

大型捆绑火箭姿态动力学模型研究

杨云飞^{①②*}, 李家文^③, 陈宇^④, 程堂明^①, 赵育善^②

① 北京宇航系统工程研究所, 北京 100076;

② 北京航空航天大学宇航学院, 北京 100083;

③ 国防科技大学航天与材料工程学院, 长沙 410073;

④ 北京航空航天大学自动化科学与电气工程学院, 北京 100083

* E-mail: mailto:kevin_yyf@yahoo.com.cn

收稿日期: 2008-08-29; 接受日期: 2008-11-03

摘要 针对大型捆绑运载火箭所呈现出的低频密频模态、纵-横-扭强耦合、复杂局部变形和发动机低频谐振以及多贮箱液体晃动的特点, 推导建立了工程实用的姿态动力学模型. 基于牛顿-欧拉法建立了刚体质心和绕质心运动方程、液体晃动方程以及发动机振动方程, 基于有限元方法建立了火箭弹性振动方程. 模型充分反映了发动机摆动、液体晃动等活动质量相对箭体运动时对刚体运动和弹性振动的影响, 充分反映了刚-晃-弹以及发动机低频谐振之间的耦合, 同时保留了工程上所熟悉的形式. 基于坐标变换思想提出了弹性旋转矩阵方法求解复杂弹性变形后外力的大小和作用点, 推导过程中严格按照定义求解, 避免了错项和漏项, 推导原理简明、概念清晰, 过程规范, 易于设计人员理解. 基于ADAMS的虚拟样机仿真结果验证了本文推导模型的正确性.

关键词

捆绑火箭

姿态动力学模型

有限元方法

ADAMS 虚拟样机仿真

为提高运载能力, 将更大有效载荷送入太空, 世界各主要航天大国如俄、美、法等国家均研制和使用大型捆绑运载火箭. 从动力学角度考察国内外同类捆绑火箭, 如大力神-IIIC^[1]、土星V^[2]、航天飞机^[3]、阿里安-4^[4]、CZ-2E^[5]等可以看出, 随着火箭重量、推力、和长细比的增大, 大型捆绑火箭表现出比一般火箭更突出的3个特点:

1) 整体火箭呈现出低频密频模态、强耦合振动、复杂的局部变形等特征, 低阶模态中含有大量“呼吸”、扭转、反向弯曲等局部模态, 如图1所示, 模态特征比单根火箭的模态复杂很多;

2) 使用大推力发动机导致传动装置-摆动发动机系统的固有频率很低, 可能和箭体弹性振动发生耦合^[6,7], 必须考虑发动机的振动方程;

3) 推进剂比重和贮箱个数增加导致刚晃、弹晃交

连耦合更加严重.

因此, 大型捆绑运载火箭实际上是一个变质量、刚、弹、晃和发动机振动相互耦合的复杂动力学系统, 这给控制系统的分析和设计带来了新的困难. 在充分考虑各种耦合的前提下对系统做必要的简化, 采用简洁的建模方法推导建立工程实用的姿态动力学模型已成为工程研制部门迫切需要研究解决的一个关键技术.

从建模对象上看, 大部分文献^[6~10]均只针对单根火箭的建模, 由于单根火箭横向振动与扭转、纵振耦合很小, 因此根据单根连续梁、轴的振动微分方程导出箭体的横向弯曲振动和轴向扭转振动方程, 这种振动方程对于纵、横、扭强烈耦合的捆绑火箭来说显然不再适用. 对捆绑火箭的弹性振动多为文字描述^[7], 没有系统的建模过程, 苏联的格拉德基^[11]在其

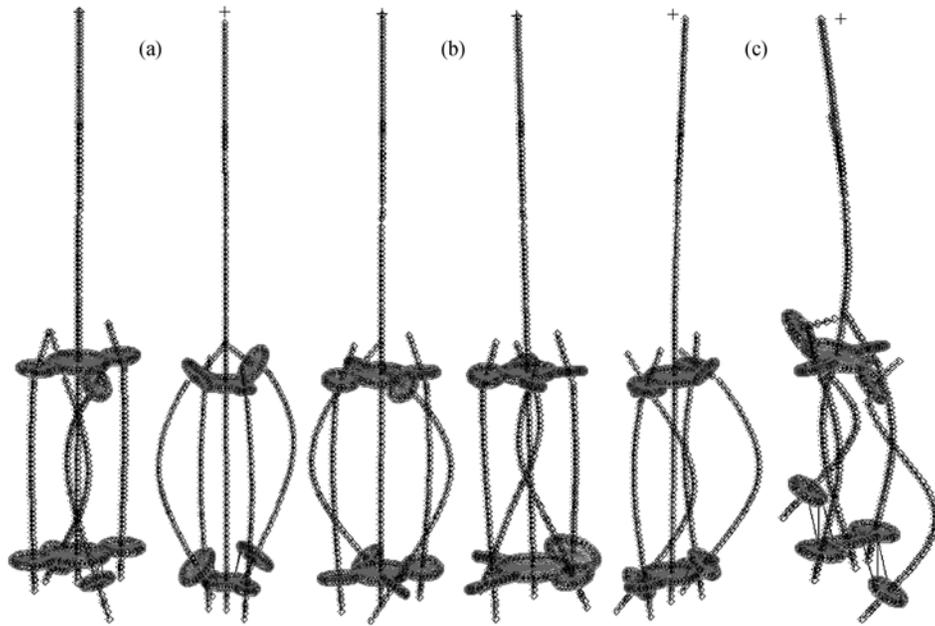


图 1 捆绑火箭的三种局部模态

(a) 呼吸模态; (b) 扭转模态; (c) 反向弯曲模态

著作中专门对捆绑火箭的振动进行了讨论, 他将捆绑火箭视为多根梁组成的梁系, 按照梁振动理论建立每根梁振动方程, 同时根据连接关系建立梁与梁之间的力和位移协调条件, 用一组偏微分方程来描述捆绑火箭的弹性振动, 这种方法烦杂琐碎, 不便于工程应用。

