

利用平面波地震记录同时反演层状介质纵、横波速度*

宋海斌 马在田

张关泉

(同济大学海洋地质与地球物理系, 上海 200092) (中国科学院计算数学与科学工程计算研究所, 北京 100080)

摘要 提出一种利用纵波激发、纵波和横波同时接收的单个入射角平面波地震记录同时反演层状介质纵波速度和横波速度的层剥离方法. 文中给出了有限带宽反演算法, 对有限带宽记录及含有噪声的数据进行了试算, 获得了比前人的研究有明显进展的效果.

关键词 纵波速度 横波速度 层剥离法 平面波 有限带宽反演

地震波反问题是根据地面、井中观测到的地震波推断地下结构, 即确定地下介质的物性参数和几何展布. 对于声波方程的反问题, 国内外学者已有相当程度的研究^[1~3]. 基于弹性波方程的反演问题, 国内学者也正逐步开始研究, 如李幼铭^[4]给出了从矢量波动方程出发反演层状介质纵波速度的算法和相应的数值结果.

就层状介质弹性参数反演而言, 主要有两种方法: 基于层剥离原则的直接反演方法和优化方法. 其中优化方法计算效率低, 且常常需要一个较好的初始模型^[5], 该初始模型要求包含较精确的速度趋势(速度的低频分量), 文献[6]给出纵波速度较好的初始估计. 而直接反演方法不需要参数随空间变化的初始模型, 只要求地面处的参数值为已知. 此外, 该方法计算效率高, 其经济高效的特点引起了众多研究者的关注. 前人对层状介质弹性参数的直接反演方法已有一定的研究, 但它们^[7,8]只适合于平滑介质、无噪声的脉冲相应资料. 对有限带宽反演^[9,10]研究颇少, 这些文献也没有给出含有噪声时的试验结果. 张关泉^[1,2]深入地研究了层状介质弹性参数的非线性反演问题, 给出了利用单个射线参数 p 值(或单个人射角)平面波资料反演层状介质弹性参数方法(脉冲反演)的理论框架. 屠浩敏^[3]用该方法反演了纵波阻抗. 本文在上述文献的基础上提出了一种有限带宽的弹性波数据的反演算法. 利用的两种特征线差分格式对层状介质(间断情况)而言, 在数学上是完全精确的(而文献[7]的公式只对平滑介质适用),

1995-03-10 收稿, 1995-10-25 收修改稿

* 国家自然科学基金、中国科学院、石油天然气总公司和大庆油田共同资助的“八五”重大项目

1) 张关泉. 层状弹性介质中各种波的耦合方程组. 见: 地震勘探数值方法研究论文集(五). 中国科学院计算中心, 1992

2) 张关泉. 层状介质弹性波方程反演问题——垂直方向和水平方向同时激发和同时接收. 见: 地震勘探数值方法研究论文集(五). 中国科学院计算中心, 1992

3) 屠浩敏. 弹性波方程叠前地震道反演方法研究. 同济大学硕士论文, 1993

且具明显的物理意义. 给出的特征线边界条件与文献¹⁾也有所不同. 对弹性波反演中特征线边界条件的系数“陷井”问题做了分析. 根据波场沿特征带传播提出的有限带宽反演算法中, 引入了两个控制参数用于自动确定层位, 还引入了均匀层一次时移及多个特征点计算反射系数等技术. 这些技术的引入不但使算法适合于有限带宽资料, 在一定程度上也提高了算法的抗噪能力和稳定性. 利用该算法成功地用单个人射角(或 p 值)平面波有限带宽记录, 在密度、激发子波已知的情况下同时反演求得纵、横波速度. 所得的反演结果明显优于前人^[7,8]的反演结果. 此外, 利用本算法还对含一定强度随机噪声的记录做了试验, 结果表明本算法具有一定的抗噪能力.

