大约为 $5 \mu\text{K}\cdot\text{arcmin}$, 其角功率谱会随着多极矩阶数的增加而升高, 峰值

在 $\ell = 1000$ 左右. 这是由于CMB透镜的特征偏折角大约为 2 arcmin . 由于产生CMB透镜的大尺度结构是再复合时期的声学视界大小的引力势阱, 考虑到这些引力成团结构的角直径大小, CMB透镜的偏折角大约会在几度的数量级上产生大尺度的相关性. 这些特征都被反映在透镜势的角功率谱上面. 透镜效应一方面会产生对原初引力波B模的强烈污染, 特别是当要测量的张标比的精度在 $r < 0.01$ 的情况下, 透镜B模将会在全尺度覆盖住前者, 因此是必须要去除的前景噪音. 另一方面, CMB透镜本身就携带了宇宙大尺度结构形成和演化的信息, 是研究暗物质、暗能量和中微子物理的观测窗口. 对于具体细节感兴趣的读者可以参考综述^[8].

本文将就透镜信号重构的管线开发开展研究, 介绍我们所开发的适用于第三代小口径地面微波望远镜的透镜重构算法和数值代码. 文章的剩余部分将首先介绍第三代小口径地面微波望远镜的特点; 其次介绍针对该类型望远镜的透镜重构算法、管线开发和结果; 最后, 将给出总结和展望.

2 第三代小口径地面微波望远镜简介

尽管由于大气辐射、水汽吸收等因素, 地面实验相较于空间望远镜的噪声有显著提高. 但另一方面, 地面实验有比较灵活的硬件设备的替换、维修和升级优势, 特别是目前超导微波量热计技术的快速发展可以很好地弥补地面实验前景噪音高的劣势. 业内, 按照焦平面上搭载微波量热计的数目为参数来划分地面项目所属的技术年代: 一百为第一代; 一千为第二代; 一万为第三代; 十万为第四代.

以BICEP3^[9]项目为例, 其焦平面上已集成2500多个TES超导探测器, 介于第二代与第三代项目之间. 现今正在建设中的第三代地面微波望远镜的焦平面上已具备了搭载万量级的超导探测器的能力, 这其中典型的代表为美国的Simons Observatory (SO)项目^[10]和中国阿里项目^[11]. 第三代探测器的噪声水平大约为 $10 \mu\text{K}\cdot\text{arcmin}$. 而像CMB-S4^[7]这样的更为宏大的第四代地面微波实验, 其噪声设计指标将达到 $1 \mu\text{K}\cdot\text{arcmin}$ 量级. 作为参考, 上一节所提到CMB透镜B模强度约

2) 偶宇称的线性偏振光.

3) 奇宇称的线性偏振光.

为 $5 \mu\text{K.arcmin}$. 因此, CMB-S4 项目将以很高的置信度测量到透镜 B 模信号.

本文将 SO 和阿里为项目原型来探究透镜重构算法和管线开发. 为了避免过多的参数细节带来的复杂度, 这里采取一个略微理想的简化模型, 构建一个通光孔径为 50 cm 、焦平面搭载万量级探测器、巡天面积约为全天 10% 的第三代地面小口径望远镜. 具体地, 我们考虑两种不同的天图噪声深度 17 和 $10 \mu\text{K.arcmin}$. 二者分别代表了第三代地面项目的保守噪声指标和指定噪声指标. 望远镜波束的半高全宽取小口径望远镜的中等分辨率 10 arcmin . 为了简化计算, 考虑一个 60×60 平方度的方形天区. 这些指标都是第三代项目中的典型参数取值. 例如, SO 项目^[10]由一个 50 cm 级的小口径望远镜和一个 6 m 级的大口径望远镜构成. 其中, 小口径望远镜频段覆盖了 $27\text{--}280 \text{ GHz}$ 的 6 个不同频段. 其中, 145 和 255 GHz 的两个 CMB 主要频段的分辨率为 17 和 11 arcmin ; 噪声水平为 $3\text{--}6 \mu\text{K.arcmin}$. 阿里的噪声水平可能略差于 SO, 因此我们在这里保守得取噪声水平为 $10\text{--}17 \mu\text{K.arcmin}$. 下面, 将以这些参数为输入来构建我们的模拟数据, 并以此来重构透镜功率谱.