从建模原理和方法上看主要有两类, 一类是牛顿-欧拉矢量力学方法^[7-10], 直接应用动量定理和动量矩定理列出箭体质心和绕质心运动方程, 由梁的振动方程导出箭体振动方程, 然后分别求出推力、气动力、发动机摆动和液体晃动惯性力、干扰力等外力和力矩及其相应的广义力。这种方法原理简明、概念清晰、容易理解, 缺点是必须消除约束力并且推导带有主观成分, 容易错加和漏加惯性力, 特别是对于捆绑火箭复杂弹性变形后的外力求解。另一类是以拉格朗日方程为代表的分析力学方法, 主要有拟拉格朗日方程^[12,13]、凯恩方法以及使用达朗伯原理和虚位移原理等得到的一些其他方法, 这类方法将系统作为一个整体考虑, 不出现约束反力。目前多采用混合坐标法对火箭进行模化, 采用拟拉格朗日方程同时导出刚体运动方程、弹性振动方程和液体晃动方程, 最终得出一个刚-晃-弹耦合的动力学模型。这种方法

概念严密, 推导过程规格化, 但过程繁琐, 物理意义不直观, 不便于理解。

本文吸收这两类方法的优点, 基于混合坐标法, 采用质心运动定理和动量矩定理导出火箭刚体运动方程、液体晃动方程和发动机振动方程, 采用有限元理论描述捆绑火箭相对于等效刚体的复杂弹性振动并进而导出整体火箭弹性振动方程, 最终得到综合考虑刚-晃-弹以及发动机振动等相互耦合的捆绑火箭姿态动力学模型。推导过程中借鉴拉格朗日方程推导规格化的特点, 严格按照力和力矩的定义来求解火箭三维复杂弹性变形情况下的外力和力矩, 避免了错加和漏加。推导原理简明、概念清晰, 推导过程严密, 易于工程人员理解。所推导的数学模型保留了工程上熟悉的形式, 突出了箭体各种耦合关系又不至于繁琐, 适合于工程应用。由于发动机和贮箱个数众多, 推力、发动机摆动惯性力和液体晃动惯性力求解十分烦杂, 所以本文只给出了主要原理, 思路和方法, 而不介绍具体的推导过程。

1 姿态动力学模型的建立

1.1 基本假设

推导过程中做如下假设:

①由于火箭在经历大范围空间运动时刚体运动频率和箭体弹性振动频率相比很小, 刚体运动和弹性振动之间交连很小, 所以工程上不考虑刚柔耦合效应. 刚体运动和弹性振动之间主要通过结构变形和外力的相互作用实现;

②基于传统的小变形、小晃动、小转动、小扰动假设, 弹性变形量、液体晃动量以及刚体运动角速度均认为是小量;

③由于火箭标准弹道位于一个平面内, 所以侧向运动参数 $\psi, \sigma, \beta, \gamma, \nu$ 假设为小量^[10];

④发动机摆角假设为小量;

⑤火箭动力飞行段只有几分钟, 地球自转影响微不足道, 故忽略地球自转角速度;

⑥忽略发动机喷流和内部推进剂流动产生的附加哥氏力、附加相对力矩、喷气阻尼力矩^[9,10]以及转动惯量变化引起的力矩;

⑦略去高度变化对空气动力、空气动力矩和推力的影响.

基于以上假设, 箭体上的活动质量只包含发动机摆动和推进剂晃动, 所以下文中的活动质量只表示这两者相对于箭体的运动. 对于小量, 其正弦值等于本身, 余弦值等于1, 小量与小量的乘积作为高阶小量予以忽略.

1.2 坐标系定义

建模过程中用到的坐标系有如下几个.

发射惯性系A: $O-XYZ$. 原点为发射点 O , OX 轴在水平面内指向发射方向, OY 轴在铅垂面内与 OX 轴

垂直, 为右手系. 发射后原点和各坐标轴方向在惯性空间保持不变.

箭体系B: $O_1-X_1Y_1Z_1$. 原点为火箭体质心 O_1 , O_1X_1 为箭体纵轴并指向头部, O_1Y_1 在主对称平面内垂直于 O_1X_1 轴, $X_1O_1Y_1$ 平面在发射瞬时与 XOY 平面重合, 箭体系符合右手定则. 这里的箭体系指等效刚体(未变形时)的箭体系.

弹性坐标系D: $o_1-x_1y_1z_1$. 原点 o_1 为火箭理论尖端点, o_1x_1 沿箭体纵轴指向尾端, o_1y_1 轴位于主对称平面内, 与 O_1Y_1 轴同向, 为右手坐标系. 按此定义, o_1x_1 与 O_1X_1 反向, o_1z_1 与 O_1Z_1 反向. 弹性坐标系用于描述火箭弹性振动.

喷管坐标系E: $O_2-X_2Y_2Z_2$. 其3个坐标轴与箭体系坐标轴方向相同, 坐标原点 O_2 为所讨论的发动机铰链轴在该发动机所处火箭的纵轴上的投影点. 原点 O_2 位置随箭体变形在空间位置发生改变, 但3个坐标轴始终与箭体系3轴平行. 不同的发动机喷管坐标系不同.

半速度坐标系H: $O_1-X_hY_hZ_h$. 原点 O_1 为火箭质心, O_1X_h 指向质心速度方向, O_1Y_h 在 OXY 平面内与 O_1X_h 垂直, O_1Z_h 按右手法则确定. 半速度系和速度系之间相差一个倾侧角 ν ^[10].

发射惯性系A与箭体系B间接“3-2-1”顺序定义俯仰角 φ 、偏航角 ψ 和滚动角 γ , 与半速度系H间接“3-2”顺序定义弹道倾角 θ 和弹道偏角 σ ; 箭体坐标系B与速度坐标系V间接“3-2”顺序定义攻角 α 和侧滑角 β . 发射坐标系和箭体坐标系间变换矩阵为

$$B_A = \begin{bmatrix} \cos \varphi \cos \psi & \sin \varphi \cos \psi & -\sin \psi \\ \cos \varphi \sin \psi \sin \gamma - \sin \varphi \cos \gamma & \sin \varphi \sin \psi \sin \gamma + \cos \varphi \cos \gamma & \cos \psi \sin \gamma \\ \cos \varphi \sin \psi \cos \gamma + \sin \varphi \sin \gamma & \sin \varphi \sin \psi \cos \gamma - \cos \varphi \sin \gamma & \cos \psi \cos \gamma \end{bmatrix}. \quad (1)$$

