大型空间柔性组合航天器动力学建模与控制

周志成*, 王兴龙, 曲广吉

中国空间技术研究院通信卫星事业部, 北京 100094

*联系人, E-mail: zhouzhicheng@cast.cn

收稿日期: 2018-04-03; 接受日期: 2018-06-14; 网络出版日期: 2019-01-09

国家自然科学基金(批准号: 11272334)资助项目

摘要 航天器在轨组装制造和在轨服务维护任务中, 捕获航天器通过空间机械臂捕获目标航天器后, 整个系统构成一个大型空间柔性组合航天器. 本文首先建立了综合考虑机械臂关节、臂杆和航天器太阳翼等柔性部件振动影响的组合航天器动力学模型, 采用非线性扭簧模型描述柔性关节, 采用假设模态法和有限元法描述柔性臂杆和太阳翼, 通过动量守恒和拉格朗日方法推导了柔性组合航天器的动力学方程. 然后设计了柔性组合航天器轨迹跟踪与振动抑制复合控制系统, 采用奇异摄动方法对组合航天器动力学模型进行了降阶分解, 在快慢两种不同时间尺度内分别独立设计了控制器. 最后通过数值仿真验证了建模和控制方法的有效性. 仿真结果表明, 本文所建动力学模型精确有效, 能够准确反映柔性组合航天器的运动学和动力学特性; 复合控制方法能够保证组合航天器在实现机械臂精确轨迹跟踪控制的同时有效抑制柔性部件振动, 具有工程实用性.

关键词 在轨服务, 柔性组合航天器, 空间机械臂, 动力学建模, 轨迹跟踪, 振动抑制

PACS: 45.20.Jj, 45.50.Jf, 45.80.+r, 46.40.-f

1 引言

随着世界各国开发利用空间的广度和深度不断增加, 航天器有效载荷的功能和性能要求不断提升, 航天器结构正向着大型化和复杂化方向发展^[1], 航天器在轨组装制造和在轨服务维护成为目前航天领域两大新兴的技术体系热点.

空间机械臂^[2]是航天器在轨组装和在轨服务的核心关键技术. 目标航天器捕获后^[3,4], 捕获航天器和目标航天器在空间机械臂的连接下成为一个组合体. 当捕获航天器和目标航天器均为带有太阳翼等柔性附件

的大型航天器平台时, 整个组合体呈两头重中间轻的哑铃状构型, 该种构型使得处于连接位置的空间机械臂的柔性显著增加. 同时, 随着机械臂运动, 组合体的构型不断变化, 整个系统构成一个多柔体、变结构、低基频的大型空间柔性组合航天器, 其动力学与控制问题难度较大.

空间柔性机械臂的动力学建模方法经过多年发展已较为成熟, 建模过程中主要考虑机械臂的关节柔性^[5-7]和臂杆柔性^[8-10], 基座航天器一般视为刚体. 但对于 GEO 通信卫星等带有大型柔性太阳翼的大型或超大型航天器平台而言, 太阳翼的柔性振动对航天器

引用格式: 周志成, 王兴龙, 曲广吉. 大型空间柔性组合航天器动力学建模与控制. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2019, 49: 024507

Zhou Z C, Wang X L, Qu G J. Dynamic modeling and control of large flexible spacecraft combination (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2019, 49: 024507, doi: [10.1360/SSPMA2018-00104](https://doi.org/10.1360/SSPMA2018-00104)

本体姿态和机械臂关节运动具有较强的耦合作用^[11]. 因此组合航天器动力学建模过程中, 太阳翼等的柔性振动影响不可忽略. Meng等人^[12]和Xu等人^[13]建立了考虑太阳翼振动的柔性航天器和空间机械臂耦合动力学模型, 但将机械臂视为刚体, 未考虑机械臂的柔性振动影响. 组合航天器控制方面, 机械臂和太阳翼等柔性部件的振动对机械臂控制精度影响较大, 如何在实现机械臂精确轨迹跟踪控制的同时有效抑制柔性部件振动, 成为一个亟待解决的重要问题. 张文辉等人^[14]研究了目标捕获后组合航天器的神经网络鲁棒控制, 但将机械臂和航天器均视为刚体. Karimi等人^[15]和洪昭斌等人^[16]采用奇异摄动方法设计了柔性机械臂振动抑制控制系统, 但仅考虑机械臂柔性, 未对太阳翼等的柔性振动进行抑制. 综上所述, 以往研究大多只考虑机械臂或太阳翼等部分部件柔性, 没有系统全面地对目标捕获后形成的大型空间柔性组合航天器进行建模, 也缺少能够综合抑制所有柔性部件振动的控制系统设计方面的研究.

本文建立大型空间柔性组合航天器动力学模型, 综合考虑机械臂关节、臂杆和航天器太阳翼等柔性部件振动影响. 采用奇异摄动方法设计柔性组合航天器轨迹跟踪与振动抑制复合控制系统, 最后通过仿真, 验证建模和控制方法的有效性.

2 柔性组合航天器动力学建模

2.1 系统基本假设

目标捕获后形成的柔性组合航天器如图1所示. 捕获航天器和目标航天器均设定为带有太阳翼等附件的大型航天器平台. 空间机械臂根部固定于捕获航天器, 末端与目标航天器固连.

根据工程模化思想, 定义如下基本假设.

假设1: 空间机械臂的关节视为柔性关节(非线性扭簧), 以谐波齿轮传动关节为例, 考虑扭转刚度、间隙、摩擦等非线性因素.

假设2: 空间机械臂的臂杆视为柔性臂杆(Euler-Bernouli梁), 忽略剪切变形和转动惯量的影响, 臂杆的柔性变形视为小变形.

假设3: 捕获航天器和目标航天器本体视为刚体, 不考虑内部液体晃动等影响, 太阳翼等附件视为柔性体, 其柔性变形视为小变形.

图1 (网络版彩图) 柔性组合航天器示意

Figure 1 (Color online) Illustration of flexible spacecraft combination.

假设4: 整个柔性组合航天器处于自由漂浮状态, 不考虑重力梯度力矩和其他环境力矩影响, 系统线动量和角动量守恒.

2.2 柔性关节动力学方程

根据假设1, 空间机械臂关节采用谐波齿轮传动关节, 不考虑关节内部复杂齿轮结构, 可用非线性扭簧简化模型对其进行描述, 如图2所示.

矩阵形式的柔性关节动力学方程为

$$\mathbf{I}_e \ddot{\boldsymbol{\Theta}}_e + \mathbf{C}_f + \frac{1}{N} \mathbf{K}_e \left(\frac{\boldsymbol{\Theta}_e}{N} - \boldsymbol{\Theta}_m \right) = \mathbf{T}_e, \quad (1)$$

式中, $\boldsymbol{\Theta}_e$ 为关节电机角度; $\boldsymbol{\Theta}_m$ 为关节输出角度; $\mathbf{I}_e$ 为电机转子的转动惯量; $\mathbf{C}_f$ 为关节摩擦力矩; $\mathbf{K}_e$ 为非线性关节扭转刚度; $\mathbf{T}_e$ 为关节电机驱动力矩; N 为谐波齿轮传动比.

非线性扭转刚度 $\mathbf{K}_e$ 可用三次多项式拟合. 摩擦力矩 $\mathbf{C}_f$ 采用经典摩擦模型描述:

$$\mathbf{C}_f = \left(\alpha_0 + \alpha_1 e^{-(\dot{\boldsymbol{\Theta}}_e/v_s)^2} \right) \text{sgn}(\dot{\boldsymbol{\Theta}}_e) + \alpha_2 \dot{\boldsymbol{\Theta}}_e, \quad (2)$$

图2 柔性关节的非线性扭簧模型

Figure 2 Non-linear spring model of flexible joint.

式中, $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$ 分别为Coulomb摩擦, Stribeck摩擦和黏滞摩擦系数, 忽略关节电机正反转的影响; v_s 为Stribeck速度.

