



论 文

基于相位同步的分布式全相参雷达参数估计及
相参性能宋靖^{①*}, 张剑云^①, 代林^①, 郑志东^②^① 合肥电子工程学院, 合肥 230037^② 北方电子技术研究所, 北京 100083

* 通信作者. E-mail: songjingpla@163.com

收稿日期: 2014-05-29; 接受日期: 2014-08-21; 网络出版日期: 2015-02-12

摘要 针对一般结构的分布式全相参雷达, 基于系统相位同步构建相干参数估计及相参处理信号模型, 分析参数估计和相参性能对同步误差的敏感性. 首先在多输入多输出 (MIMO) 模式下, 推导时延差估计的混合克拉美—罗界 (HCRB) 闭式解; 然后在全相参模式下, 给出输出信噪比增益的解析式, 并利用高阶多项式拟合获得其数值解; 最后研究收发天线数的配置准则. 结论表明: 时延差估计精度或相参处理性能由系统相位同步误差水平和输入信噪比共同决定; 较现有处理方式, 在系统相位同步精度足够高的前提下, 当输入信噪比较低时, 基于相位同步的处理方式能够获得更高的时延差估计精度和输出信噪比增益.

关键词 分布式 全相参 相位同步 混合克拉美—罗界 (HCRB) 参数估计

1 引言

分布式全相参雷达是继多输入多输出 (multiple-input multiple-out, MIMO) 雷达后出现的一种新体制雷达, 它解决了大口径雷达难以机动部署和造价昂贵等问题, 是下一代雷达发展的技术方向. 该雷达主要特点: 多部机动式单元雷达分散布设, 通过对多部雷达回波进行信号级相参合成, 等效形成一个大威力探测雷达. 其先后工作于 MIMO 模式和全相参 (fully coherent, FC) 模式. 关键能力包括: 具有较高灵敏度, 适用于远距离搜索、跟踪和目标识别, 同时满足机动部署能力. 国外主要是美国林肯实验室对该技术做了大量研究^[1~5]. 国内目前研究尚属起步阶段, 但其潜在优势已引起各大高校和研究室的关注^[6~11].

各单元雷达间时延差和相位差等相干参数估计是实现全相参的前提. 一般来说, 相位差主要来自三方面: 首先, 由于目标到各单元雷达距离不同导致不同的传播时延, 从而引起相位差; 其次, 由于各单元雷达拥有独立本振源, 因此具有不同发射和接收初始相位, 从而引起相位差; 最后, 由各单元雷达时间同步误差引起的相位差. 后两种相位差来自系统, 称作系统相位差. 需要指出的是, MIMO 雷达参数估计已得到学术界广泛关注^[12~18], 尽管其与分布式全相参雷达参数估计相似, 但二者存在本质区别^[10,11].

引用格式: 宋靖, 张剑云, 代林, 等. 基于相位同步的分布式全相参雷达参数估计及相参性能. 中国科学: 信息科学, 2015, 45: 668–684, doi: 10.1360/N112014-00049

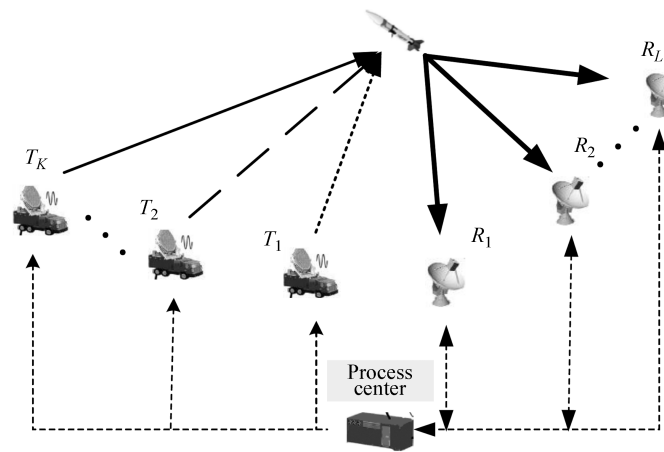


图 1 一般结构的分布式全相参雷达

Figure 1 Distributed aperture coherent radar with general architecture

分布式全相参雷达自提出便引起越来越多学者的兴趣. 文献 [5] 定义了 FC 模式下的输出信噪比增益 (output signal-to-noise ratio gain, oSNRg), 但未能得出其解析式. 文献 [6] 介绍了技术背景和发展现状. 文献 [7,8] 研究了时间和相位同步系统设计及相位差跟踪技术. 文献 [9] 首先推导了时延差和相位差估计的克拉美 — 罗界 (Cramer-Rao bound, CRB) 闭式解, 然后在假设时延差精确估计前提下, 给出了 oSNRg 的闭式解. 文献 [10,11] 将单脉冲拓展到多脉冲, 研究了相干参数估计和相参性能与收发天线数及脉冲数间关系.

文献 [5,9~11] 将系统相位差建模为确定性未知参量, 因此不需要相位同步系统. 但在输入信噪比较低时, 系统相位差估计精度较低, 从而导致 oSNRg 不足 [9]. 本文构建基于系统相位同步的相干参数估计及相参处理信号模型, 分析时延差估计和相参性能对同步误差的敏感性. 理论和数值实验表明, 当同步精度足够高时, 本文构建的信号模型在低信噪比条件下能够获得更高的时延差估计精度和 oSNRg.

本文结构安排如下. 第 2 部分在 MIMO 模式下, 首先构建基于系统相位同步的信号模型, 然后推导时延差估计的混合克拉美 — 罗界 (hybrid Cramer-Rao bound, HCRB) 闭式解. 第 3 部分在 FC 模式下, 首先构建相参处理信号模型, 然后推导 oSNRg 解析式, 并研究收发天线数配置准则. 第 4 部分通过数值仿真验证本文结论. 第 5 部分总结全文.

2 相干参数估计的混合克拉美 — 罗界

2.1 MIMO 模式下的信号模型

如图 1 所示, 由 K 个发射天线 ($T_1, \dots, T_K$)、 L 个接收天线 ($R_1, \dots, R_L$) 和一个处理中心组成的一般结构的分布式全相参雷达, 在 MIMO 模式下, 发射一组正交信号, 在接收端通过匹配滤波恢复每个发射信号分量. 假设发射一组正交窄带信号 $s_k(t) (k = 1, \dots, K)$, 且 $\int_T |s_k(t)|^2 dt = 1$, T 为观测时间. 经上变频, 发射信号复包络可表示为 $\hat{s}_k(t) = s_k(t)e^{j2\pi f_c(t - \Delta t_k^t) - j\Delta\varphi_k^t}$, 其中 f_c 为载频, $\Delta\varphi_k^t$ 和 Δt_k^t 分别为 T_n 经上变频引入得初始相位同步误差和时间同步误差. 定义发射信号有效带宽为 $\beta_k = \sqrt{\int f^2 |S_k(f)|^2 df / \int |S_k(f)|^2 df}$, 其中 $S_k(f)$ 为 $s_k(t)$ 的傅里叶变换, 且进一步假设所有发射信号

有效带宽均为 β . 假设空间存在一个各向同性散射点目标, 且确定性复散射系数为 $\bar{\xi}$, 则 R_l 接收目标回波的低通等效式可表示为

$$\begin{aligned} r_l(t) &= \sum_{k=1}^K \bar{\xi} s_k(t - \tau_{lk}) e^{-j2\pi f_c \tau_{lk} - j(2\pi f_c \Delta t_k^t + \Delta \varphi_k^t) - j(2\pi f_c \Delta t_l^r + \Delta \varphi_l^r)} + w_l(t) \\ &= \sum_{k=1}^K \bar{\xi} s_k(t - \tau_{lk}) e^{-j2\pi f_c \tau_{lk} - j\Delta \varphi_k^t - j\Delta \varphi_l^r} + w_l(t), \end{aligned} \quad (1)$$

式中, $\Delta \varphi_l^r$ 和 Δt_l^r 分别为 R_l 经下变频引入的初始相位同步误差和时间同步误差. 定义 $\Delta \varphi_k^t = 2\pi f_c \Delta t_k^t + \Delta \varphi_k^t$ 为系统的发射相位同步误差, $\Delta \varphi_l^r = 2\pi f_c \Delta t_l^r + \Delta \varphi_l^r$ 为系统的接收相位同步误差. 显然系统相位同步误差包含时间同步误差和初始相位同步误差. τ_{lk} 为 T_k 到 R_l 的路径传播时延, $\tau_{lk} = \tau_k^t + \tau_l^r$, 其中 τ_k^t 和 τ_l^r 分别为 T_k 到目标和目标到 R_l 的传播时延. $w_l(t)$ 为 R_l 接收的噪声. 假设 $w_l(t)$ 是空间和时间独立的, 且在时域上是均值为零、方差为 σ_w^2 的复白高斯过程. 便于分析, 假设系统相位同步误差服从独立同高斯分布: $\Delta \varphi_k^t \sim N(0, \sigma_{\Delta \varphi}^2)$, $\Delta \varphi_l^r \sim N(0, \sigma_{\Delta \varphi}^2)$.

选择 T_1 和 R_1 分别作为发射和接收端参考天线, 且定义 $\xi = \bar{\xi} e^{-j2\pi f_c \tau_{11}}$, 从而式 (1) 可改写为

$$r_l(t) = \xi \sum_{k=1}^K s_k(t - \tau_{11} - \Delta \tau_k^t - \Delta \tau_l^r) e^{-j2\pi f_c (\Delta \tau_k^t + \Delta \tau_l^r) - j(\Delta \varphi_k^t + \Delta \varphi_l^r)} + w_l(t), \quad (2)$$

式中发射时延差 $\Delta \tau_k^t = \tau_k^t - \tau_1^t$, 接收时延差 $\Delta \tau_l^r = \tau_l^r - \tau_1^r$. 显然 $\Delta \tau_1^t = \Delta \tau_1^r = 0$. 需要指出的是, 从时延差估计角度, 式 (2) 同时利用包络和相位信息, 故称之为相干处理. 而文献 [5,9~11] 仅利用包络信息, 故称之为非相干处理. 根据式 (2), 定义未知参数矢量 $\mathbf{A}$ 为

$$\mathbf{A} = [\mathbf{A}_d^T, \mathbf{A}_r^T]^T, \quad (3)$$

式中 $(\cdot)^T$ 为转置; $\mathbf{A}_d = [\Delta \tau^t, \xi_R, \xi_I]^T$, 其中 ξ_R 和 ξ_I 分别为 ξ 的实部和虚部, $\Delta \tau = [(\Delta \tau^t)^T, (\Delta \tau^r)^T]^T$, $\Delta \tau^t = [\Delta \tau_2^t, \dots, \Delta \tau_K^t]^T$, $\Delta \tau^r = [\Delta \tau_2^r, \dots, \Delta \tau_L^r]^T$; $\mathbf{A}_r = [\Delta \varphi_1^t, \dots, \Delta \varphi_K^t, \Delta \varphi_1^r, \dots, \Delta \varphi_L^r]^T$.