1.3 姿态动力学方程一般形式

1.3.1 箭体上任意点绝对加速度 如图2所示, 箭体质心 O_1 在发射惯性系中的矢径为 \vec{r}_0 , 火箭上任意一点 P (这里假设为活动质量)在箭体坐标系中弹性变形前的矢径为 $\vec{\rho}_R$, 相对箭体运动产生的位移为 $\vec{\rho}_1$, 相对等效刚体纵轴的附加弹性位移为 $\vec{\xi}$ (指附加弹性平动位移), 箭体旋转角速度为 $\vec{\omega}_1$, P 点在发射惯性系中

的矢径为

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{\rho}_R + \vec{\rho}_1 + \vec{\xi}. \quad (2)$$

由基本假设②, $\vec{\xi}$ 和 $\vec{\omega}_1$ 均为小量, 忽略二阶小量, 则 P 点的绝对加速度为

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \frac{d^2 \vec{r}_0}{dt^2} + \frac{d \vec{\omega}_1}{dt} \times \vec{\rho}_R + \frac{d \vec{\omega}_1}{dt} \times \vec{\rho}_1 + 2 \vec{\omega}_1 \times \frac{d \vec{\rho}_1}{dt} + \frac{\delta^2 \vec{\rho}_1}{\delta t^2} + \frac{\delta^2 \vec{\xi}}{\delta t^2}, \quad (3)$$

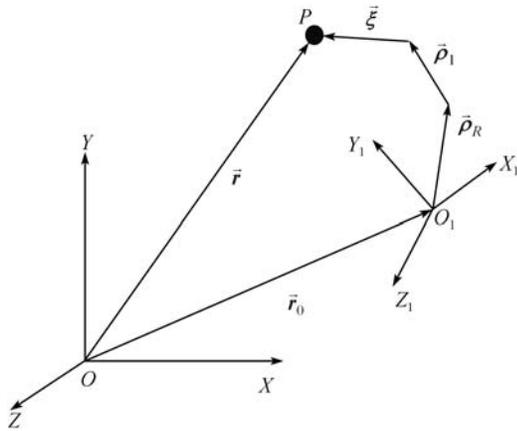


图 2 箭体上任意点的绝对位移

$\bar{\rho}_1$ 是发动机和晃动质量相对箭体运动产生的位移, 它和发动机摆角和晃动位移为线性关系, 如发动机的摆长为 l_R , 当摆角为 δ_1 时, 在摆动方向产生的相对箭体的位移为 $l_R \sin \delta_1 \approx l_R \delta_1$; 液体晃动时相对箭体的位移则直接等于晃动位移, 由基本假设②和④, 发动机摆角和晃动位移均为小量, 所以 $\bar{\rho}_1$ 也为同量级小量, 忽略高阶小量, 上式可化简为

$$\frac{d^2 \bar{r}}{dt^2} = \frac{d^2 \bar{r}_0}{dt^2} + \frac{d\bar{\omega}_1}{dt} \times \bar{\rho}_R + \frac{\delta^2 \bar{\rho}_1}{\delta t^2} + \frac{\delta^2 \bar{\xi}}{\delta t^2}, \quad (4)$$

(4)式可用来求发动机摆动质心和液体晃动质量的绝对加速度, 进而列出发动机振动方程和液体晃动方程。

1.3.2 质心运动方程 由质心运动定理, 惯性坐标系中弹性箭体在外力 \bar{F}_k 作用下的力平衡方程为

$$\sum_{k=1}^m \bar{F}_k = \int_m \frac{d^2 \bar{r}}{dt^2} dm, \quad (5)$$

将(4)式代入, 考虑到质心的定义有 $\int_m \bar{\rho}_R dm = 0$, 得

$$\sum_{k=1}^m \bar{F}_k = m_0 \frac{d^2 \bar{r}_0}{dt^2} + \int_m \frac{\delta^2 \bar{\rho}_1}{\delta t^2} dm + \int_m \frac{\delta^2 \bar{\xi}}{\delta t^2} dm, \quad (6)$$

写成质心运动方程形式为

$$m_0 \frac{d^2 \bar{r}_0}{dt^2} = \sum_{k=1}^m \bar{F}_k - \int_m \frac{\delta^2 \bar{\rho}_1}{\delta t^2} dm - \int_m \frac{\delta^2 \bar{\xi}}{\delta t^2} dm, \quad (7)$$

(7)式中最后一项 $-\int_m \frac{\delta^2 \bar{\xi}}{\delta t^2} dm$ 表示弹性变形产生的惯性力, 为刚柔耦合项, 由基本假设①忽略这一项, 质

心运动方程可写为

$$m_0 \frac{d^2 \bar{r}_0}{dt^2} = \sum_{k=1}^m \bar{F}_k - \int_m \frac{\delta^2 \bar{\rho}_1}{\delta t^2} dm, \quad (8)$$

从(8)式可见, 考虑弹性变形和活动质量后, 质心运动方程在形式上有所变化, 方程左边是无活动质量时的刚性箭体运动参数, 其中, m_0 为包含发动机质量和推进剂晃动质量后箭体的总质量; 但方程右边发生了变化, 第一项 $\sum_{k=1}^m \bar{F}_k$ 是弹性变形后作用在箭体上的所有外力, 其大小和方向均因弹性变形发生了变化; 第二项是活动质量相对箭体运动产生的附加惯性力。将(8)式中各项在半速度坐标系各轴上投影就可以得到质心运动方程的分量表达式为^[10]

$$\begin{aligned} \sum F_{X_n} &= m_0 \dot{V}, \\ \sum F_{Y_n} &= m_0 V \dot{\theta} \cos \sigma, \\ \sum F_{Z_n} &= -m_0 V \dot{\sigma}, \end{aligned} \quad (9)$$

其中, $\sum F_{X_n}$, $\sum F_{Y_n}$ 和 $\sum F_{Z_n}$ 为方程(8)式右端各种力(包括外力、发动机摆动惯性力, 晃动惯性力等)在半速度坐标系各轴上的投影。