3 透镜重构

由于引力透镜作用既不产生光子也不消灭光子, 仅是光子空间的重分布将本来 $\hat{n}$ 方向上的光子散射到新的方向 $\hat{n} + d(\hat{n})$ 上去. 其中 $d(\hat{n})$ 称为透镜偏折角, 其特征大小为 2 arcmin . 近似到领头阶, 透镜偏折角可以表达为透镜势的空间梯度 $d(\hat{n}) \simeq \nabla\phi(\hat{n})$. 对于温度场, 我们有

$$\begin{aligned} \tilde{T}(\hat{n}) &= T(\hat{n} + d(\hat{n})) \\ &\simeq T(\hat{n}) + \sum_i \nabla^i \phi(\hat{n}) \nabla_i T(\hat{n}) + O(\phi^2). \end{aligned} \quad (1)$$

对于极化场, 我们有

$$\begin{aligned} [\tilde{Q} \pm i\tilde{U}](\hat{n}) &= [Q \pm iU](\hat{n} + d(\hat{n})) \\ &\simeq [Q \pm iU](\hat{n}) \\ &\quad + \sum_i \nabla^i \phi(\hat{n}) \nabla_i [Q \pm iU](\hat{n}) + O(\phi^2), \end{aligned} \quad (2)$$

式中上标有波浪线的量是透镜化后的场, 没有波浪线

的是透镜前的场. 理论上, 透镜势可以表达为

$$\phi(\hat{n}) = -2 \int_0^{\chi_*} d\chi \frac{\chi_* - \chi}{\chi\chi_*} \Psi(\chi\hat{n}, \eta_0 - \chi), \quad (3)$$

式中, χ 是共动距离, $\chi_* \simeq 14 \text{ Gpc}$ 代表从最后散射面到我们当前的共动距离. $\Psi(\chi\hat{n}, \eta_0 - \chi)$ 是沿视线方向 $\hat{n}$ 共动距离为 χ 处的外尔引力势. 这里假设空间平坦的 LCDM 模型.

3.1 方法

由于透镜效应会混合来自不同方向上的光, 因此会导致多极矩之间产生耦合, 不同 ℓ 模之间的协方差矩阵的非对角项非零

$$\langle X_{\ell_1 m_1} Z_{\ell_2 m_2} \rangle = \sum_{LM} (-1)^M \begin{pmatrix} \ell_1 & \ell_2 & L \\ m_1 & m_2 & -M \end{pmatrix} \mathcal{W}_{\ell_1 \ell_2 L}^{XZ} \phi_{LM}, \quad (4)$$

式中, $X_{\ell m}, Z_{\ell m} \in \{T_{\ell m}, E_{\ell m}, B_{\ell m}\}$, ℓ 模之间的响应函数 $\mathcal{W}_{\ell_1 \ell_2 L}^{XZ}$ 的具体表达式可以在文献^[12]中找到. 大括号代表 Wigner 3- j 符号. ϕ_{LM} 是透镜势的球谐函数展开的多极矩, 也正是我们重构的目标. 由于原初 CMB 信号近似为高斯场, 不同 ℓ 模之间不存在耦合, 因此透镜信号出现在非对角项的领头阶. 透镜重构的“二次估计器”(Quadratic Estimator)正是利用此原理来构建的. 下面, 将列出本文在透镜重构过程中的一些重要步骤.

本文, 我们采取与 Planck 2018^[13] 透镜文章中相同的透镜重构方法. 该算法与原始的 Hu-Okamoto “二次估计器”^[12, 14] 十分类似, 将透镜场的估计用 Wiener-Filtered 天图与 Inverse-Variance Filtered 天图成对地表达出来^[15]. Inverse-Variance filter 如下定义:

$$\bar{X}(\hat{n}) = [\mathcal{B}^\dagger \text{CoV}^{-1} X^{\text{dat}}](\hat{n}), \quad (5)$$