2.2 混合费歇尔 (Fisher) 信息矩阵

本节推导 $\mathbf{A}$ 估计的 HCRB. 若 $\mathbf{A}$ 包括部分确定性矢量 $\mathbf{A}_d$ 和部分随机性矢量 $\mathbf{A}_r$, 则对于 $\mathbf{A}$ 的任意无偏估计, 其第 i 个元素的方差满足 $^{[19]} \text{var}(\hat{\mathbf{A}}_i) \geq [\mathbf{J}_H^{-1}(\mathbf{A})]_{i,i}$, 其中 $\mathbf{J}_H(\mathbf{A})$ 为 $\mathbf{A}$ 的混合费歇尔信息矩阵 (hybrid Fisher information matrix, HFIM),

$$\begin{cases} \mathbf{J}_H(\mathbf{A}) = \mathbf{J}_D(\mathbf{A}) + \mathbf{J}_R(\mathbf{A}), \\ \mathbf{J}_D(\mathbf{A}) = -\mathbf{E}_{\mathbf{A}_r|\mathbf{A}_d} \left\{ \mathbf{E}_{\mathbf{r}|\mathbf{A}_r, \mathbf{A}_d} \left\{ \nabla_{\mathbf{A}} [\nabla_{\mathbf{A}} \ln p(\mathbf{r}|\mathbf{A}_d, \mathbf{A}_r)]^T \right\} \right\}, \\ \mathbf{J}_R(\mathbf{A}) = -\mathbf{E}_{\mathbf{A}_r|\mathbf{A}_d} \left\{ \nabla_{\mathbf{A}} [\nabla_{\mathbf{A}} \ln p(\mathbf{A}_r|\mathbf{A}_d)]^T \right\}, \end{cases} \quad (4)$$

式中 ∇ 为梯度运算, $\ln p(\mathbf{r}|\mathbf{A}_d, \mathbf{A}_r)$ 和 $\ln p(\mathbf{A}_r|\mathbf{A}_d)$ 分别为观测数据和随机未知参数的对数条件概率密度函数. $\mathbf{J}_D(\mathbf{A})$ 和 $\mathbf{J}_R(\mathbf{A})$ 分别表示由观测数据和先验信息提供的关于 $\mathbf{A}$ 的信息. HCRB 矩阵是 HFIM 的逆.

观测数据用矢量表示为 $\hat{\mathbf{r}} = [\hat{r}_1(t), \dots, \hat{r}_L(t)]^T$, 则对数似然函数可表示为 $^{[20]}$:

$$\ln p(\hat{\mathbf{r}}|\mathbf{A}_d, \mathbf{A}_r) \propto -\frac{1}{\sigma_w^2} \sum_{l=1}^L \int_{\mathbf{T}} \left| \hat{r}_l(t) - \xi \sum_{k=1}^K s_k(t - \tau_{lk}) e^{-j2\pi f_c \tau_{lk}} e^{-j(\Delta \varphi_k^t + \Delta \varphi_l^r)} \right|^2 dt, \quad (5)$$

考虑到 $\ln p(\bar{\mathbf{r}}|\mathbf{A}_d, \mathbf{A}_r)$ 是 τ_{lk} 的显函数, 引入中间矢量 $\mathbf{A}_1 = [\boldsymbol{\tau}^T, \xi_R, \xi_I, \mathbf{A}_r^T]^T$, 其中 $\boldsymbol{\tau} = [\tau_{11}, \dots, \tau_{LK}]^T$.

定义 $\mathbf{0}_{m \times n}$ 和 $\mathbf{1}_{m \times n}$ 分别为 $m \times n$ 的全 0 和全 1 矩阵, $\mathbf{I}_m$ 和 $\boldsymbol{\Omega}_m$ 分别为 $m \times m$ 的单位阵和全 1 方阵, 输入信噪比为 $\text{SNR}_{\text{in}} = |\xi|^2/\sigma_w^2$. 经计算, $\mathbf{J}_R(\mathbf{A}_1)$ 的矩阵形式可表示为

$$\mathbf{J}_R(\mathbf{A}_1) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(LK+2) \times (LK+2)} & \mathbf{0}_{(LK+2) \times (L+K)} \\ \mathbf{0}_{(L+K) \times (LK+2)} & 1/\sigma_\varphi^2 \mathbf{I}_{(L+K)} \end{bmatrix}. \quad (6)$$

$\mathbf{J}_D(\mathbf{A}_1)$ 的矩阵形式可表示为

$$\mathbf{J}_D(\mathbf{A}_1) = 2\text{SNR}_{\text{in}} \begin{bmatrix} \mathbf{R}_\tau & \mathbf{G} \\ \mathbf{G}^T & \boldsymbol{\Sigma} \end{bmatrix}, \quad (7)$$

式中, $\mathbf{R}_\tau = 4\pi^2(f_c^2 + \beta^2)\mathbf{I}_{LK}$; $\boldsymbol{\Sigma} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_\xi & \mathbf{F}_{\xi\Delta} \\ \mathbf{F}_{\xi\Delta}^T & \mathbf{R}_\Delta \end{bmatrix}$, 其中 $\mathbf{R}_\xi = LK/|\xi|^2 \mathbf{I}_2$, $\mathbf{R}_\Delta = \begin{bmatrix} L\mathbf{I}_K & \mathbf{1}_{K \times L} \\ \mathbf{1}_{L \times K} & K\mathbf{I}_L \end{bmatrix}$, $\mathbf{F}_{\xi\Delta} = 1/|\xi|^2 \begin{bmatrix} \xi_I & \\ & -\xi_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L\mathbf{1}_{1 \times K} & K\mathbf{1}_{1 \times L} \end{bmatrix}$; $\mathbf{G} = [\mathbf{F}_{\tau\xi} \ \mathbf{F}_{\tau\Delta}]$, 其中 $\mathbf{F}_{\tau\xi} = 2\pi f_c/|\xi|^2 \mathbf{1}_{LK \times 1} [\xi_I \ -\xi_R]$,

$$\mathbf{F}_{\tau\Delta} = 2\pi f_c \begin{bmatrix} \mathbf{1}_{L \times 1} \otimes \mathbf{I}_K & \begin{bmatrix} \boldsymbol{\kappa}(1)_{K \times L} \\ \vdots \\ \boldsymbol{\kappa}(L)_{K \times L} \end{bmatrix} \end{bmatrix},$$

且 $\boldsymbol{\kappa}(l)_{K \times L} = [\mathbf{0}_{K \times (l-1)} \ \mathbf{1}_{K \times 1} \ \mathbf{0}_{K \times (L-l-1)}]$, $\otimes$ 为 Kronecker 积. 将式 (6) 和 (7) 代入式 (4) 可得

$$\mathbf{J}_H(\mathbf{A}_1) = 2\text{SNR}_{\text{in}} \begin{bmatrix} \mathbf{R}_\tau & \mathbf{G} \\ \mathbf{G}^T & \hat{\boldsymbol{\Sigma}} \end{bmatrix}, \quad (8)$$

式中, $\hat{\boldsymbol{\Sigma}} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_\xi & \mathbf{F}_{\xi\Delta} \\ \mathbf{F}_{\xi\Delta}^T & \hat{\mathbf{R}}_\Delta \end{bmatrix}$, 其中 $\hat{\mathbf{R}}_\Delta = \mathbf{R}_\Delta + \lambda \mathbf{I}_{(L+K)}$, $\lambda = 1/(2\sigma_\varphi^2 \text{SNR}_{\text{in}})$.

2.3 时延差估计的 HCRB

首先推导路径时延的 HCRB 矩阵: $\mathbf{HCRB}_\tau$, 然后利用链式法则求解收发时延差的 HCRB: $\mathbf{HCRB}_{\Delta\tau_l^r}$ 和 $\mathbf{HCRB}_{\Delta\tau_k^t}$. 根据式 (8) 运用矩阵求逆引理^[21] 可得

$$\mathbf{J}_H(\mathbf{A}_1)^{-1} = \frac{1}{2\text{SNR}_{\text{in}}} \begin{bmatrix} \left(\mathbf{R}_\tau - \mathbf{G} \hat{\boldsymbol{\Sigma}}^{-1} \mathbf{G}^T \right)^{-1} & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{bmatrix}, \quad (9)$$

式中, “ $\bullet$ ” 为无需计算部分. 显然 $\mathbf{HCRB}_\tau = 1/(2\text{SNR}_{\text{in}})(\mathbf{R}_\tau - \mathbf{G} \hat{\boldsymbol{\Sigma}}^{-1} \mathbf{G}^T)^{-1}$. 经计算 (参见附录 A) 可得

$$\mathbf{HCRB}_\tau = (\mathbf{I}_L \otimes \mathbf{X} + \boldsymbol{\Omega}_L \otimes \mathbf{Y}) / [8\pi^2 (f_c^2 + \beta^2) \text{SNR}_{\text{in}}], \quad (10)$$

式中, $\mathbf{X} = \mathbf{I}_K + a\boldsymbol{\Omega}_K$, $\mathbf{Y} = b\mathbf{I}_K + c(L, K, L', K')\boldsymbol{\Omega}_K$, 其中 $a = f_R^2/(K' - Kf_R^2)$, $b = f_R^2/(L' - Lf_R^2)$, $c(L, K, L', K')$ 为关于 L, K, L', K' 的函数, 且 L', K' 和 f_R^2 的定义参见附录 A. 根据链式法则:

$$\mathbf{HCRB}_{\Delta\tau} = (\nabla_{\tau^T} \Delta\tau) \mathbf{HCRB}_\tau (\nabla_{\tau^T} \Delta\tau)^T, \quad (11)$$

式中, $(\nabla_{\tau} \Delta \tau)$ 为雅克比矩阵, 其中 $\Delta \tau^t$, $\Delta \tau^r$ 与 τ 满足关系: $\Delta \tau_k^t = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L (\tau_{lk} - \tau_{l1})$, $\Delta \tau_l^r = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K (\tau_{lk} - \tau_{1k})$. 将式 (10) 代入式 (11) 可得

$$\mathbf{HCRB}_{\Delta \tau} = \begin{bmatrix} (b+1/L)(\mathbf{I}_{K-1} + \mathbf{\Omega}_{K-1}) & \bullet \\ \bullet & (a+1/K)(\mathbf{I}_{L-1} + \mathbf{\Omega}_{L-1}) \end{bmatrix}. \quad (12)$$

从而收发时延差估计的 HCRB 分别为

$$\begin{cases} \text{HCRB}_{\Delta \tau_k^t} = \frac{1}{4\pi^2(f_c^2 + \beta^2)\text{SNR}_{\text{in}}} \frac{1}{L} \left(1 + \frac{Lf_R^2}{L(1-f_R^2) + \lambda} \right), & k = 2, \dots, K, \\ \text{HCRB}_{\Delta \tau_l^r} = \frac{1}{4\pi^2(f_c^2 + \beta^2)\text{SNR}_{\text{in}}} \frac{1}{K} \left(1 + \frac{Kf_R^2}{K(1-f_R^2) + \lambda} \right), & l = 2, \dots, L. \end{cases} \quad (13)$$

由式 (13) 可得如下结论:

- (1) 所有发射 (或接收) 时延差估计的 HCRB 一致, 且随 $\sigma_{\Delta \varphi}^2$ 的增大而增大.
- (2) 当 $\sigma_{\Delta \varphi}^2$ 趋于 0 时,

$$\begin{cases} \lim_{\sigma_{\Delta \varphi}^2 \rightarrow 0} \text{HCRB}_{\Delta \tau_k^t} = \frac{1}{4\pi^2(f_c^2 + \beta^2)\text{SNR}_{\text{in}}} \frac{1}{L} \triangleq \text{CRB}_{\Delta \tau_k^t}^{\text{ideal}}, & k = 2, \dots, K, \\ \lim_{\sigma_{\Delta \varphi}^2 \rightarrow 0} \text{HCRB}_{\Delta \tau_l^r} = \frac{1}{4\pi^2(f_c^2 + \beta^2)\text{SNR}_{\text{in}}} \frac{1}{K} \triangleq \text{CRB}_{\Delta \tau_l^r}^{\text{ideal}}, & l = 2, \dots, L. \end{cases} \quad (14)$$