1.3.3 绕质心运动方程 由动量矩定理, 惯性坐标系中箭体在外力 \bar{F}_k 作用下绕质心力矩平衡方程为

$$\sum_{k=1}^m \bar{\rho}_k \times \bar{F}_k = \int_m (\bar{\rho}_R + \bar{\rho}_1 + \bar{\xi}) \times \frac{d^2 \bar{r}}{dt^2} dm, \quad (10)$$

其中, $\bar{\rho}_k$ 为火箭质心到第 k 个外力 \bar{F}_k 的矢径, 共有 m 个外力。将(2)式代入, 展开(10)式, 考虑到 $\frac{\delta \bar{\rho}_R}{\delta t} =$

$\frac{\delta^2 \bar{\rho}_R}{\delta t^2} = 0$, $\bar{\xi}$, $\bar{\omega}_1$ 和 $\bar{\rho}_1$ 均为小量, 忽略二阶小量乘积项, 同时由质心的定义显然有

$$\int_m \bar{\rho}_R \times \frac{d^2 \bar{r}_0}{dt^2} dm = \int_m \bar{\rho}_R dm \times \frac{d^2 \bar{r}_0}{dt^2} = 0, \quad (11)$$

展开(10)式合并化简后得

$$\begin{aligned} & \bar{I} \cdot \frac{d\bar{\omega}_1}{dt} + \bar{\omega}_1 \times (\bar{I} \cdot \bar{\omega}_1) \\ &= \sum_{k=1}^m \bar{\rho}_k \times \bar{F}_k - \int_m (\bar{\rho}_1 + \bar{\xi}) \times \frac{d^2 \bar{r}_0}{dt^2} dm - \int_m \bar{\rho}_R \\ & \quad \times \left(\frac{\delta^2 \bar{\rho}_1}{\delta t^2} + \frac{\delta^2 \bar{\xi}}{\delta t^2} \right) dm, \end{aligned} \quad (12)$$

其中, \bar{I} 为刚性箭体惯量张量. $-\int_m \bar{\rho}_R \times \frac{\delta^2 \bar{\xi}}{\delta t^2} dm$ 为弹性变形产生的惯性力对火箭质心的主矩, 为刚柔耦合项, 由基本假设①忽略这一项, 同时, (12)式可进一步化简为

$$\begin{aligned} & \bar{I} \cdot \frac{d\bar{\omega}_1}{dt} + \bar{\omega}_1 \times (\bar{I} \cdot \bar{\omega}_1) \\ &= \sum_{k=1}^m \bar{\rho}_k \times \bar{F}_k - \int_m (\bar{\rho}_1 + \bar{\xi}) \times \frac{d^2 \bar{r}_0}{dt^2} dm - \int_m \bar{\rho}_R \times \frac{\delta^2 \bar{\rho}_1}{\delta t^2} dm. \end{aligned} \quad (13)$$

(13)式即为考虑活动质量运动(发动机摆动与推进剂晃动)和箭体弹性变形后的绕质心运动方程. 可见, 方程左端是无活动质量时刚性箭体运动参数, 而右端项有所改变, 第一项中 \bar{F}_k 和 $\bar{\rho}_k$ 是箭体弹性变形后的外力及其作用点, 其大小和方向均可能因弹性变形发生改变; 第二项 $-\int_m (\bar{\rho}_1 + \bar{\xi}) \times \frac{d^2 \bar{r}_0}{dt^2} dm$ 的物理含义是: 活动质量跟随箭体质心平动具有的惯性力因相对等效刚性箭体质心有活动位移时对质心产生的附加力矩, 这里的活动位移指活动质量处弹性位移与相对箭体的刚体位移(如摆动位移)之和. 第三项为活动质量相对箭体运动加速度产生的附加相对力矩.

1.3.4 弹性振动方程 大型捆绑火箭呈现出的模态特征和单根连续梁的模态特征完全不同, 芯级与助推之间, 纵、横、扭之间耦合严重, 这时如果仍然将捆绑火箭简化为单根连续梁模型, 采用梁的振动方程来研究火箭弹性振动将是完全错误的. 捆绑火箭为非均匀梁系统, 为此可先计入活动质量的质量, 将火箭总质量集中于若干站点, 取站点为节点, 节点与节点用无质量梁单元连接, 连接结构采用大刚度梁单元建模, 在NASTRAN等有限元软件中建立捆绑火箭的集中质量梁模型, 分析固有模态和频率, 采用模态叠加法, 取非零频模态描述火箭相对等效刚体纵轴的弹性变形. 对应的有限元方程为

$$M\ddot{X} + C\dot{X} + KX = F, \quad (14)$$

其中, M 为集中质量矩阵, C 为阻尼矩阵, K 为刚度矩阵, X 为节点位移向量. F 为节点载荷向量, 包括外力以及活动质量相对箭体运动产生的附加惯性力在相

应位置的节点力和力矩, 即包括(4)式中 $\frac{\delta^2 \bar{\rho}_1}{\delta t^2}$ 对应的惯性力和力矩项. 基于假设①, 不考虑刚柔耦合项, 即不考虑 $\frac{d^2 \bar{r}_0}{dt^2} + \frac{d\bar{\omega}_1}{dt} \times \bar{\rho}_R$ 对应的惯性力和力矩. 采用振型叠加法, (14)式可解耦为

$$\ddot{q}_i + 2\zeta_i \omega_i \dot{q}_i + \omega_i^2 q_i = Q_i / M_i, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n, \quad (15)$$

其中, n 为考虑的模态阶数. ω_i , ζ_i , q_i , Q_i 和 M_i 为对应第 i 阶模态的频率, 阻尼比, 模态坐标, 广义力和广义质量. Q_i 和 M_i 的具体表达式为

$$M_i = \varphi_i^T M \varphi_i, \quad Q_i = \varphi_i^T F, \quad (16)$$

其中, φ_i 为第 i 阶模态向量. M_i 可由软件自动计算得到, Q_i 需要手工推导计算表达式.