2.3 柔性体上任意点速度

目标捕获后形成的柔性组合航天器简化模型如图3所示. 除特别说明外, 文中所有矢量均用其在惯性系中的坐标分量表示.

图3中各符号表示物理意义如下:

- O_I — 惯性坐标系 Σ_I 原点;
- O_{m0} — 捕获航天器质心;
- O_{me} — 目标航天器质心;
- O_{mi} — 机械臂臂杆 $i-1$ 和臂杆 i 的链接点;
- O_{si} — 捕获航天器太阳翼链接点;
- O_{ti} — 目标航天器太阳翼链接点;
- $P_{mi,h}$ — 机械臂臂杆 i 上任意 h 点;
- $P_{si,h}$ — 捕获航天器太阳翼 i 上任意 h 点;
- $P_{ti,h}$ — 目标航天器太阳翼 i 上任意 h 点;
- $\mathbf{r}_{m0}$ — 从 O_I 指向 O_{m0} 的位置矢量;
- $\mathbf{b}_{m0}$ — 从 O_{m0} 指向 O_{m1} 的位置矢量;
- $\mathbf{l}_{mi}$ — 从 O_{mi} 指向 O_{mi+1} 的位置矢量;
- $\mathbf{b}_{si}$ — 从 O_{m0} 指向 O_{si} 的位置矢量;
- $\mathbf{b}_{ti}$ — 从 O_{mn} 指向 O_{ti} 的位置矢量;
- $\mathbf{r}_{mi,h}$ — 从 O_I 指向 $P_{mi,h}$ 的位置矢量;

$\mathbf{a}_{mi,h}$ — 从 O_{mi} 指向 $P_{mi,h}$ 的位置矢量;

$\mathbf{a}_{si,h}$ — 从 O_{si} 指向 $P_{si,h}$ 的位置矢量;

$\mathbf{a}_{ti,h}$ — 从 O_{ti} 指向 $P_{ti,h}$ 的位置矢量;

n — 机械臂自由度, 机械臂臂杆数量;

n_s, n_t — 捕获和目标航天器太阳翼的数量.

根据假设2和假设3, 机械臂臂杆和航天器太阳翼均视为柔性体. 由图3几何关系可知, 柔性体上任意点 $P_{mi,h}, P_{si,h}, P_{ti,h}$ 位置矢量的表达式分别为

$$\mathbf{r}_{mi,h} = \mathbf{r}_{m0} + \mathbf{b}_{m0} + \sum_{j=1}^{i-1} (\mathbf{l}_{mj} + \delta_{mj,l}) + \mathbf{a}_{mi,h} + \delta_{mi,h}, \quad (3)$$

$$\mathbf{r}_{si,h} = \mathbf{r}_{m0} + \mathbf{b}_{si} + \mathbf{a}_{si,h} + \delta_{si,h}, \quad (4)$$

$$\mathbf{r}_{ti,h} = \mathbf{r}_{m0} + \mathbf{b}_{m0} + \sum_{j=1}^{n-1} (\mathbf{l}_{mj} + \delta_{mj,l}) + \mathbf{b}_{ti,h} + \mathbf{a}_{ti,h} + \delta_{ti,h}, \quad (5)$$

式中, $\mathbf{r}_{si,h}, \mathbf{r}_{ti,h}$ 分别为从 O_I 指向 $P_{si,h}, P_{ti,h}$ 的位置矢量, $\delta_{mi,h}, \delta_{si,h}, \delta_{ti,h}$ 分别为 $P_{mi,h}, P_{si,h}, P_{ti,h}$ 的柔性变量, $\delta_{mi,l}$ 为机械臂臂杆 i 末端的柔性变量. 采用假设模态法, 将柔性变量按正则模态展开, 有

$$\begin{cases} \delta_{mi,l} = \Phi_{mi,l} \boldsymbol{\eta}_{mi}, \\ \delta_{mi,h} = \Phi_{mi,h} \boldsymbol{\eta}_{mi}, \end{cases} \quad \begin{cases} \delta_{si,h} = \Phi_{si,h} \boldsymbol{\eta}_{si}, \\ \delta_{ti,h} = \Phi_{ti,h} \boldsymbol{\eta}_{ti}, \end{cases} \quad (6)$$

式中, $\Phi_{mi}, \Phi_{si}, \Phi_{ti}$ 分别为机械臂臂杆和航天器太阳翼的正则模态矩阵, $\boldsymbol{\eta}_{mi}, \boldsymbol{\eta}_{si}, \boldsymbol{\eta}_{ti}$ 分别为相应的模态坐标.

对式(3)–(5)在惯性系中求导, 并将式(6)代入, 根据

图3 柔性组合航天器简化模型

Figure 3 Simplified model of flexible combined spacecraft.

假设2和假设3, 机械臂臂杆和航天器太阳翼的柔性变形均视为小变形. 整理得到柔性体上任意点速度的表达式分别为

$$\dot{\mathbf{r}}_{mi,h} = \mathbf{v}_{m0} + \mathbf{B}_{mi,h} \boldsymbol{\omega}_{m0} + \sum_{k=1}^i \mathbf{C}_{mik,h} \dot{\theta}_{mk} + \sum_{k=1}^{i-1} \Phi_{mk,l} \dot{\mathbf{n}}_{mk} + \Phi_{mi,h} \dot{\mathbf{n}}_{mi}, \quad (7)$$

$$\dot{\mathbf{r}}_{si,h} = \mathbf{v}_{m0} + \mathbf{B}_{si,h} \boldsymbol{\omega}_{m0} + \Phi_{si,h} \dot{\mathbf{n}}_{si}, \quad (8)$$

$$\dot{\mathbf{r}}_{ti,h} = \mathbf{v}_{m0} + \mathbf{B}_{ti,h} \boldsymbol{\omega}_{m0} + \sum_{k=1}^n \mathbf{C}_{tik,h} \dot{\theta}_{mk} + \sum_{k=1}^{n-1} \Phi_{mk,l} \dot{\mathbf{n}}_{mk} + \Phi_{ti,h} \dot{\mathbf{n}}_{ti}, \quad (9)$$

式中, $\mathbf{v}_{m0}$, $\boldsymbol{\omega}_{m0}$ 分别为捕获航天器本体的速度和角速度, θ_{mi} 为机械臂关节 i 输出的关节角度, $\mathbf{B}_{mi,h}$, $\mathbf{B}_{si,h}$, $\mathbf{B}_{ti,h}$, $\mathbf{C}_{mik,h}$, $\mathbf{C}_{tik,h}$ 为系数矩阵.

2.4 柔性组合航天器动能

柔性组合航天器的动能包括捕获航天器, 目标航天器和空间机械臂动能. 采用有限元方法对柔性体进行离散化, 柔性组合航天器动能 T 的表达式为

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^n \sum_h m_{mi,h} \dot{\mathbf{r}}_{mi,h}^T \dot{\mathbf{r}}_{mi,h} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n_s} \sum_h m_{si,h} \dot{\mathbf{r}}_{si,h}^T \dot{\mathbf{r}}_{si,h} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n_t} \sum_h m_{ti,h} \dot{\mathbf{r}}_{ti,h}^T \dot{\mathbf{r}}_{ti,h}, \quad (10)$$

式中, $m_{mi,h}$, $m_{si,h}$, $m_{ti,h}$ 分别为 $P_{mi,h}$, $P_{si,h}$, $P_{ti,h}$ 的微元质量. 将式(7)–(9)代入并整理得

$$T = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{M}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}}, \quad (11)$$

式中 $\mathbf{q}$ 为柔性组合航天器的广义坐标:

$$\dot{\mathbf{q}} = \left[\mathbf{v}_{m0}^T \quad \boldsymbol{\omega}_{m0}^T \quad \dot{\boldsymbol{\theta}}_m^T \quad \dot{\mathbf{n}}_m^T \quad \dot{\mathbf{n}}_s^T \quad \dot{\mathbf{n}}_t^T \right]^T, \quad (12)$$