从而式 (13) 可进一步表示为 $\text{HCRB}_{\Delta \tau_k^t} = \text{CRB}_{\Delta \tau_k^t}^{\text{ideal}} + \Delta \text{CRB}_{\Delta \tau_k^t}$, $\text{HCRB}_{\Delta \tau_l^r} = \text{CRB}_{\Delta \tau_l^r}^{\text{ideal}} + \Delta \text{CRB}_{\Delta \tau_l^r}$, 其中

$$\begin{cases} \Delta \text{CRB}_{\Delta \tau_k^t} = \frac{1}{4\pi^2(f_c^2 + \beta^2)\text{SNR}_{\text{in}}} \frac{f_R^2}{L(1-f_R^2) + \lambda}, & k = 2, \dots, K, \\ \Delta \text{CRB}_{\Delta \tau_l^r} = \frac{1}{4\pi^2(f_c^2 + \beta^2)\text{SNR}_{\text{in}}} \frac{f_R^2}{K(1-f_R^2) + \lambda}, & l = 2, \dots, L. \end{cases} \quad (15)$$

$\text{CRB}_{\Delta \tau_k^t}^{\text{ideal}}$ (或 $\text{CRB}_{\Delta \tau_l^r}^{\text{ideal}}$) 是理想同步时的发射 (或接收) 时延差估计 CRB, 而 $\Delta \text{CRB}_{\Delta \tau_k^t}$ (或 $\Delta \text{CRB}_{\Delta \tau_l^r}$) 是由同步误差导致的增量.

- (3) 当 $\sigma_{\Delta \varphi}^2$ 趋于 ∞ 时,

$$\begin{cases} \lim_{\sigma_{\Delta \varphi}^2 \rightarrow \infty} \text{HCRB}_{\Delta \tau_k^t} = \frac{1}{4\pi^2\beta^2\text{SNR}_{\text{in}}} \frac{1}{L} \triangleq \text{CRB}_{\Delta \tau_k^t}^{\text{nc}}, & k = 2, \dots, K, \\ \lim_{\sigma_{\Delta \varphi}^2 \rightarrow \infty} \text{HCRB}_{\Delta \tau_l^r} = \frac{1}{4\pi^2\beta^2\text{SNR}_{\text{in}}} \frac{1}{K} \triangleq \text{CRB}_{\Delta \tau_l^r}^{\text{nc}}, & l = 2, \dots, L. \end{cases} \quad (16)$$

显然 $\text{CRB}_{\Delta \tau_k^t}^{\text{nc}}$ (或 $\text{CRB}_{\Delta \tau_l^r}^{\text{nc}}$) 是由非相干处理获得的发射 (或接收) 时延差估计 $\text{CRB}^{[9 \sim 11]}$.

- (4) 当 SNR_{in} 趋于 ∞ 时, $\lim_{\text{SNR}_{\text{in}} \rightarrow \infty} \lambda = 0$, 因此

$$\begin{cases} \lim_{\text{SNR}_{\text{in}} \rightarrow \infty} \text{HCRB}_{\Delta \tau_k^t} = \text{CRB}_{\Delta \tau_k^t}^{\text{nc}}, & k = 2, \dots, K, \\ \lim_{\text{SNR}_{\text{in}} \rightarrow \infty} \text{HCRB}_{\Delta \tau_l^r} = \text{CRB}_{\Delta \tau_l^r}^{\text{nc}}, & l = 2, \dots, L. \end{cases} \quad (17)$$

式 (17) 表明, 增加 SNR_{in} , 则非相干处理方式和非理想同步时的相干处理方式获得的时延差估计性能接近.

2.4 输入信噪比的阈值点

根据式 (13), 以 $\text{HCRB}_{\Delta\tau_k^t}$ 为例, 将 $\text{HCRB}_{\Delta\tau_k^t}$ 转化到对数直角坐标系中 (即以 dB 为单位) 可表示为

$$10 \log_{10} (\text{HCRB}_{\Delta\tau_k^t}) = -\chi + \alpha_1 + h(\chi) \triangleq f_H(\chi), \quad (18)$$

式中, $\chi = 10 \log_{10}(\text{SNR}_{\text{in}})$, $\alpha_1 = -10 \log_{10}(4\pi^2 L(f_c^2 + \beta^2))$, $h(\chi) = 10 \log_{10}((L + qp^x)/(L(1 - f_R^2) + qp^x))$, 其中 $q = 1/(2\sigma_{\Delta\varphi}^2)$, $p = 10^{-1/10}$. 同理, 根据式 (14) 和 (16), 将 $\text{CRB}_{\Delta\tau_k^t}^{\text{ideal}}$ 和 $\text{CRB}_{\Delta\tau_k^t}^{\text{nc}}$ 转化到对数直角坐标系中可分别表示为

$$f_{\text{co}}(\chi) = -\chi + \alpha_1, \quad (19)$$

$$f_{\text{nc}}(\chi) = -\chi + \alpha_2, \quad (20)$$

式中 $\alpha_2 = -10 \log_{10}(4\pi^2 L\beta^2)$.

定理 若 $f_H(\chi)$, $f_{\text{co}}(\chi)$ 和 $f_{\text{nc}}(\chi)$ 分别由式 (18), (19) 和 (20) 定义, 则

$$\lim_{\chi \rightarrow -\infty} f_H(\chi) = f_{\text{co}}(\chi), \quad \lim_{\chi \rightarrow \infty} f_H(\chi) = f_{\text{nc}}(\chi).$$

证明 由式 (18), (19) 和 (20) 可知, $f_H(\chi) = f_{\text{co}}(\chi) + h(\chi)$, $f_H(\chi) = f_{\text{nc}}(\chi) + h(\chi) - (\alpha_2 - \alpha_1)$. 又因为 $\alpha_2 - \alpha_1 = 10 \log_{10}(1/(1 - f_R^2))$, $\lim_{\chi \rightarrow \infty} p^x = 0$, $\lim_{\chi \rightarrow -\infty} p^x = \infty$, 所以 $\lim_{\chi \rightarrow \infty} h(\chi) = \alpha_2 - \alpha_1$, $\lim_{\chi \rightarrow -\infty} h(\chi) = 0$. 从而定理得证.

定义关于 χ 的三个阈值点 $\chi_{\text{th}}^{\text{mid}}$, $\chi_{\text{th}}^{\text{low}}$ 和 $\chi_{\text{th}}^{\text{up}}$ 分别为 $\chi_{\text{th}}^{\text{mid}} = \arg(\partial^2 f_H(\chi)/\partial \chi^2 = 0)$, $\chi_{\text{th}}^{\text{low}} = \arg(f_{\text{co}}(\chi) = f_H(\chi_{\text{th}}^{\text{mid}}))$, $\chi_{\text{th}}^{\text{up}} = \arg(f_{\text{nc}}(\chi) = f_H(\chi_{\text{th}}^{\text{mid}}))$, 显然 $\chi_{\text{th}}^{\text{mid}}$ 为 $f_H(\chi)$ 的“凹凸”转折点. $\chi_{\text{th}}^{\text{mid}}$, $\chi_{\text{th}}^{\text{low}}$ 和 $\chi_{\text{th}}^{\text{up}}$ 的闭式解可分别表示为

$$\begin{cases} \chi_{\text{th}}^{\text{mid}} = -10 \log_{10} (L\sqrt{1 - f_R^2}/q), \\ \chi_{\text{th}}^{\text{low}} = \chi_{\text{th}}^{\text{mid}} - 10 \log_{10} \left(1 + Lf_R^2 / \left[L(1 - f_R^2) + qp^{\chi_{\text{th}}^{\text{mid}}} \right] \right), \\ \chi_{\text{th}}^{\text{up}} = \chi_{\text{th}}^{\text{low}} + 10 \log_{10} (1 / (1 - f_R^2)). \end{cases} \quad (21)$$

结合 χ 的定义, $\chi_{\text{th}}^{\text{mid}}$, $\chi_{\text{th}}^{\text{low}}$ 和 $\chi_{\text{th}}^{\text{up}}$ 即关于 SNR_{in} 的三个阈值点, 且对应发射时延差, 因此分别记作 $\text{SNR}_{\Delta\tau^t}^{\text{mid}}$, $\text{SNR}_{\Delta\tau^t}^{\text{low}}$ 和 $\text{SNR}_{\Delta\tau^t}^{\text{up}}$. 同理, 只需将式 (21) 中 L 替换为 K , 则分别得到对应接收时延差的三个阈值点 $\text{SNR}_{\Delta\tau^r}^{\text{mid}}$, $\text{SNR}_{\Delta\tau^r}^{\text{low}}$ 和 $\text{SNR}_{\Delta\tau^r}^{\text{up}}$ 的闭式解. 下文将结合仿真解释阈值点的物理意义.

3 相参性能

3.1 FC 模式下的信号模型

FC 模式下所有天线发射相同波形, 且利用估计的时延差分别对收发端作调整, 从而实现收发全相参. 定义时延差估计值为 $\Delta\hat{\tau}^r = [\Delta\hat{\tau}_2^r, \dots, \hat{\tau}_L^r]^T$, $\Delta\hat{\tau}^t = [\Delta\hat{\tau}_2^t, \dots, \hat{\tau}_K^t]^T$. 经调整后, T_k 发射信号经上变频可表示为 $s_k(t) = s(t + \Delta\hat{\tau}_k^t) e^{j2\pi f_c t + j2\pi f_c \Delta\hat{\tau}_k^t - j\Delta\varphi_k^t}$, R_l 接收回波经下变频可表示为

$$r_l(t) = \xi \sum_{k=1}^K s(t - \tau_{l1} - \delta\tau_l^r - \delta\tau_k^t) e^{-j2\pi f_c (\delta\tau_k^t + \delta\tau_l^r) - j(\varphi_k^t + \varphi_l^r)} + w_l(t), \quad (22)$$

式中, 发射时延差估计误差 $\delta\tau_k^t = \Delta\tau_k^t - \Delta\hat{\tau}_k^t$, 接收时延差估计误差 $\delta\tau_l^r = \Delta\tau_l^r - \Delta\hat{\tau}_l^r$. 显然 $\delta\tau_1^t = \delta\tau_1^r = 0$. L 个天线接收回波之和为

$$R(t) = \xi \sum_{l=1}^L \sum_{k=1}^K e^{-j(\Delta\varphi_l^r + \Delta\varphi_k^t)} s(t - \tau_{11} - \delta\tau_l^r - \delta\tau_k^t) e^{-j2\pi f_c(\delta\tau_k^t + \delta\tau_l^r)} + \sum_{l=1}^L w_l(t). \quad (23)$$

为给出直观有用结论, 假设收发时延差估计误差服从独立同高斯分布: $\delta\tau_l^r \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{\Delta\tau^r}^2)$, $\delta\tau_k^t \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{\Delta\tau^t}^2)$, 其中 $\sigma_{\Delta\tau^r}^2$ 和 $\sigma_{\Delta\tau^t}^2$ 的下界分别为其对应的 HCRB.

