双体小行星探测协同光学导航方法研究

朱圣英^{1,2*}, 修义^{1,2}, 刘东宸³, 张宁⁴, 徐瑞^{1,2}

1. 北京理工大学宇航学院, 北京 100081;

2. 深空自主导航与控制工信部重点实验室, 北京 100081;

3. 长光卫星技术有限公司, 长春 130000;

4. 上海卫星工程研究所, 上海 201109

*联系人, E-mail: zhushy@bit.edu.cn

收稿日期: 2020-12-27; 接受日期: 2021-01-13; 网络出版日期: 2021-05-26

国家重点基础研究发展计划(编号: 2019YFA0706500)、国家自然科学基金(编号: 61873302, 61973032, U20B2055)、民用航天预研项目和基础科研(编号: JCKY2018602B002, JCKY2019602D022)资助项目

摘要 双体小行星探测已成为当前深空探测的重要领域, 提高双体小行星探测器的导航精度是该领域的研究重点之一. 本文以球体-椭球体的双体小行星模型为背景, 设计了一种基于双探测器对双体小行星光学观测信息和星间测量信息的自主协同导航方案. 考虑到从星相对于主星的位置不确定会影响探测器的导航精度, 本文设计了对从星状态进行扩展估计的导航滤波器. 特别地, 通过分析导航系统的可观测度和轨迹约束, 本文重点研究了导航观测几何构型并优化导航信息, 实现探测器和双体小行星的最优构型配置, 从而使探测器沿优化轨迹飞行时导航性能最优, 最后通过仿真分析并验证探测器沿优化轨迹飞行时的导航性能. 以上研究方法和仿真结果可为我国未来小行星探测提供参考和支持.

关键词 双体小行星, 观测几何构型, 可观测度分析, 协同导航, 轨迹优化

PACS: 96.30.Ys, 95.75.Mn, 46.15.Cc, 91.10.Sp, 95.10.Eg, 96.25.De

1 引言

小行星探测是富有挑战性但科学回报极高的航天任务^[1], 大约有16%的近地小行星和主带小行星属于双体小行星系统, 双体小行星是指两颗小行星围绕整个系统的质心旋转、同时双体小行星系统的质心围绕太阳做公转运动的小天体系统^[2]. 双体小行星探测具有单颗小行星所不具备的独特科学价值^[3], 双体小行

星是深入地分析小行星的结构和动力学特性, 研究引力动力学, 理解太阳系中天体如何形成以及如何演化的理想目标^[4]. 与单个小天体相比, 双体小行星系统中需要考虑两颗小行星的不规则引力场、自旋和双星之间的相互作用等因素, 这使得系统的动力学环境更加复杂, 探测难度更高, 对探测器导航系统的要求也更高.

对于双体小行星, 除了“伽利略号”于1993年发现第

引用格式: 朱圣英, 修义, 刘东宸, 等. 双体小行星探测协同光学导航方法研究. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2022, 52: 214506
Zhu S Y, Xiu Y, Liu D C, et al. Two-spacecraft cooperative optical navigation for binary-asteroid exploration (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2022, 52: 214506, doi: 10.1360/SSPMA-2020-0500

一个双体小行星系统243 Ida外^[5], 人类目前尚未对双体小行星系统进行任何实质性探测. 此前, 美国NASA和欧洲ESA联合提出了小行星碰撞和偏转评估(Asteroid Impact & Deflection Assessment, AIDA)任务, 该任务将发射两颗探测器对双体小行星系统65803 Didymos进行探测, 包括完成撞击器实验和相关科学测量等科研目标^[6].

对于双体小行星的光学导航, 学者们以AIDA任务的双体小行星65803 Didymos为目标开展了研究工作. Peytavi等人^[7]以探测器绕飞双体小行星65803 Didymos为背景, 研究了基于三维激光雷达测距的自主导航. Gil-Fernández等人^[8]提出了基于双体小行星65803 Didymos视线信息的接近段自主导航方案, 通过图像处理来获取双体小行星的亮心, 并采用无迹卡尔曼滤波器(Unscented Kalman Filter, UKF)进行状态估计. Torre等人^[9]研究了探测器在双体小行星系统65803 Didymos的拉格朗日点周围的导航和位置保持, 通过地面站、激光雷达、相机和探测器间的通信获得观测信息, 并采用UHF滤波方法进行状态估计.

在双体小行星系统附近探测时, 探测器光学导航所面临的主要问题是, 当对双体小行星星历了解不充分时, 从星相对于主星的运动不确定会导致单颗探测器轨道确定不准确. 考虑到从星相对于主星的星历不准确会影响探测器的导航精度, 本文设计了一种双体小行星探测协同光学导航方案, 利用两颗探测器对主星和从星的光学观测, 同时结合探测器间的星间测量信息, 能够确定两颗探测器的位置速度和从星相对于主星的位置. 另外, 考虑从星相对主星位置状态扩展估计, 以导航方案中系统的可观测度为性能指标, 同时结合探测器飞行的轨迹约束, 给出了一种基于导航信息评价的探测器观测几何构型优化方法, 使探测器的导航效果最优.

