

# 月球借力发射火星探测器方法研究

何巍\*, 茹家欣, 陈风雨

北京宇航系统工程研究所, 北京 100076

\* E-mail: [hewei79@sina.com](mailto:hewei79@sina.com)

收稿日期: 2008-07-24; 接受日期: 2008-09-29

国家高技术研究发展计划(“863”计划)(批准号: 2008AA12A202)资助项目

**摘要** 为了使运载火箭能够适应更多的火星探测器发射窗口要求, 本文提出了一种借用月球引力发射火星探测器的新方案: 在满足运载火箭要求的条件下将探测器送入经过月球附近的过渡轨道, 利用月球引力改变探测器的运动速度, 使得探测器进入地火转移轨道. 文中给出了一种两阶段搜索的数值方法, 设计了月球借力的火星探测器入轨参数, 得到满足运载火箭入轨要求的月球借力地火转移轨道. 与传统的地火转移轨道相比, 探测器入轨速度差别不大, 但是本文提出的转移轨道改善了对入轨点近地点俯角的约束条件, 降低了对火箭上面级滑行时间的要求. 文中通过一个算例表明了该方法的可行性, 仿真结果表明, 该方法提高了火箭对发射窗口的适应性, 同时也为今后的火星及其他行星际探测器发射任务提供了一种新的选择.

**关键词**

月球借力  
火星探测  
运载火箭

目前常用的火星探测器转移轨道均采用日心霍曼转移轨道, 这种转移轨道的主要优点在于可以最大程度的降低地球出发点和火星到达点变轨所需要的速度脉冲. 通常地球上每隔大约 26 个月就会有合适的火星探测器发射时机. 但是运载火箭在实际的发射中, 其能力受到发射场的位置、落区以及上面级滑行时间的限制. 计算结果表明, 在部分具有合适发射时机的年份, 由于火星探测器对运载火箭的入轨条件有要求, 因此即使运载能力足够, 部分运载火箭仍不具备在每一个火星发射时机发射火星探测器的能力, 本文提出了一种利用月球引力摄动的奔火轨道, 采用这种类型的轨道发射火星探测器, 可以大大的提高运载火箭的适应性.

引力辅助轨道转移技术是一种利用天体引力摄动改变飞行器轨道的变轨技术, 这项技术在 20 世纪受到了很多的关注<sup>[1]</sup>, 许多学者将这项技术用于深空探测轨道设计以节省转移轨道所需要的能量消耗<sup>[2,3]</sup>.

在本文中主要利用月球引力改变探测器的速度方向, 以改变奔火轨道近地点幅角, 使运载火箭能够满足奔火轨道的发射要求.

## 1 基础知识

探测器在地火转移轨道中如果不需要飞越其他星球, 通常只需要考虑地球、太阳和火星的引力场即可, 如果需要飞越月球利用其引力摄动, 则月球引力也是不可忽略的, 因此, 探测器运动方程在地球赤道惯性坐标系下一般可写成如下形式

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\mu_E \frac{\mathbf{r}}{R^3} - \mu_S \left( \frac{\mathbf{r}_S}{R_L^3} + \frac{\Delta_S}{\Delta_S^3} \right) - \mu_{Mo} \left( \frac{\mathbf{r}_{Mo}}{R_{Mo}^3} + \frac{\Delta_{Mo}}{\Delta_{Mo}^3} \right) - \mu_{Ma} \left( \frac{\mathbf{r}_{Ma}}{R_{Ma}^3} + \frac{\Delta_{Ma}}{\Delta_{Ma}^3} \right), \quad (1)$$

$$\Delta_S = \mathbf{r} - \mathbf{r}_S, \quad \Delta_{Mo} = \mathbf{r} - \mathbf{r}_{Mo}, \quad \Delta_{Ma} = \mathbf{r} - \mathbf{r}_{Ma},$$

$$\Delta_S = |\Delta_S|, \quad \Delta_{Mo} = |\Delta_{Mo}|, \quad \Delta_{Ma} = |\Delta_{Ma}|,$$

其中,  $\mu_E, \mu_S, \mu_{Mo}, \mu_{Ma}$  分别为地球、太阳、月球和火星的引力常数,  $r$  为探测器相对地球的位置矢量,  $r_s, r_{mo}, r_{ma}$  分别为太阳、月球和火星相对地球的位置矢量, 其位置关系可以由 DE405 星历表得到.