1.3.5 液体晃动方程 工程上一般采用质量-弹簧-阻尼器模型等效力学模型来模拟液体晃动. 第 p 个贮箱内液体的晃动质量 m_p 、质心位置 x_p 、晃动频率 Ω_p 和阻尼比 ζ_p 根据相关等效原理与试验测定. 采用(4)式计算晃动质量在惯性空间的绝对加速度, 求出对应的惯性力, 将惯性力和重力代入力的平衡方程, 在箭体系各轴上投影, 则液体晃动方程为

$$\ddot{y}_p + 2\zeta_p \Omega_p \dot{y}_p + \Omega_p^2 y_p = \left(-\frac{d^2 \bar{r}}{dt^2} + \bar{g} \right)_{m_p}^{y_p}, \quad (17)$$

$$\ddot{z}_p + 2\zeta_p \Omega_p \dot{z}_p + \Omega_p^2 z_p = \left(-\frac{d^2 \bar{r}}{dt^2} + \bar{g} \right)_{m_p}^{z_p}, \quad (18)$$

其中, y_p , z_p 分别表示沿箭体坐标系 $O_1 Y_1$ 和 $O_1 Z_1$ 方向的晃动位移, $\left(-\frac{d^2 \bar{r}}{dt^2} + \bar{g} \right)_{m_p}^{y_p}$ 和 $\left(-\frac{d^2 \bar{r}}{dt^2} + \bar{g} \right)_{m_p}^{z_p}$ 分别表示

晃动质量 m_p 处单位晃动质量跟随箭体牵连运动产生的惯性力和重力的合力在 y_p , z_p 方向上的投影.

1.3.6 发动机振动方程 大型捆绑运载火箭一般采用大推力发动机和电液伺服系统, 发动机尺寸增大的同时又要限制其质量, 导致大型发动机的刚度明显下降, 伺服系统作动器-摆动发动机系统的固有频率将会出现较低频率, 这一频率可能处于所考虑的箭体弹性振动频率范围内, 如果和箭体发生耦合振

动将是十分危险的, 因此必须考虑作动器-摆动发动机系统的动态特性^[6,7]. 图3为作动器-摆动发动机系统的示意图. 当火箭飞行时, 伺服系统根据飞行指令摆角产生相应的液压力 P_L 作用于作动器活塞上, 使作动杆产生相应的线位移 X , 从而使发动机喷管产生相应的物理摆角 δ . 作动筒的作用力臂为 R . 作动杆、喷管的刚度以及作动杆与喷管、发动机后端盖的连接刚度之和可等效为刚度为 K_m 的弹簧, K_m 值和系统的阻尼通过试验确定.

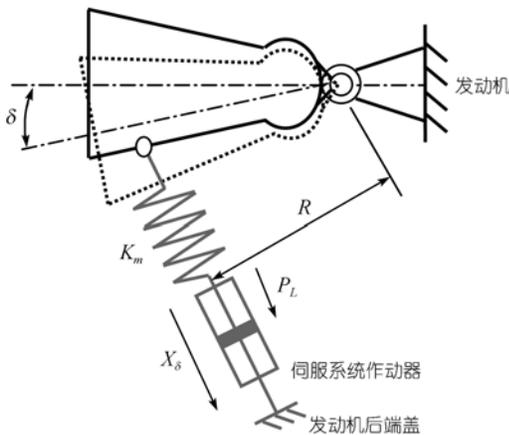


图3 作动器-摆动发动机系统示意图

如果不考虑重力, 将喷管上受到的所有外力向铰链轴处求力矩, 则可列出喷管的力矩平衡方程为

$$-K_m R(X_\delta - R\delta) + J_{1R}\ddot{\delta} + M_f + M_\delta + M_\delta + M_d + T_L = 0, \quad (19)$$

其中, $-K_m R(X_\delta - R\delta)$ 为作动筒提供的力矩, J_{1R} 为喷管绕铰链轴的转动惯量, M_f 为摩擦力矩, M_δ 为位置力矩, M_δ 为阻尼力矩, M_d 为偏心力矩, T_L 为惯性负载力矩. 当采用(4)式求得发动机质心的摆动加速度及其对应的惯性力后, 对铰链轴处取矩, 从中分离出 $J_{1R}\ddot{\delta}$ 项后剩余的项即为惯性负载力矩 T_L , 它是摆角、刚体运动和弹性振动的函数, 即

$$T_L = f(\delta, \frac{d^2 \vec{r}_0}{dt^2}, \vec{\omega}_1, \vec{\xi}, \ddot{\xi}). \quad (20)$$

如果忽略其它摩擦力矩, 只考虑粘性摩擦, 则(19)式可改写为

$$-K_m R(X_\delta - R\delta) + J_{1R}\ddot{\delta} + B_p \dot{\delta} + T_L = 0, \quad (21)$$

令

$$\omega_r^2 = \frac{K_m R^2}{J_{1R}}, \quad \frac{2\xi_r}{\omega_r} = \frac{B_p}{K_m R^2}, \quad (22)$$

其中, ω_r , ξ_r 分别为作动筒-摆动发动机系统的谐振频率和阻尼比. 对(21)式进行Laplace变换, 化简后得

$$\delta(s) = \left(X_\delta(s) / R - T_L(s) / (J_{1R} \omega_r^2) \right) / (s^2 / \omega_r^2 + 2\xi_r s / \omega_r + 1). \quad (23)$$

可见, 考虑惯性负载力矩后实际物理摆角被抵消掉一部分.

1.4 复杂变形后外力方向及作用点的求法

在不考虑刚柔耦合效应的情况下, 刚体运动和弹性振动之间的耦合主要是通过结构变形和外力的相互作用实现的, 结构变形导致外力的大小和方向发生改变, 变化的外力又重新影响刚体运动和弹性振动. 具体来说, 这种耦合主要通过以下4种途径实现: 1)弹性变形改变传感器(如速率陀螺)的测量值, 并进而改变控制力和力矩; 2)弹性变形产生附加攻角和侧滑角, 改变空气动力分布; 3)弹性变形改变推力的方向和发动机摆动质心相对箭体质心的位置, 产生附加的力矩; 4)弹性变形改变晃动惯性力的方向, 产生附加力矩. 因此, 在火箭发生复杂弹性变形情况下如何准确求出外力的重新分布, 保证不错项和漏项, 成为建模过程中需要解决的一个技术难题. 为此本文提出弹性旋转矩阵的方法来解决这一问题.