3.2 oSNRg 的解析式

选择大时宽带宽积的线性调频信号作为发射信号, 经脉压后可表示为 $s(t) = \text{sinc}(\pi Bt)$ ($|t| \leq T_p$), 其中 B 为带宽, T_p 为脉冲宽度. 无噪 $R(t)$ 的峰值平均功率 P^{co} 可表示为

$$\begin{aligned} P^{\text{co}} &= \mathbb{E}[|R(\tau_{11})|^2] \\ &= |\xi|^2 \sum_{l=1}^L \sum_{l'=1}^L \sum_{k=1}^K \sum_{k'=1}^K \left\{ \mathbb{E} \left(e^{j(\Delta\varphi_{l'}^r - \Delta\varphi_l^r) + j(\Delta\varphi_k^t - \Delta\varphi_{k'}^t)} \right) \mathbb{E} \left[\begin{aligned} &s(\delta\tau_l^r + \delta\tau_k^t) s^*(\delta\tau_{l'}^r + \delta\tau_{k'}^t) \\ &\cdot e^{j2\pi f_c[(\delta\tau_{l'}^r - \delta\tau_l^r) + (\delta\tau_{k'}^t - \delta\tau_k^t)]} \end{aligned} \right] \right\}. \quad (24) \end{aligned}$$

经分步计算, P^{co} 可进一步表示为

$$\begin{aligned} P^{\text{co}} &= |\xi|^2 \\ &\left\{ \begin{aligned} &1 + (K-1)g_2(x) + (L-1)g_2(y) + (K-1)(L-1)g_2(z) + \omega^4(L-1)(L-2)(K-1)(K-2)|g_1(z)|^2 \\ &+ \omega^2(K-1)(K-2)[|g_1(x)|^2 + (L-1)f_4(x, y)] + \omega^2(L-1)(L-2)[|g_1(y)|^2 + (K-1)f_2(x, y)] \\ &+ 2\omega^2(K-1)[g_1(x) + (L-1)f_3(x, y)] + 2\omega^2(L-1)[g_1(y) + (K-1)f_1(x, y)] \\ &+ 2\omega^4(L-1)(K-1)[g_1(z) + g_1(x)g_1(y) + (K-2)g_1(x)g_1(z) + (L-2)g_1(y)g_1(z)] \end{aligned} \right\} \\ &\triangleq |\xi|^2 P, \quad (25) \end{aligned}$$

式中, $\omega = e^{-1/2\sigma_{\Delta\varphi}^2}$; $x = \pi^2\sigma_{\Delta\tau^t}^2$, $y = \pi^2\sigma_{\Delta\tau^r}^2$, $z = x + y$; $g_1(x) = \mathbb{E}[s(\delta\tau_2^t) \cos(2\pi f_c \delta\tau_2^t)]$, $g_1(y) = \mathbb{E}[s(\delta\tau_2^r) \cos(2\pi f_c \delta\tau_2^r)]$, $g_1(z) = \mathbb{E}[s(\delta\tau_2^r + \delta\tau_2^t) \cos(\delta\tau_2^r + \delta\tau_2^t)]$; $g_2(x) = \mathbb{E}[|s(\delta\tau_2^t)|^2]$, $g_2(y) = \mathbb{E}[|s(\delta\tau_2^r)|^2]$, $g_2(z) = \mathbb{E}[|s(\delta\tau_2^r + \delta\tau_2^t)|^2]$; $f_1(x, y) = \mathbb{E}[s(\delta\tau_2^t)s(\delta\tau_2^r + \delta\tau_2^t) \cos(2\pi f_c \delta\tau_2^r)]$, $f_2(x, y) = \mathbb{E}[s(\delta\tau_2^r + \delta\tau_2^t)s(\delta\tau_3^r + \delta\tau_2^t) \cos(\delta\tau_2^r - \delta\tau_3^r)]$, $f_3(x, y) = \mathbb{E}[s(\delta\tau_2^r)s(\delta\tau_2^r + \delta\tau_2^t) \cos(2\pi f_c \delta\tau_2^t)]$, $f_4(x, y) = \mathbb{E}[s(\delta\tau_2^r + \delta\tau_2^t)s(\delta\tau_2^r + \delta\tau_3^t) \cos(\delta\tau_2^t - \delta\tau_3^t)]$. 需要指出的是, $g_i(0) = 1$, $g_i(\infty) = 0$ ($i = 1, 2$), $f_j(0, 0) = 1$, $f_j(\infty, \infty) = 0$ ($j = 1, \dots, 4$).

输出峰值信噪比为 $\text{SNR}_{\text{ad}} = P^{\text{co}}/(L\sigma_w^2)$, 从而 oSNRg 可表示为

$$\text{SNR}_{\text{gain}}^{\text{co}} = \text{SNR}_{\text{ad}}/\text{SNR}_{\text{in}} = P/L. \quad (26)$$

将 $\sigma_{\Delta\tau^r}^2$ 和 $\sigma_{\Delta\tau^t}^2$ 的下界代入式 (26), 则获得 $\text{SNR}_{\text{gain}}^{\text{co}}$ 的上界. 下文若无特别说明, $\text{SNR}_{\text{gain}}^{\text{co}}$ 均指其上界. 由式 (26) 可得以下结论:

(1) $\sigma_{\Delta\varphi}^2$ 对 $\text{SNR}_{\text{gain}}^{\text{co}}$ 的影响体现在两方面: 通过 ω 直接影响 $\text{SNR}_{\text{gain}}^{\text{co}}$; $\sigma_{\Delta\varphi}^2$ 影响时延差估计精度, 从而间接影响 $\text{SNR}_{\text{gain}}^{\text{co}}$.

(2) 当 $\sigma_{\Delta\tau^t}^2 \rightarrow 0, \sigma_{\Delta\tau^r}^2 \rightarrow 0$ 时,

$$\lim_{\sigma_{\Delta\tau^t}^2 \rightarrow 0, \sigma_{\Delta\tau^r}^2 \rightarrow 0} (\text{SNR}_{\text{gain}}^{\text{co}}) = K[1 + \omega^2(L + K - 2) + \omega^4(L - 1)(K - 1)] \triangleq \text{SNR}_{\text{gain}}^{\Delta\varphi}, \quad (27)$$

$\text{SNR}_{\text{gain}}^{\Delta\varphi}$ 是 $\sigma_{\Delta\varphi}^2$ 的函数, 称作最佳 oSNRg. 当天线配置一定时, 最佳 oSNRg 是由 $\sigma_{\Delta\varphi}^2$ 决定.

(3) 当 $\sigma_{\Delta\varphi}^2 \rightarrow 0$ 时,

$$\lim_{\sigma_{\Delta\varphi}^2 \rightarrow 0} (\text{SNR}_{\text{gain}}^{\Delta\varphi}) = K^2 L \triangleq \text{SNR}_{\text{gain}}^{\text{ideal}}, \quad (28)$$

称 $\text{SNR}_{\text{gain}}^{\text{ideal}}$ 为理想 oSNRg. 显然, $\text{SNR}_{\text{gain}}^{\text{ideal}}$ 只与天线配置有关.

(4) 当 $\sigma_{\Delta\tau^t}^2 \rightarrow \infty, \sigma_{\Delta\tau^r}^2 \rightarrow \infty$ 时,

$$\lim_{\sigma_{\Delta\tau^t}^2 \rightarrow \infty, \sigma_{\Delta\tau^r}^2 \rightarrow \infty} (\text{SNR}_{\text{gain}}^{\text{co}}) = 1/L \triangleq \text{SNR}_{\text{gain}}^{\text{worst}}, \quad (29)$$

称 $\text{SNR}_{\text{gain}}^{\text{worst}}$ 为最低 oSNRg. 值得指出得是, $\text{SNR}_{\text{gain}}^{\text{worst}}$ 与 $\sigma_{\Delta\varphi}^2$ 无关.

基于结论 (2), 获得天线配置准则: 若天线总数 $Z (Z = K + L)$ 一定, 欲使 $\text{SNR}_{\text{gain}}^{\Delta\varphi}$ 达到最大, 则发射天线数应满足

$$K = \frac{Z}{3} + \sqrt{\left(\frac{Z}{3}\right)^2 + \frac{a}{3}} \triangleq K^{\text{max}}, \quad (30)$$

式中 $a = 1 - Z + (Z - 2)/\omega^2 + 1/\omega^4$. 显然 K^{max} 是关于 $\sigma_{\Delta\varphi}^2$ 的函数, 且

$$\begin{cases} \lim_{\sigma_{\Delta\varphi}^2 \rightarrow 0} K^{\text{max}} = 2Z/3, \\ \lim_{\sigma_{\Delta\varphi}^2 \rightarrow \infty} K^{\text{max}} = Z - 1. \end{cases} \quad (31)$$

3.3 oSNRg 的数值解

$g_1(x)$ 和 $g_2(x)$ 的泰勒展开式可分别表示为

$$g_1(x) = E(s(\delta\tau_2^t) \cos(2\pi f_c \delta\tau_2^t)) = E\left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} (\pi B \delta\tau_2^t)^{2n} \sum_{n'=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n'}}{(2n')!} (2\pi f_c \delta\tau_2^t)^{2n'}\right), \quad (32)$$

$$g_2(x) = E(|s(\delta\tau_2^t)|^2) = E\left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} (\pi B \delta\tau_2^t)^{2n} \sum_{n'=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n'}}{(2n'+1)!} (\pi B \delta\tau_2^t)^{2n'}\right), \quad (33)$$

式 (32) 和 (33) 利用了高斯随机变量奇阶矩为零的性质. 当 x 较小时, $g_1(x)$ 或 $g_2(x)$ 可用低阶泰勒展开式近似表示, 否则基于 Monte Carlo 仿真, 利用一元高阶多项式拟合近似表示. 具体地,

$$g_1(x) = \begin{cases} \mathbf{Q}_{11} \mathbf{A}(x, 2), & 0 \leq x \leq \varepsilon_g, \\ \text{polyval}(\mathbf{Q}_{12}, x), & \varepsilon_g < x \leq \gamma_g, \end{cases} \quad (34)$$

$$g_2(x) = \begin{cases} \mathbf{Q}_{21} \mathbf{A}(x, 2), & 0 \leq x \leq \varepsilon_g, \\ \text{polyval}(\mathbf{Q}_{22}, x), & \varepsilon_g < x \leq \gamma_g, \end{cases} \quad (35)$$

式中, ε_g 和 γ_g 分别为拟合区间的下界和上界, 实验中分别取 3×10^{-21} 和 3×10^{-13} . $\mathbf{A}(x, N) = [1, x^1, \dots, x^N]^T$. $\mathbf{Q}_{11}$ 和 $\mathbf{Q}_{21}$ 由低阶泰勒展开式获得. $\mathbf{Q}_{12}$ 和 $\mathbf{Q}_{22}$ 为高阶 (实验中取 16 阶) 多项式拟合系数向量, 由 Monte Carlo 实验获得. 同理, $g_i(y)$ 和 $g_i(z)$ 也可类似表示.