本文中用到的坐标系有: J2000 地心坐标系, J2000 日心坐标系. 其中 J2000 地心坐标系 ( $o_E - x_E y_E z_E$ ) 的原点在地心,  $x$  轴指向 2000 年春分点方向,  $z$  轴垂直赤道向上,  $y$  轴由右手定则确定; J2000 日心坐标系 ( $o_S - x_S y_S z_S$ ) 的原点在日心, 3 个坐标轴的方向与 J2000 地心坐标系相同.

## 2 月球借力火星探测器发射条件计算

由于利用月球引力摄动的火星探测器轨道需要绕飞月球附近, 近火点参数对地球出发初始条件的变化非常敏感, 直接搜索从地球附近出发到达火星的转移轨道非常困难, 本文给出了一种分段搜索的方法来设计借力地火转移轨道.

### 2.1 第一阶段搜索

第一阶段搜索以探测器绕飞月球后速度矢量满足到达火星附近为约束条件. 假设探测器地球附近出发条件为: 出发时刻  $t_0$ , 近地点高度  $h_0$  (近地点地心距  $R_0$ ), 轨道倾角  $i_0$ , 真近点角  $f_0$ , 出发速度  $V_0$ , 升交点赤经  $\Omega_0$ , 近地点幅角  $\omega_0$ , 它们使得探测器绕飞月球后速度矢量  $v_1$  满足火星达到条件.

如图 1 所示, 探测器沿地心双曲线轨道在  $t_1$  时刻与月球相遇,  $P$  为探测器近地点, 对于地心双曲线轨道, 有

$$R = |a|(e \cosh F - 1), \quad (2)$$

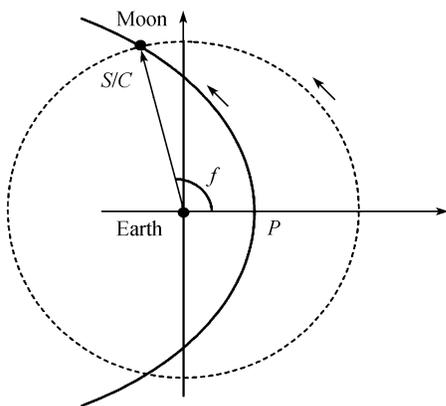


图 1 月球绕飞示意图

$$a = p(1 - e^2), \quad (3)$$

其中,  $R$  为探测器到地心的距离,  $a$  为轨道长半轴, 半通径  $p = H^2 / \mu_E = R_p^2 V_p^2 / \mu_E$ , 偏心率  $e = 1 - p / R_p = 1 - R_p V_p^2 / \mu_E$ ,  $F$  (类似于椭圆轨道中的偏近点角) 与真近点角  $f$  的关系是<sup>[4]</sup>

$$\tan \frac{f}{2} = \sqrt{\frac{e+1}{e-1}} \tanh \frac{F}{2}, \quad (4)$$

从近地点到  $f$  的时间为

$$\Delta t = t_1 - t_0 = \frac{-F + e \sinh F}{|n|}, \quad (5)$$

其中,  $|n| = \sqrt{\mu_E / |a|^3}$ .

初步可以认为  $R$  为地月平均距离, 由(2), (3)和(4)式可以求得  $F, f$ , 再由(5)式可以求得从近地点到月球附近的时间  $\Delta t$ .

利用星历表可以得到  $t_1$  时刻月球在 J2000 地心坐标系下的位置向量  $r_{Mo1}$ , 由此可以求得月球在  $t_1$  时刻的赤经  $\lambda_{Mo1}$  和赤纬  $B_{Mo1}$ . 如图 2 所示, 为了保证探测器对地双曲线轨道与月球相会, 应有如下关系成立

$$\omega_0 = U - f, \quad (6)$$

$$\Omega_0 = \lambda_{Mo1} - \Delta \Omega_0. \quad (7)$$

根据球面三角关系, 有

$$\sin U = \frac{\sin B_{Mo1}}{\sin i_0}. \quad (8)$$

满足上式的  $U$  有 2 种情况, 分别为

$$\begin{cases} U_1 = \arcsin \left( \frac{\sin B_{Mo1}}{\sin i_0} \right), \\ U_2 = \pi - \arcsin \left( \frac{\sin B_{Mo1}}{\sin i_0} \right). \end{cases} \quad (9)$$

