CAD 曲面等值分割方法

胡靖尘, 郑国磊*

(北京航空航天大学机械工程及自动化学院 北京 100191)
(zhengguolei@buaa.edu.cn)

摘要: CAD 曲面分割在工程领域中具有广泛的应用. 已有分割方法主要根据单一的面点属性进行分割, 不具通用性. 为此, 提出以自定义条件为核心的面等值分割方法. 用户预先根据分割问题及相关面点属性设计一组条件, 以此为依据计算界点, 并沿界边生长方向依次搜索界点, 进而以有序界点样条插值的方式生成界边. 通过构造曲面及其子面片的界边, 将曲面分割为一组等值面. 为保证分割的一般性, 提出初始界点和参数域采样单元界点精确计算方法. 最后, 针对可加工性、法向量和曲率 3 种面点属性分别设计分割条件并进行实例测试, 在可加工区域分割测试中文方法的平均界点误差比现有方法平均降低 96.98%. 实验结果表明, 所提方法适用于不同的分割问题, 且具有较高的分割精度.

关键词: 面等值分割; 自定义条件; 界点; 二分查找

中图分类号: TP391.41 **DOI:** 10.3724/SPJ.1089.2021.18375

CAD Surface Iso-Segmentation

Hu Jingchen and Zheng Guolei*

(School of Mechanical Engineering & Automation, Beihang University, Beijing 100191)

Abstract: CAD surface segmentation plays a significant role in engineering fields. The research to date has mainly performed segmentation based on a single attribute, thus suffering from little applicability to different segmentation situations. We present a surface iso-segmentation method focusing on user-defined conditions designed beforehand according to the segmentation problem and relevant attributes. Based on user-defined conditions, the boundary point (BP) is calculated and searched in the growing direction of a boundary curve (BC), and then used for constructing the BC by spline interpolation. By constructing the BC of the input surface and its sub-surfaces, the input surface can be divided into several iso-surfaces. To ensure the generality of segmentation, a precise calculation method for the initial BP and the BP of sampling units on the parameter domain is explored. Finally, attributes including machinability, normal and curvature are used to design conditions for the iso-segmentation of several CAD surfaces, and in the machinable region segmentation test, the average BP deviation of our algorithm is 96.98% lower than that of an existing algorithm. Test results show that the proposed algorithm suits for various segmentation problems, and can achieve more precise segmentation.

Key words: surface iso-segmentation; user-defined condition; boundary point; binary search

收稿日期: 2020-05-10; 修回日期: 2020-07-02. 胡靖尘(1994—), 女, 博士研究生, 主要研究方向为数字化制造、曲面分割; 郑国磊(1964—), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 论文通讯作者, 主要研究方向为智能 CAD、工装智能设计、计算机辅助工艺设计、数控加工自动编程.

CAD 模型的外形曲面隐含着大量的几何信息、拓扑信息及面向不同领域的专业信息. 曲面信息的复杂性导致曲面的整体表示不能满足工程分析、工艺设计、数控加工等环节的需要, 或增加具体实施的难度. 因此, CAD 曲面分割广泛应用于各工程领域, 包括自由曲面刀具路径规划、特征识别及模型检索等.

CAD 曲面分割方法大致可分为基于区域的分割方法^[1-5]和基于边界的分割方法^[6-11]2 类. (1) 基于区域的分割方法以 CAD 曲面的离散表示形式——网格为分割对象, 应用种子区域生长算法或聚类算法将顶点或网格单元划分到不同区域. 然而, 该方法对种子元素的选取和阈值的设定较为敏感, 且曲面较大时分割效率低. (2) 基于边界的分割方法通常先计算界点, 以此构造界边进行曲面分割. 界点计算方法主要有采样分析^[6-7]和逐点跟踪^[8-10]2 种. 采样分析方法对曲面进行等参数网格采样, 通过阈值筛选等方法检测界点, 其缺点是所得界边精度依赖于采样密度, 而增大采样密度将大幅降低算法效率. 逐点跟踪方法以初始界点为起点, 依次对曲面进行局部采样并计算界点, 与采样分析方法相比, 其效率更高且能够实现高精度界边的快速计算^[9]. 此外, Zheng 等^[11]直接将 CAD 模型凸边投影至平面可达区域并提取临界凸边, 进而根据临界凸边的投影线段得到界点和界边, 分割得到可加工区域. 该方法仅适用于 3 轴加工时可加工区域分割, 且当槽腔侧壁面中存在复杂自由曲面时, 临界凸边的投影线段并非可加工区域的边界, 因而具有一定的局限性.