其中, 矩阵 $\mathcal{B}$ 代表像素空间中的波束和像素卷积操作. $X^{\text{dat}}(\hat{n}) \in T, E, B$ 代表真实的或模拟的天图. CoV 是像素空间中的协方差矩阵 $\text{CoV} = \mathcal{T} \mathcal{C}^{\text{fid}} \mathcal{T}^\dagger + \mathcal{N}$, 其中 $\mathcal{C}^{\text{fid}}$ 是指定的 CMB 角功率谱, $\mathcal{N}$ 是像素空间中的协方差矩阵. 这里我们假设其是对角的. $\mathcal{T} = \mathcal{B} \mathcal{Y}$ 代表从球谐空间到像素空间的转移函数. 矩阵 $\mathcal{Y}$ 是自旋加权的球谐函

数. Wiener-Filtered CMB 天图定义如下:

$$\begin{pmatrix} T^{\text{WF}} \\ E^{\text{WF}} \\ B^{\text{WF}} \end{pmatrix} = C^{\text{fid}} \mathcal{T}^\dagger \text{CoV}^{-1} \begin{pmatrix} T^{\text{dat}} \\ +2P^{\text{dat}} \\ -2P^{\text{dat}} \end{pmatrix}. \quad (6)$$

这里, 我们独立地对温度场和极化场分别进行滤波, 没有计入 TE 模式的交叉关联. 协方差矩阵的求逆算法我们采取 Conjugate-Gradient Inversion 方法结合 multi-Grid Preconditioner 方法 [16].

下面, 我们便可以构建一个(未归一化的)透镜偏折角(自旋为 1 的矢量场)

$${}_1\hat{d}(\hat{n}) = - \sum_{s=0,\pm 2} {}_s\bar{X}(\hat{n}) [\delta_s X^{\text{WF}}](\hat{n}), \quad (7)$$

式中, δ 是自旋上升算符, 前置上指标 s 标记自旋. 透镜偏折角 ${}_1\hat{d}(\hat{n})$ 一般地可以分解为梯度部分(g)和旋度部分(c).

$${}_{\pm 1}\hat{d}(\hat{n}) = \mp \sum_{LM} \left(\frac{\hat{g}_{LM} \pm i\hat{c}_{LM}}{\sqrt{L(L+1)}} \right) {}_{\pm 1}Y_{LM}(\hat{n}). \quad (8)$$

但后者相比于前者属于高阶项, 这里我们不考虑. 与 Planck 2018 一样, 这里我们采用三种不同类型的透镜估计, 即温度估计(T-only)、极化估计(P-only)和最小方差估计(MV).

蒙版(Mask)与残余前景会引入新的统计各向异性, 这将会导致对透镜重构的偏差. 但由于这些效应往往难以进行解析建模, 因此我们采取蒙特卡罗模拟的方法来扣除这部分的效应. 这些因素会产生非零的透镜势的期望值, 因此要将这个期望值减去. 该操作称为“平均场减除”. 在这步操作完成之后, 对透镜重构的估计变为

$$\hat{\phi}_{LM} = \frac{1}{\mathcal{R}_L^\phi} (\hat{g}_{LM} - \langle \hat{g}_{LM} \rangle_{\text{MC}}), \quad (9)$$

式中, $\mathcal{R}_L^\phi$ 是一个各向同性的归一化因子, 称为响应函数.

根据重构的透镜势天图直接计算所得的功率谱可以写为

$$\hat{C}_L^{\phi_1\phi_2} = \frac{1}{(2L+1)f_{\text{sky}}} \sum_{M=-L}^L \hat{\phi}_{1,LM} \hat{\phi}_{2,LM}^*, \quad (10)$$

式中, $\hat{\phi}_{1,LM}, \hat{\phi}_{2,LM}$ 是根据所有可能的估计方法得到的透镜势天图, 这里下角标 1, 2 不要求一样. 但这个直接的透镜功率谱包含着不可避免的由原初高斯统计的两点相关产生的不联通的四点相关函数的贡献, 称为 $N^{(0)}$ 噪声或 $N^{(0)}$ 偏差. 此外, 由于其他非原初的物理效应产生的四点相关称为 N_1 噪声或 N_1 偏差. 这部分在天图层面是无法扣除的, 但是可以在功率谱层面对其进行估计, 进而将其扣除

$$\hat{C}_L^{\phi\phi} = \hat{C}_L^{\phi_1\phi_2} - \Delta C_L^{\phi_1\phi_2}|_{\text{RDN0}} - \Delta C_L^{\phi_1\phi_2}|_{N1} - \dots, \quad (11)$$

这里省略号代表了其他噪声的污染, 例如前景残余点源的污染. 本文采用计算精度比较高的 Realization-Dependent $N^{(0)}$ 偏差的计算方法(“RDN0”). 至此, 公式(11)便给出了本工作最核心的一个量, 即透镜重构的功率谱.