1 基本原理

与文献²⁾一样, 引进走时变量

$$\zeta(z) = \int_0^z \frac{d\xi}{C_P(\xi)}, \quad (1)$$

和新的倾斜叠加波场

$$U = (U_P, D_P, U_S, D_S)^T = E \cdot A \cdot (u, w, \sigma_{zz}, \sigma_{zx})^T, \quad (2)$$

则 U 在 (τ, ξ) 坐标内满足倾斜叠加波动方程的标准式

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} - \varphi \frac{\partial U}{\partial \xi} = -\varphi B U. \quad (3)$$

(1)~(3)式中, E 为对角阵

$$E = \text{diag} \left(\sqrt{\frac{\rho(0)C_P(0)}{\rho(\xi)C_P(\xi)}}, \sqrt{\frac{\rho(0)C_P(0)}{\rho(\xi)C_P(\xi)}}, \sqrt{\frac{\rho(0)C_S(0)}{\rho(\xi)C_S(\xi)}}, \sqrt{\frac{\rho(0)C_S(0)}{\rho(\xi)C_S(\xi)}} \right), \quad (4)$$

矩阵 A 为

$$A = \begin{bmatrix} -2\mu p & C_P(\rho - 2\mu p^2) & 1 & -pC_P \\ -2\mu p & -C_P(\rho - 2\mu p^2) & 1 & pC_P \\ C_S(\rho - 2\mu p^2) & 2\mu p & pC_S & 1 \\ -C_S(\rho - 2\mu p^2) & 2\mu p & -pC_S & 1 \end{bmatrix}, \quad (5)$$

φ 为对角阵,

$$\varphi = \text{diag}(1, -1, C_S/C_P, -C_S/C_P), \quad (6)$$

$$C_S = \sqrt{\mu/(\rho - \mu p^2)} = V_S/\sqrt{1 - V_S^2 p^2}, \quad (7)$$

$$C_P = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/[\rho - (\lambda + 2\mu)p^2]} = V_P/\sqrt{1 - V_P^2 p^2}, \quad (8)$$

ζ 为纵波垂直旅行时表示的走时变量, 与深度变量 z 有一一对应关系. p 为射线参数或水平慢度, C_S 和 C_P 分别称为横波垂直波速(倾斜入射平面波沿 z 方向旅行速度)和纵波垂直波速, V_S 和 V_P 为横波速度和纵波速度, λ 和 μ 为拉梅系数, ρ 为密度. 这些参数为 ζ 的函数. U_P, D_P, U_S 和 D_S 分别称为上行纵波、下行纵波、上行横波和下行横波. u 和 w 分别为水平位移速度、垂直

1) 见 282 页脚注 2)

2) 见 282 页脚注 1)

位移速度. σ_{zz} 和 σ_{zx} 为应力张量的分量, 这些量为 τ 和 ξ 的函数. τ 为截距时间坐标, 即 τ - p 域的 τ 坐标. 矩阵 B 为

$$B = \begin{bmatrix} 0 & a & -\gamma_2 \gamma_1 b & \gamma_2 \gamma_1 c \\ a & 0 & -\gamma_2 \gamma_1 c & \gamma_2 \gamma_1 b \\ b/\gamma_2 & -c/\gamma_2 & 0 & d \\ c/\gamma_2 & -b/\gamma_2 & d & 0 \end{bmatrix},$$

其中

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= C_p/C_s, \quad \gamma_2 = \sqrt{\frac{C_p(0)C_s(\xi)}{C_p(\xi)C_s(0)}}, \quad a = -\frac{1}{2} \frac{\partial \ln(\rho C_p)}{\partial \xi} + \frac{2p^2}{\rho} \frac{\partial \mu}{\partial \xi}, \\ b &= \left[\frac{1}{\rho C_p} \frac{\partial \mu}{\partial \xi} - \frac{C_s}{2\rho} \frac{\partial(\rho - 2\mu p^2)}{\partial \xi} \right] p, \quad c = \left[\frac{1}{\rho C_p} \frac{\partial \mu}{\partial \xi} + \frac{C_s}{2\rho} \frac{\partial(\rho - 2\mu p^2)}{\partial \xi} \right] p, \\ d &= -\frac{1}{2} \frac{\partial \ln(\rho C_s)}{\partial \xi} + \frac{2p^2}{\rho} \frac{\partial \mu}{\partial \xi}. \end{aligned}$$

(3) 式表明, 上、下行的纵波和横波分别沿各自的特征线 $d\xi/d\tau = -1$, $d\xi/d\tau = 1$, $d\xi/d\tau = -C_s/C_p$, $d\xi/d\tau = C_s/C_p$ 传播. 从(2)式出发, 根据物理量位移与应力分量在间断面两侧相等, 可推得界面两侧上、下行纵、横波的关系式为

$$U(\xi^+) = E(\xi^+) A(\xi^+) A^{-1}(\xi^-) E^{-1}(\xi^-) U(\xi^-) = CU(\xi^-), \quad (9)$$