$\mathbf{M}(\mathbf{q})$ 为柔性组合航天器的广义惯量矩阵:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{vv} & \mathbf{R}_{v\omega} & \mathbf{R}_{v\theta} & \mathbf{F}_{v\eta m} & \mathbf{F}_{v\eta s} & \mathbf{F}_{v\eta t} \\ \mathbf{R}_{v\omega}^T & \mathbf{I}_{\omega\omega} & \mathbf{R}_{\omega\theta} & \mathbf{F}_{\omega\eta m} & \mathbf{F}_{\omega\eta s} & \mathbf{F}_{\omega\eta t} \\ \mathbf{R}_{v\theta}^T & \mathbf{R}_{\omega\theta}^T & \mathbf{R}_{\theta\theta} & \mathbf{F}_{\theta\eta m} & \mathbf{0} & \mathbf{F}_{\theta\eta t} \\ \mathbf{F}_{v\eta m}^T & \mathbf{F}_{\omega\eta m}^T & \mathbf{F}_{\theta\eta m}^T & \mathbf{E} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{F}_{v\eta s}^T & \mathbf{F}_{\omega\eta s}^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{E} & \mathbf{0} \\ \mathbf{F}_{v\eta t}^T & \mathbf{F}_{\omega\eta t}^T & \mathbf{F}_{\theta\eta t}^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{E} \end{bmatrix}. \quad (13)$$

$\mathbf{M}(\mathbf{q})$ 中的各系数矩阵反映了组合航天器刚性运

动与柔性振动的相互耦合作用, 其物理意义和具体表达式如下:

1) $\mathbf{M}_{vv}$ 为柔性组合航天器的总质量:

$$\mathbf{M}_{vv} = \sum_{i=0}^n \sum_h m_{mi,h} + \sum_{i=1}^{n_s} \sum_h m_{si,h} + \sum_{i=1}^{n_t} \sum_h m_{ti,h}. \quad (14)$$

2) $\mathbf{I}_{\omega\omega}$ 为柔性组合航天器绕其质心的转动惯量:

$$\mathbf{I}_{\omega\omega} = \mathbf{I}_{m0} + \sum_{i=1}^n \sum_h m_{mi,h} \mathbf{B}_{mi,h}^T \mathbf{B}_{mi,h} + \sum_{i=1}^{n_s} \sum_h m_{si,h} \mathbf{B}_{si,h}^T \mathbf{B}_{si,h} + \sum_{i=1}^{n_t} \sum_h m_{ti,h} \mathbf{B}_{ti,h}^T \mathbf{B}_{ti,h}. \quad (15)$$

3) $\mathbf{R}_{v\omega}$ 为捕获航天器本体转动对自身平动的刚性耦合系数:

$$\mathbf{R}_{v\omega} = \sum_{i=1}^n \sum_h m_{mi,h} \mathbf{B}_{mi,h} + \sum_{i=1}^{n_s} \sum_h m_{si,h} \mathbf{B}_{si,h} + \sum_{i=1}^{n_t} \sum_h m_{ti,h} \mathbf{B}_{ti,h}. \quad (16)$$

4) $\mathbf{R}_{v\theta}$ 为机械臂关节转动对捕获航天器本体平动的刚性耦合系数:

$$\mathbf{R}_{v\theta} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{v\theta 1} & \mathbf{R}_{v\theta 2} & \cdots & \mathbf{R}_{v\theta n} \end{bmatrix}, \quad (17)$$

$$\mathbf{R}_{v\theta k} = \sum_{i=k}^n \sum_h m_{mi,h} \mathbf{C}_{mik,h} + \sum_{i=1}^{n_t} \sum_h m_{ti,h} \mathbf{C}_{tik,h}.$$

5) $\mathbf{R}_{\omega\theta}$ 为机械臂关节转动对捕获航天器本体转动的刚性耦合系数:

$$\mathbf{R}_{\omega\theta} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{\omega\theta 1} & \mathbf{R}_{\omega\theta 2} & \cdots & \mathbf{R}_{\omega\theta n} \end{bmatrix}, \quad (18)$$

$$\mathbf{R}_{\omega\theta k} = \sum_{i=k}^n \sum_h m_{mi,h} \mathbf{B}_{mi,h}^T \mathbf{C}_{mik,h} + \sum_{i=1}^{n_t} \sum_h m_{ti,h} \mathbf{B}_{ti,h}^T \mathbf{C}_{tik,h}.$$

6) $\mathbf{R}_{\theta\theta}$ 为机械臂自身关节转动的刚性耦合系数:

$$\mathbf{R}_{\theta\theta} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{\theta\theta 1} & \mathbf{R}_{\theta\theta 2} & \cdots & \mathbf{R}_{\theta\theta n} \\ \mathbf{R}_{\theta\theta 2} & \mathbf{R}_{\theta\theta 3} & \cdots & \mathbf{R}_{\theta\theta n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{R}_{\theta\theta n} & \mathbf{R}_{\theta\theta n} & \cdots & \mathbf{R}_{\theta\theta n} \end{bmatrix}, \quad (19)$$

$$\mathbf{R}_{\theta\theta k} = \sum_{i=n+1}^n \sum_{j,k} m_{mi,h} \mathbf{C}_{mij,h}^T \mathbf{C}_{mik,h} + \sum_{i=1}^{n_t} \sum_h m_{ti,h} \mathbf{C}_{tij,h}^T \mathbf{C}_{tik,h}.$$

7) $\mathbf{F}_{v\eta m}$ 为机械臂臂杆振动对捕获航天器本体平动的柔性耦合系数:

$$\mathbf{F}_{v\eta m} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{v\eta m 1} & \mathbf{F}_{v\eta m 2} & \cdots & \mathbf{F}_{v\eta m n} \end{bmatrix}, \quad (20)$$

$$\mathbf{F}_{v\eta mk} = \left(\sum_{i=k+1}^n m_{mi} + \sum_{i=1}^{n_t} m_{ti} \right) \Phi_{mk,l} + \sum_h m_{mk,h} \Phi_{mk,h}.$$

8) $\mathbf{F}_{\omega\eta m}$ 为机械臂臂杆振动对捕获航天器本体转动的柔性耦合系数:

$$\mathbf{F}_{\omega\eta m} = [\mathbf{F}_{\omega\eta m1} \quad \mathbf{F}_{\omega\eta m2} \quad \cdots \quad \mathbf{F}_{\omega\eta mn}],$$

$$\mathbf{F}_{\omega\eta mk} = \left(\sum_{i=k+1}^n \sum_h m_{mi,h} \mathbf{B}_{mi,h}^T + \sum_{i=1}^{n_i} \sum_h m_{ti,h} \mathbf{B}_{ti,h}^T \right) \Phi_{mk,l} \quad (21)$$

$$+ \sum_h m_{mk,h} \mathbf{B}_{mk,h}^T \Phi_{mk,h}.$$

9) $\mathbf{F}_{\theta\eta m}$ 为机械臂臂杆振动对机械臂关节转动的柔性耦合系数:

$$\mathbf{F}_{\theta\eta m} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{\theta1\eta m1} & \mathbf{F}_{\theta1\eta m2} & \cdots & \mathbf{F}_{\theta1\eta mn} \\ \mathbf{F}_{\theta2\eta m1} & \mathbf{F}_{\theta2\eta m2} & \cdots & \mathbf{F}_{\theta2\eta mn} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{F}_{\theta n\eta m1} & \mathbf{F}_{\theta n\eta m2} & \cdots & \mathbf{F}_{\theta n\eta mn} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{F}_{\theta\eta mk} = \left(\sum_{i=k+1}^n \sum_h m_{mi,h} \mathbf{C}_{mij,h}^T + \sum_{i=1}^{n_i} \sum_h m_{ti,h} \mathbf{C}_{tij,h}^T \right) \Phi_{mk,l} \quad (22)$$