这里以求芯级火箭发动机推力在弹性变形后的方向、对弹性振动的广义力和对整体火箭质心的力矩为例介绍弹性旋转矩阵方法. 图4为芯级俯仰平面内的变形图, 用到的主要坐标系有: 1)箭体坐标系 $O_1 X_1 Y_1 Z_1$, 原点 O_1 为火箭质心, 距理论尖端点 o_1 距离为 x_T ; 2)弹性坐标系 $o_1 x_1 y_1 z_1$, 用于描述火箭变形; 3)喷管坐标系 $O_2 X_2 Y_2 Z_2$, 火箭未变形时, 其原点 O_2 为发动机铰链轴 S_0 在箭体纵轴上的投影点, 火箭变形后, 原点 O_2 因火箭弹性变形移动到 O_2' , 但喷管坐标系3轴始终与箭体系3轴平行. 以上3种坐标系方向已在前面介绍. 发动机A推力为 P , 假设其只在 $O_1 X_1 Y_1$ 平面内摆动 δ 角. 铰链轴 S_0 距理论尖端点距离为 x_R , 在

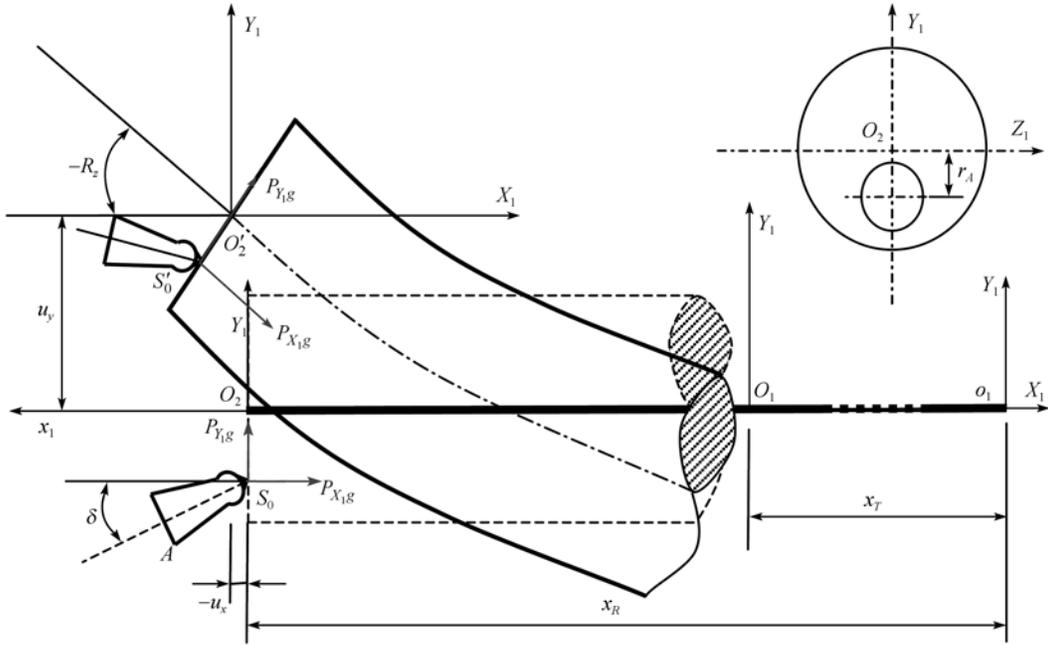


图4 俯仰平面芯级火箭弹性变形示意图

O_2Y_1 轴上距 O_2 的距离为 r_A . 分析过程分为2步, 首先假设火箭为刚体, 求出推力 P 在箭体系3轴上的投影, 即

$$\bar{P}_{gA} = [P \cos \delta \quad P \sin \delta \quad 0]^T \approx [P \quad P \delta \quad 0]^T, \quad (24)$$

铰链轴 S_0 在喷管坐标系中的坐标为

$$\bar{R}_{O_2S_0A} = [0 \quad -r_A \quad 0]^T, \quad (25)$$

火箭发生弹性变形后, O_2 移至 O'_2 , 在弹性坐标系中其位移为 $[u_x(x_R) \quad u_y(x_R) \quad u_z(x_R)]^T$, 同时因弹性转动, 箭体在 O'_2 的弹性转角为 $[R_x(x_R) \quad R_y(x_R) \quad R_z(x_R)]^T$, 由于弹性坐标系 o_1x_1 与 O_1X_1 反向, o_1z_1 与 O_1Z_1 反向, o_1y_1 与 O_1Y_1 同向, 在箭体坐标系中观察, O_2 到 O'_2 的位移应为 $[-u_x(x_R) \quad u_y(x_R) \quad -u_z(x_R)]^T$, 箭体在 O'_2 的弹性转角为 $[-R_x(x_R) \quad R_y(x_R) \quad -R_z(x_R)]^T$. 改变推力方向的主要为弹性转角. 在箭体坐标系中, 火箭在铰链轴处的变形可以这样理解, 在发生弹性位移 $[-u_x(x_R) \quad u_y(x_R) \quad -u_z(x_R)]^T$ 导致 O_2 移至 O'_2 的同时, 箭体在 O'_2 旋转的角度为 $[-R_x(x_R) \quad R_y(x_R) \quad -R_z(x_R)]^T$. 换句话说, 从刚体到弹性体的转角为 $[-R_x(x_R) \quad R_y(x_R) \quad -R_z(x_R)]^T$, 反之, 将弹性体上的推力重新投影到箭体坐标系, 就需要反向转动, 即从弹性体转动到刚体, 转角为 $[R_x(x_R) \quad -R_y(x_R) \quad R_z(x_R)]^T$. 可以

认为这一过程是按“3-2-1”顺序旋转 $R_z(x_R)$, $-R_y(x_R)$, $R_x(x_R)$ 角(由于弹性变形为小量, 具体按哪种顺序旋转所得结果相同), 以 $R_z(x_R)$, $-R_y(x_R)$, $R_x(x_R)$ 类比于(1)式中的 φ, ψ, γ , 考虑弹性转角为小量, 化简后得矩阵

$$B_e = \begin{bmatrix} 1 & R_z(x_R) & R_y(x_R) \\ -R_z(x_R) & 1 & R_x(x_R) \\ -R_y(x_R) & -R_x(x_R) & 1 \end{bmatrix}, \quad (26)$$