均匀介质中, (3)式变为

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} - \varphi \frac{\partial U}{\partial \xi} = 0. \quad (10)$$

根据均匀介质中, 上、下行纵、横波场沿各自特征线传播且波场量不变的特点, 及间断面两侧上、下行纵、横波的关系式, 可得存在间断面情况下的特征线波场延拓公式. 这些公式便可用于波场沿 ξ 方向延拓. 在 $\tau=0$ 时, $\xi=0$ 处奇性强度为 d_p 的下行纵波 δ 脉冲激发条件下, 从(3)式出发, 使用奇性分析与特征积分法(模仿文献[2]第一节对一维声波方程反问题的处理)可推得特征线 $\tau=\xi$ 上的边界条件如下:

$$U_p(\xi, \xi) = -d_p a/2, \quad U_s(\xi, \xi) = d_p c \cdot C_s / [(C_p + C_s) \gamma_2] \quad (11)$$

上式中系数 $1/2$ 和 $C_s/(C_p + C_s)$ 的引入, 是由于推导过程中对 δ 函数的处理引起的. 它们的物理意义分别为微小间隔 $d\xi(\xi)$ 中下行 P 波的单程垂直走时与 P - P 反射波、 P - SV 反射波的双程垂直走时之比. 因此, 特征线 $\tau=\xi$ 处的边界条件可表示如下(这样的表示在实际反演计算中说明是正确的, 与据因果律从(2)式推得的特征线边界条件对比也说明这样表示是合理的):

$$\frac{U_p(\xi, \xi)}{D_p(\xi, \xi)} = \frac{1}{2} \frac{[\rho C_p]}{\rho(\xi) C_p(\xi)} - \frac{2p^2}{\rho(\xi)} [\mu],$$

(12)

$$\frac{U_s(\xi, \xi)}{D_p(\xi, \xi)} = \sqrt{\frac{C_p(\xi^-) C_s(0)}{C_s(\xi^-) C_p(0)}} \left(\frac{1}{\rho(\xi) C_p(\xi)} [\mu] + \frac{C_s(\xi)}{2\rho(\xi)} [\rho - 2\mu p^2] \right) p.$$

(12)式中, $[\mu] = \mu(\zeta^+) - \mu(\zeta^-)$, 其余 $[\cdot]$ 的含义相同. (11)式中存在的系数不利于实际计算, 我们称这种系数问题为弹性波反演中特征线边界条件的系数“陷井”问题. 在一维声波方程中, 没有如此明显的系数“陷井”, 而在其他的弹性波反演问题如层状横向各向同性介质反问题的研究中也会碰到.

据偏微分方程组特征理论, 也可称这种特征线边界条件为弱间断条件, 它们是间断情形特征线边界条件的近似式. (12)式与 Aki 等给出的 P-SV 平面波问题的散射矩阵近似式相对应^[1], (12)式可方便地推得 Aki 等给出的相应的近似式. Aki 等指出, 这样的近似式常常是异常精确的、重要的和有用的^[1]. 我们将在另文中进一步探讨此边界条件.

在纵波激发条件下, 假定密度的逐层分布已知, 且地面处的纵、横波速已知, 据(12)式便可反演下一层的波速, 据特征线波场延拓公式又可得到下一层的波场, 反演与波场延拓交替进行, 这便构成了层剥离反演方法.

2 离散反演算法

沿纵波特征线剖分区域, 取网格节点 $\{(\tau_i, \zeta_j), \tau_i = (i-1)\Delta, \zeta_j = (j-1)\Delta\}, \Delta$ 为步长(见图1).

2.1 特征线差分格式和反演迭代格式

为充分利用资料, 提高反问题的精度, 考虑了界面位于 $\zeta = (j-1)\Delta$ 及 $\zeta = (j-1/2)\Delta$ 两种情况的两种特征线差分格式(图1). 这两种特征线差分格式可据(9)式和(10)式离散得到. 已知 $\zeta = (j-1)\Delta$ 处的波场, 据特征线边界条件(12)式易得求取 $\zeta = j\Delta$ 处纵波垂直波阻抗 ρC_p 、横波垂直波阻抗 ρC_s 的非线性迭代格式. 迭代结束, 便可计算该处的纵波速度和横波速度. 这就构成了反演纵波速度和横波速度的迭代格式.