与 $g_i(x)$ 不同, $f_j(x, y)$ 是关于 x 和 y 的二维函数. 注意到 $f_3(x, y) = f_1(y, x)$, $f_4(x, y) = f_2(y, x)$, 因此只需求出 $f_1(x, y)$ 和 $f_2(x, y)$ 的表达式即可. 当 x 和 y 均足够小时, $f_1(x, y)$ 或 $f_2(x, y)$ 可用低阶泰勒展开式近似表示, 否则基于 Monte Carlo 仿真, 利用二元高阶多项式分段拟合近似表示. 具体地,

$$f_j(x, y) = \begin{cases} \mathbf{A}(x, 2)^T \mathbf{D}_{j1} \mathbf{A}(y, 2), & 0 < x, y \leq \varepsilon_f, \\ \mathbf{A}(x, 5)^T \mathbf{D}_{j2} \mathbf{A}(y, 5), & \varepsilon_f < x, y \leq \eta_f, \\ \mathbf{A}(x, 5)^T \mathbf{D}_{j3} \mathbf{A}(y, 5), & \eta_f < x, y \leq \gamma_f, \\ \mathbf{A}(x, 5)^T \mathbf{D}_{j4} \mathbf{A}(y, 5), & 0 < x \leq \eta_f, \eta_f < y \leq \gamma_f, \\ \mathbf{A}(x, 5)^T \mathbf{D}_{j5} \mathbf{A}(y, 5), & 0 < y \leq \eta_f, \eta_f < x \leq \gamma_f, \\ \mathbf{A}(x, 3)^T \mathbf{D}_{j6} \mathbf{A}(y, 5), & 0 < x \leq \varepsilon_f, \varepsilon_f < y \leq \eta_f, \\ \mathbf{A}(x, 5)^T \mathbf{D}_{j7} \mathbf{A}(y, 3), & 0 < y \leq \varepsilon_f, \varepsilon_f < x \leq \eta_f, \end{cases} \quad j = 1, 2, \quad (36)$$

式中, ε_f , η_f 和 γ_f 分别为拟合区间的下界、分段点和上界, 实验中分别取 3×10^{-21} , 1.5×10^{-14} 和 3×10^{-13} . 拟合系数矩阵 $\mathbf{D}_{11}$ 和 $\mathbf{D}_{21}$ 由低阶泰勒展开式获得, $\mathbf{D}_{j2} \sim \mathbf{D}_{j7}$ 以及最高阶数 N 均由 Monte Carlo 实验获得.

需要指出的是, $g_i(x)$ 或 $f_j(x, y)$ 还是关于 B 和 f_c 的函数, 式 (34)~(36) 中具体参数选择是基于 $f_c = 10$ MHz, $0.01f_c \leq B \leq 0.1f_c$ 获得. 若拟合区间选择过大, 则需要更多的分段才能准确拟合数据.

4 计算机仿真

实验分为两部分, 第一部分对比仿真相干和非相干处理的发射时延差估计精度, 以及系统参数对估计精度的影响 (关于接收时延差的实验结果与发射时延差的类似, 不再展示); 第二部分对比分析相干和非相干处理的 oSNRg, 以及系统参数对 oSNRg 的影响.

4.1 时延差估计精度比较

实验 1 $\text{CRB}_{\Delta\tau_k^t}^{\text{ideal}}$, $\text{CRB}_{\Delta\tau_k^t}^{\text{nc}}$ 与 $\text{HCRB}_{\Delta\tau_k^t}$ 的逼近. 参数选择 $K = 6$, $L = 3$, $f_c = 10$ MHz, $\beta = 0.01f_c$.

由图 2(a) 可知, 随着 $\sigma_{\Delta\varphi}^2$ 的减小, 不同 SNR_{in} 对应的 $\text{HCRB}_{\Delta\tau_k^t}$ 均与 $\text{CRB}_{\Delta\tau_k^t}^{\text{ideal}}$ 逼近. 由图 2(b) 可知, 随着 SNR_{in} 的增大, 不同 $\sigma_{\Delta\varphi}^2$ 对应的 $\text{HCRB}_{\Delta\tau_k^t}$ 均与 $\text{CRB}_{\Delta\tau_k^t}^{\text{nc}}$ 逼近. 仿真结果与 2.3 小节理论分析一致.

图 2(c) 展示了对数直角坐标系中, $\text{CRB}_{\Delta\tau_k^t}^{\text{ideal}}$, $\text{CRB}_{\Delta\tau_k^t}^{\text{nc}}$ 与 $\text{HCRB}_{\Delta\tau_k^t}$ 的逼近关系. 由图 2(c) 可知, 对于任意 $\sigma_{\Delta\varphi}^2 (0 < \sigma_{\Delta\varphi}^2 < \infty)$, 存在关于 SNR_{in} 的三个阈值点: $\text{SNR}_{\Delta\tau^t}^{\text{mid}}$, $\text{SNR}_{\Delta\tau^t}^{\text{low}}$ 和 $\text{SNR}_{\Delta\tau^t}^{\text{up}}$. 当 $\text{SNR}_{\text{in}} \leq \text{SNR}_{\Delta\tau^t}^{\text{low}}$ 或 $\text{SNR}_{\text{in}} > \text{SNR}_{\Delta\tau^t}^{\text{up}}$ 时, SNR_{in} 对 $\text{HCRB}_{\Delta\tau_k^t}$ 的影响起主导作用; 当 $\text{SNR}_{\Delta\tau^t}^{\text{low}} < \text{SNR}_{\text{in}} \leq \text{SNR}_{\Delta\tau^t}^{\text{up}}$ 时, $\sigma_{\Delta\varphi}^2$ 对 $\text{HCRB}_{\Delta\tau_k^t}$ 的影响起主导作用. SNR_{in} 阈值点的意义在于: 当天线配置、信号载频和有效带宽一定时, 根据 $\sigma_{\Delta\varphi}^2$ 可计算出对应的 $\text{SNR}_{\Delta\tau^t}^{\text{low}}$ 和 $\text{SNR}_{\Delta\tau^t}^{\text{up}}$. 若 $\text{SNR}_{\text{in}} > \text{SNR}_{\Delta\tau^t}^{\text{up}}$, 则相干处理和非相干处理获得的时延差估计性能接近, 但从系统复杂度角度, 非相干处理因无需相位同

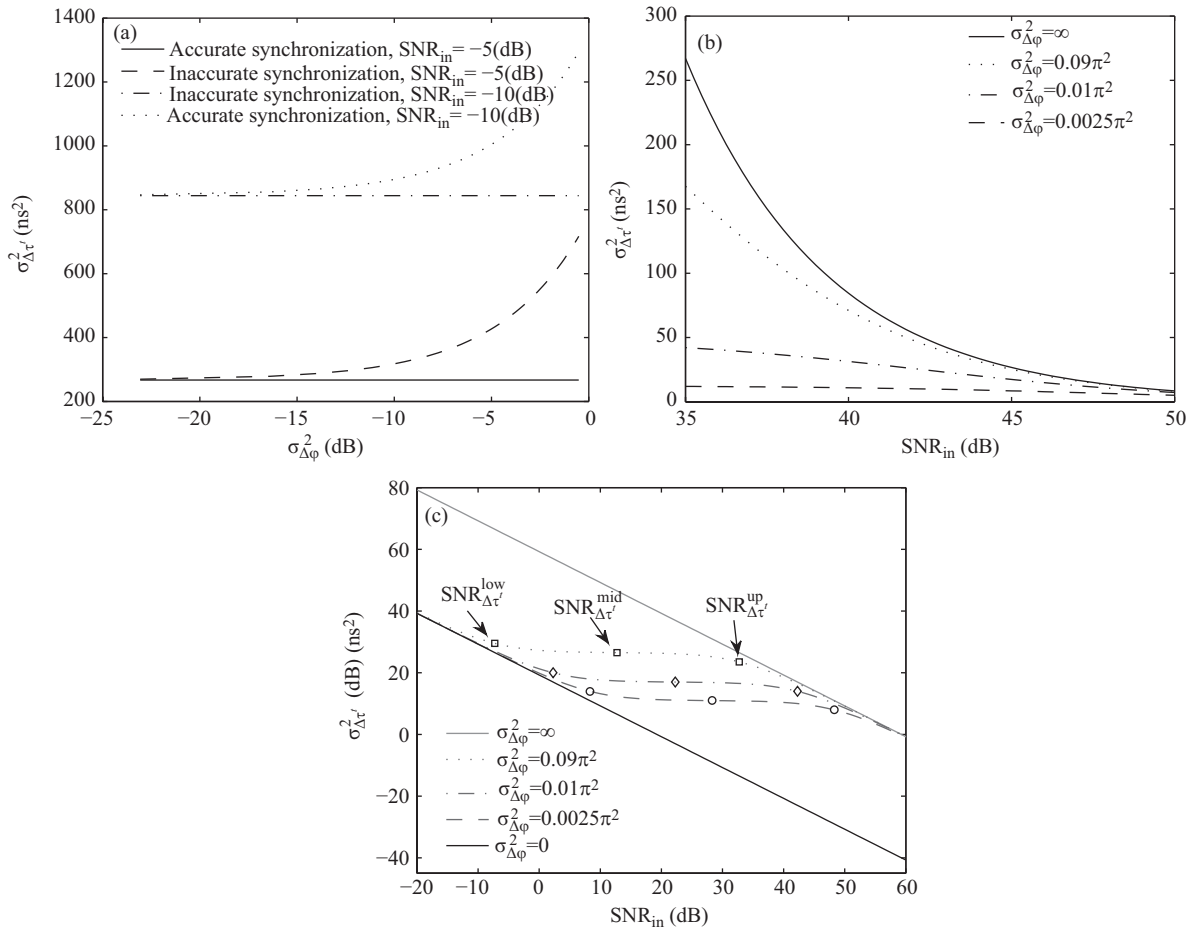


图 2 $\text{CRB}_{\Delta\tau_k^t}^{\text{ideal}}$, $\text{CRB}_{\Delta\tau_k^t}^{\text{nc}}$ 与 $\text{HCRB}_{\Delta\tau_k^t}$ 的逼近

Figure 2 The approximation among $\text{CRB}_{\Delta\tau_k^t}^{\text{ideal}}$, $\text{CRB}_{\Delta\tau_k^t}^{\text{nc}}$ and $\text{HCRB}_{\Delta\tau_k^t}$. (a) $\sigma_{\Delta\phi}^2 \rightarrow 0$; (b) $\text{SNR}_{\text{in}} \rightarrow \infty$; (c) the approximation in logarithm coordinate

步系统, 显然更适用; 当 $\text{SNR}_{\text{in}} \leq \text{SNR}_{\Delta\tau_k^t}^{\text{low}}$ 时, 较非相干处理, 相干处理能够获得对时延差估计性能的最大限度提高.

实验 2 系统参数对 $\text{CRB}_{\Delta\tau_k^t}^{\text{ideal}}$, $\text{CRB}_{\Delta\tau_k^t}^{\text{nc}}$ 与 $\text{HCRB}_{\Delta\tau_k^t}$ 的影响. 选择 $f_c = 10$ MHz, $\sigma_{\Delta\phi}^2 = 0.01\pi^2$.

图 3 展示了 β/f_c 对发射时延差估计精度的影响. 其中 $K = 6$, $L = 3$, $\beta = [0.05, 0.2]f_c$. 由图 3 可知, 由于 $\beta^2 \ll f_c^2$, 因此 β/f_c 变化对 $\text{CRB}_{\Delta\tau_k^t}^{\text{ideal}}$ 的影响不明显; 而由于 $\text{CRB}_{\Delta\tau_k^t}^{\text{nc}}$ 只与 β 有关, 因此 β/f_c 变化对 $\text{CRB}_{\Delta\tau_k^t}^{\text{nc}}$ 影响显著, 且对于同一 SNR_{in} , $\text{CRB}_{\Delta\tau_k^t}^{\text{nc}}$ 随 β 的增大而降低. 对于 $\text{HCRB}_{\Delta\tau_k^t}$, 随 β/f_c 增大, $\text{SNR}_{\Delta\tau_k^t}^{\text{up}}$ 显著降低, 而 $\text{SNR}_{\Delta\tau_k^t}^{\text{low}}$ 变化不明显.