本文称为弹性旋转矩阵, 将(24)式乘以 B_e 就可以将弹性体上的推力重新投影到喷管坐标系 $O'_2X_1Y_1Z_1$ (也即投影到箭体坐标系)为

$$\bar{P}_{eA} = \begin{bmatrix} P + P \delta R_z(x_R) \\ -PR_z(x_R) + P \delta \\ -PR_y(x_R) - P \delta R_x(x_R) \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} P \\ -PR_z(x_R) + P \delta \\ -PR_y(x_R) \end{bmatrix}, \quad (27)$$

将(25)式乘以 B_e 得到变形后铰链轴 S'_0 在喷管坐标系 $O'_2X_1Y_1Z_1$ 中坐标为

$$\bar{R}_{O'_2S'_0A} = [-r_A R_z(x_R) \quad -r_A \quad r_A R_x(x_R)]^T. \quad (28)$$

变形后铰链轴 S'_0 在箭体坐标系 $O_1X_1Y_1Z_1$ 中的坐标为

$$\bar{R}_{O_1S'_0A} = \begin{bmatrix} -r_A R_z(x_R) + x_T - x_R - u_x(x_R) \\ -r_A + u_y(x_R) \\ r_A R_x(x_R) - u_z(x_R) \end{bmatrix}, \quad (29)$$

将(27)式中的推力转换到半速度坐标系中可用于列写刚体质心运动方程. 根据力矩定义

$$\vec{M}_{O_1 P_A} = \vec{R}_{O_1 S_0^A} \times \vec{P}_{eA}, \quad (30)$$

可求得在箭体坐标系中发动机 A 的推力对火箭质心的力矩, 这一力矩可用来列写刚体绕质心运动方程. 同样在喷管坐标系中, 将发动机 A 的推力向 O_2' 点平移将得到一力和力矩, 在弹性坐标系中将该力与该点振型相乘之积加上力矩与该点振型斜率相乘之积, 就得到对应发动机 A 推力的广义力. 最后的表达式中弹性位移 $[u_x(x_R) \ u_y(x_R) \ u_z(x_R)]^T$ 和 $[R_x(x_R) \ R_y(x_R) \ R_z(x_R)]^T$ 可分别用振型与广义坐标乘积、振型斜率与广义坐标乘积的形式表示.

采用类似的方法同样可求得发动机摆动惯性力和液体晃动惯性力及其相关的力矩, 这种方法的实质是找准复杂弹性变形后各种力在空间的方向和作用点, 然后严格按照力矩的定义求得相关的力矩. 弹性转角的符号是在弹性坐标系中事先定义好的, 其它各种量的符号也在其它相关矩阵中事先定义好, 这就避免了最终结果符号出错的可能. 力和作用点坐标均在箭体坐标系中以三维坐标严格表示, 整体推导过程也是严格按照定义进行, 这就避免了最终结果中出现漏项的可能. 弹性旋转矩阵的使用避免了工程人员对火箭复杂空间变形想象的困难和求解外力的随意性和主观性, 同时又易于理解, 不失为一个值得推广应用的简便方法.

弹性变形对气动力也会产生影响, 箭体发生弹性变形后, 距理论尖端点 x 处的攻角和侧滑角为

$$\begin{aligned} \alpha' &= \alpha - R_z(x) - \frac{x_T - x}{V} \omega_{z_1} - \frac{\dot{u}_y(x)}{V}, \\ \beta' &= \beta + R_y(x) - \frac{x_T - x}{V} \omega_{y_1} - \frac{\dot{u}_z(x)}{V}, \end{aligned} \quad (31)$$

其中, ω_{y_1} 和 ω_{z_1} 为箭体角速度在箭体坐标系上的投影. 求得攻角和侧滑角后就可以按照气动力和气动力矩的定义求解.

1.5 姿态动力学模型

本文对某捆绑 4 个助推器的运载火箭按照前面介绍的原理和方法进行推导, 同时按照前面的基本

假设对推得的模型进行线性化, 可得矩阵形式的姿态动力学模型如下

$$\begin{aligned} T_1 \ddot{X} + T_2 \dot{X} + T_3 X &= F + RX_\delta, \\ Y &= C_1 \dot{X} + C_2 X, \end{aligned} \quad (32)$$

其中

$$\begin{aligned} X &= [\Delta\theta, \sigma, \Delta\varphi, \psi, \gamma, y_{p1}, \dots, y_{pm}, \\ &\quad z_{p1}, \dots, z_{pm}, q_1, \dots, q_n, \delta_\varphi, \delta_\psi, \delta_\gamma]^T, \\ X_\delta &= [X_{\delta\varphi} \ X_{\delta\psi} \ X_{\delta\gamma}]^T, \\ Y &= [\Delta\varphi \ \Delta\dot{\varphi} \ \psi \ \dot{\psi} \ \gamma \ \dot{\gamma}]^T. \end{aligned}$$

有关姿控系统其它部件如平台、速率陀螺、伺服系统的动态特性模型这里不再列出.

2 虚拟样机仿真实证

为验证本模型的正确性, 本文对某捆绑 4 个助推器的运载火箭采用本模型进行数学仿真的同时采用 ADAMS 软件建立能够同时体现火箭刚体、晃动、弹性特性的虚拟样机模型开展仿真, 2 种方法仿真获得的部分姿态角信息如图 5 所示. 综合的分析表明两者的结果基本吻合, 这从一个方面证明了本文所推导数学模型的正确性.

3 结论

大型捆绑运载火箭呈现出低频密频模态、强耦合振动、复杂局部变形、发动机低频谐振以及多贮箱晃动等新特点, 传统模型已经无法适应大型捆绑运载火箭姿控系统分析和设计的需要. 本文综合前人的方法, 基于混合坐标、弹性旋转矩阵, 并引入一些合理化假设和简化, 重新推导了工程实用的大型捆绑火箭姿态动力学模型. 新模型充分地反映了发动机摆动和推进剂晃动等活动质量相对箭体运动时对火箭刚体运动和弹性振动的影响, 充分反映了刚-晃-弹、复杂弹性模态、伺服-发动机系统低频振动之间的耦合关系, 同时又保留了工程上所熟悉的形式, 能够适应大型捆绑火箭姿控系统工程研制的需要.