$$+ \sum_h m_{mk,h} \mathbf{C}_{mkj,h}^T \Phi_{mk,h}, j \leq k,$$

$$\mathbf{F}_{\theta\eta mk} = \left(\sum_{i=j}^n \sum_h m_{mi,h} \mathbf{C}_{mij,h}^T + \sum_{i=1}^{n_i} \sum_h m_{ti,h} \mathbf{C}_{tij,h}^T \right) \Phi_{mk,l},$$

$$j \geq k+1.$$

10) $\mathbf{F}_{v\eta s}$ 为捕获航天器太阳翼振动对捕获航天器本体平动的柔性耦合系数:

$$\mathbf{F}_{v\eta s} = [\mathbf{F}_{v\eta s1} \quad \mathbf{F}_{v\eta s2} \quad \cdots \quad \mathbf{F}_{v\eta sn_s}],$$

$$\mathbf{F}_{v\eta si} = \sum_h m_{si,h} \Phi_{si,h}. \quad (23)$$

11) $\mathbf{F}_{\omega\eta s}$ 为捕获航天器太阳翼振动对捕获航天器本体转动的柔性耦合系数:

$$\mathbf{F}_{\omega\eta s} = [\mathbf{F}_{\omega\eta s1} \quad \mathbf{F}_{\omega\eta s2} \quad \cdots \quad \mathbf{F}_{\omega\eta sn_s}],$$

$$\mathbf{F}_{\omega\eta si} = \sum_h m_{si,h} \mathbf{B}_{si,h}^T \Phi_{si,h}. \quad (24)$$

12) $\mathbf{F}_{v\eta t}$ 为目标航天器太阳翼振动对捕获航天器本体平动的柔性耦合系数:

$$\mathbf{F}_{v\eta t} = [\mathbf{F}_{v\eta t1} \quad \mathbf{F}_{v\eta t2} \quad \cdots \quad \mathbf{F}_{v\eta tn_t}],$$

$$\mathbf{F}_{v\eta ti} = \sum_h m_{ti,h} \Phi_{ti,h}. \quad (25)$$

13) $\mathbf{F}_{\omega\eta t}$ 为目标航天器太阳翼振动对捕获航天器本体转动的柔性耦合系数:

$$\mathbf{F}_{\omega\eta t} = [\mathbf{F}_{\omega\eta t1} \quad \mathbf{F}_{\omega\eta t2} \quad \cdots \quad \mathbf{F}_{\omega\eta tn_t}],$$

$$\mathbf{F}_{\omega\eta ti} = \sum_h m_{ti,h} \mathbf{B}_{ti,h}^T \Phi_{ti,h}. \quad (26)$$

14) $\mathbf{F}_{\theta\eta t}$ 为目标航天器太阳翼振动对机械臂关节转动的柔性耦合系数:

$$\mathbf{F}_{\theta\eta t} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{\theta1\eta t1} & \mathbf{F}_{\theta1\eta t2} & \cdots & \mathbf{F}_{\theta1\eta tn_t} \\ \mathbf{F}_{\theta2\eta t1} & \mathbf{F}_{\theta2\eta t2} & \cdots & \mathbf{F}_{\theta2\eta tn_t} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{F}_{\theta n\eta t1} & \mathbf{F}_{\theta n\eta t2} & \cdots & \mathbf{F}_{\theta n\eta tn_t} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{F}_{\theta\eta ti} = \sum_h m_{ti,h} \mathbf{C}_{tik,h}^T \Phi_{ti,h}. \quad (27)$$

15) $\mathbf{E}$ 为单位矩阵.

2.5 柔性组合航天器动力学方程

根据假设4, 柔性组合航天器处于自由漂浮状态, 满足线动量和角动量守恒. 设 $\mathbf{P}_0$, $\mathbf{L}_0$ 分别为柔性组合航天器初始线动量和初始角动量, 则有

$$\mathbf{P}_0 = \sum_{i=0}^n \sum_h m_{mi,h} \dot{\mathbf{r}}_{mi,h} + \sum_{i=1}^{n_s} \sum_h m_{si,h} \dot{\mathbf{r}}_{si,h}$$

$$+ \sum_{i=1}^{n_t} \sum_h m_{ti,h} \dot{\mathbf{r}}_{ti,h}, \quad (28)$$

$$\mathbf{L}_0 = \sum_{i=0}^n \sum_h \mathbf{r}_{mi,h}^\times m_{mi,h} \dot{\mathbf{r}}_{mi,h} + \sum_{i=1}^{n_s} \sum_h \mathbf{r}_{si,h}^\times m_{si,h} \dot{\mathbf{r}}_{si,h}$$

$$+ \sum_{i=1}^{n_t} \sum_h \mathbf{r}_{ti,h}^\times m_{ti,h} \dot{\mathbf{r}}_{ti,h}. \quad (29)$$

将式(7)–(9)代入, 整理得到柔性组合航天器动量守恒方程:

$$\mathbf{S}_0 = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_0 \\ \mathbf{L}_0 \end{bmatrix} = \mathbf{H}_s \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{m0} \\ \boldsymbol{\omega}_{m0} \end{bmatrix} + \mathbf{H}_m \dot{\boldsymbol{\Theta}}_m + \mathbf{H}_f \dot{\boldsymbol{\eta}}, \quad (30)$$

式中, $\boldsymbol{\eta}$ 为柔性组合航天器总的模态坐标:

$$\boldsymbol{\eta} = [\boldsymbol{\eta}_m^T \quad \boldsymbol{\eta}_s^T \quad \boldsymbol{\eta}_t^T]^T, \quad (31)$$

$\mathbf{H}_s$, $\mathbf{H}_m$, $\mathbf{H}_f$ 为系数矩阵, 且 $\mathbf{H}_s$ 非奇异.

自由漂浮状态下, 选取 $[\boldsymbol{\Theta}_m^T \quad \boldsymbol{\eta}^T]^T$ 为柔性组合航天器的广义坐标, 将式(30)代入式(12), 得到

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{A}(\boldsymbol{\Theta}_m, \boldsymbol{\eta}) \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\Theta}}_m \\ \dot{\boldsymbol{\eta}} \end{bmatrix} + \mathbf{B}(\boldsymbol{\Theta}_m, \boldsymbol{\eta}), \quad (32)$$

式中,

$$\mathbf{A}(\Theta_m, \eta) = \begin{bmatrix} -\mathbf{H}_s^{-1}\mathbf{H}_m & -\mathbf{H}_s^{-1}\mathbf{H}_f \\ \mathbf{E} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{E} \end{bmatrix}, \quad (33)$$

$$\mathbf{B}(\Theta_m, \eta) = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_s^{-1}\mathbf{S}_0 \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix},$$

对式(32)进一步求导可得

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{A}(\Theta_m, \eta) \begin{bmatrix} \ddot{\Theta}_m \\ \ddot{\eta} \end{bmatrix} + \dot{\mathbf{A}}(\Theta_m, \eta) \begin{bmatrix} \dot{\Theta}_m \\ \dot{\eta} \end{bmatrix} + \dot{\mathbf{B}}(\Theta_m, \eta). \quad (34)$$

根据假设4, 不考虑重力势能, 则柔性组合航天器的势能 V 包括机械臂关节的弹性势能以及机械臂臂杆和航天器太阳翼的弹性势能, 其表达式为

$$V = \frac{1}{2} \left(\frac{\Theta_e}{N} - \Theta_m \right)^T \mathbf{K}_e \left(\frac{\Theta_e}{N} - \Theta_m \right) + \frac{1}{2} \eta^T \Lambda_f \eta. \quad (35)$$

式中, Λ_f 为机械臂臂杆和航天器太阳翼的广义刚度阵.