已有 CAD 曲面分割方法大多根据单一的面点属性, 如可加工性、法向量、曲率等进行分割, 不具通用性, 难以满足实际工程应用. 陈俊等^[9]提出一般性的面等值分片原理, 但只对面点的可加工性进行了算法开发及实例测试, 难以保证算法的一般性和通用性. 为此, 本文阐述了基于自定义条件的面等值分割原理, 并提出相应的算法. 根据分割问题及相关面点属性, 定义一组符合规定文法规则的条件, 据此描述界点、界边及面等值分割问题. 在此基础上, 建立基于逐点跟踪的面等值分割算法, 并对算法中的关键技术——界点精确计算方法进行介绍, 包括界点二分查找方法和基于此的初始界点及参数域采样单元界点计算方法. 以 CATIA V5 系统为平台开发了面等值分割算法, 并通过实例测试验证了面等值分割方法的可行性和有效性.

1 面等值分割原理及算法流程

1.1 原理

设 s 为一张连续曲面, s 上任意一点可用一组线性无关的属性来描述. 常见属性有: 位置, 用坐标定义; 切向/法向, 用方向定义; 曲率, 如高斯曲率和平均曲率等; 专业属性, 如可加工性等.

针对分割问题, 用户根据相关面点属性设计一组定义在 s 上的完备条件(符合规定文法规则的逻辑表达式), 记为 C . 设 $c \in C$, q_1 和 q_2 为 s 上的 2 个不同点. 若 q_1 和 q_2 均满足 c , 即 $c(q_1) = c(q_2) = \text{True}$, 则称 q_1 和 q_2 为 s 内关于 c 的等值. 设 s' 为 s 的一个连通子区域, 若 $\forall q' \in s'$, 有 $c(q') = \text{True}$, 则称 s' 为 s 内关于 c 的等值面, 记为 $s'(c)$. 设 $s_i (i=1, \dots, n)$ 为 s 的一组等值面, 且满足:

$$(1) \bigcup_{i=1}^n s_i = s;$$

(2) $s_i \cap s_j = \emptyset$, 对于所有 i 和 j , $i \neq j$, 则称 $s_i (i=1, \dots, n)$ 为 s 的一个等值分割.

s 上的点 q 根据其满足的条件可分为内点和界点 2 类. 判断方法是, 若 q 仅满足 C 中唯一一个条件 c , 即

$$\begin{cases} c(q) = \text{True}, \exists c \in C \\ c'(q) = \text{False}, \forall c' \in C, c' \neq c \end{cases}$$

则称 q 为一个内点. 若 q 同时满足 C 中 2 个或 2 个以上条件 $c_1, \dots, c_m (m \geq 2)$, 即

$$\begin{cases} (c_1 \wedge \dots \wedge c_m)(q) = \text{True}, \exists c_1, \dots, c_m \in C \\ c'(q) = \text{False}, \forall c' \in C, c' \neq c_1, \dots, c_m \end{cases}$$

则称 q 为一个界点. 设 q_1 和 q_2 为 s 内位于 q 极小邻域内的 2 个点, 其满足的条件集分别为 C_1 和 C_2 . 若 $C_1 \cap C_2 = \emptyset$, 则认为 q 为界点, 且满足的条件集为 $C_1 \cup C_2$.

设 r_B 为 s 上的一条曲线, 若 r_B 上的点均为界点, 且 r_B 的端点(如果有)位于面环上, 则称 r_B 为 s 的一条界边. 自封闭界边也称为界环. 因此, 给定面 s 及其自定义条件, 面等值分割问题可描述为: 构造 s 及其子面片的界边, 直至 s 被分割为一组等值面. 若界边 r_B 的两端位于 s 的同一条面环上, 则 r_B 能完全分割 s ; 若 r_B 的两端位于 s 的不同面环上, 则 r_B 不能完全分割 s .