交替使用特征线差分格式与反演迭代格式, 这便构成了脉冲反演算法. 反演完毕, 据(1)式的反变换式可得速度随深度的变化关系.

2.2 有限带宽反演算法

子波激发条件下, 若考虑子波的宽度为 ω , 那么在传播过程中就形成了若干条宽度为 ω 的特征带(图2). 对子波进行分析的基础上, 选取准特征带为特征带的一部分以折衷地考虑反问题的垂向分辨率与抗噪能力. 并记准特征带的宽度为 $w\Delta$.

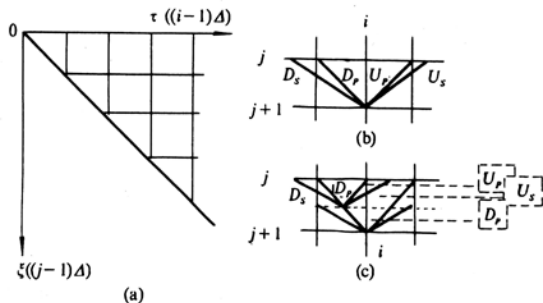


图1 差分网格与特征线

(a)差分网格, (b)界面位于 $\zeta = (j-1)\Delta$ 时波场沿特征线传播情况, (c)界面位于 $\zeta = (j-1/2)\Delta$ 时波场沿特征线传播的部分情况

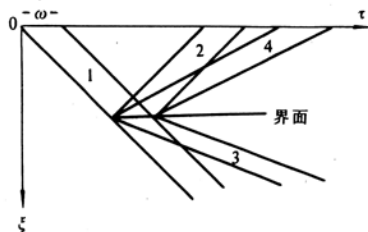


图2 特征带示意图

1——下行纵波特征带, 2——上行纵波特征带, 3——下行横波特征带, 4——上行横波特征带

假定子波已知,根据子波激发时波场沿特征带传播的规律,可设计以下准特征带有限带宽反演算法:

(1)引入两个控制参数 ε_1 和 ε_2 , 根据移动的准特征带范围内上行波(上行纵波或上行横波)与下行纵波的相互关系自动确定层位(下一步波场延拓位置);这一步详细步骤如下(已知 $\zeta=(j-1)\Delta$ 处的波场):

① $l=0$; ② 计算 $s(l)=\sum_{k=0}^w |U_p(j+2l+k, j)| / \sum_{k=0}^w |D_p(j+k, j)|$; ③ 若 $s(l) < \varepsilon_1$, $l=1+1$ 转

②; ④ 求 $n=0 \sim w/2$ 范围内 $\left| \sum_{k=0}^w U_p(j+2l+2n+k, j) D_p(j+k, j) \right| / \left| \sum_{k=0}^w D_p^2(j+k, j) \right|$ 的最大值 q , 并计此时的 n 为 $n_{\max}$; ⑤ 若 $q < \varepsilon_2$, $l=1+1$, 转 ②; ⑥ $l=1+n_{\max}$, $j_1=j+1$, 下一步波场延拓位置为 $\zeta=(j_1-1)\Delta$; 与步骤 ①~⑥ 对应, 从上行横波与下行纵波的关系可给出另一套自动确定层位的公式. 利用该套公式的反演垂向分辨率高.

(2)用从(10)式得到的均匀层一次时移公式延拓波场至层位附近;

(3)在准特征带范围内利用多个特征点(根据激发子波形状选取)计算得到反射系数(即相当于脉冲激发情形特征线 $\tau=\xi$ 处的上行波与下行纵波之比),再使用据特征线边界条件给出的反演迭代格式求得下一层的纵波速度和横波速度;

(4)使用特征线差分格式得到下一个步长处的波场,其中间断面的两种位置据某一特征点(从激发子波中选取的某一极值点)位置附近的上、下行纵波局部相关值关系程序自动进行识别(这种局部相关值关系还可微调层的位置,直至层位确定为止);

以上过程反复进行,直至延拓反演结束. 反演中假定密度已知,但只需逐层给出密度值,即只需一次给出从上至下各层的密度,而不需要给出密度随 ξ 或 z 的分布.