3.2 数据管线

本节将根据图 1 介绍透镜重构的管线. 我们首先用 lenspyx⁴⁾ 模拟 301 套透镜化后背景辐射的 $T_{\ell m}, E_{\ell m}$ 和 $B_{\ell m}$, 然后将它们和转移函数相乘, 再变换到像素空间内和我们模拟得到的另外 301 张均匀的白噪声图相加, 由此得到了 301 套 TQU 的图. 这 301 套图中的 1 套当作真实的天图, 另外 300 套用于重构各种噪声的估计.

这些模拟将分别通过 Apodization, Inverse-filter 或 Wiener-filter 滤波, 得到 $\bar{X}_{\ell m}$ 和 $X_{\ell m}^{\text{WF}}$, 其中 $X \in \{T, E, B\}$. 之后通过二次估计器, 将 $\bar{X}_{\ell m}$ 和 $X_{\ell m}^{\text{WF}}$ 以合适的权重组合起来, 可以得到 $\hat{\phi}_{\ell m}$, 每一种估计器(T-only, P-only 和 MV)都可以得到 301 套 $\hat{\phi}_{\ell m}$, 到此为止真实天图和用于估计噪声的天图的处理过程完全一致, 下面我们将他们分开来处理.

被当作真实数据的 $\hat{\phi}_{\ell m}$ 需要进行平均场扣除, 从 300 套蒙特卡罗模拟中取出 60 套来估计平均场 $\bar{\phi}_{\ell m}^{\text{MF}}$. 而在估计功率谱的过程中, 参考公式(11), 还需要计算出 $N^{(0)}$ 和 $N^{(1)}$ 的大小. 对于 $N^{(0)}$, 我们通过剩下的 240 套模拟得到 RDN0, 同时也可以得到相对而言计算没那么复杂的 MCN0. 而 $N^{(1)}$ 使用平天近似下的解析结果进行估计(具体表达式在 Planck 2018 透镜分析文章的附录 A 中 [13]).

注意, 半解析 $N^{(0)}$ 和解析 $N^{(1)}$ 的计算仅仅依赖于白噪声的水平以及滤波器的设计, 不和模拟数据直

4) <https://github.com/carronj/lenspyx>.

图 1 (网络版彩图) CMB 透镜重构管线流程图. 黄色框表示当前考虑在内的噪声, 蓝色框表示重构的透镜功率谱

Figure 1 (Color online) CMB lensing reconstruction pipeline. The yellow boxes represent the noise components in our current error budget. The blue box is our reconstruction target.

接关联, 图 1 中从 TQU simulations 到 Semi-analytical N0 and analytical N1 这一步只表明在运算顺序上, 我们在这一步就可以开始计算半解析 $N^{(0)}$ 和解析 $N^{(1)}$ 了.

3.3 结果

本小节将介绍我们的主要重构结果. 为了突出重点, 仅列出透镜重构噪声中最主要的部分, 即 $N^{(0)}$ 噪声. 该噪声的来源是原初 CMB 的自相关部分, 是四点相关函数的不联通部分. 其物理图像可如下理解: 对于 CMB 透镜而言, 原初 CMB 光子是背景光源, 前景的大尺度引力势阱是透镜体; 我们的目标是重构出透镜体的空间分布, 但是由于背景光源的空间分布随机性, 会引入对于透镜重构不可避免的噪声, 该噪声即

为 $N^{(0)}$ 噪声. 这里, 我们仿照 Planck 2015 透镜分析 [17], 采用半解析的方法计算了 $N^{(0)}$ 噪声 (图 2 中的实线和点线)

$$N_L^{(0)}|_{\text{analytic}}^{x,y}[\bar{X}, \bar{Z}, \bar{C}, \bar{D}] = \frac{1}{R_L^{x\phi}} \frac{1}{R_L^{y\phi}} \frac{1}{4(2L+1)} \times \sum_{\ell_1 \ell_2} W_{\ell_1 \ell_2 L}^x (W_{\ell_1 \ell_2 L}^{y*} \bar{C}_{\ell_1}^{XC} \bar{C}_{\ell_2}^{ZD} + (-)^{\ell_1 + \ell_2 + L} W_{\ell_1 \ell_2 L}^{y*} \bar{C}_{\ell_1}^{XD} \bar{C}_{\ell_2}^{ZC}), \quad (12)$$