将式(11)和(35)代入拉格朗日方程, 求导后再将式(32)和(34)代入作变量替换, 并左乘 $\mathbf{A}(\Theta_m, \eta)^T$, 整理得到柔性组合航天器的动力学方程为

$$\mathbf{M}(\Theta_m, \eta) \begin{bmatrix} \ddot{\Theta}_m \\ \ddot{\eta} \end{bmatrix} + \mathbf{C}(\Theta_m, \eta) \begin{bmatrix} \dot{\Theta}_m \\ \dot{\eta} \end{bmatrix} + \mathbf{D}(\Theta_m, \eta) + \begin{bmatrix} -\mathbf{K}_e \left(\frac{\Theta_e}{N} - \Theta_m \right) \\ \Lambda_f \eta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad (36)$$

式中, $\mathbf{M}(\Theta_m, \eta)$ 为自由漂浮状态的柔性组合航天器惯量矩阵:

$$\mathbf{M}(\Theta_m, \eta) = \mathbf{A}(\Theta_m, \eta)^T \mathbf{M}(\mathbf{q}) \mathbf{A}(\Theta_m, \eta). \quad (37)$$

$\mathbf{C}(\Theta_m, \eta)$ 为柔性组合航天器非线性力项, $\mathbf{D}(\Theta_m, \eta)$ 为初始运动对应的力项.

3 轨迹跟踪与振动抑制复合控制

3.1 柔性组合航天器模型奇异摄动分解

柔性组合航天器位姿调整与稳定控制的首要问题是在进行高精度机械臂轨迹跟踪的同时实现有效的柔性部件振动抑制. 奇异摄动方法可将柔性组合航天器动力学模型降阶分解为相对独立的两部分: 一部分是与航天器刚性运动对应的慢变子系统; 一部分是与航

天器柔性振动对应的快变子系统. 然后利用复合控制原理, 对慢快变两个子系统分别独立设计轨迹跟踪和振动抑制控制器, 加和后作为整个系统的控制输出, 从而在两种不同的时间尺度内, 实现柔性组合航天器的轨迹跟踪与振动抑制复合控制. 复合控制结构框图如图4所示.

定义 δ_e 为机械臂关节的扭转变形角:

$$\delta_e = \frac{\Theta_e}{N} - \Theta_m. \quad (38)$$

将式(38)代入柔性关节动力学方程式(1), 同时将柔性组合航天器动力学方程式(36)写成分块矩阵形式, 有

$$\mathbf{I}_e \ddot{\Theta}_e + \mathbf{C}_e + \frac{1}{N} \mathbf{K}_e \delta_e = \mathbf{T}_e, \quad (39)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{rr} & \mathbf{M}_{rf} \\ \mathbf{M}_{fr} & \mathbf{M}_{ff} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\Theta}_m \\ \ddot{\eta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{rr} & \mathbf{C}_{rf} \\ \mathbf{C}_{fr} & \mathbf{C}_{ff} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\Theta}_m \\ \dot{\eta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{D}_r \\ \mathbf{D}_f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\mathbf{K}_e \delta_e \\ \Lambda_f \eta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad (40)$$

式中, 分块矩阵下标 r 表示组合航天器刚性部分, 下标 f 表示组合航天器柔性部分. $\mathbf{M}(\Theta_m, \eta)$ 为正定对称矩阵, 故其逆矩阵存在. 定义 $\mathbf{N}(\Theta_m, \eta)$ 为 $\mathbf{M}(\Theta_m, \eta)$ 的逆矩阵, 写成分块形式, 有

$$\mathbf{N}(\Theta_m, \eta) = \mathbf{M}(\Theta_m, \eta)^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{N}_{rr} & \mathbf{N}_{rf} \\ \mathbf{N}_{fr} & \mathbf{N}_{ff} \end{bmatrix}. \quad (41)$$

定义 k_c 为柔性组合航天器刚度矩阵 Λ_f 和 $\mathbf{K}_e$ 中的最小元素, 引入奇异摄动参数 $\varepsilon^2 = 1/k_c$ (假设 ε 为小量), 并定义新变量:

$$\zeta_m = \varepsilon^{-2} \eta, \quad \zeta_e = \varepsilon^{-2} \delta_e, \quad \tilde{\Lambda}_f = \varepsilon^2 \Lambda_f, \quad \tilde{\mathbf{K}}_e = \varepsilon^2 \mathbf{K}_e. \quad (42)$$

将式(41)和(42)代入式(39)和(40), 整理得到柔性组合

图4 轨迹跟踪与振动抑制复合控制结构

Figure 4 Composite control structure of trajectory tracking and vibration suppression.

航天器奇异摄动方程:

$$\ddot{\mathbf{O}}_m = -(\mathbf{N}_{rr}\mathbf{C}_{rr} + \mathbf{N}_{rf}\mathbf{C}_{fr})\dot{\mathbf{O}}_m - (\mathbf{N}_{rr}\mathbf{C}_{rf} + \mathbf{N}_{rf}\mathbf{C}_{ff})\varepsilon^2\ddot{\zeta}_m - \mathbf{N}_{rr}\mathbf{D}_r - \mathbf{N}_{rf}\mathbf{D}_f + \mathbf{N}_{rr}\tilde{\mathbf{K}}_e\zeta_e - \mathbf{N}_{rf}\tilde{\mathbf{A}}_f\zeta_m, \quad (43)$$

$$\varepsilon^2\ddot{\zeta}_m = -(\mathbf{N}_{fr}\mathbf{C}_{rr} + \mathbf{N}_{ff}\mathbf{C}_{fr})\dot{\mathbf{O}}_m - (\mathbf{N}_{fr}\mathbf{C}_{rf} + \mathbf{N}_{ff}\mathbf{C}_{ff})\varepsilon^2\ddot{\zeta}_m - \mathbf{N}_{fr}\mathbf{D}_r - \mathbf{N}_{ff}\mathbf{D}_f + \mathbf{N}_{fr}\tilde{\mathbf{K}}_e\zeta_e - \mathbf{N}_{ff}\tilde{\mathbf{A}}_f\zeta_m, \quad (44)$$

$$\varepsilon^2\ddot{\zeta}_e = \frac{1}{N}\mathbf{I}_e^{-1}\left(\mathbf{T}_e - \mathbf{C}_e - \frac{1}{N}\tilde{\mathbf{K}}_e\zeta_e\right) - \ddot{\mathbf{O}}_m. \quad (45)$$

针对上述柔性组合航天器奇异摄动模型, 设计如下复合控制力矩:

$$\mathbf{T}_e = \mathbf{T}_e + \tilde{\mathbf{T}}_e, \quad (46)$$

式中, $\mathbf{T}_e$ 对应慢变子系统控制力矩, $\tilde{\mathbf{T}}_e$ 对应快变子系统控制力矩.

对于慢变子系统, 令 $\varepsilon=0$, 则式(43)–(45)分别可简化为

$$\ddot{\mathbf{O}}_m = -(\mathbf{N}_{rr}\mathbf{C}_{rr} + \mathbf{N}_{rf}\mathbf{C}_{fr})\dot{\mathbf{O}}_m - \mathbf{N}_{rr}\mathbf{D}_r - \mathbf{N}_{rf}\mathbf{D}_f + \mathbf{N}_{rr}\tilde{\mathbf{K}}_e\zeta_e - \mathbf{N}_{rf}\tilde{\mathbf{A}}_f\zeta_m, \quad (47)$$

$$\mathbf{0} = -(\mathbf{N}_{fr}\mathbf{C}_{rr} + \mathbf{N}_{ff}\mathbf{C}_{fr})\dot{\mathbf{O}}_m - \mathbf{N}_{fr}\mathbf{D}_r - \mathbf{N}_{ff}\mathbf{D}_f + \mathbf{N}_{fr}\tilde{\mathbf{K}}_e\zeta_e - \mathbf{N}_{ff}\tilde{\mathbf{A}}_f\zeta_m, \quad (48)$$

$$\mathbf{0} = \frac{1}{N}\mathbf{I}_e^{-1}\left(\mathbf{T}_e - \mathbf{C}_e - \frac{1}{N}\tilde{\mathbf{K}}_e\zeta_e\right) - \ddot{\mathbf{O}}_m, \quad (49)$$

