

精确磨削单包络TI蜗杆的方法*

孙月海 郑惠江 毕庆贞 王树人

(天津大学机械工程学院, 天津 300072)

摘要 TI蜗杆传动由渐开面斜齿轮和其包络的环面蜗杆组成. TI蜗杆传动推广应用的关键制造技术是要解决蜗杆齿面的精确磨削问题. 依据齿轮啮合理论, 对渐开面单包络环面蜗杆传动的齿面方程进行了分析, 得到了精确磨削渐开面单包络 TI 蜗杆的砂轮轴截面廓形, 阐明了砂轮磨削 TI 蜗杆的位置和运动关系, 获得了精确磨削渐开面单包络 TI 蜗杆的方法.

关键词 蜗杆传动 斜齿轮 环面蜗杆 磨削 砂轮

TI蜗杆传动是由渐开线斜齿轮和其包络的环面蜗杆组成的新型蜗杆传动. TI蜗杆传动的最大优势就是可以不用制作专用的蜗轮滚刀, 用传统的齿轮滚刀就可以加工出蜗轮——渐开线斜齿轮. 初步分析表明^[1,2], 这种传动具有良好的传动性能条件, 如齿面瞬时接触线方向与其相对运动方向的夹角接近 90° , 传动具备良好的润滑条件; 传动中多齿同时参与啮合, 承载能力条件好. 但由于TI蜗杆齿面形状复杂, 其轴截面齿形并不是一条规则的曲线, 用传统的磨削方法难以实现TI蜗杆的精确磨削加工, 故该传动的应用受到限制.

为此, 实现TI蜗杆精确磨削加工方法的研究成为TI蜗杆传动研究内容的重要方面, 许多学者为此作出了努力. 早先曾有德国学者^[2]研究了TI蜗杆的磨削问题, 但并未具体说明其方法. 我国科技工作者研究了TI蜗杆精修磨¹⁾和近似磨削^[3]的方法和工艺装备, 取得了一定成效.

本文基于渐开线斜齿轮包络 TI 蜗杆的原理, 对 TI 蜗杆和砂轮的相对运动关系进行了分析, 得到了砂轮轴截面形状的曲线方程, 为实现精确磨削 TI 蜗杆提供了依据.

2004-06-21 收稿, 2005-01-05 收修改稿

* 国家自然科学基金资助项目(批准号: 50275103)

1) 刘洪斌. 基于渐开线齿轮形修磨轮包络蜗杆传动理论研究及精加工 TI 蜗杆的新方法. 博士学位论文, 天津: 天津大学, 2001

1 TI 蜗杆副齿面方程

1.1 坐标系

渐开线斜齿轮和 TI 蜗杆啮合的坐标系如图 1 所示. 固定坐标系 $\sigma_p(0)=[O_p; \mathbf{i}_p, \mathbf{j}_p, \mathbf{k}_p]$ 和 $\sigma(0)=[O; \mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}]$ 分别表示 TI 蜗杆和斜齿轮的初始位置, x_p 轴和 x 轴同轴, 方向相同; $\sigma_1(0)=[O_1; \mathbf{i}_1, \mathbf{j}_1, \mathbf{k}_1]$ 和 $\sigma_2(0)=[O_2; \mathbf{i}_2, \mathbf{j}_2, \mathbf{k}_2]$ 分别表示与斜齿轮和 TI 蜗杆相固连的动坐标系; 斜齿轮和 TI 蜗杆分别以角速度 ω_1 和 ω_2 绕 z_1 和 z_2 轴旋转, 转过的角度分别是 φ_1 和 φ_2 , z_1 和 z_2 轴间的距离为 a .