3 数值试验

为了检验本反演算法的可靠性,我们先用反射率法求得正演记录,然后进行了反演计算的数值试验,设计六层模型用反射率法计算得到的 τ - p 域上行纵波记录如图 3(a), 上行横波记录

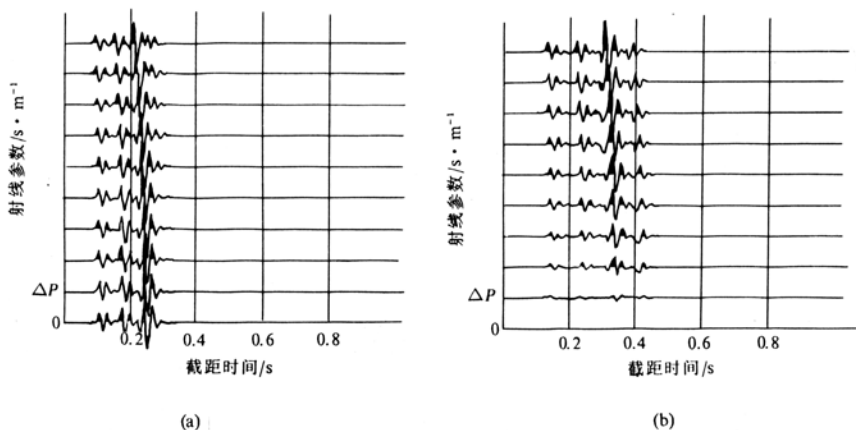


图 3 理论反射记录($\zeta=0$)

(a) 上行纵波记录, (b) 上行横波记录 $\Delta P = \sin 30^\circ / \text{s} \cdot \text{m}^{-1} (9 \times 1500)$

如图 3(b), 采样间隔 $\Delta = 0.001 \text{ s}$, 道间距为 $\Delta p = \sin 30^\circ / \text{s} \cdot \text{m}^{-1} (9 \times 1500)$, 第 1 道 $p = 0$. 下行纵波为激发子波, 下行横波为零. $\zeta = 0$ 处的上、下行纵、横波也可从点源激发的两分量记录经平面波分解, 可据 (2) 式等获得. 反演中假设密度、地面处 ($\zeta = 0$) 速度和激发子波已知. 一般来说, 子波可从直达波测量或统计方法获得.

3.1 有限带宽反演

无噪声记录的反演结果如图 4 (图中已把模型速度曲线和反演得到的速度曲线一并画上). 图 4(a) 和图 4(b) 分别为第 4、第 6 道的反演结果. 反演中利用了一个特征点, 并取 $\varepsilon_1 = 0.005$, $\varepsilon_2 = 0.05$, $w = 26$. 在 IBMRISC/6000 工作站上反演得到图 4(a) 约需 3s CPU 时间.

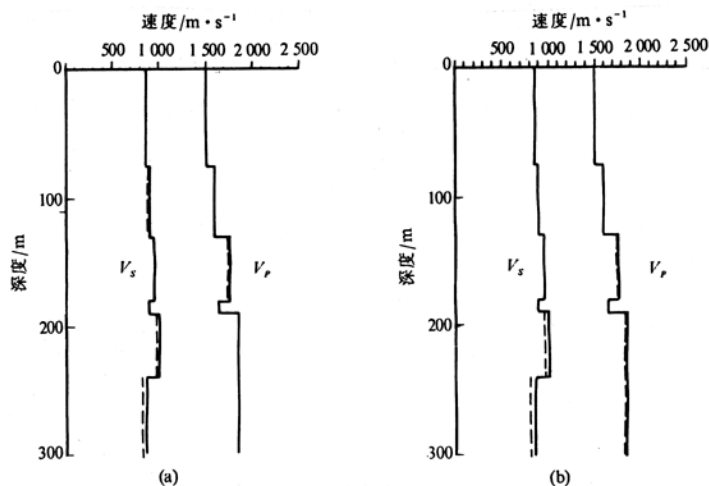


图 4 无噪声数据反演结果

(a) 第 4 道反演结果, (b) 第 6 道反演结果. 实线为模型横波速度和纵波速度, 虚线为反演横波速度和纵波速度

3.2 含噪声数据的反演

对理论记录加以 20% 的随机噪声, 利用 6 个特征点反演计算, 取 $\varepsilon_1 = 0.005$, $\varepsilon_2 = 0.05$, $w = 26$.