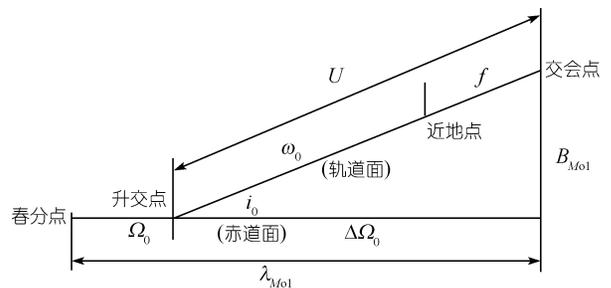


图 2 探测器对地双曲线轨道参数与月球交会点关系

另从图 2 中由球面三角关系可知

$$\begin{cases} \cos \Delta \Omega_0 = \frac{\cos U}{\cos B_{Mol}}, \\ \sin \Delta \Omega_0 = \frac{\tan B_{Mol}}{\tan i_0}. \end{cases} \quad (10)$$

对于某一给定的地心双曲线近地点速度  $V_0$ , 由(6)~(10)式可以得到能够飞越月球附近的地球附近出发初始值  $\Omega_0, \omega_0$ , 结合已知条件  $t_0, R_0, i_0, f_0$ , 作为微分方程(1)的初始条件进行积分, 选取探测器距离月球心距离超过 5 倍地月平均距离作为积分终止条件, 得到积分终止时刻  $t_2$  探测器在 J2000 地心坐标系下的位置和速度矢量分别为  $\mathbf{r}_2, \mathbf{v}_2$ . 探测器从  $t_2$  到  $t_f$  到达火星附近的轨道可以近似的看作日心椭圆轨道, 探测器对应出发时刻  $t_2$  位置矢量在 J2000 日心坐标系下的分量列阵  $(\mathbf{r}_2)_S$  和到达时刻  $t_f$  位置矢量在 J2000 日心坐标系下的分量列阵  $(\mathbf{r}_f)_S$  分别为

$$(\mathbf{r}_2)_S = (\mathbf{r}_2)_E - (\mathbf{r}_{S2})_E, \quad (11)$$

$$(\mathbf{r}_f)_S = (\mathbf{r}_{Maf})_S = (\mathbf{r}_{Maf})_E - (\mathbf{r}_{Sf})_E, \quad (12)$$

其中,  $(\mathbf{r}_{S2})_E$  为太阳在 J2000 地球坐标系下位置矢量的分量列阵,  $(\mathbf{r}_{Maf})_E, (\mathbf{r}_{Sf})_E$  分别为火星和太阳位置矢量在 J2000 地球坐标系下的分量列阵, 上述向量值均可由 DE405 星历得到.

求解固定时间的日心兰伯特问题, 可以计算得到  $t_2$  时刻探测器所需要的转移速度矢量在 J2000 日心坐标系下的分量列阵为  $(\mathbf{v}'_2)_S$ , 将其转换到 J2000 地心坐标系下得到

$$(\mathbf{v}'_2)_E = (\mathbf{v}'_2)_S + (\mathbf{v}_{S2})_E, \quad (13)$$

其中,  $(\mathbf{v}_{S2})_E$  为  $t_2$  时刻太阳速度矢量在 J2000 地球坐标系下的分量列阵.

显然, 积分得到的  $(\mathbf{v}_2)_E$  和求解兰伯特问题得到的  $(\mathbf{v}'_2)_E$  不相同, 为了使得探测器绕飞月球后能够在  $t_f$  时刻到达火星, 因此希望有

$$(\mathbf{v}_2)_E = (\mathbf{v}'_2)_E. \quad (14)$$

可以采用牛顿迭代的方法, 调整地球出发初始条件  $(V_0, \Omega_0, \omega_0)$ , 以满足(14)式. 迭代得到的出发初始条件为第一阶段的结果  $(V_{01}, \Omega_{01}, \omega_{01})$ .

## 2.2 第二阶段搜索

通常火星探测器的目标轨道是火星极轨道, 因此我们设置火星探测器积分的终止条件是通过火星北极距离火星中心一定距离的点. 本文火星到达条件为探测器通过火星北极 4900 km 的固定点.

利用上一阶段搜索得到的初始条件, 利用微分方程(1)积分直到  $t_f$  时刻, 得到探测器位置矢量  $\mathbf{r}_f$ , 计算得到探测器距离火星北极固定点的位置  $\Delta \mathbf{r}_f$ , 显然

$$|\Delta \mathbf{r}_f| \neq 0. \text{ 为了使得}$$

$$|\Delta \mathbf{r}_f| = 0, \quad (15)$$

与第一阶段搜索类似, 利用牛顿迭代的方法通过调整地球出发初始条件  $(V_0, \Omega_0, \omega_0)$ , 以满足(15)式, 迭代得到的出发初始条件为  $(V_{02}, \Omega_{02}, \omega_{02})$ , 即对应一条从地球出发的月球借力地火转移轨道.