本文的内容安排如下. 第2节针对球体-椭球体双小行星目标, 给出了双体小行星探测器三体轨道动力学模型. 第3节介绍了双体小行星自主协同光学导航方案、测量模型和导航滤波器. 第4节基于可观测度和轨迹约束的导航信息, 建立了观测几何构型优化模型. 最后第5节对探测器的导航性能进行了仿真和分析.

2 动力学模型

由于探测器航行距离远且双体小行星动力学环境

复杂, 传统的基于地面深空测控网的导航方式已无法满足探测任务所需的实时性和精度要求^[10,11]. 因此, 自主导航技术成为双体小行星探测任务的关键技术之一. 本节介绍探测器在双体小行星附近导航的轨道动力学模型.

如图1所示的双体小行星系统中, 假设主星A是一个均匀的球体, 从星B是一个半轴为 a_B, b_B, c_B 的均匀椭球体, 绕 z_i 轴以角速度 ω_B 旋转^[12], 则本文所涉及的相关坐标系如下: 在图1中, Σ^i 是双体小行星系统惯性坐标系; 主星固联坐标系表示为 Σ^{Af} ; 从星固联坐标系为 Σ^{Bf} ; 并假设双星的自转轴 $O_A z_{Af}$ 和 $O_B z_{Bf}$ 与旋转轴 $O_i z_i$ 互相平行; 探测器本体固联坐标系记为 Σ^b .

假定小行星的运动已知, 双体小行星绕双星系统质心旋转的轨道均共面, 且双星的轨道周期均等于双星系统的自转周期. 在 Σ^{Bf} 中, 从星B的引力场可以表示为^[13]

$$U_{20,22} = \frac{\mu_B}{\|\delta \mathbf{r}_{BSc}\|^3} \left[C_{20} (1 - 3\cos^2(\theta_B)/2) + 3C_{22} \cos^2(\theta_B) \cos(2\varphi_B) \right], \quad (1)$$

其中, $\delta \mathbf{r}_{BSc}$ 是从星固联坐标系 Σ^{Bf} 中从星B和探测器之间的相对位置矢量, μ_B 为从星B的引力常数, 球谐系数 C_{20} 和 C_{22} 是与半轴 a_B, b_B, c_B 相关的函数^[14]:

$$C_{20} = -\frac{1}{10}(2c_B^2 - a_B^2 - b_B^2), \quad C_{22} = \frac{1}{20}(a_B^2 - b_B^2). \quad (2)$$

θ_B 和 φ_B 分别是纬度和经度:

图1 (网络版彩图)双体小行星系统惯性坐标系、小天体固联坐标系与探测器本体固联坐标系

Figure 1 (Color online) The binary system inertial frame, asteroid body-fixed frame, and spacecraft body-fixed frame.

$$\theta_B = \arctan\left(\frac{z_B}{\sqrt{x_B^2 + y_B^2}}\right), \quad \varphi_B = \arctan\left(\frac{y_B}{x_B}\right). \quad (3)$$

由 Σ^{Bf} 到 Σ^i 的坐标转换矩阵记为 ${}^i\mathbf{R}_B$:

$${}^i\mathbf{R}_B = \begin{bmatrix} \cos(\omega_B t) & -\sin(\omega_B t) & 0 \\ \sin(\omega_B t) & \cos(\omega_B t) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

其中, t 表示时间.

令 $\mathbf{r}_A$, $\mathbf{r}_B$, $\mathbf{r}_S$, $\mathbf{r}_{Sc}$ 分别为主星A、从星B、太阳和探测器在双体小行星系统惯性坐标系中的位置, 则探测器到主星A、从星B和太阳的相对位置矢量分别为 $\mathbf{r}_{ASc} = \mathbf{r}_{Sc} - \mathbf{r}_A$, $\mathbf{r}_{BSc} = \mathbf{r}_{Sc} - \mathbf{r}_B$, $\mathbf{r}_{SSc} = \mathbf{r}_{Sc} - \mathbf{r}_S$. 考虑到太阳引力、双体小行星不规则引力和太阳辐射压力, 探测器的轨道动力学模型可以表示为

$$\ddot{\mathbf{r}}_{Sc} = -\frac{\mu_A}{\|\mathbf{r}_{ASc}\|^3}\mathbf{r}_{ASc} - \left(\frac{\mu_B}{\|\mathbf{r}_{BSc}\|^3}\mathbf{r}_{BSc} - {}^i\mathbf{R}_B \left(\frac{\partial U_{20,22}}{\partial \delta \mathbf{r}_{BSc}} \right) \right) - \mu_S \left(\frac{\mathbf{r}_{SSc}}{\|\mathbf{r}_{SSc}\|^3} + \frac{\mathbf{r}_S}{\|\mathbf{r}_S\|^3} \right) + \mathbf{a}_{SRP}, \quad (5)$$