图 4 展示了 L 对发射时延差估计精度的影响. 其中 $L = [1, 6]$, $\beta = 0.01f_c$. 由图 4 可知, 对于同一 SNR_{in} , $\text{HCRB}_{\Delta\tau_k^t}$, $\text{CRB}_{\Delta\tau_k^t}^{\text{ideal}}$ 和 $\text{CRB}_{\Delta\tau_k^t}^{\text{nc}}$ 均随 L 增大而减小. 对于 $\text{HCRB}_{\Delta\tau_k^t}$, $\text{SNR}_{\Delta\tau_k^t}^{\text{up}}$ 或 $\text{SNR}_{\Delta\tau_k^t}^{\text{low}}$ 随 L 增大而显著降低.

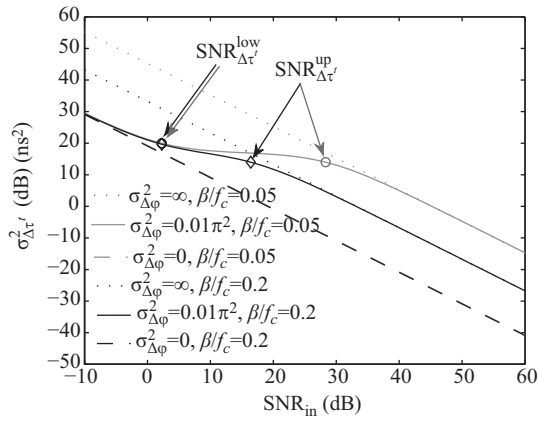

 图 3 β/f_c 对 $\text{HCRB}_{\Delta\tau_k^t}$ 的影响

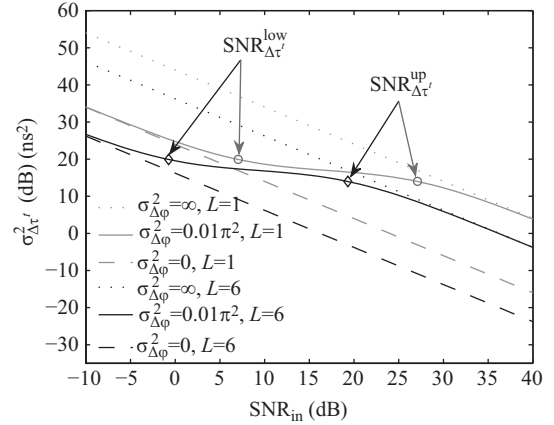
 Figure 3 The influence of β/f_c on $\text{HCRB}_{\Delta\tau_k^t}$

 图 4 L 对 $\text{HCRB}_{\Delta\tau_k^t}$ 的影响

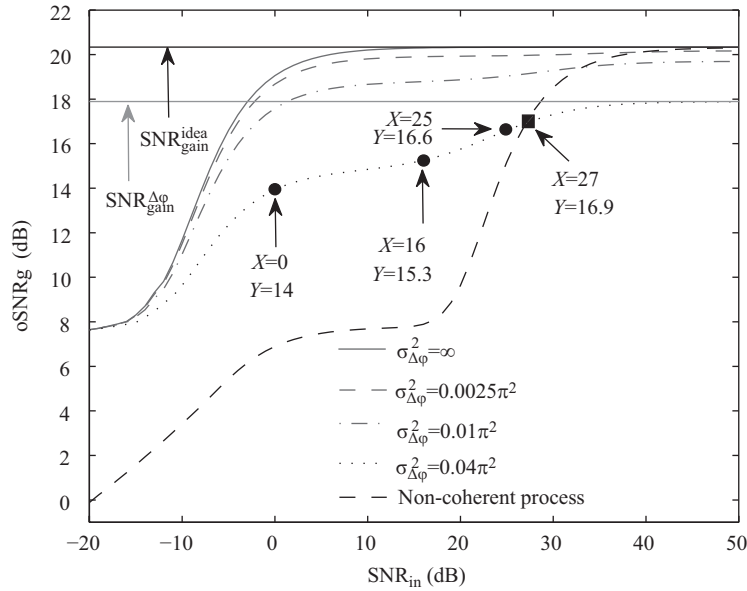
 Figure 4 The influence of L on $\text{HCRB}_{\Delta\tau_k^t}$

 图 5 $\sigma_{\Delta\varphi}^2$ 对 $\text{SNR}_{\text{gain}}^{\text{co}}$ 的影响

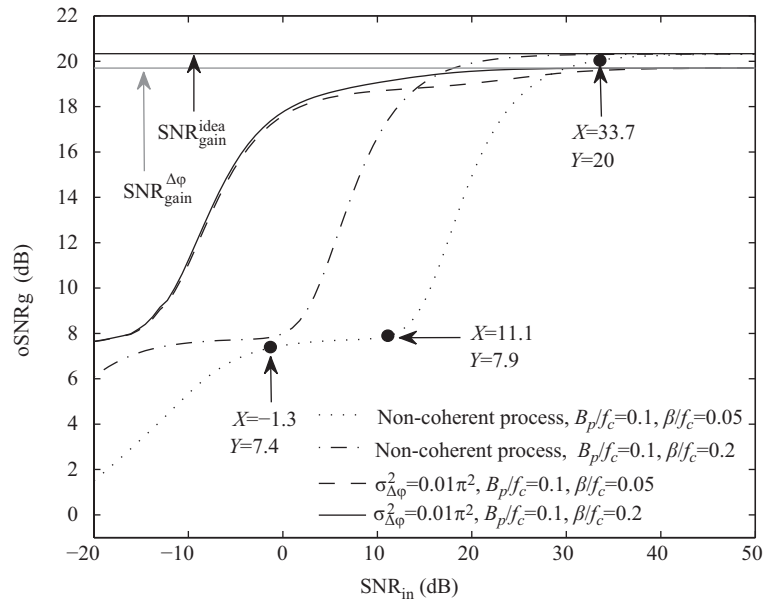
 Figure 5 The influence of $\sigma_{\Delta\varphi}^2$ on $\text{SNR}_{\text{gain}}^{\text{co}}$

4.2 oSNRg 比较

实验 3 σ_{φ}^2 对 $\text{SNR}_{\text{gain}}^{\text{co}}$ 的影响. 参数选择: $\sigma_{\Delta\varphi}^2 = [0, 0.0025, 0.01, 0.04]\pi^2$, $f_c = 10$ MHz, $B = 0.1f_c$, $\beta^2 = B^2/12$, $K = 6$, $L = 3$, $\text{SNR}_{\text{in}} = -20 \sim 50$ dB. 当 $L = 1$ (或 $K = 1$), $\text{SNR}_{\text{in}} = -20$ dB 时, $\max(x, y, z) < 3 \times 10^5$ (ns²), 因此参数选择满足 3.3 小节的拟合区间要求.

图 5 对比展示了非相干处理与相干处理获得的 oSNRg 曲线. 由图 5 可知:

(1) 以 $\sigma_{\Delta\varphi}^2 = 0.04\pi^2$ 为例, 随 SNR_{in} 增大, $\text{SNR}_{\text{gain}}^{\text{co}}$ 明显分为 4 个阶段: 当 $\text{SNR}_{\text{in}} < 0$ dB 时, $\text{SNR}_{\text{gain}}^{\text{co}}$ 迅速增加, 即 SNR_{in} 对 $\text{SNR}_{\text{gain}}^{\text{co}}$ 的影响起主导作用; 当 $0 < \text{SNR}_{\text{in}} < 16$ dB 时, $\text{SNR}_{\text{gain}}^{\text{co}}$ 缓慢增

图 6 β/f_c 对 oSNRg 的影响Figure 6 The influence of β/f_c on oSNRg

加, 即 $\sigma_{\Delta\varphi}^2$ 对 $\text{SNR}_{\text{gain}}^{\text{co}}$ 的影响起主导作用; 当 $16 \text{ dB} < \text{SNR}_{\text{in}} < 25 \text{ dB}$ 时, $\text{SNR}_{\text{gain}}^{\text{co}}$ 显著增加, 即 SNR_{in} 对 $\text{SNR}_{\text{gain}}^{\text{co}}$ 的影响起主导作用; 当 $\text{SNR}_{\text{in}} > 25 \text{ dB}$ 时, $\text{SNR}_{\text{gain}}^{\text{co}}$ 趋于饱和, 逼近 $\text{SNR}_{\text{gain}}^{\Delta\varphi}$. 显然, $\text{SNR}_{\text{gain}}^{\text{co}}$ 的前 3 个阶段与时延差估计 HCRB 关于 SNR_{in} 的 3 种趋势 (如图 2(c) 所示) 相对应, 第 4 个阶段与式 (27) 所得结论一致.

(2) 对于同一 SNR_{in} , $\text{SNR}_{\text{gain}}^{\text{co}}$ 随 $\sigma_{\Delta\varphi}^2$ 增大而降低, 且对应的 $\text{SNR}_{\text{gain}}^{\Delta\varphi}$ 也随之降低. 当 $\sigma_{\Delta\varphi}^2 = 0$ 时, $\text{SNR}_{\text{gain}}^{\Delta\varphi} = \text{SNR}_{\text{gain}}^{\text{ideal}} \approx 20.5 \text{ dB}$, 这与式 (28) 所得结论一致.

(3) 在 SNR_{in} 较高时, 非相干处理能够获得更高的 oSNRg , 且逼近 $\text{SNR}_{\text{gain}}^{\text{ideal}}$. 这是由于此阶段的时延差和相位差估计精度均足够高.

(4) 在 SNR_{in} 较低时, 若 $\sigma_{\Delta\varphi}^2$ 足够低, 则相干处理能够获得更高的 oSNRg . 这是由于此阶段, 相干处理的时延差估计精度较非相干处理高, 从而间接改善 oSNRg ; 此外, 较低的 $\sigma_{\Delta\varphi}^2$ 能够直接改善 oSNRg . 显然, 高精度的相位同步系统对相干处理性能至关重要.

(5) 以 $\sigma_{\Delta\varphi}^2 = 0.04\pi^2$ 为例, 从追求高 oSNRg 角度, 当输入信噪比较低 ($\text{SNR}_{\text{in}} < 27 \text{ dB}$) 时, 选择相干处理方式更合理; 当输入信噪比较高 ($\text{SNR}_{\text{in}} > 27 \text{ dB}$) 时, 选择非相干处理方式更合理.

实验 4 β/f_c 或 B/f_c 对 oSNRg 的影响. 参数选择 $f_c = 10 \text{ MHz}$, $K = 6$, $L = 3$, $\sigma_{\Delta\varphi}^2 = 0.01\pi^2$.

图 6 展示 β/f_c 对 oSNRg 的影响. 其中 $\beta = [0.05, 0.2]f_c$, $B = 0.1f_c$, $\text{SNR}_{\text{in}} = -20 \sim 50 \text{ dB}$. 由图 6 可知:

(1) 由于 β 越大, 相干参数估计精度越高, 因此随 β/f_c 增大, 同一 SNR_{in} 对应的 $\text{SNR}_{\text{gain}}^{\text{co}}$ (或 $\text{SNR}_{\text{gain}}^{\text{nc}}$) 增大, $\text{SNR}_{\text{gain}}^{\text{co}}$ (或 $\text{SNR}_{\text{gain}}^{\text{nc}}$) 达到 $\text{SNR}_{\text{gain}}^{\Delta\varphi}$ (或 $\text{SNR}_{\text{gain}}^{\text{ideal}}$) 所需 SNR_{in} 降低.