式中, 上标“ $-$ ”表示变量是在慢时间尺度 $\varepsilon=0$ 下获得的. 由式(49)可得

$$\zeta_e = N\tilde{\mathbf{K}}_e^{-1}(\mathbf{T}_e - \mathbf{C}_e - N\mathbf{I}_e\ddot{\mathbf{O}}_m), \quad (50)$$

将式(50)代入式(48), 整理得

$$\mathbf{N}_{ff}\tilde{\mathbf{A}}_f\zeta_m = -(\mathbf{N}_{fr}\mathbf{C}_{rr} + \mathbf{N}_{ff}\mathbf{C}_{fr})\dot{\mathbf{O}}_m - \mathbf{N}_{fr}\mathbf{D}_r - \mathbf{N}_{ff}\mathbf{D}_f + N\mathbf{N}_{fr}(\mathbf{T}_e - \mathbf{C}_e - N\mathbf{I}_e\ddot{\mathbf{O}}_m), \quad (51)$$

最后将式(51)代入式(47), 整理得到慢变子系统动力学方程:

$$(\mathbf{M}_{rr} + N^2\mathbf{I}_e)\ddot{\mathbf{O}}_m + \mathbf{C}_{rr}\dot{\mathbf{O}}_m + \mathbf{D}_r + N\mathbf{C}_e = N\mathbf{T}_e, \quad (52)$$

式中

$$\mathbf{M}_{rr} = (\mathbf{N}_{rr} - \mathbf{N}_{rf}\mathbf{N}_{ff}^{-1}\mathbf{N}_{fr})^{-1}. \quad (53)$$

对于快变子系统, 定义状态变量:

$$\begin{cases} \sigma_{m1} = \zeta_m - \zeta_e, \\ \sigma_{m2} = \varepsilon\dot{\zeta}_m, \end{cases} \quad \begin{cases} \sigma_{e1} = \zeta_e - \zeta, \\ \sigma_{e2} = \varepsilon\dot{\zeta}_e, \end{cases} \quad (54)$$

引入快变时间尺度 $\tau=t/\varepsilon$, 将式(44)和(45)写成状态方程形式, 并将式(46), (50)和(51)代入, 计算在边界层 $\varepsilon=0$ 时的结果, 整理得到

$$\begin{cases} d\sigma_{m1}/d\tau = \sigma_{m2}, \\ d\sigma_{m2}/d\tau = -\mathbf{N}_{ff}\tilde{\mathbf{A}}_f\sigma_{m1} + \mathbf{N}_{fr}\tilde{\mathbf{K}}_e\sigma_{e1}, \end{cases} \quad (55)$$

$$\begin{cases} d\sigma_{e1}/d\tau = \sigma_{e2}, \\ d\sigma_{e2}/d\tau = -N^{-2}\mathbf{I}_e^{-1}\tilde{\mathbf{K}}_e\sigma_{e1} + N^{-1}\mathbf{I}_e^{-1}\tilde{\mathbf{T}}_e. \end{cases} \quad (56)$$

定义快变子系统状态变量:

$$\mathbf{X} = [\sigma_{m1}^T \ \sigma_{m2}^T \ \sigma_{e1}^T \ \sigma_{e2}^T]^T, \quad (57)$$

整理式(55)和(56), 得到快变子系统动力学方程:

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}_f\mathbf{X} + \mathbf{B}_f\tilde{\mathbf{T}}_e, \quad (58)$$

式中状态转移矩阵 $\mathbf{A}_f$ 和输入矩阵 $\mathbf{B}_f$ 的表达式分别为

$$\mathbf{A}_f = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{E} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{N}_{ff}\tilde{\mathbf{A}}_f & \mathbf{0} & \mathbf{N}_{fr}\tilde{\mathbf{K}}_e & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{E} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & -N^{-2}\mathbf{I}_e^{-1}\tilde{\mathbf{K}}_e & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_f = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ N^{-1}\mathbf{I}_e^{-1} \end{bmatrix}. \quad (59)$$

3.2 慢变子系统全局终端滑模控制

慢变子系统对应机械臂的大范围刚性运动, 为保证系统在不确定干扰因素下的稳定性和跟踪误差在全局范围内的有限收敛时间, 可以采用全局终端滑模控制(Global Terminal Sliding Mode Control, GTSMC)实现其精确轨迹跟踪.

机械臂关节轨迹跟踪误差定义为

$$\mathbf{E}_m = \mathbf{\Theta}_{md} - \mathbf{\Theta}_m, \quad (60)$$

式中, $\mathbf{\Theta}_{md}$, $\mathbf{\Theta}_m$ 分别为机械臂关节期望和实际输出角度.

全局终端滑模超平面构造为

$$\mathbf{S} = \dot{\mathbf{E}}_m + \mathbf{A}_m\mathbf{E}_m + \mathbf{B}_m\mathbf{E}_m^{q/p}, \quad (61)$$

式中, $\mathbf{A}_m$, $\mathbf{B}_m$ 为正常数对角阵; p , q 为正奇数且有 $p>q$.

全局终端滑模控制律设计为

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_e = & (N^{-1}\mathbf{M}_{rr} + N\mathbf{I}_e) \\ & \times \left[\ddot{\mathbf{O}}_{md} + \mathbf{A}_m\dot{\mathbf{E}}_m + \frac{q}{p}\mathbf{B}_m\mathbf{E}_m^{(q-p)/p}\dot{\mathbf{E}}_m \right] \\ & + N^{-1}(\mathbf{C}_{rr}\dot{\mathbf{O}}_m + \mathbf{D}_r + N\mathbf{C}_e + \mathbf{C}_{rr}\mathbf{S} + \mathbf{\Phi}\mathbf{S} \\ & + \mathbf{\Gamma}\mathbf{S}^{q/p}), \end{aligned} \quad (62)$$

式中, $\mathbf{\Phi}$, $\mathbf{\Gamma}$ 为正常数对角阵, 且 $\mathbf{\Gamma}$ 中的元素数值大于系

统不确定性上界.

可以证明, 式(62)所示的全局终端滑模控制律能够保证慢变子系统渐近稳定, 并且能够保证轨迹跟踪误差 $\mathbf{E}_m$ 在有限时间内收敛到指定精度^[17].

3.3 快变子系统LQR最优控制

快变子系统对应机械臂和太阳翼的柔性振动, 由式(59)可知, 快变子系统是一个线性系统, 且完全可控, 因此可以采用线性二次型(Linear Quadratic Regulator, LQR)最优控制实现其振动抑制.

LQR最优控制的性能指标函数定义为

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} [\mathbf{X}^T(t) \mathbf{Q} \mathbf{X}(t) + \hat{\mathbf{T}}_e^T(t) \mathbf{R} \hat{\mathbf{T}}_e(t)] dt, \quad (63)$$

式中, $\mathbf{Q}$ 为半正定加权对称矩阵, $\mathbf{R}$ 为正定加权对称矩阵.

根据LQR最优控制理论, 若想使性能指标函数 J 最小化, 最优控制律应为

$$\hat{\mathbf{T}}_e = -\mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}_f^T \mathbf{P} \mathbf{X}, \quad (64)$$

式中, $\mathbf{P}$ 为Riccati代数方程的解:

$$\mathbf{P} \mathbf{A}_f + \mathbf{A}_f^T \mathbf{P} - \mathbf{P} \mathbf{B}_f \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}_f^T \mathbf{P} + \mathbf{Q} = \mathbf{0}. \quad (65)$$

由LQR最优控制理论可知, 式(64)所示的最优控制律能够保证快变子系统渐近稳定^[18].