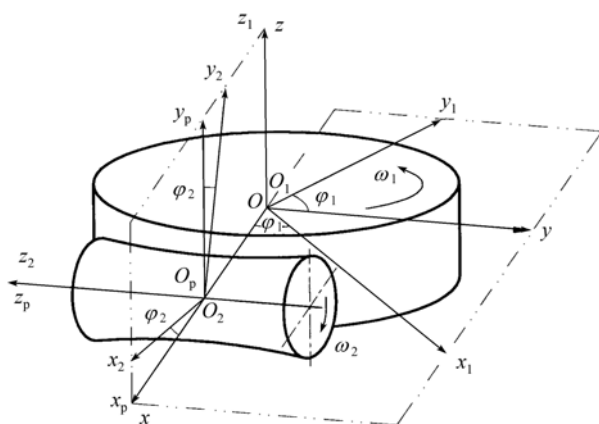


图 1 TI 蜗杆副坐标系

1.2 斜齿轮齿面在坐标系 σ_1 中的方程

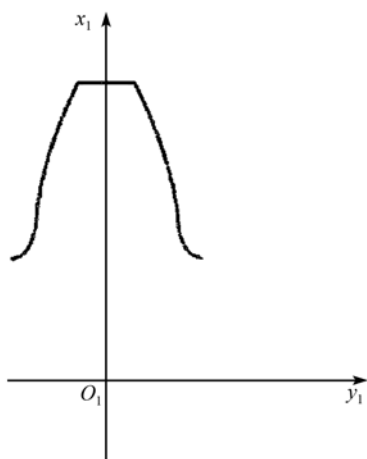


图 2 斜齿轮端面齿廓

渐开线斜齿轮端面齿廓如图 2 所示, 它沿图 1 所示 z_1 轴正向按顺时针方向作螺旋运动即形成右旋渐开螺旋面, 斜齿轮齿廓左侧齿面在坐标系 σ_1 中的方程为

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_1^1 &= x_1^1 \mathbf{i}_1 + y_1^1 \mathbf{j}_1 + z_1^1 \mathbf{k}_1, \\ \begin{cases} x_1^1 = r_b \cos(\mu - \sigma_0 + \lambda) + r_b \mu \sin(\mu - \sigma_0 + \lambda), \\ y_1^1 = r_b \sin(\mu - \sigma_0 + \lambda) - r_b \mu \cos(\mu - \sigma_0 + \lambda), \\ z_1^1 = p_1 \lambda, \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

式中, μ 和 λ 是参变量. μ 是表示渐开线齿廓坐标点位置的参数; λ 表示齿廓坐标点作螺旋运动形成螺旋齿形的位置参数, 即坐标点绕 z_1 轴

转过 λ 角度时沿 z_1 轴方向移动 $p_1\lambda$ 的距离, 若斜齿圆柱齿轮的导程为 L , 则 $p_1 = L/2\pi$, p_1 被称为斜齿轮的螺旋参数; r_b 是斜齿轮的基圆半径, σ_0 是基圆上端面齿厚所对应圆心角数值的一半.

1.3 TI 蜗杆齿面在坐标系 σ_2 中的参数方程

依据齿轮啮合理论, 可推导出斜齿轮轮齿左侧齿面所包络的 TI 蜗杆齿面在坐标系 σ_2 中的参数方程为^[4]

$$\begin{cases} r_2^2 = x_2^2 i_2 + y_2^2 j_2 + z_2^2 k_2, \\ \begin{cases} x_2^2 = x_1^1 \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 - y_1^1 \sin \varphi_1 \cos \varphi_2 + z_1^1 \sin \varphi_2 - a \cos \varphi_2, \\ y_2^2 = -x_1^1 \cos \varphi_1 \sin \varphi_2 + y_1^1 \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 + z_1^1 \cos \varphi_2 + a \sin \varphi_2, \\ z_2^2 = -x_1^1 \sin \varphi_1 - y_1^1 \cos \varphi_1, \\ x_1^1 = r_b \cos(\tau) + r_b \mu \sin(\tau), \\ y_1^1 = r_b \sin(\tau) - r_b \mu \cos(\tau), \\ z_1^1 = p_1(\tau + \sigma_0 - \mu), \\ \mu = \mu(\varphi_1, \tau), \\ \varphi_2 = i_{21}\varphi_1, \end{cases} \end{cases} \quad (2)$$