1.2 算法流程

面等值分割过程如图 1 所示, 其中条件 c_7 和

c_8 的定义见第3节. 面等值分割算法流程如图2所示. 初始化待拆分组 S 、等值面组 S_{iso} 和界边集 R_B 为空. 输入待拆分组和条件, 将待拆分组存入 S 中. 算法步骤如下:

输入. 待拆分组及自定义条件.

输出. 待拆分面的等值分割.

Step1. 判断 S 是否为空, 若 S 非空, 则取 S 中的面 s , 转 Step2; 否则, 算法结束.

Step2. 等值面判定及初始界点计算. 判断 s 是否为等值面, 若 s 为等值面, 则将其从 S 中删除并添加到

S_{iso} , 转 Step1; 否则, 查找 s 的初始界点, 转 Step3.

Step3. 界点搜索. 根据文献[9], 以初始界点为起点, 在 s 的参数域上依次构建采样单元并计算其界点, 如此沿界边生长方向逐点跟踪剩余界点.

Step4. 界边构造. 在 s 上以所得有序界点插值的方式构造一条光滑连续的样条曲线 r_B , 作为 s 的一条界边.

Step5. 判断 s 是否完全分割. 以 r_B 分割 s , 或查找 $R'_B \subseteq R_B$, 并令 r_B 与 R'_B 中的界边共同分割 s . 若 s 能完全分割, 则将子面片添加到 S 并令 R_B 为空, 转 Step1; 若 s 不能完全分割, 则将 r_B 添加到 R_B , 转 Step2.

图1 面等值分割示意图

图2 面等值分割算法流程

2 界点精确计算

在面等值分割方法中, 初始界点和采样单元界点计算的精确性直接影响界边的精度, 进一步

影响面等值分割的精度. 本节介绍界点精确计算的基本方法——界点二分查找, 及基于此的初始界点和采样单元界点计算方法.

2.1 基本方法

设 C 为定义在面 s 及其参数域 D 上的一组条件, q 为 s 上的一点, p 为 q 在 D 上的定义, 则 $\forall c \in C$, 有 $c(q) = c(p)$. 因此, s 上界点的计算可转化为 D 中界点的计算.

设 l 为 D 上的一条曲线, p_1 和 p_2 分别为 l 上的 2 个不同点, p_M 为 l 上 (p_1, p_2) 区间的中点, 将 l 上 (p_1, p_2) , (p_1, p_M) 和 (p_M, p_2) 区间分别记为 l_1 , l_1^1 和 l_1^2 . 以二分查找方法计算 l_1 内的界点, 表示为 $P = f(l_1, c_b)$, 其中, c_b 为 l_1 的二分条件, P 为 l_1 内的界点集合. 当 $c_b(l_1) = \text{True}$ 时, $f(l_1)$ 的二分查找算法如下: 若 p_M 为界点, 则将 p_M 添加到 P ; 否则, 若 $c_b(l_1^1) = \text{True}$, 则执行 $f(l_1^1)$; 否则, 若 $c_b(l_1^2) = \text{True}$, 则执行 $f(l_1^2)$; 否则, 算法结束.

设 p_1 , p_2 和 p_M 满足的条件集分别为 C_1 , C_2 和 C_M . 若 $C_1 \cap C_2 = \emptyset$, 则 l_1 内至少存在一个界点; 否则, 无法确定 l_1 内是否存在界点. 将 $c_b(l_1)$ 初始化为 True , $c_b(l_1^1)$ 和 $c_b(l_1^2)$ 判断方法如表1所示, 其中条件 c 表示 p_M 为界点且 $C_M = C_1 \cup C_2$, d 为 l_1^1 和 l_1^2 的区间长度, ε 为 d 的下界(防止区间过度二分). 其中, 当无法确定 l_1^1 和 l_1^2 内是否存在界点时, 判

断: 若 $c = \text{False}$ 且 $l_i^j (i=1,2)$ 可二分, 则 $c_b(l_i^j) = \text{True}$; 否则, $c_b(l_i^j) = \text{False}$. 当 $l_i^j (i=1,2)$ 内一定存在界点且无法确定 l_i^{3-i} 内是否存在界点时, $c_b(l_i^j) = \text{True}$ 且 $c_b(l_i^{3-i}) = \text{False}$; 当 l_i^1 和 l_i^2 内一定存在界点时, $c_b(l_i^j) = \text{True} (i=1,2)$.