综合上述分析论证, 柔性组合航天器轨迹跟踪与振动抑制复合控制律设计为

$$\mathbf{T}_e = \mathbf{T}_e + \hat{\mathbf{T}}_e, \quad (66)$$

式(66)所示的复合控制律能够保证柔性组合航天器在进行精确轨迹跟踪控制的同时实现有效的振动抑制, 满足控制系统设计要求.

4 仿真验证

4.1 工程算例

通过工程算例进行仿真, 校验本文建模和控制方法的有效性. 捕获航天器和目标航天器设定采用成熟型号航天器平台. 机械臂设定为空间7自由度机械臂, 整体构型与国际空间站加拿大机械臂相似, 采用D-H建模方法描述, 如图5所示, D-H参数如表1所示. 组合航天器动力学参数如表2所示. 机械臂关节动力学参数

图5 7自由度机械臂D-H坐标系
Figure 5 D-H frames of 7-DOF manipulator.

表1 机械臂D-H参数

Table 1 D-H parameters of manipulator

臂杆 <i>i</i>	θ_{mi} (°)	α_i (°)	a_i (m)	d_i (m)
1	θ_{m1}	90	0	1.0
2	θ_{m2}	-90	0	0.3
3	θ_{m3}	0	2.7	0.3
4	θ_{m4}	0	2.7	0.3
5	θ_{m5}	90	0	0.3
6	θ_{m6}	-90	0	0.3
7	θ_{m7}	0	0	1.2

表2 组合航天器动力学参数

Table 2 Dynamic parameters of combined spacecraft

部件	质量 m_i (kg)	转动惯量 $\mathbf{I}_i$ (kg m ²)		
		I_{xx}	I_{yy}	I_{zz}
捕获航天器	2400	5898	3492	5411
臂杆1	12	0.12	0.07	0.12
臂杆2	12	0.12	0.07	0.12
臂杆3	76.65	0.55	50.46	50.46
臂杆4	88.65	0.91	70.12	69.82
臂杆5	12	0.12	0.12	0.07
臂杆6	12	0.12	0.12	0.07
目标航天器	3100	13755	5505	12762

如表3所示. 机械臂臂杆和航天器太阳翼的材料参数如表4所示.

根据机械臂构型特点, 只考虑臂杆3和臂杆4的柔性, 臂杆1, 2, 5, 6视为刚体, 捕获航天器(臂杆0)和目标航天器(臂杆7)视为刚体. 捕获和目标航天器各考虑两个太阳翼的柔性($n_s=2$, $n_t=2$). 全局终端滑模控制器

表 3 机械臂关节动力学参数

Table 3 Dynamic parameters of manipulator joints

参数	数值	参数	数值
I_{ei}	$1.76 \times 10^{-5} \text{ kg m}^2$	α_0	0.002 Nm
K_{ei}	7521 Nm/rad	α_1	0.002 Nm
N	100:1	α_2	0.001 Nm s/rad
v_s	0.01 rad/s	—	—

表 4 机械臂臂杆和航天器太阳翼材料参数

Table 4 Material parameters of manipulator links and spacecraft solar arrays

柔性部件	密度 ρ_i (kg m^{-3})	弹性模量 E_i (N m^{-2})	泊松比 μ_i
机械臂臂杆	1.141×10^3	7.602×10^{10}	0.3
航天器太阳翼	1.512×10^2	7.832×10^{10}	0.3

和LQR最优控制器的相关参数取值为

$$\begin{cases} \mathbf{A}_m = \text{diag}(10, 10, 10, 10, 10, 10, 10), \\ \mathbf{B}_m = \text{diag}(2, 2, 2, 2, 2, 2, 2), \\ \mathbf{\Phi} = \text{diag}(10, 10, 10, 10, 10, 10, 10), \\ \mathbf{\Gamma} = \text{diag}(50, 50, 100, 200, 100, 50, 50), \\ \mathbf{Q} = \text{diag}(10, 10, \dots, 10)_{50 \times 50}, \\ \mathbf{R} = \text{diag}(1, 1, 1, 1, 1, 1, 1), p = 5, q = 3. \end{cases} \quad (67)$$

柔性组合航天器控制周期 $T=0.01 \text{ s}$, 关节轨迹跟踪控制精度要求 $e_{mi} \leq 0.02^\circ$, $\dot{e}_{mi} \leq 0.02^\circ \text{ s}^{-1}$, 柔性部件振动抑制程度要求 $\geq 50\%$.

4.2 模型验证仿真结果

首先对柔性组合航天器进行模态分析. 在PATRAN中建立柔性组合航天器的有限元模型, 利用NASTRAN计算机械臂臂杆和航天器太阳翼的部件(约束)模态, 得到的前3阶模态频率如表5所示.

从表中可以看出, 机械臂臂杆和航天器太阳翼部件模态的基频都很低, 组合航天器运动过程中容易激起其柔性振动. 从表中还可以看出, 航天器太阳翼的基频低于机械臂臂杆的基频, 因此在动力学建模过程中, 太阳翼等的柔性振动影响不可忽略.

对柔性组合航天器动力学模型进行仿真验证. 基于本文建模方法在MATLAB中建立柔性组合航天器的动力学模型, 给定机械臂关节输出角度 Θ_m , 计算关节电机驱动力矩 T_e , 将计算结果与ADAMS中的建模仿

表 5 机械臂臂杆和航天器太阳翼部件模态

Table 5 Component modes of manipulator links and spacecraft solar arrays

柔性部件	模态频率 f_i (Hz)		
	1阶	2阶	3阶
机械臂臂杆3	0.492	0.541	2.189
机械臂臂杆4	0.760	0.790	1.717
捕获航天器太阳翼1, 2	0.295	0.670	2.374
目标航天器太阳翼1, 2	0.147	0.362	1.823

真结果进行比较. 两种软件仿真得到的 T_e 如图6所示.

从图中可以看出, ADAMS和MATLAB中的仿真结果基本一致, 相对误差 $< 10\%$, 表明本文建立的柔性组合航天器动力学模型准确有效, 能够正确反映系统运动学和动力学特性, 建模精度满足要求.

4.3 复合控制仿真结果

对柔性组合航天器轨迹跟踪与振动抑制复合控制系统进行仿真验证. 在ADAMS中建立系统动力学环境, 在MATLAB/Simulink中构建控制系统, 通过MATLAB与ADAMS联合仿真进行验证分析.

采用复合控制得到的仿真结果与仅采用轨迹跟踪控制得到的仿真结果进行对比, 机械臂关节角度和角

图 6 (网络版彩图)机械臂关节电机力矩

Figure 6 (Color online) Motor torques of manipulator joints.

图 7 (网络版彩图)机械臂关节角度跟踪误差
Figure 7 (Color online) Tracking errors of manipulator joint angles.

图 8 (网络版彩图)机械臂关节角速度跟踪误差
Figure 8 (Color online) Tracking errors of manipulator joint angular velocities.

速度跟踪误差分别如图7和8所示。

从图中可以看出, 仅采用轨迹跟踪控制时, 受关节柔性振动影响, 跟踪误差波动较大, 未能满足期望精度要求. 采用复合控制后, 误差波动明显减小, 能够被控制在期望精度内, 满足控制系统设计要求。

采用复合控制和仅采用轨迹跟踪仿真得到的机械臂臂杆和航天器太阳翼的一阶模态坐标的对比结果分别如图9–11所示. 从图中可以看出, 仅采用轨迹跟踪控制时, 机械臂臂杆和航天器太阳翼的柔性振动较大. 采用复合控制后, 柔性振动明显减小, 振幅减小程度 >60%, 表明在复合控制器作用下, 臂杆和太阳翼的柔性振动均得到有效抑制。

5 结论

通过在轨组装建造且可接受在轨服务维护的大型复杂组合航天器是未来航天技术发展的重要趋势. 本

图 9 (网络版彩图)机械臂臂杆模态坐标
Figure 9 (Color online) Modal coordinates of manipulator links.