本文推导概念清晰, 推导过程严密. 采用本文推导的模型进行数学仿真, 仿真结果与采用虚拟样机等多种手段建模的仿真结果开展严格的对比分析, 对比结果完全证明了本文所推导模型的正确性.

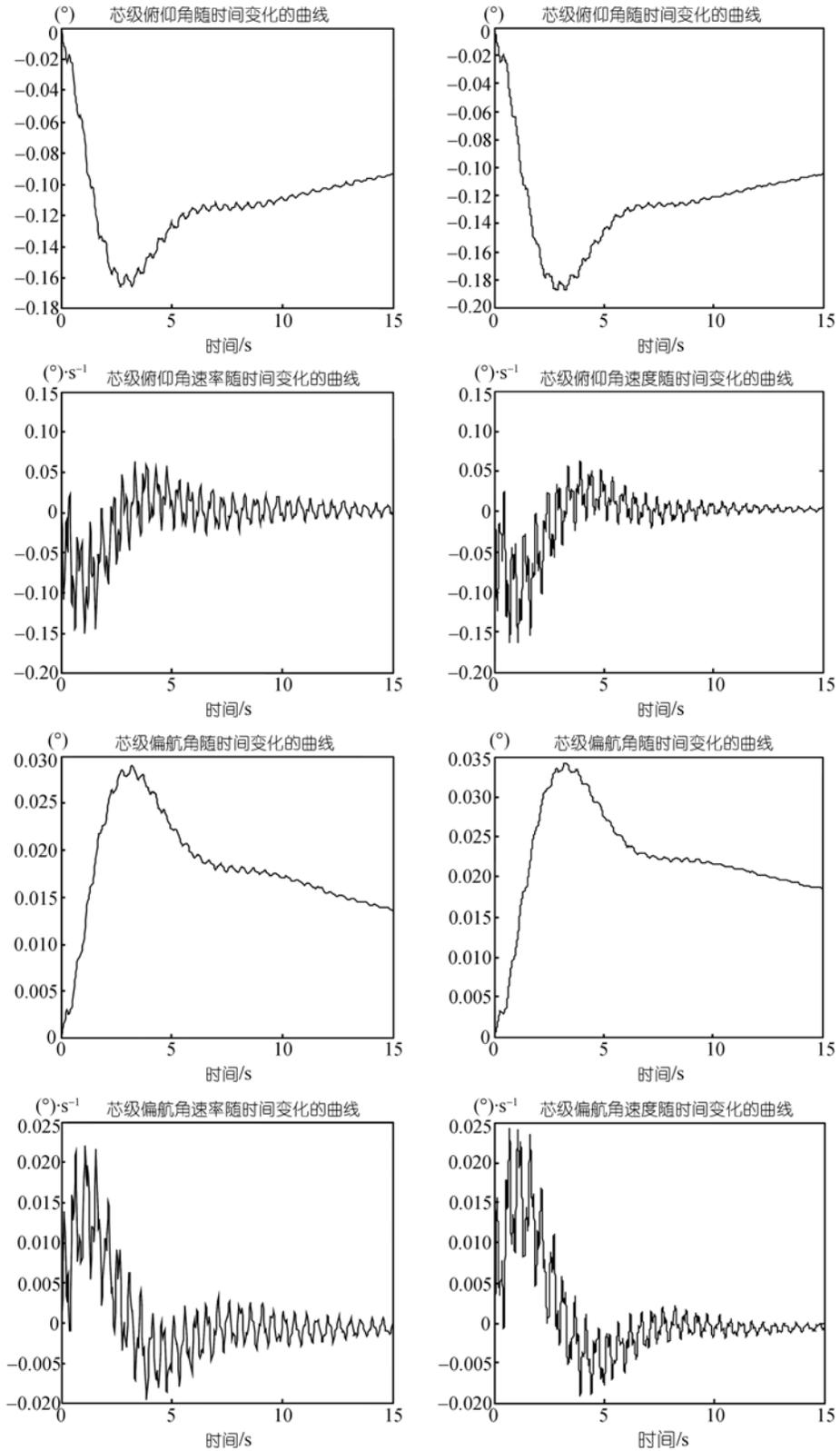


图 5 虚拟样机模型仿真(左侧图)与数学模型仿真(右侧图)曲线对

参考文献

- 1 Loewy R G, Joglekar M M. Matrix holzer analysis for fully-coupled vibrations of clustered launch-vehicle configurations including applications to the Titan IIIC and uncoupled Saturn I cases. NASA CR-592, 1966
- 2 Grimes P J, Mctigue L D, Riley G F. Advancements in structure dynamic technology resulting from Saturn V programs. NASA CR-1540
- 3 Ivey W. Mated vertical ground vibration test. NASA N80-32425
- 4 About G, Bouveret P, David N. A new approach of POGO phenomenon three dimensional studies. International Astronautical Federation 37th Congress, 1986
- 5 于海昌, 贾文成, 卫国, 等. 大型捆绑火箭模态试验/分析的相关性研究. 导弹与航天运载技术, 1993, 2: 42—52
- 6 K. C. 柯列斯尼可夫, 苏霍夫, 著. 作为自动控制对象的弹性飞行器. 北京: 国防工业出版社, 1979. 51—58
- 7 阿瑟 L. 格林雪特, 著. 飞行控制系统的分析与设计. 北京: 国防工业出版社, 1978. 161—178
- 8 徐延万, 主编. 液体弹道导弹与运载火箭系列——控制系统(上、中、下册). 北京: 宇航出版社, 1989
- 9 贾沛然, 陈克俊, 何力, 编著. 远程火箭弹道学. 长沙: 国防科技大学出版社, 1993
- 10 赵汉元, 编. 大气飞行器姿态动力学. 长沙: 国防科技大学出版社, 1987
- 11 格拉德基. 导弹结构动力学. 北京: 国防工业出版社, 1982
- 12 黄圳珪, 赵志建, 编著. 大型航天器动力学与控制. 长沙: 国防科技大学出版社, 1990
- 13 李新国, 唐硕, 陈士椿. 挠性捆绑液体火箭动力学与仿真. 导弹与航天运载技术, 2002, 4: 39—43