式中,

$$\tau = \mu - \sigma_0 + \lambda,$$

$$i_{21} = \frac{\omega_2}{\omega_1},$$

$$\mu = \mu(\varphi_1, \lambda) = \frac{-r_b^2 \cos(\tau + \varphi_1) + p_1^2 (\sigma_0 + \tau) \sin(\tau + \varphi_1) - r_b p_1 / i_{21} + a r_b}{(r_b^2 + p_1^2) \sin(\tau + \varphi_1)}.$$

2 砂轮轴截面方程

2.1 磨削 TI 蜗杆的坐标系

如图 3 所示, 用于表示蜗杆的坐标系有固定坐标系 $\sigma_p(0) = [O_p; i_p, j_p, k_p]$ 和动坐标系 $\sigma_2(0) = [O_2; i_2, j_2, k_2]$. σ_p 表示 TI 蜗杆齿面的起始位置, z_p 为蜗杆的旋转轴线. 而 σ_2 与 TI 蜗杆齿面相固连. 坐标原点 O_2 和 O_p 、坐标轴 z_2 和 z_p 分别重合.

为实现 TI 蜗杆的精确磨削, 砂轮在工作时可能需要 3 个方向的运动: 绕自身轴线的高速旋转运动, 即磨削蜗杆的主运动; 实现蜗杆环面(或称为弧面)磨削而作的摆动, 称为圆周进给运动; 与圆周进给运动平面而垂直的运动, 称为垂直进给运动. 为此用固定坐标系 $\sigma_3(0) = [O_3; i_3, j_3, k_3]$ 和两个动坐标系 $\sigma_4(0) = [O_4; i_4, j_4, k_4]$, $\sigma_5(0) = [O_5; i_5, j_5, k_5]$ 来表示砂轮的. σ_3 与 σ_p 坐标原点的距离是 A ,

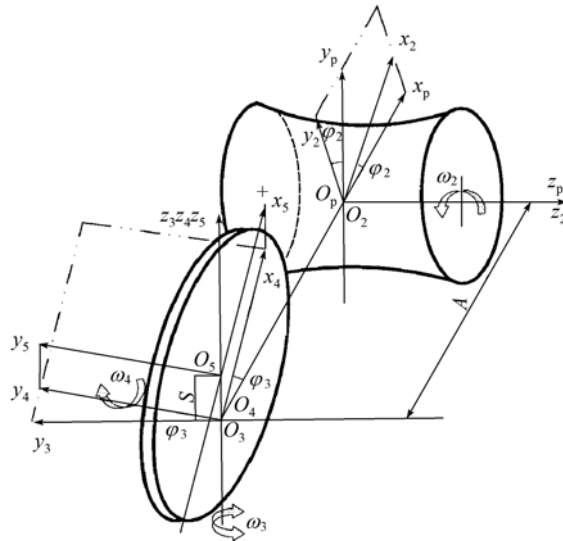


图 3 磨削 TI 蜗杆坐标系

σ_3 用于表示砂轮的某起始位置, 其中坐标轴 x_3 和 x_p 重合, 方向相同, 坐标轴 z_3 与 z_p 空间垂直, 用于表示砂轮在该方向的垂直进给运动. σ_4 的坐标原点 O_4 和固定坐标系 σ_3 的坐标原点 O_3 重合, 坐标轴 z_4 和 z_3 始终重合; 坐标系 σ_5 用于表示砂轮相对于 σ_3 的垂直进给运动, 坐标原点 O_5 表示砂轮的几何中心, 坐标轴 y_5 与砂轮的主运动轴线(即一般所说的砂轮轴线)重合. 砂轮在作圆周进给运动和垂直进给运动时, 暂定 O_5 的瞬时位置在 z_3 和 z_4 上.

TI 蜗杆以角速度 ω_2 绕 z_p 旋转, 转过的角度是 φ_2 ; 砂轮以角速度 ω_3 绕坐标轴 z_4 做圆周进给, φ_3 是砂轮圆周进给的角度; 砂轮沿 z_3 方向上的垂直进给位移用 S 表示; 砂轮磨削主运动的角速度为 ω_4 .