图 10 (网络版彩图)捕获航天器太阳翼模态坐标
Figure 10 (Color online) Modal coordinates of capturing spacecraft solar arrays.

图 11 (网络版彩图)目标航天器太阳翼模态坐标

Figure 11 (Color online) Modal coordinates of target spacecraft solar arrays.

文研究了捕获航天器通过空间机械臂捕获目标航天器

后形成的大型空间柔性组合航天器的动力学建模与控制问题. 建立了综合考虑机械臂关节、臂杆和航天器太阳翼等柔性部件振动影响的组合航天器动力学模型, 并以此为基础设计了柔性组合航天器轨迹跟踪与振动抑制复合控制方法. 仿真结果表明, 本文所建动力学模型精确有效, 能够准确反映柔性组合航天器的运动学和动力学特性; 复合控制方法能够保证组合航天器在实现机械臂精确轨迹跟踪控制的同时有效抑制柔性部件振动.

应当指出, 该复合控制方法还存在一定问题, 如计算复杂, 每个控制周期都需要实时解算柔性组合航天器动力学模型, 对控制系统硬件性能要求较高. 考虑工程实用性, 可以预先算出组合航天器几种典型构型的动力学参数, 工程实施时根据需要直接调用相应参数生成控制力矩, 由此带来的建模误差通过控制律鲁棒项予以补偿.

参考文献

- 1 Zhou Z C, Qu G J. System Design and Dynamics Analysis of Communication Satellite (in Chinese). Beijing: China Science and Technology Press, 2012. 1–10 [周志成, 曲广吉. 通信卫星总体设计和动力学分析. 北京: 中国科学技术出版社, 2012. 1–10]
- 2 Yu D Y, Sun J, Ma X R. Suggestion on development of Chinese space manipulator technology (in Chinese). Spacecraft Eng, 2007, 16: 1–8 [于登云, 孙京, 马兴瑞. 空间机械臂技术及发展建议. 航天器工程, 2007, 16: 1–8]
- 3 Wang X L, Zhou Z C, Qu G J. Angular momentum transfer and vibration suppression planning of spacecraft combination after capturing a target (in Chinese). J Astronaut, 2017, 38: 678–685 [王兴龙, 周志成, 曲广吉. 空间机械臂捕获失稳目标的动态轨迹规划方法. 宇航学报, 2017, 38: 678–685]
- 4 Li Y F, Gao Z H, Shen L. Study of vision-based space target capturing strategy for manipulators (in Chinese). Sci Sin Tech, 2015, 45: 31–35 [李宇飞, 高朝辉, 申麟. 基于视觉的机械臂空间目标抓取策略研究. 中国科学: 技术科学, 2015, 45: 31–35]
- 5 Xu B, Yuan Y. Two performance enhanced control of flexible-link manipulator with system uncertainty and disturbances. Sci China Inf Sci, 2017, 60: 050202
- 6 Pan B, Sun J, Yu D Y. Modeling, control and simulation of space manipulators with flexible joints (in Chinese). J Syst Simul, 2010, 22: 1826–1831 [潘博, 孙京, 于登云. 柔性关节空间机械臂建模、控制与仿真. 系统仿真学报, 2010, 22: 1826–1831]
- 7 Wei Q Q, Wang Y B, Liu Z Q. Effect of parts' stiffness on general stiffness of space manipulator joint (in Chinese). Chin Space Sci Tech, 2013, 33: 76–81 [危清清, 王耀兵, 刘志全. 空间机械臂关节零部件对关节总刚度的影响分析. 中国空间科学技术, 2013, 33: 76–81]
- 8 Lee H H. New dynamic modeling of flexible-link robots. J Dyn Sys Meas Control, 2005, 127: 307–309
- 9 Abe A. Trajectory planning for residual vibration suppression of a two-link rigid-flexible manipulator considering large deformation. Mechanism Machine Theor, 2009, 44: 1627–1639
- 10 Rong J L, Yang Y T, Li J, et al. Research on modeling and control scheme of space manipulator (in Chinese). J Astronaut, 2012, 33: 1564–1569 [荣吉利, 杨永泰, 李健, 等. 空间机械臂建模方法与控制策略研究. 宇航学报, 2012, 33: 1564–1569]
- 11 Qu G J. Spacecraft Dynamics Engineering (in Chinese). Beijing: China Science and Technology Press, 2000. 202–206 [曲广吉. 航天器动力学工程. 北京: 中国科学技术出版社, 2000. 202–206]
- 12 Meng D, Liu H, Li Y, et al. Vibration suppression of a large flexible spacecraft for on-orbit operation. Sci China Inf Sci, 2017, 60: 050203
- 13 Xu W, Meng D, Chen Y, et al. Dynamics modeling and analysis of a flexible-base space robot for capturing large flexible spacecraft. Multibody

- [Syst Dyn](#), 2014, 32: 357–401
- 14 Zhang W H, Ye X P. Neural network integrated control for free-floating space robot with suddenly changing parameters (in Chinese). *Sci Sin Inform*, 2012, 42: 1435–1444 [张文辉, 叶晓平. 参数突变自由漂浮空间机器人神经网络集成控制. *中国科学: 信息科学*, 2012, 42: 1435–1444]
- 15 Karimi H R, Yazdanpanah M J. A new modeling approach to single-link flexible manipulator using singular perturbation method. [Electr Eng](#), 2006, 88: 375–382
- 16 Hong Z B, Chen L. Robust control and active vibration control of space flexible manipulator by singular perturbation approach (in Chinese). *Eng Mech*, 2010, 27: 191–197 [洪昭斌, 陈力. 柔性空间机械臂基于奇异摄动法的鲁棒跟踪控制和柔性振动主动控制. *工程力学*, 2010, 27: 191–197]
- 17 Wilson D G, Robinett III R D, Parker G G, et al. Augmented sliding mode control for flexible link manipulators. [J Intell Robot Syst](#), 2002, 34: 415–430
- 18 Zhang H Y, Wang Q. Optimal Control Theory and Application (in Chinese). Beijing: Higher Education Press, 2006. 73–81 [张洪钺, 王青. 最优控制理论与应用. 北京: 高等教育出版社, 2006. 73–81]

Dynamic modeling and control of large flexible spacecraft combination

ZHOU ZhiCheng^{*}, WANG XingLong & QU GuangJi

Institute of Telecommunication Satellite, China Academy of Space Technology, Beijing 100094, China

In the mission of spacecraft on-orbit assembly and service, a large flexible spacecraft combination will be formed by the capturing spacecraft and the target spacecraft after the space manipulator completes the capturing mission. First, taking comprehensive consideration of vibration influence of all the flexible components as the joints, links and solar arrays, the dynamic model of the spacecraft combination is established. The non-linear torsional spring models are adopted for flexible joints description; the assumed mode method and the finite element method are adopted for the flexible links and solar arrays; and the dynamic equation of the flexible spacecraft combination is established by use of the momentum conservation and the Lagrange equation. In addition, a composite controller of the flexible spacecraft combination is designed for trajectories tracking and vibration suppressing. The dynamic model of the flexible spacecraft combination is decomposed by use of the singular perturbation method and the two sub-controllers are designed separately in two different time scales. Finally, the numerical simulations are carried out to verify the effectiveness of the modeling and control methods. The results illustrate that the dynamic model is accurate and effective for representing the kinematic and dynamic properties of the flexible spacecraft combination, and the composite control method is able to guarantee the trajectory tracking precision as well as effective vibration suppression of the flexible components. The dynamic modeling and control method are applicable for engineering practice.

on orbit service, flexible spacecraft combination, space manipulator, dynamic modeling, trajectory tracking, vibration suppression

PACS: 45.20.Jj, 45.50.Jf, 45.80.+r, 46.40.-f

doi: [10.1360/SSPMA2018-00104](https://doi.org/10.1360/SSPMA2018-00104)