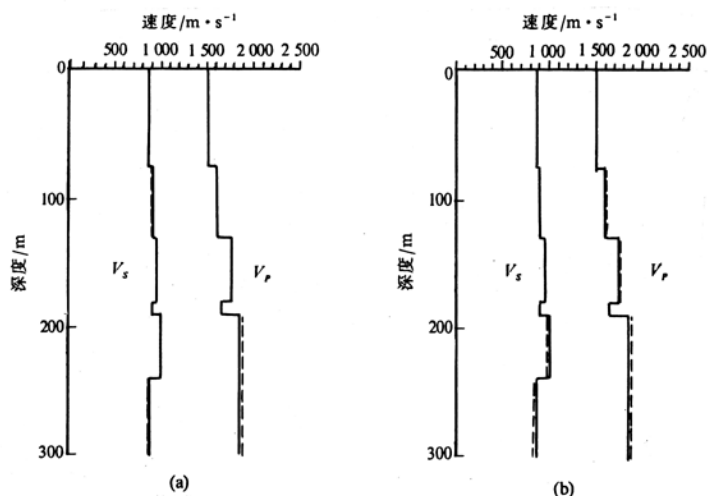


图 5 含 20% 噪声数据反演结果

(a) 第 4 道反演结果, (b) 第 6 道反演结果. 实线为模型横波速度和纵波速度, 虚线为反演横波速度和纵波速度

加 20% 随机噪声的第 4、第 6 道的反演结果如图 5(a) 和图 5(b).

3.3 反演结果的简单分析

模型的第 4 层为厚度 10 m 的低速层, 反演中利用了移动的准特征带范围内上行横波与下行纵波的关系自动确定层位的技术, 因此较好地分辨了这一薄层. 一般而言, 本方法约可分辨纵波双程垂直旅行时为 $2w\Delta C_s/(C_s + C_p)$ 的薄层. 由于弹性波反演利用了横波信息, 因此比声波反演有较好的垂向分辨率. 而垂向分辨率与地震子波密切相关.

模型的第 6 层的纵波速度、密度与上一层的相同, 而横波速度有一定的下降, 易知声波反演不能分辨这一层, 而本文的弹性波反演分辨了这一层.

特征线边界条件 (12) 式对石油地震勘探碰到的间断问题是适合的. 我们对含纵波速度间断 1 200 m/s、横波速度间断 500 m/s 和密度间断 750 kg/m^3 的三层模型做了反演试算, 也获得了令人满意的结果. 这进一步说明了这一边界条件是合理的, 常常是足够精确的.

图 5 含随机噪声数据的反演结果表明, 本方法对随机噪声有一定的抑制能力. 本方法基于弹性波方程, 在波场延拓反演过程中能自动处理各种多次波与转换波, 而不是把这些波当作噪声处理的. 因此, 可以简单地说本方法具有一定的抗噪能力. 但本方法不能处理面波等非均匀波.

致谢 徐仲达副教授提供了反射率法平面波计算程序, 王华忠博士提供了加随机声的程序, 作者在此谨致谢意.

参 考 文 献

- 1 马在田. 地震参数连续估计与波动方程反问题. 地球物理学报, 1986, 29(1): 91~101
- 2 张关泉. 一维波动方程的反演问题. 中国科学, A 辑, 1988(7): 707~721
- 3 栾文贵, 李幼铭. 我国地球物理反演问题研究的某些进展. 地球物理学报, 1990, 33(专辑 II): 501~508
- 4 李幼铭. 从矢量波动方程出发反演层状地球结构的方法. 地球物理学报, 1990, 33(专辑 II): 19~29
- 5 Kormendi F, Dietrich M. Monlinear waveform inversion of plane-wave seismogram in stratified elastic media. Geophysics, 1991, 56: 664~674
- 6 Huasheng Z, Ursin B. Frequency-wavenumber inversion of marine seismic data, 62nd Ann Internat Mtg. Soc Expl Geophys, Expanded Abstracts, 1992. 808~811
- 7 Yagle A E, Levy B C. A layer-stripping solution of the inverse problem for one-dimensional elastic medium. Geophysics, 1985, 50: 425~433
- 8 Sacks P, Symes W. Recovery of the elastic parameters of a layered half-space. Geophys J R astr Soc, 1987, 88: 593~620
- 9 Clarke T J. Full reconstruction of a layered elastic medium. Geophys J R astr Soc, 1984, 78: 775~793
- 10 Carazzone J J. Inversion of P-SV seismic data. Geophysics, 1986, 51: 1056~1068
- 11 Aki K, Richards P G. Quantitative Seismology. Theory and Methods, W H Freeman and Co, 1980