## 3 约束条件

月球借力地火转移轨道需要满足一些轨道约束, 否则在现实中是无法实现的, 具体的约束条件有: 探测器近月距不能太小, 否则探测器将与月球发生碰撞, 由于月球半径为 1738 km, 我们选择探测器距离月球最近点不能小于 1838 km, 否则, 认为得到的地火转移轨道为不可行解.

此外, 探测器地心轨道倾角不能太小. 由于探测器需要绕飞月球, 探测器的地心轨道倾角不能小于与月球交会时月球的赤纬, 否则, 探测器将无法与月球交会. 由于白赤夹角在  $18.3^\circ \sim 28.6^\circ$  范围内变化, 因此探测器地心轨道倾角大于  $28.6^\circ$  时, 总能够找到与月球交会的地球附近出发初始条件.

## 4 算例

假设某火星探测器需要 2013 年从地球出发, 某运载火箭对应的发射条件为: 转移轨道近地点高度 200 km, 轨道倾角分别为  $30^\circ, 35^\circ, 40^\circ$ , 假设星箭分离时刻真近点角为  $0^\circ$ , 我们可以分析对比一下该运载火箭采用传统方式发射火星探测器对应的近地点幅角要求和采用月球借力方式发射火星探测器对应的近地点幅角要求.

对照表 1, 2 和 3 可知, 只有在 2013 年 11 月 28 日, 出发轨道倾角为  $40^\circ$ , 才存在满足要求的月球借力地

表 1 轨道倾角为 30°时两种方式发射火星探测器初始条件对比

发射日期	飞行时间/d	近地速度/m·s <sup>-1</sup>	升交点赤经/(°)	近地点幅角/(°)	近月点距离/km
2013 年 11 月 27 日	345	11548.087191	199.231332	203.981485	1411.8
		11630.709832	197.415519	229.365993	146234.4
2013 年 11 月 28 日	345	11610.060569	218.842012	197.217175	1801.8
		11620.168420	197.385720	229.567054	109208.0
2013 年 11 月 29 日	345	11675.857562	238.708039	191.285633	1358.1
		11609.549329	197.563179	229.365656	125017.4

表 2 轨道倾角为 35°时两种方式发射火星探测器初始条件对比

发射日期	飞行时间/d	近地速度/m·s <sup>-1</sup>	升交点赤经/(°)	近地点幅角/(°)	近月点距离/km
2013 年 11 月 27 日	345	11546.932296	197.274769	205.611059	1412.2
		11630.746952	199.512206	227.595561	146307.9
2013 年 11 月 28 日	345	11608.858284	215.530658	199.986510	1823.1
		11620.223925	199.555219	227.740417	108272.3
2013 年 11 月 29 日	345	11674.669963	234.080921	195.172024	1379.5
		11609.571059	199.733477	227.534849	123375.9

表 3 轨道倾角为 40°时两种方式发射火星探测器初始条件对比

发射日期	飞行时间/d	近地速度/m·s <sup>-1</sup>	升交点赤经/(°)	近地点幅角/(°)	近月点距离/km
2013 年 11 月 27 日	345	11545.711609	195.763053	206.787907	1410.6
		11630.775303	201.132944	226.307406	146596.3
2013 年 11 月 28 日	345	11607.578201	212.991157	201.975159	1840.3
		11620.275204	201.234116	226.411523	107508.1
2013 年 11 月 29 日	345	11673.394475	230.580179	197.929149	1403.4
		11609.591421	201.411910	226.204011	121779.7

火转移轨道, 对应其他条件的借力轨道近月点距离均太小; 对比相同条件下借力转移轨道和不借力转移轨道可知, 利用月球引力摄动, 可以使得近地点幅角减小约 20°, 对应可减少火箭滑行时间约 295 s, 这对于上面级不能长时间滑行的运载火箭来说, 可以大大增强其对奔火任务的适应性。

在本文中主要利用月球的摄动来改变探测器的近地点幅角, 与此同时, 月球摄动对于近地点出发速度也有一定的影响, 从上述列表数据中可知, 该影响一般在 100 m/s 以内。

满足要求的月球借力地火转移轨道示意图如图 3 和 4 所示, 图中红色轨道为火星运行轨道, 蓝色轨道为月球运行轨道, 黑色轨道为探测器运行轨道, 从图 4 中可以清楚地看见, 探测器飞越月球时, 轨道发生了明显的改变, 正是由于月球的引力摄动, 才能够使得探测器的入轨近地点幅角发生改变。