表 1 $c_b(l_i^1)$ 和 $c_b(l_i^2)$

条件	$c_b(l_i^1)$	$c_b(l_i^2)$
$C_1 \cap C_M \neq \emptyset$ 且 $c = \text{True}$	False	False
$C_2 \cap C_M \neq \emptyset$ 且 $c = \text{False}$ 且 $d < 2\varepsilon$	False	False
$C_2 \cap C_M \neq \emptyset$ 且 $c = \text{False}$ 且 $d \geq 2\varepsilon$	True	True
$C_1 \cap C_M = \emptyset$ 且 $C_2 \cap C_M \neq \emptyset$	True	False
$C_1 \cap C_M \neq \emptyset$ 且 $C_2 \cap C_M = \emptyset$	False	True
$C_1 \cap C_M = \emptyset$ 且 $C_2 \cap C_M = \emptyset$	True	True

2.2 初始界点

设 C 为定义在面 s 及其参数域 D 上的一组条件. 为判断 s 是否为等值面, 并在 s 为非等值面时查找其初始界点, 对 D 进行等积三角剖分并在各三角片的重心处采样^[9]. 图 3 所示为剖分深度 d_t 递增时的各参数域采样分布. 为防止参数域过采样, 给定 d_t 的上界 η . s 为等值面的判定条件定义如下: 当 $d_t = \eta$ 时, 若 $\exists c \in C$ 使得所有采样点均为关于 c 等值的内点, 则判定 s 为关于 c 的等值面.

图 3 参数域采样分布^[9]

等值面判定及初始界点计算的算法流程图如图 4 所示. 算法步骤如下:

输入. s, C 和 η .

输出. s 类型(是否为等值面)和 s 的初始界点(如果有).

Step1. 采用文献[9]方法进行参数域等积三角剖分及三角片重心采样.

Step2. 采样点类别计算. 根据各采样点所满足的条件判断其是内点或界点.

Step3. 等值面判定. 若查得采样点中存在 2 个不等值的内点(设为 p_1 和 p_2), 则判定 s 为非等值面, 转

Step4; 否则, d_t++ , 判断: 若 $d_t < \eta$, 转 Step1, 若 $d_t = \eta$, 则判定 s 为等值面, 算法结束.

Step4. 初始界点计算. 在 D 上以 p_1 和 p_2 为端点构造一条线段 l , 以界点二分查找方法计算 l 上 (p_1, p_2) 区间内的界点, 其中满足有效性条件的界点即为初始界点.

图 4 等值面判定及初始界点计算算法流程

在面等值分割方法中, 界边的构造直至 s 能够被完全分割为止. 为了不重复地构造界边, 需保证初始界点不在已构造的界边上, 将其作为初始界点的有效性条件. 为满足该条件, 对初始界点二分查找区间进行筛选, 选择不与已构造界边相交的区间进行初始界点计算.

2.3 采样单元界点

查得面 s 的初始界点后, 在 s 的参数域 D 上依次构造采样单元并计算其界点, 通过逐点跟踪搜索剩余界点. 采样单元是由 4 个角点和 4 条边线构成的正方形结构, 将其分为内元和界元 2 类. 内元的 4 个角点均位于 D 内, 界元存在一个或多个角点位于 D 边界上或 D 外, 进一步将位于参数域内的采样单元边线段称为域内边线, 将位于采样单元内的参数域边界段称为元内边界. 如图 5 所示, U_I 和 U_B 分别表示内元和界元, 蓝色线段表示域内边线, 红色线段表示元内边界.

图5 内元和界元

内元的界点是指其4条域内边线上的界点, 界元的界点是指其域内边线和元内边界上的界点. 下面将采样单元的界点计算分为域内边线界点计算和元内边界界点计算. 假设界边在采样单元内无分支且具有单调性.