坐标系 σ_2 到坐标系 σ_p 的转换矩阵:

$$M_{p2} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_2 & -\sin \varphi_2 & 0 & 0 \\ \sin \varphi_2 & \cos \varphi_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

坐标系 σ_p 到坐标系 σ_4 的转换矩阵:

$$M_{4p} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_3 & 0 & -\sin \varphi_3 & A \cos \varphi_3 \\ -\sin \varphi_3 & 0 & -\cos \varphi_3 & -A \cos \varphi_3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

坐标系 σ_2 到坐标系 σ_4 的转换矩阵:

$$M_{42} = M_{4p} M_{p2} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_3 \cos \varphi_2 & -\cos \varphi_3 \sin \varphi_2 & -\sin \varphi_3 & A \cos \varphi_3 \\ \sin \varphi_3 \cos \varphi_2 & \sin \varphi_3 \sin \varphi_2 & -\cos \varphi_3 & -A \sin \varphi_3 \\ \sin \varphi_2 & \cos \varphi_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

2.2 TI 蜗杆齿面在坐标系 σ_4 中的方程

TI 蜗杆齿面在坐标系 σ_4 中的方程为

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_2^4 &= M_{42} \mathbf{r}_2^2 = x_2^4 \mathbf{i}_4 + y_2^4 \mathbf{j}_4 + z_2^4 \mathbf{k}_4, \\ \begin{cases} x_2^4 = (A-a) \cos \varphi_3 + r_b \cos(\mu - \sigma_0 + \lambda + \varphi_1 - \varphi_3) + r_b \mu \sin(\mu - \sigma_0 + \lambda + \varphi_1 - \varphi_3), \\ y_2^4 = (a-A) \sin \varphi_3 + r_b \sin(\mu - \sigma_0 + \lambda + \varphi_1 - \varphi_3) - r_b \mu \cos(\mu - \sigma_0 + \lambda + \varphi_1 - \varphi_3), \\ z_2^4 = p_1 \lambda. \end{cases} \end{aligned}$$

若取 $\varphi_3 = \lambda + \varphi_1$, $A=a$, 分别代入上式得

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_2^4 &= M_{42} \mathbf{r}_2^2 = x_2^4 \mathbf{i}_4 + y_2^4 \mathbf{j}_4 + z_2^4 \mathbf{k}_4, \\ \begin{cases} x_2^4 = r_b \cos(\mu - \sigma_0) + r_b \mu \sin(\mu - \sigma_0), \\ y_2^4 = r_b \sin(\mu - \sigma_0) - r_b \mu \cos(\mu - \sigma_0), \\ z_2^4 = p_1 \lambda. \end{cases} \end{aligned} \quad (3)$$

(2)式描述的 TI 蜗杆齿面方程在坐标系 σ_4 中转换为(3)式, 参变量是 μ 和 λ . 因为(3)式描述的是一个柱面, 如图 4 所示, 所以当 $\varphi_3 = \lambda + \varphi_1$ 和 $A=a$ 成立时, (2)式描述的 TI 蜗杆齿面上的点在动坐标系 σ_4 中都转换到了一个柱面上, 这使精确磨削 TI 蜗杆成为可能.