(2) 不同 β/f_c 对应的 $\text{SNR}_{\text{gain}}^{\Delta\varphi}$ (或 $\text{SNR}_{\text{gain}}^{\text{ideal}}$) 一致, 这表明 $\text{SNR}_{\text{gain}}^{\Delta\varphi}$ (或 $\text{SNR}_{\text{gain}}^{\text{ideal}}$) 与 β/f_c 无关.

(3) 较 $\text{SNR}_{\text{gain}}^{\text{co}}$, $\text{SNR}_{\text{gain}}^{\text{nc}}$ 受 β/f_c 影响更显著. 这是由于在相干处理中 β/f_c 只影响时延差估计, 而在非相干处理中, β/f_c 同时影响时延差和相位差估计.

(4) 以 $\beta/f_c = 0.05$ 为例, 当 $\text{SNR}_{\text{in}} < -1.3 \text{ dB}$ 时, $\text{SNR}_{\text{gain}}^{\text{nc}}$ 迅速增加. 这是由于时延差估计精度

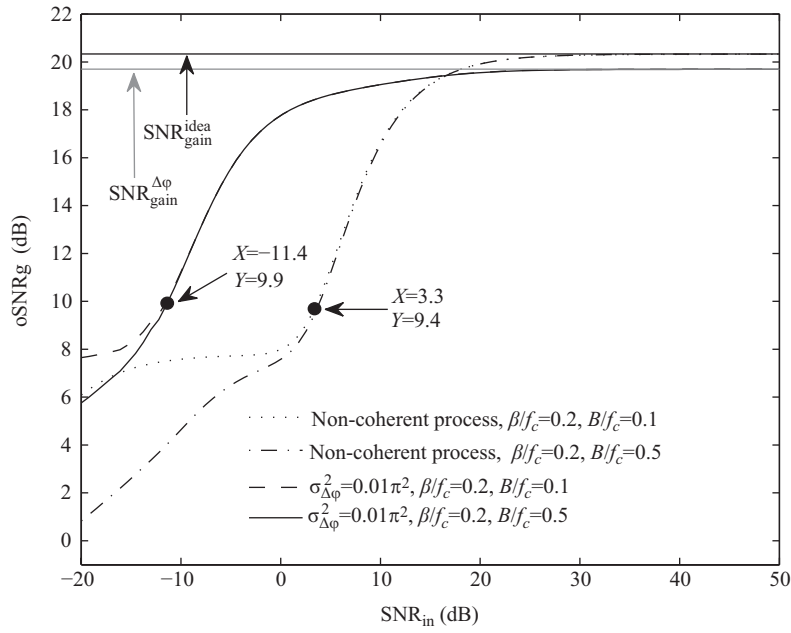

 图 7 B/f_c 对 oSNR_g 的影响

 Figure 7 The influence of B/f_c on oSNR_g

对 $\text{SNR}_{\text{gain}}^{\text{nc}}$ 的影响起主导作用. 当 $-1.3 \text{ dB} < \text{SNR}_{\text{in}} < 33.7 \text{ dB}$ 时, 相位差估计精度对 $\text{SNR}_{\text{gain}}^{\text{nc}}$ 的影响起主导作用, 且在 $-1.3 \text{ dB} < \text{SNR}_{\text{in}} < 11.1 \text{ dB}$ 时, 相位差估计精度较低, 因此 $\text{SNR}_{\text{gain}}^{\text{nc}}$ 增加缓慢; 而在 $11.1 \text{ dB} < \text{SNR}_{\text{in}} < 33.7 \text{ dB}$ 时, 相位差估计精度显著提高, 因此 $\text{SNR}_{\text{gain}}^{\text{nc}}$ 迅速增加. 当 $\text{SNR}_{\text{in}} > 33.7 \text{ dB}$ 时, 时延差和相位差估计精度均足够高, 因此 $\text{SNR}_{\text{gain}}^{\text{nc}}$ 趋于饱和, 逼近 $\text{SNR}_{\text{gain}}^{\text{ideal}}$.

图 7 展示 B/f_c 对 oSNR_g 的影响. 其中 $B = [0.1, 0.5]f_c$, $\beta = 0.2f_c$, $\text{SNR}_{\text{in}} = -20 \sim 50 \text{ dB}$. 由图 7 可知:

(1) 当 SNR_{in} 较低 (约不小于 16 dB) 时, 对于同一 B/f_c 和 SNR_{in} , 相干处理较非相干处理能够获得更高的 oSNR_g .

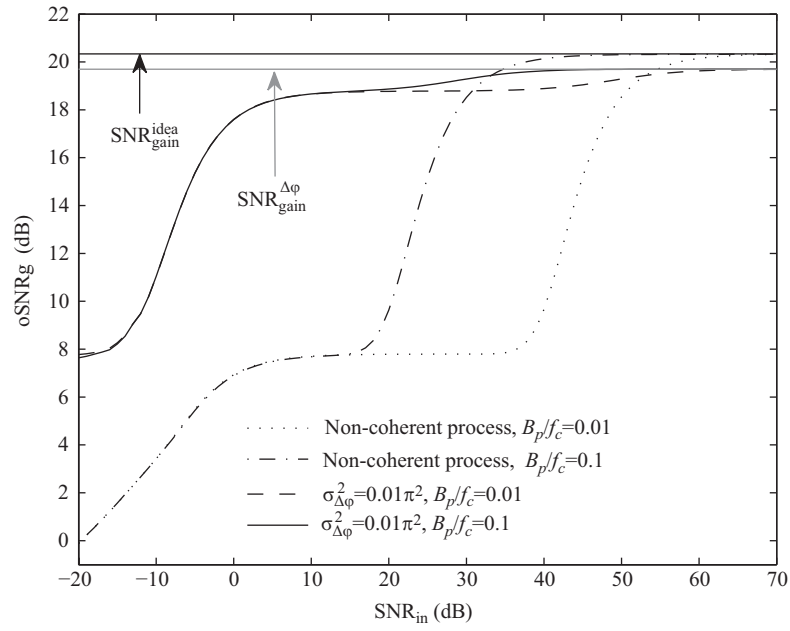
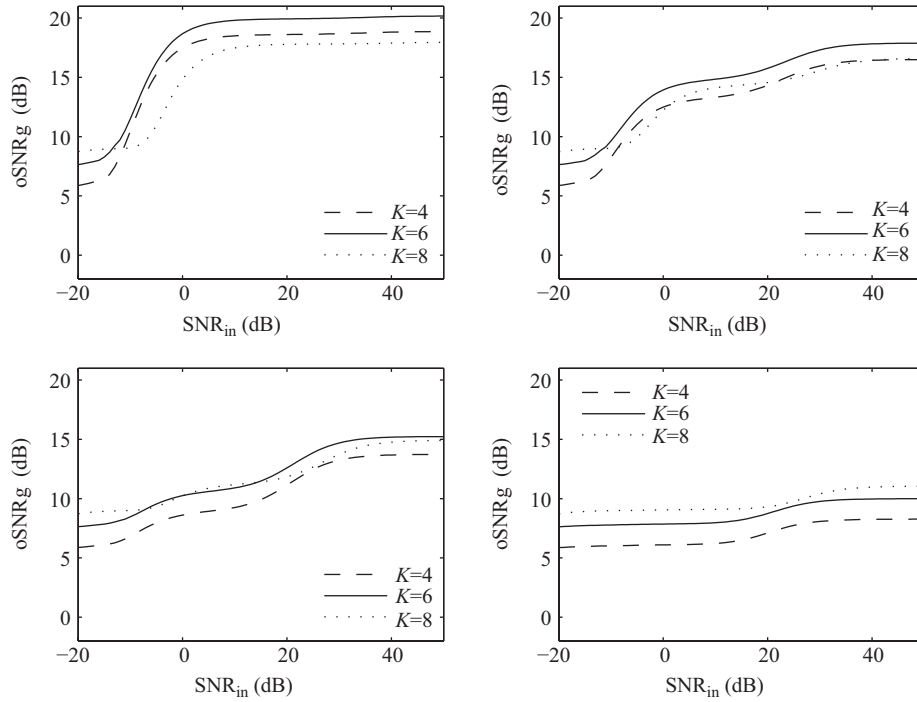
(2) 在低 SNR_{in} 区域, B/f_c 越大, 对应的 $\text{SNR}_{\text{gain}}^{\text{co}}$ (或 $\text{SNR}_{\text{gain}}^{\text{nc}}$) 越低. 这是由于回波经脉压后满足辛格函数形式, B 越大, 主瓣越窄.

图 8 展示了 β/f_c 和 B/f_c 联合对 oSNR_g 的影响. 其中 $B = [0.01, 0.1]f_c$, $\beta^2 = B^2/12$, $\text{SNR}_{\text{in}} = -20 \sim 70 \text{ dB}$. 由图 8 可知, 其结论与图 6 类似, 不再赘述.

实验 5 天线配置对 $\text{SNR}_{\text{gain}}^{\text{co}}$ 的影响. 参数选择 $f_c = 10 \text{ MHz}$, $B = 0.1f_c$, $\beta^2 = B^2/12$, $Z = 9$, $K = [4, 6, 8]$, 对应 $L = [5, 3, 1]$, $\text{SNR}_{\text{in}} = -20 \sim 50 \text{ dB}$, 图 9 中 (a), (b), (c) 和 (d) 对应的 $\sigma_{\Delta\phi}^2$ 分别取 $0.0025\pi^2$, $0.04\pi^2$, $0.09\pi^2$ 和 $0.25\pi^2$. 由图 9 可知:

(1) 在低 SNR_{in} 区域, 由于时延差估计精度过低, $K = Z - 1$ 对应的 $\text{SNR}_{\text{gain}}^{\text{co}}$ 最高, 且与 $\sigma_{\Delta\phi}^2$ 无关.

(2) 在高 SNR_{in} 区域, 当 $\sigma_{\Delta\phi}^2$ 较小时 (如图 9(a), (b) 和 (c) 所示), $K = 2L$ 对应的 $\text{SNR}_{\text{gain}}^{\Delta\phi}$ 最高; 当 $\sigma_{\Delta\phi}^2$ 较大时 (如图 9(d) 所示), $K = Z - 1$ 对应的 $\text{SNR}_{\text{gain}}^{\Delta\phi}$ 最高. 实验结果与式 (29) 和 (31) 所得结论一致.

图 8 β/f_c 和 B/f_c 联合对 oSNR_g 的影响Figure 8 The combined influence of β/f_c and B/f_c on oSNR_g 图 9 天线配置对 $\text{SNR}_{gain}^{\text{co}}$ 的影响Figure 9 The influence of antenna configuration on $\text{SNR}_{gain}^{\text{co}}$

5 总结

针对非相干处理在输入信噪比过低时相参性能差的不足, 本文基于系统相位同步构建了分布式全相参雷达的相干处理信号模型, 分析了时延差估计和相参性能对同步误差的敏感性. 时延差估计、相参性能以及收发天线配置均受到相位同步误差和输入信噪比的双重影响.

时延差估计: 在信噪比较低时, 相干处理较非相干处理能够获得更高的估计精度; 而在信噪比较高时, 两者的估计精度接近.