(1) 域内边线界点计算. 界边与域内边线的边线关系如表2所示, 示意图中虚线表示界边, 实线表示域内边线. 边线关系包括分离、相交、搭接和重合, 其中重合关系分为部分重合和包含重合. 由表2可知, 当界边与域内边线重合时, 重合边线段上的点均为界点, 此时以重合边线段的端点和边线关系值来共同标记域内边线上的界点.

设 e 为以 p 和 p' 为端点的一条域内边线, v_r 为界边与 e 的关系值, τ 为 e 的长度. 若 p 和 p' 均为内点, 边线关系为分离或相交, 以界点二分查找方法计算 e 上界点, 并根据所得界点个数 n_B 判断 v_r : 若 $n_B=0$, 则 $v_r=0$, 如图6a所示; 若 $n_B>0$, 则 $v_r=1$, 如图6b所示. 若 p 或 p' 为界点, 则边线关系为搭接或重合. 为 τ 设置一个阈值 τ_t , 当

图6 域内边线界点计算

表3 边界关系

关系	示意图
分离	
端点搭接	
边内搭接	

表2 边线关系

关系	关系值	示意图
分离	0	
相交	1	
搭接	2	
部分重合	3	
包含重合	4	

$\tau < \tau_t$ 时, 认为 $v_r=2$; 当 $\tau \geq \tau_t$ 时, 取 e 的 n 等分点($n \geq 8$)并计算新增采样点的类别, 判断:

a. 若所有新增采样点均为等值内点, 则 $v_r=2$, 如图6c所示.

b. 若将 p, p' 和新增采样点按顺序排列, 前 n_B 个点为界点, 后 $n-n_B+1$ 个点为内点, $2 \leq n_B \leq n$, 则 $v_r=3$, 如图6d所示. 进一步以界点二分法计算 e 内界点与内点分界处的界点 p_B , 作为 e 上重合边线段的另一端点.

c. 若 p, p' 和新增采样点均为界点, 则 $v_r=4$, 如图6e所示.

d. 否则, 如图6f所示, 界边与 e 具有多重关系, 说明界边在采样单元内不具单调性, 认为采样单元尺寸过大.

(2) 元内边界界点计算. 界边与元内边界的边线关系如表3所示, 示意图中虚线表示界边, 实线表示元内边界. 边界关系包括分离和搭接, 其中搭接关系分为端点搭接和边内搭接. 元内边界界点计算方法为, 判断元内边界的端点是否为界点, 并以界点二分查找方法计算元内边界上的界点.

3 算法实现

基于上述理论与方法, 在 CATIA V5 系统及 VC++集成开发环境中实现面等值分割算法. 实验环境为 Intel Core i7-10710U CPU, 16.0 GB RAM, Windows 10 操作系统. 应用验证过程如下: 交互

选择 CAD 模型及待分割面 s , 输入条件及相关参数, 自动计算 s 上的有序界点并构造界边, 对 s 进行等值分割. 针对可加工性、法向量和曲率 3 种面点属性, 对零件模型表面进行测试.

(1) 可加工性. 根据可加工性判断规则及方法^[9], 设面点 p 的可加工性隶属函数值为 g_m , 有 $0 \leq g_m \leq 1$, $g_m = 1$ 表示 p 可加工, $g_m = 0$ 表示 p 不可加工. 定义 p 的 2 个条件, $c_1: 0 < g_m \leq 1$ 和 $c_2: 0 \leq g_m < 1$. 关于 c_1 的等值面表示可加工区域, 关于 c_2 的等值面表示不可加工区域. 以 3 坐标加工为例, 选择 z 轴为刀轴方向, 程序测试结果如图 7 所示.

图 7 根据 c_1 和 c_2 分割结果

(2) 法向量. 以所选轴系为基准, 设 α 为面点 p 法向量与基准向量的夹角, 给定角度阈值 α_t . 定义 p 的 2 个条件, $c_3: 0^\circ \leq \alpha < \alpha_t + \varepsilon$ 和 $c_4: \alpha_t - \varepsilon < \alpha \leq 180^\circ$. 令 z 轴为基准向量, $\varepsilon = (10^{-8})^\circ$, 程序测试结果如图 8 所示.