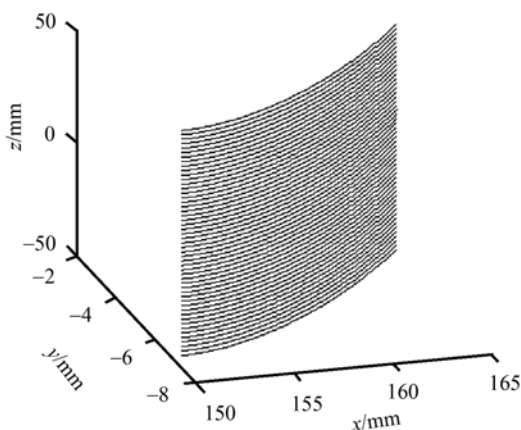


图 4 在 σ_4 中 TI 蜗杆的齿面形状

2.3 精确磨削 TI 蜗杆的砂轮轴截面廓形

在磨削加工中, 为了避免干涉, 通常砂轮的主运动轴线(即旋转轴)和其圆周进给平面(即 x_5 - y_5 或 x_3 - y_3 平面)之间要有一个夹角 γ , 即砂轮倾角, 一般为斜齿轮的螺旋角. 将坐标系 σ_5 绕 x_5 轴旋转 γ , 得到实际加工过程中与砂轮固连的坐标系 σ_6 , 如图 5 所示, 其中 y_6 是砂轮的主运动轴线.

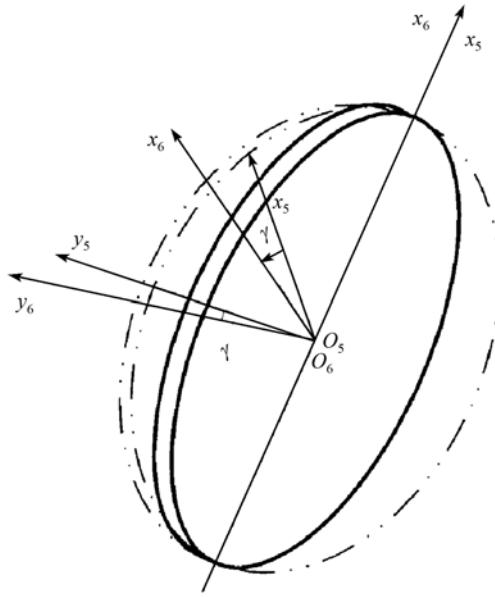


图 5 砂轮的倾角

从坐标系 σ_4 到坐标系 σ_6 的坐标转换矩阵

$$M_{64} = M_{65}M_{54} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 \\ 0 & \sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -S \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \gamma & -\sin \gamma & S \sin \gamma \\ 0 & \sin \gamma & \cos \gamma & S \cos \gamma \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

TI 蜗杆齿面在坐标系 σ_6 中的方程为

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_2^6 &= M_{64}\mathbf{r}_2^4 = x_2^6\mathbf{i} + y_2^6\mathbf{j} + z_2^6\mathbf{k}, \\ \begin{cases} x_2^6 = r_b \cos(\mu - \sigma_0) + r_b \mu \sin(\mu - \sigma_0), \\ y_2^6 = \cos \gamma [r_b \sin(\mu - \sigma_0) - r_b \mu \cos(\mu - \sigma_0)] - (p_1 \lambda - S) \sin \gamma, \\ z_2^6 = \sin \gamma [r_b \sin(\mu - \sigma_0) - r_b \mu \cos(\mu - \sigma_0)] - (p_1 \lambda - S) \cos \gamma, \end{cases} \end{aligned} \quad (4)$$

参数 μ 和 λ 决定 TI 蜗杆齿面上点的位置, 故其法向量表示为

$$\begin{aligned}
 n_2^6 &= r_{2\mu}^6 \times r_{2\lambda}^6 = n_{2x}^6 i + n_{2y}^6 j + n_{2z}^6 k, \\
 \begin{cases} n_{2x}^6 &= (p_1 - S'_\lambda) r_b \mu \sin(\mu - \sigma_0), \\ n_{2y}^6 &= (S'_\lambda - p_1) r_b \mu \cos(\mu - \sigma_0) \cos \gamma, \\ n_{2z}^6 &= (S'_\lambda - p_1) r_b \mu \cos(\mu - \sigma_0) \sin \gamma, \end{cases} \quad (5)
 \end{aligned}$$