其中,

$$\bar{C}_\ell^{XZ} = \frac{f_{\text{sky}}^{-1}}{2\ell+1} \sum_m \bar{X}_{\ell m} \bar{Z}_{\ell m}^*, \quad (13)$$

式中, $\bar{X}$ 等量是 Inverse-Variance 滤波后的 CMB 场; (x, y)

代表不同的透镜估计器, 如TT, EE, TE, TB, EB等; 而权重函数 $W_{\ell_1 \ell_2 L}^x$ 的具体数学表达式可以在Planck 2015透镜分析^[17]的附录A中查到. 此外, 为了检验该半解析表达式的准确性, 我们还采用更为精准但计算更为昂贵的MCN0方法来进行校验. 该结果用橙、蓝和红色的点标出. 从图2中我们可以看出, 二者符合得很好.

图2呈现了三种不同重构方法的噪声曲线, 即MV/最小方差方法(红色)、T-only/只利用温度模式的方法(橙色)和P-only/只利用偏振模式的方法(蓝色). 此外, 我们还考虑了两种不同的噪声水平, 即10和17 $\mu\text{K.arcmin}$. 为了更加直观地比较重构噪声和信号, 图中用黑色粗笔绘制了透镜势的理论曲线. 不难看出, 对于高噪声的情况, 利用极化模式的估计器的噪声(蓝点线)要高于利用温度模式的噪声(橙点线); 但对于低噪声的情况, 情况恰好相反. 更进一步, 对于将TEB三种模式综合起来的MV方法的估计器, 其噪声水平可以降至理论信号强度之下. 这对于透镜重构而言是极有利的消息. 特别是对于10 $\mu\text{K.arcmin}$ 噪声水平的重构而言, 在多极矩 $40 \leq \ell \leq 100$ 的范围

图 2 (网络版彩图) 三种透镜估计方法(T-only, P-only, MV)的噪声曲线. 这里我们考虑的透镜重构参数如下: 天区大小: 3600平方度; 分辨率(波束半高全宽): 10 arcmin; 噪声水平: 均匀白噪17和10 $\mu\text{K.arcmin}$. 为了对比信号与噪声, 我们将透镜势的理论值用黑色粗线画出

Figure 2 (Color online) The noise curves of three estimators, namely T-only, P-only, and Minimum Variance. The parameters are: sky area (3600 degsq); FWHM (10 arcmin); noise level (white noise, 17 and 10 $\mu\text{K.arcmin}$). In order to compare with the signal, we plot the theoretical lensing potential power spectrum in the black bold curve.

内, 对于单个 ℓ 模式, 信号可以高于MV估计器的噪声.

图3展示了低噪声(10 $\mu\text{K.arcmin}$, 左图)和高噪声(17 $\mu\text{K.arcmin}$, 右图)的三种透镜重构方法所给出的结果. 这里, 我们展示了多极矩分段后的功率谱. 具体的分段 ℓ 节点为8, 21, 40, 66, 101, 145, 199, 264, 339, 426, 526, 638, 763, 902, 1055, 2048. 红色、灰色和绿色的方形分别代表了MV, T-only和P-only三种方法所给出的透镜功率谱重构结果. 首先, 可以看到, MV的方法明显优于其他两种方法. 其次, 由于天区大小的限制, 对于第一个多极矩段内的功率谱重构具有明显的偏差. 再次, 对于低噪声的情况, P-only估计器的重构结果要优于T-only估计器; 但对于高噪声的情况, 情况恰好相反. 从右图的最后一个多极矩段的功率谱重构可以看出, 绿色方框明显地偏离理论预言. 这是由于该情况下极化数据的噪声过高, 我们很难通过极化数据获得准确的透镜重构. 值得指出的是, 这里考虑了上下对称的高斯误差, 方框的中心即为重构的期望值.