图 8 根据 c_3 和 c_4 分割结果

(3) 曲率. 设面点 p 的高斯曲率为 c_g , 平均曲率为 c_m , 给定正曲率阈值 ε_+ 和负曲率阈值 ε_- . 根据 p 的高斯曲率定义 2 个条件, $c_5: c_g > \varepsilon_+$ 和 $c_6: c_g < \varepsilon_+$. 根据 p 的平均曲率定义 2 个条件, $c_7: c_m > \varepsilon_-$ 和 $c_8: c_m < \varepsilon_+$. 令 $\varepsilon_+ = 10^{-15} \text{ mm}^{-1}$, $\varepsilon_- = -10^{-15} \text{ mm}^{-1}$, 程序测试结果如图 9 和图 10 所示.

图 9 根据 c_5 和 c_6 分割结果

图 10 根据 c_7 和 c_8 分割结果

根据面等值分割算法, 待拆分面和分割所得的各子面片均需进行等值面判定, 且算法结束的条件为待拆分面为等值面或分割所得的各子面片均为等值面. 在等值面判定中, 通过合理选取剖分深度使得采样点均匀布满整张曲面, 由此保证了以采样点的类别分布判断曲面是否等值方法的正确性与精确性, 进一步保证了算法输出的各等值面的等值性.

下面以图 7 中连接器件的面 s_2 为例, 将本文方法与文献[9]方法的可加工区域分割数据(采样单元边长 τ_u 、界点个数 N_{BP} 、平均界点误差 E_{Avg} 和分割时间 T)进行对比, 如表 4 所示. 其中, 界点误差是指实际界点与理论界边之间的距离值. 当 τ_u 为 6 mm, 4 mm, 2 mm, 1 mm 时, 本文方法的平均界点误差比文献[9]方法分别降低 97.33%, 99.69%, 98.65%和 92.23%, 平均降低 96.98%; 本文方法平

均界点误差的平均偏差为 2.40×10^{-5} mm. 因此, 虽然本文方法的分割时间略多于文献[9]方法, 但本文方法的平均界点误差远小于文献[9]方法, 且基本不随采样单元尺寸变化而变化. 图 11 所示为 $\tau_u = 2$ mm 时文献[9]方法的分割结果、界点误差及分析. 图 11d 中 U_B 为位于图 11c 中局部放大处的界元, 其理论界点为 p_1 和 p_2 , 而实际计算得到了错误的界点 p_3 . 由于界元的界点计算错误, 导致界边两端的界点误差较大, 如图 11b 所示. 可见, 界点精确计算中所提出的采样单元界点计算方法是有效的.

表 4 可加工区域分割数据

方法	τ_u/mm	N_{BP}	E_{Avg}/mm	T/s
文献[9]	6	13	2.75×10^{-2}	1.07
	4	17	2.41×10^{-1}	1.22
	2	33	5.60×10^{-2}	1.75
	1	65	8.73×10^{-3}	2.62
本文	6	14	7.35×10^{-4}	1.18
	4	19	7.36×10^{-4}	1.48
	2	35	7.55×10^{-4}	2.26
	1	67	6.78×10^{-4}	3.75

图 11 文献[9]分割结果及界点误差分析

除界点误差外, 界点个数也是影响分割精度的一个因素. 通常, 界点个数越多, 以样条插值方式生成的界边越准确, 分割精度越高. 表 5 所示为面 s_1, s_4 和 s_6 的分割数据对比. 对于各曲面及其分割条件, 分割时间与界点个数成正比. 可见, 随着界点个数增加, 分割精度提高, 分割时间也随之增加.