式中, S'_λ 为一参数, 下面进行求解. 在磨削过程中, TI 蜗杆理论齿面与砂轮形成瞬时接触点或线, 且瞬时接触点的法矢量通过砂轮的主运动轴线^[4], 即满足条件方程: $n_{2x}^6 z_2^6 - n_{2z}^6 x_2^6 = 0$, 将(4)和(5)式代入条件方程, 得

$$(S'_\lambda - p_1) r_b^2 [\mu \sin \gamma + \mu (S - p_1 \lambda) \cos \gamma \sin(\mu - \sigma_0)] = 0.$$

解之, 得 $S'_\lambda = p_1$. 取 $S = p_1 \lambda$, 则砂轮和 TI 蜗杆齿面的瞬时接触点为

$$\begin{aligned}
 r_2^6 &= M_{65} r_2^5 = x_2^6 i + y_2^6 j + z_2^6 k, \\
 \begin{cases} x_2^6 &= r_b \cos(\mu - \sigma_0) + r_b \mu \sin(\mu - \sigma_0), \\ y_2^6 &= \cos \gamma [r_b \sin(\mu - \sigma_0) - r_b \mu \cos(\mu - \sigma_0)], \\ z_2^6 &= \sin \gamma [r_b \sin(\mu - \sigma_0) - r_b \mu \cos(\mu - \sigma_0)]. \end{cases} \quad (6)
 \end{aligned}$$

由于砂轮与平行于其端面的平面的截形为圆, 因此确定不同位置圆的半径就能确定砂轮的轴截面的廓形. 用 e 和 r 分别表示砂轮廓形的轴向位置和圆周半径, 由于坐标轴 y_6 是砂轮的旋转轴, 故砂轮的轴截面廓形方程可表示为

$$\begin{cases} r = \sqrt{(x_2^6)^2 + (z_2^6)^2}, \\ e = y_2^6. \end{cases}$$

将(6)式代入上式, 得

$$\begin{aligned}
 r &= \sqrt{[r_b \cos(\mu - \sigma_0) + r_b \mu \sin(\mu - \sigma_0)]^2 + \sin^2 \gamma [r_b \sin(\mu - \sigma_0) - r_b \mu \cos(\mu - \sigma_0)]^2}, \quad (7) \\
 e &= \cos \gamma [r_b \sin(\mu - \sigma_0) - r_b \mu \cos(\mu - \sigma_0)],
 \end{aligned}$$

式中, μ 为参数. 例如取 TI 蜗杆副中斜齿轮的基本参数为: 法向模数 $m_n = 6$ mm, 齿数 $z = 32$, 压力角 $\alpha_n = 20^\circ$, 螺旋角 $\beta = 8^\circ$, 齿顶高系数 $h_a = 0.8$, 齿根高系数 $h_f = 1.25$, 取砂轮的倾角 γ 等于螺旋角 β , 得砂轮的轴截面廓形曲线如图 6 所示.

3 TI 蜗杆磨削方法

在推导砂轮轴截面的廓形方程中, 对砂轮运动参数及蜗杆齿面方程中的参数关系进行了假设或推导. 下面分别进行讨论.

3.1 磨床具备的运动

砂轮应具备下述运动: 高速旋转的主运动, 圆周进给运动, 与圆周进给运动

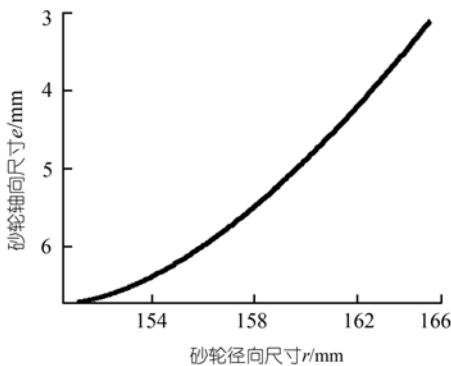


图 6 磨削砂轮的轴截面廓型

在蜗杆传动中, 斜齿轮转角 $\varphi_1 = \varphi_2 / i_{21}$, i_{21} 是蜗杆副的传动比. 由前述假设 $\varphi_3 = \lambda + \varphi_1$, 得到砂轮圆周进给运动的转角 φ_3 与蜗杆转角 φ_2 满足的条件:

$$\varphi_3 = \lambda + \frac{\varphi_2}{i_{21}}, \quad (9)$$

称 λ 为 TI 蜗杆磨削中的差动角. 而砂轮垂直进给量应满足 $S = p_1 \lambda$, 则有

$$\varphi_3 = \frac{S}{p_1} + \frac{\varphi_2}{i_{21}}, \quad (10)$$

(10)式表明磨削 TI 蜗杆时砂轮圆周进给角度 φ_3 、垂直进给位移 S 与蜗杆转角 φ_2 应满足的运动关系. 下面作进一步分析.