最后, 采用Fisher矩阵方法来估计透镜重构的信噪比

$$\text{SNR} = \sqrt{\sum_{\ell, \ell'} C_{\ell} C_{\ell\ell'}^{-1} C_{\ell'}}, \quad (14)$$

其中分子上的角功率谱 C_{ℓ} 采用理论值而非这里重构出来的期望值. 这是因为, 本文中所重构的信噪比还没有达到极高的水平, 为了避免由于随机噪声产生的对于信噪比估计的波动, 这里采取了这种保守的估计. 根号下的分母 $C_{\ell\ell'}^{-1}$ 是依据240张模拟结果计算得到的多极矩之间的协方差矩阵. 我们将结果总结在表1之中, 可以看到在低噪声的情况下, 利用MV方法可以达到17的信噪比水平, 而极化估计器的信噪比也将可以达到信噪比9以上的水平.

4 总结和展望

本文介绍了基于第三代地面小口径毫米波巡天望

表 1 透镜重构的信噪比

Table 1 Lensing reconstruction signal-to-noise ratio

估计器	10 $\mu\text{K.arcmin}$	17 $\mu\text{K.arcmin}$
T-only	8.2	6.5
P-only	9.6	7.8
MV	17.0	12.4

图 3 (网络版彩图)透镜势的功率谱重构结果. 左图: 噪声水平 $10 \mu\text{K.arcmin}$; 右图: 噪声水平 $17 \mu\text{K.arcmin}$. 红色(MV)、绿色(P-only)和灰色(T-only)分别为三种重构方法的结果

Figure 3 (Color online) The lensing power spectrum reconstruction result. Left panel: noise level $10 \mu\text{K.arcmin}$. Right panel: noise level $17 \mu\text{K.arcmin}$. Red, green, and grey boxes are the reconstruction results of Minimum Variance estimator, P-only estimator, and T-only estimator, respectively.

远镜的透镜重构算法以及管线开发的研究进展. 为了简化计算突出物理图像, 我们简化了望远镜设置, 忽略了一些在实际数据处理中重要但与本文关注点无关的细节. 以三个特征参数来刻画这类实验, 即天区大小(3600 平方度)、噪声水平($10 \mu\text{K.arcmin}$ 左右)以及角分辨率(波束大小 10 arcmin).

在“二次估计器”算法框架下进行透镜重构, 详细讨论了“温度估计器”、“极化估计器”以及“最小方差估计器”三种透镜估计方法. 我们所开发的数据管线, 可以完成端到端的数据模拟和分析. 其中的重要步骤包括: (1) CMB天图生成; (2) CMB天图噪声过滤; (3) 透镜信号的匹配滤波; (4) 平均场减除; (5) 透镜功率谱重构.

借助于该管线, 我们预测了两种不同噪声水平下的透镜重构信噪比(10 和 $17 \mu\text{K.arcmin}$). 发现在 $17 \mu\text{K.arcmin}$ 的噪声水平下, “极化估计器”的透镜重

构噪声要高于“温度估计器”的噪声水平. 一旦将噪声水平提高至 $10 \mu\text{K.arcmin}$ 的情况, 结果恰好相反. 这是由于高信噪比的CMB天图中, EB和TB这种自相关为零的透镜估计器将很大程度地提高重构结果. 此外, 我们还依据最小方差的方式将温度和极化数据加权平均, 按照“最小方差估计器”的算法来进行透镜重构. 在噪声水平 $10 \mu\text{K.arcmin}$ 的情况下, 信噪比将能达到17的置信度水平. 该数字对于第三代地面小口径微波望远镜的透镜重构是很具有代表性的.

用作本文分析的噪声水平对于第三代小口径地面望远镜是不难实现的. 随着望远镜曝光时长的增加, 噪声水平一定会比本文中所采用的数字有大幅度提高. 因此, 本文所呈现的结果可以视作一个保守的透镜信噪比强度的估计. 有理由相信, 随着第三代以及未来的第四代地面毫米波巡天项目的开展, CMB透镜科学将会成为研究宇宙结构演化的重要观测窗口.