表 5 面 s_1, s_4 和 s_6 分割数据

面	类型	条件	τ_u/mm	N_{BP}	T/s
s_1	平面	c_1 和 c_2	8	22	4.46
			6	28	5.51
			4	38	6.63
			2	72	11.64
			1	137	20.31
s_4	自由曲面	c_5 和 c_6	8	22	7.52
			6	27	8.78
			4	38	11.28
			2	71	19.91
			1	134	34.87
s_6	自由曲面	c_7 和 c_8	8	61	4.92
			6	79	5.67
			4	111	7.33
			2	212	11.88
			1	412	22.45

目前, 本文方法主要用于数控加工中的可加工区域分割, 为后续考虑刀具、工装夹具等的加工单元构建奠定基础, 应用案例如图 7 所示. 此外, 本文方法还可用于自动特征识别中的特征面分割, 应用案例如图 12 所示, 其中 f_1 和 f_2 为相交特征面的分割, f_3 和 f_4 为槽腔特征面的分割.

图 12 特征面分割

4 结 语

本文提出一般性的面等值分割方法, 根据自定义条件计算并搜索界点, 以此构造界边进行分割, 从而实现了面等值分割的通用性. 此外, 本文系统地介绍了界点精确计算方法, 进一步确保本文方法的一般性. 通过大量实例测试及分析, 验证了面等值分割方法的有效性, 且具有高精度性及较强的时效性. 然而, 本文未对界点搜索方法进行深入探讨, 对于当采样单元的界点个数多于 2 个时无法确定下一界点等问题, 有待进一步研究.

参考文献(References):

- [1] Sunil V B, Pande S S. Automatic recognition of features from freeform surface CAD models[J]. *Computer-Aided Design*, 2008, 40(4): 502-517
- [2] Wang Hongshen, Zhang Shusheng, Bai Xiaoliang, *et al.* 3D freeform surface similarity assessment algorithm based on region segmentation[J]. *Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics*, 2011, 23(2): 305-313(in Chinese)
(王洪申, 张树生, 白晓亮, 等. 基于区域分割的三维自由曲面相似性评价算法[J]. *计算机辅助设计与图形学学报*, 2011, 23(2): 305-313)
- [3] Li L, Chen B, Liu F, *et al.* Complexity analysis and calculation for sculptured surface in multi-axis CNC machining based on surface subdivision[J]. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2014, 71: 1433-1444
- [4] Chen Z C, Dong Z M, Vickers G W. Automated surface subdivision and tool path generation for 31212-axis CNC machining of sculptured parts[J]. *Computers in Industry*, 2003, 50(3): 319-331
- [5] Wu Mingyang, Zhang Rui, Yue Caixu, *et al.* Application of *K*-means clustering algorithm to divide surface and experimental verification[J]. *Journal of Harbin University of Science and Technology*, 2017, 22(1): 54-59(in Chinese)
(吴明阳, 张芮, 岳彩旭, 等. 应用 *K*-means 聚类算法划分曲面及实验验证[J]. *哈尔滨理工大学学报*, 2017, 22(1): 54-59)
- [6] Gupta R K, Gurumoorthy B. Automatic extraction of free-form surface features (FFSFs)[J]. *Computer-Aided Design*, 2012, 44(2): 99-112
- [7] Xu J L, Zheng G L, Du B R, *et al.* An algorithm for surface segmentation of aircraft structural parts[C] //Proceedings of the 2nd International Conference on Computer Science and Electronics Engineering. Paris: Atlantis Press, 2013: 1601-1604
- [8] Huang R, Jiang J F, He K J, *et al.* An effective freeform surface retrieval approach for potential machining process reuse[J]. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2017, 91: 4341-4358
- [9] Chen Jun, Zheng Guolei, Luo Zhibo. A method of automatic iso-surface segmentation for NC machining[J]. *Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics*, 2015, 27(5): 924-929(in Chinese)
(陈俊, 郑国磊, 罗智波. 面向数控加工的面等值自动分片方法[J]. *计算机辅助设计与图形学学报*, 2015, 27(5): 924-929)
- [10] Liu X, Li Y G, Ma S B, *et al.* A tool path generation method for freeform surface machining by introducing the tensor property of machining strip width[J]. *Computer-Aided Design*, 2015, 66: 1-13
- [11] Zheng Z J, Zheng G L, Zhou M, *et al.* An algorithm for precise machining area computation in rough machining of complex 3D pocket[J]. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2017, 92: 47-56