## 5 结论

通过理论推导和实例计算, 可以得到以下结论。

1) 采用本文给出的两阶段牛顿迭代的方法, 可以克服借力奔火轨道设计的初值敏感性问题, 较快的搜索出满足要求的转移轨道。

2) 引力摄动变轨技术不但可以用来节省探测器变轨所需能量, 同时也可以利用其改变探测器的轨道参数。

3) 采用月球引力摄动发射火星探测器可以改变火星探测器入轨的近地点幅角, 使得原本因火箭上面级滑行时间不够而导致的近地点幅角不满足探测器入轨要求的发射条件变为可行, 对提高运载火箭的适应性有着重要意义。

4) 由于月球引力较小, 月球对奔火轨道的摄动力有限, 使得大部分月球摄动奔火轨道近月距小于月球半径, 因此需要选择合适的发射轨道倾角、近

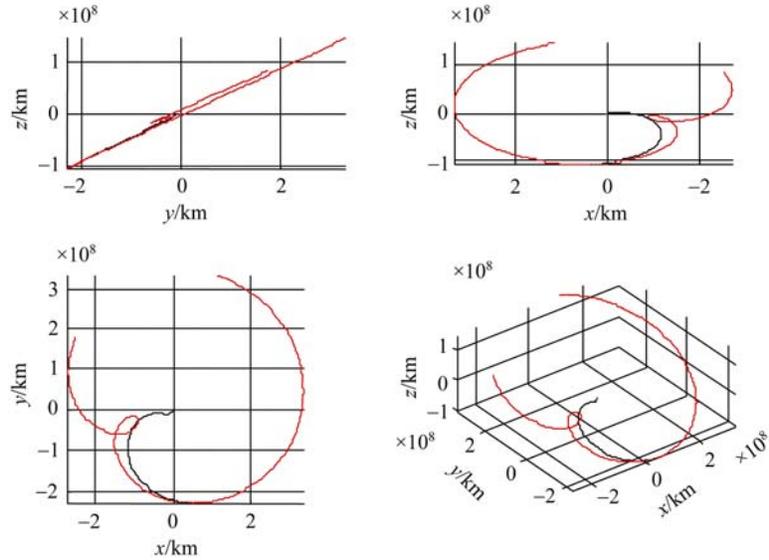


图3 J2000 地球坐标系下转移轨道全局图

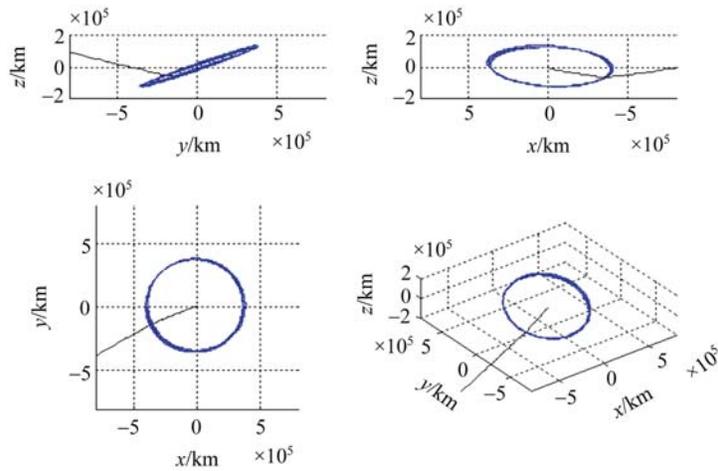


图4 J2000 地球赤道坐标系下转移轨道局部图

地点出发时间以满足近月距的要求。

对于传统的奔火轨道来说, 近地点出发条件的微小变化将会导致近火点的很大扰动, 本文计算的

月球借力奔火轨道由于中途需要借助月球的引力摄动, 因此对于小的出发条件偏差更为敏感, 在实际应用中会给中途制导带来更大压力。

参考文献

- 1 Flandro G A. From instrumented comets to grand tours: On the history of gravity assist. AIAA 2001-0176
- 2 Sims J A. Delta-V gravity-assist trajectory design: Theory and practice. Dissertation of Doctoral Degree. Purdue University, 1996. 6—18
- 3 Longuski J M, Williams S N. Automated design of gravity-assist trajectories to mars and the outer planets. Celestial Mech Dynl Astron, 1991, 52: 207—220 [DOI](#)
- 4 肖业伦. 航天器飞行动力学原理. 北京: 宇航出版社, 1995. 41—43