参考文献

- 1 Mather J C, Fixsen D J, Shafer R A. Calibrator design for the *COBE* Far-Infrared Absolute Spectrophotometer (FIRAS). *Astrophys J*, 1999, 512: 511–520
- 2 Fixsen D J. The temperature of the cosmic microwave background. *Astrophys J*, 2009, 707: 916–920
- 3 Bennett C L, Banday A J, Gorski K M. Four-year *COBE* DMR cosmic microwave background observations: Maps and basic results. *Astrophys J*, 1996, 464: L1–L4

- 4 Hinshaw G, Larson D, Komatsu E. Nine-year *wilkinson microwave anisotropy probe (WMAP)* observations: Cosmological parameter results. *Astrophys J Suppl Ser*, 2013, 208: 19
- 5 Aghanim N, Akrami Y, Arroja F. *Planck* 2018 results. *Astron Astrophys*, 2020, 641: A1
- 6 Ade P A R, Ahmed Z, Amiri M. Improved constraints on primordial gravitational waves using *Planck*, WMAP, and BICEP/Keck observations through the 2018 Observing Season. *Phys Rev Lett*, 2021, 127: 151301
- 7 Abazajian K N, Adshead P, Ahmed Z, et al. CMB-S4 Science Book, First Edition. arXiv: [1610.02743](https://arxiv.org/abs/1610.02743)
- 8 Lewis A, Challinor A. Weak gravitational lensing of the CMB. *Phys Rep*, 2006, 429: 1–65
- 9 Ahmed Z, Amiri M, Benton S J, et al. BICEP3: A 95 GHz refracting telescope for degree-scale CMB polarization. In: SPIE Astronomical Telescopes+Instrumentation. Montréal, 2014. 91531N
- 10 Ade P, Aguirre J, Ahmed Z. The simons observatory: Science goals and forecasts. *J Cosmol Astropart Phys*, 2019, 2019: 056
- 11 Li H, Li S Y, Liu Y. Probing primordial gravitational waves: Ali CMB Polarization Telescope. *Natl Sci Rev*, 2019, 6: 145–154
- 12 Okamoto T, Hu W. Cosmic microwave background lensing reconstruction on the full sky. *Phys Rev D*, 2003, 67: 083002
- 13 Aghanim N, Akrami Y, Ashdown M. *Planck* 2018 results. *Astron Astrophys*, 2020, 641: A8
- 14 Hu W, Okamoto T. Mass reconstruction with cosmic microwave background polarization. *Astrophys J*, 2002, 574: 566–574
- 15 Carron J, Lewis A. Maximum a posteriori CMB lensing reconstruction. *Phys Rev D*, 2017, 96: 063510
- 16 Smith K M, Zahn O, Doré O. Detection of gravitational lensing in the cosmic microwave background. *Phys Rev D*, 2007, 76: 043510
- 17 Ade P A R, Aghanim N, Arnaud M. *Planck* 2015 results. *Astron Astrophys*, 2016, 594: A15

Lensing reconstruction in the third generation of ground-based small aperture cosmic microwave background telescope

LIU JinYi, HAN JiaKang & HU Bin*

Department of Astronomy, Beijing Normal University, Beijing 100875, China

We introduce the lensing reconstruction algorithm and the corresponding pipeline construction of the third generation of the ground-based small aperture cosmic microwave background (CMB) experiment. We assume a characteristic and simplified telescope model, namely 3600 degree square sky coverage, media noise level ($\sim 10 \mu\text{K} \cdot \text{arcmin}$) and media angular resolution (beam size 10 arcmin). We adopt the technically mature quadratic estimator and study the reconstruction ability of the T-only, P-only, and the minimal-variance estimator. Using the framework of the quadratic estimators, we developed our lensing reconstruction pipeline. We find, at the $17 \mu\text{K} \cdot \text{arcmin}$ noise level, the reconstruction noise of the P-only estimator is worse than that of the T-only estimator. When we upgrade into the $10 \mu\text{K} \cdot \text{arcmin}$ noise level case, the results are reversed. Furthermore, when we combine the temperature and polarization modes together, the minimal-variance estimator can reach the signal-to-noise ratio of 17 with the $10 \mu\text{K} \cdot \text{arcmin}$ noise setup.

cosmic microwave background, gravitational lensing, cosmology

PACS: 98.70.Vc, 98.80.-k, 95.36.+x

doi: [10.1360/SSPMA-2022-0050](https://doi.org/10.1360/SSPMA-2022-0050)