相参性能: 对于相干和非相干处理, 在信噪比较低时, 若同步精度足够高, 则前者较后者能够获得更高的 oSNR_g ; 而在信噪比较高时, 后者的 oSNR_g 较前者更高, 且随同步精度降低, 两者的 oSNR_g 差距增大.

天线配置: 在收发天线总数一定时, 为追求高 oSNR_g , 当信噪比较低时, 采用单天线接收; 当信噪比较高时, 若同步精度足够高, 则选择发射天线数等于接收天线数的两倍, 否则采用单天线接收.

时间和相位同步精度对相干处理性能至关重要. 对于短基线分布式全相参雷达 (单元雷达部署在同一阵地), 可基于有线传输设计高精度的时间和相位同步系统. 但是基于有线传输的同步系统不再适用于长基线、空基或海基分布式全相参雷达, 因此设计基于无线传输的高精度的相位同步系统将成为下一步研究重点.

参考文献

- 1 Ahlgren G W. Next Generation Radar Concept Definition Team Final Report. Lexington: MIT Lincoln Laboratory, 2003
- 2 Cuomo K M, Coutts S D, McHarg J C, et al. Wideband Aperture Coherence Processing for Next Generation Radar (NexGen). Lexington: MIT Lincoln Laboratory, 2004. 11–16
- 3 Coutts S D, Cuomo K M, McHarg J C, et al. Distributed coherent aperture measurements for next generation BMD radar. In: Proceedings of 4th IEEE Workshop on Sensor Array and Multichannel Processing, Waltham, 2006. 390–393
- 4 Brookner E. Phased-array and radar astounding breakthroughs an update. In: Proceedings of IEEE Radar Conference, Boston, 2007. 37–42
- 5 Fletcher A, Robey F. Performance bounds for adaptive coherence of sparse array radar. In: Proceedings of 11th Conference on Adaptive Sensors Array Processing, Lexington, 2003. 290–293
- 6 Gao H W, Cao Z, Wen S L, et al. Study on distributed aperture coherence synthesizing radar with several experiment results. In: Proceedings of IEEE Radar Conference, Xi'an, 2011. 84–86
- 7 Zeng T, Yin P L, Yang X P, et al. Time and phase synchronization for distributed aperture coherent radar. J Radar 2013, 2: 105–110 [曾涛, 殷丕磊, 杨小鹏, 等. 分布式全相参雷达系统时间与相位同步方案研究. 雷达学报, 2013, 2: 105–110]
- 8 Yin P L, Yang X P, Zeng T. Tracking technology of phase difference for distributed aperture radar. Signal Process, 2013, 29: 313–318 [殷丕磊, 杨小鹏, 曾涛. 分布式全相参雷达的相位差跟踪技术. 信号处理, 2013, 29: 313–318]
- 9 Sun P L, Tang J, He Q, et al. Cramer-Rao bound of parameters estimation and coherence performance for next generation radar. IET Radar Sonar Nav, 2013, 7: 553–567
- 10 Tang X W, Tang J, He Q, et al. Cramer-Rao bounds and coherence performance analysis for next generation radar with pulse trains. Sensor, 2013, 13: 5347–5367
- 11 Song J, Zhang J Y, Zheng Z D, et al. Coherent parameters estimation performance for distributed aperture coherent radar. J Electron Inform Technol, 2014, 36: 6–11 [宋靖, 张剑云, 郑志东, 等. 分布式全相参雷达相干参数估计性能. 电子与信息学报, 2014, 36: 6–11]
- 12 Godrich H, Haimovich A M, Blum R S. Target localization accuracy gain in MIMO radar-based systems. IEEE Trans Inform Theory, 2010, 56: 2783–2802
- 13 He Q, Blum R S, Godrich H, et al. Target velocity estimation and antenna placement for MIMO radar with widely separated antennas. IEEE JSTSP, 2010, 4: 79–100

- 14 He Q, Blum R S, Haimovich A M. Noncoherent MIMO radar for location and velocity estimation: more antennas mean better performance. *IEEE Trans Signal Process*, 2010, 58: 3661–3680
- 15 Wei C M, He Q, Blum R S. Cramer-Rao bound for joint location and velocity estimation in multi-target noncoherent MIMO radars. In: *Proceedings of 44th Conference on Information Science Systems*, Princeton, 2010. 1–6
- 16 He Q, Blum R S. Cramer-Rao bound for MIMO radar target localization with phase errors. *IEEE Signal Process Lett*, 2010, 17: 83–86
- 17 Godrich H, Haimovich A M. Localization performance of coherent MIMO radar systems subject to phase synchronization errors. In: *Proceeding of 4th ISCCSP*, Cyprus, 2010. 1–5
- 18 Yang Y, Blum R S. Phase synchronization for coherent MIMO radar: algorithms and their analysis. *IEEE Trans Signal Process*, 2010, 59: 5538–5557
- 19 Van Trees H L, Bell K L. *Bayesian Bounds for Parameter Estimation and Nonlinear Filtering/Tracking*. New York: Wiley Interscience, 2007
- 20 Kay S M. *Fundamentals of Statistical Signal Processing Volume I: Estimation Theory*. Englewood Cliff: Prentice Hall, 1993
- 21 Zhang X D. *Matrix Analysis and Applications*. Beijing: Tsinghua University Press, 2004

附录 A

本节给出式 (10) 的计算过程. 首先给出需要用到的引理:

引理 ^[9] 若矩阵 $\mathbf{G}_1$ 和 $\mathbf{G}_2$ 均满足形式: $\mathbf{G}_0 = (y_1 - y_2)\mathbf{I}_K + y_2\mathbf{\Omega}_K$, 其中 $y_1 \neq y_2$, 则矩阵 $\mathbf{G}_3 = \mathbf{I}_L \otimes (\mathbf{G}_1 - \mathbf{G}_2) + \mathbf{\Omega}_L \otimes \mathbf{G}_2$ 的逆可表示为 $\mathbf{G}_3^{-1} = \mathbf{I}_L \otimes (\mathbf{G}_1 - \mathbf{G}_2)^{-1} - \mathbf{\Omega}_L \otimes [\mathbf{G}_2(\mathbf{G}_1 - \mathbf{G}_2)^{-1}(\mathbf{G}_1 + (L-1)\mathbf{G}_2)^{-1}]$.

为便于表述, 定义 $K' = K + \lambda$, $L' = L + \lambda$, $f_R^2 = f_c^2/(f_c^2 + \beta^2)$. 运用矩阵求逆引理可得

$$\hat{\mathbf{\Sigma}}^{-1} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{\Sigma}}_{11} & \hat{\mathbf{\Sigma}}_{12} \\ \hat{\mathbf{\Sigma}}_{21} & \hat{\mathbf{\Sigma}}_{22} \end{bmatrix}, \quad (\text{A1})$$

$$\hat{\mathbf{\Sigma}}_{11} = \frac{1}{LK} \frac{1}{1-\mu} \begin{bmatrix} |\xi|^2 - \mu\xi_R^2 & -\mu\xi_I\xi_R \\ -\mu\xi_I\xi_R & |\xi|^2 - \mu\xi_I^2 \end{bmatrix}, \quad (\text{A2})$$

$$\hat{\mathbf{\Sigma}}_{22} = \text{diag} \left(\frac{1}{L'} \left(\mathbf{I}_K - \frac{L}{K(L-L')} \mathbf{\Omega}_K \right), \frac{1}{K'} \left(\mathbf{I}_L - \frac{K}{K(K-K')} \mathbf{\Omega}_L \right) \right), \quad (\text{A3})$$

$$\hat{\mathbf{\Sigma}}_{12} = -\frac{1}{LK} \begin{bmatrix} \frac{L\xi_I}{L-L} \mathbf{1}_{1 \times K} & \frac{K\xi_I}{K'-K} \mathbf{1}_{1 \times L} \\ \frac{L\xi_R}{L-L} \mathbf{1}_{1 \times K} & \frac{K\xi_R}{K-K} \mathbf{1}_{1 \times L} \end{bmatrix}, \quad (\text{A4})$$

$$\hat{\mathbf{\Sigma}}_{21} = -\frac{1}{LK} \begin{bmatrix} e_1\xi_I \mathbf{1}_{K \times 1} & -e_1\xi_R \mathbf{1}_{K \times 1} \\ e_2\xi_I \mathbf{1}_{L \times 1} & -e_2\xi_R \mathbf{1}_{L \times 1} \end{bmatrix}. \quad (\text{A5})$$

因此

$$\mathbf{G}\hat{\mathbf{\Sigma}}^{-1}\mathbf{G}^T = 4\pi f_c^2 \left\{ \left[\frac{1}{L'} \mathbf{\Omega}_L \otimes \mathbf{I}_K + \frac{1}{K'} \mathbf{I}_L \otimes \mathbf{\Omega}_K \right] - \nu \mathbf{\Omega}_{LK} \right\}, \quad (\text{A6})$$

$$\mathbf{R}_r - \mathbf{G}\hat{\mathbf{\Sigma}}^{-1}\mathbf{G}^T = 4\pi(f_c^2 + \beta^2) \left\{ \mathbf{I}_L \otimes \left(\mathbf{I}_K - \frac{f_R^2}{K'} \mathbf{\Omega}_K \right) + \mathbf{\Omega}_L \otimes \left(-\frac{f_R^2}{L'} \mathbf{I}_K + f_R^2 \nu \mathbf{\Omega}_K \right) \right\}. \quad (\text{A7})$$

从而由式 (A7), 根据引理整理可得式 (10). 需要指出的是, 上式中 μ , e_1 , e_2 和 ν 均是关于 L, K, L', K' 的函数, 由于其并不影响时延差 HCRB 的最终结果, 所以这里未给出具体形式.

Parameter estimation and coherence performance of distributed aperture coherent radar based on phase synchronization

SONG Jing^{1*}, ZHANG JianYun¹, DAI Lin¹ & ZHENG ZhiDong²

1 Hefei Electronic Engineering Institute, Hefei 230037, China;

2 North Institute of Electronic Technology, Beijing 100083, China

*E-mail: songjingpla@163.com

Abstract For distributed aperture coherent radar with a general architecture, a signal model for coherent parameter estimation and coherent processing based on system phase synchronization is proposed in this paper, and the sensitivity of parameter estimation and coherent processing performance to synchronization errors is analyzed in detail. A closed-form hybrid Cramer-Rao bound (HCRB) of the estimation of time delay difference is first derived in multiple-input and multiple output (MIMO) work mode. Following this, in fully coherent work mode, the analytical formula of output signal-to-noise ratio gain (oSNRg) is addressed, and a numerical solution of the analytical formula is obtained by using high-order polynomial fitting. The principle of antenna configuration is then studied. It is concluded that the estimation accuracy of time delay difference or coherent processing performance is determined by both synchronization error and input SNR. Compared with existing methods, the method based on phase synchronization can yield higher estimation accuracy of time delay differences and better coherent processing performance, given the assumption that the phase synchronization error is small and the input SNR is low.

Keywords distributed aperture, fully coherent, phase synchronization, hybrid Cramer-Rao bound (HCRB), parameter estimation



SONG Jing was born in 1986. He received his B.S. from the Guilin University of Electronic Technology, Guilin, and his M.S. from the Electronic Engineering Institute in Hefei, China where he is currently pursuing a Ph.D. His research interests focus on distributed aperture radars and MIMO radar signal processing.