若 $\lambda = 0$, 即表示蜗轮为螺旋角等于零的直齿轮, 依据(9)式, 砂轮圆周进给与蜗杆转角满足 $\varphi_3 = \varphi_2 / i_{21}$, 即蜗杆转角与砂轮圆周进给转角等于 TI 蜗杆传动比. 表明砂轮圆周进给不受垂直进给的约束, 即砂轮垂直进给具有独立运动.

TI 蜗杆传动螺旋角一般不等于零, 故(10)式对时间 t 求导得

$$\omega_3 = \frac{1}{p_1} \frac{dS}{dt} + \frac{\omega_2}{i_{21}}. \quad (11)$$

令 $v = \frac{dS}{dt}$, 则 v 表示砂轮的垂直进给速度. (11)式表明 TI 蜗杆磨削中砂轮圆周进给角速度 ω_3 、垂直进给线速度 v 与蜗杆角速度 ω_2 应满足的关系.

在 TI 蜗杆磨削中, 若 $v = 0$, 表示砂轮暂时无垂直进给, 或垂直进给停留于 $S = p_1 \lambda$ 的一定位置. 由(11)式, $\omega_3 = \omega_2 / i_{21}$. 这说明砂轮只作圆周进给运动时, 蜗杆转速与砂轮圆周进给转速等于 TI 蜗杆传动比.

因此, 在 TI 蜗杆磨削中, 称 $\frac{1}{p_1} \frac{dS}{dt} = \frac{1}{p_1} v$ 是砂轮作垂直进给时在圆周进给方向所需要的差动转速.

平面垂直的垂直进给运动. 夹持蜗杆的主轴则需要绕其轴线旋转运动.

3.2 安装位置关系

蜗杆轴线应垂直于砂轮圆周进给的中心线, 它们的距离 A 应等于蜗杆传动中心距. 即

$$A = a. \quad (8)$$

3.3 运动关系

4 结论

(i) 磨削 TI 蜗杆的砂轮应具备由蜗轮轮齿参数和砂轮安装倾角 γ 决定的轴截面廓形。

(ii) 精确地磨削 TI 蜗杆, 砂轮除具有磨削主运动外, 还应具有两个相互垂直的运动: 圆周进给运动和垂直进给运动。砂轮圆周进给运动的中心线应垂直于蜗杆轴线, 它们的距离应等于蜗杆传动中心距。

(iii) 砂轮圆周进给的转角与蜗杆转角和砂轮本身的垂直进给位移相关, 相应地, 砂轮圆周进给的角速度与蜗杆角速度和砂轮的垂直进给线速度相关。若砂轮不作垂直进给, 则蜗杆转速与砂轮圆周进给转速的比值等于 TI 蜗杆传动比。

参 考 文 献

- 1 Wang S R, Zhan D A, Liu H, et al. Tooth contact analysis of toroidal involute worm mating with involute helical gear. Mechanism and Machine Theory, 2002, 37: 685~691[DOI]
- 2 Jarchow F, Predki W. Tragfahigkeitsoptimierte. Schneckenentriebe, VDI-Berichte, 1983, Nr 88: 11~22
- 3 殷李森. 渐开线环面蜗杆的磨削方法. 机械传动, 2000, 24(3): 41~42
- 4 数学系齿轮啮合理论研究小组. 盘状铣刀加工螺旋齿面齿的几何理论. 南开大学学报, 1974, 23~38