其中, μ_A 和 μ_S 分别是主星A和太阳的引力常数. $\mathbf{a}_{SRP}$ 代表探测器上太阳辐射压力引起的加速度, 其公式为

$$\mathbf{a}_{SRP} = -\rho_s C_R \frac{A}{m_{Sc}} \frac{\mathbf{r}_{SSc}}{\|\mathbf{r}_{SSc}\|^3} \text{AU}^2, \quad (6)$$

其中, $\rho_s = 4.5605 \times 10^{-6} \text{ N/m}^2$, A 和 m_{Sc} 分别是探测器的横截面积和质量, C_R 是反射系数, AU是1天文单位.

3 导航方案及滤波器设计

本节首先介绍了现有单颗探测器的导航方案, 但是该方案中双体小行星的星历不确定会给探测器的自主导航带来巨大挑战. 而两颗探测器间的测量可为导航系统提供额外的导航信息, 能够有效弥补光学观测不足或先验信息不准的缺陷. 因此, 针对从星星历不确定时仅利用单颗探测器的导航精度相对较低的问题, 介绍了双探测器的协同导航方案, 并利用UKF滤波器对从星状态进行扩展估计.

3.1 单探测器光学导航方案

在双体小行星系统中, 如果主星A和从星B之间的相对位置矢量精确已知, 探测器通过导航相机拍照能够得到单颗探测器到两颗小行星的指向矢量, 如图2

所示, 则探测器与主星A、从星B构成的三角形唯一确定, 可以确定探测器的位置, 结合探测器的轨道动力学模型和卡尔曼滤波技术实现单颗探测器的导航. 然而, 由于主星和从星的星历信息不一定完全准确, 主星和从星之间相对位置也不一定完全准确, 从而导致单颗探测器的导航精度下降.

3.2 双探测器协同导航方案

由于从星相对于主星位置不确定会影响单颗探测器的导航精度, 协同导航通过增添一颗探测器, 增加了对双体小行星的光学观测信息以及与另一颗探测器之间的星间测量信息, 从而补充了从星位置不确定带来的信息缺失, 因此能够大幅提高两颗探测器的导航精度.

对于双探测器协同导航方案, 假定主星A的位置已知, 从星B的位置不确定, 两颗探测器每经过一段相等的时间间隔进行一次轨道确定, 均通过光学相机对双体小行星系统进行拍照获得双体小行星图像, 通过计算各自相机坐标系中双体小行星形心的坐标, 获得两颗探测器各自的主星从星形心的单位指向矢量. 此外, 探测器通过导航敏感器观测另一颗探测器, 获得相对距离、方位角和俯仰角的星间测量信息. 以两颗探测器获得的主星从星指向矢量和星间测量信息作为观测量, 根据轨道动力学模型推算出两颗探测器各自的状态转移矩阵, 并结合误差方差阵, 采用UKF滤波器估计两颗探测器的位置和速度.

3.3 相机观测模型

对于导航相机观测信息, 小天体形心的位置在导航相机坐标系中的坐标为 $(X_C, Y_C, Z_C)^T$, 对应的成像点像素为 $(u, v)^T$, 导航相机的焦距为 f . 根据小孔成像原理^[15], 两点之间的关系如下:

图2 (网络版彩图)单颗探测器导航示意图
Figure 2 (Color online) Sketch map of single spacecraft navigation.

$$u = f \frac{X_C}{Z_C}, v = f \frac{Y_C}{Z_C}. \quad (7)$$

则如图3所示, 探测器观测主星和从星形心的视线信息分别为^[16]

$$\mathbf{V}_{CA} = \frac{[u_A \ v_A \ f]^T}{\sqrt{u_A^2 + v_A^2 + f^2}}, \mathbf{V}_{CB} = \frac{[u_B \ v_B \ f]^T}{\sqrt{u_B^2 + v_B^2 + f^2}}, \quad (8)$$

其中, $\mathbf{V}_{CA}$ 为主星视线信息, $\mathbf{V}_{CB}$ 为从星视线信息, 主星形心和从星形心的像平面坐标分别为 $(u_A, v_A)^T$ 和 $(u_B, v_B)^T$. 为了简化计算, 本文假定导航相机坐标系与探测器本体坐标系重合. 在数据传输时, 探测器通过无线电将观测的双体小行星视线矢量传输给另一颗探测器进行处理.

3.4 星间测量模型

对于星间测量, 探测器采用视觉导航系统获取两颗探测器间的相对信息^[17]. 该系统由一颗探测器上的光学传感器和另一颗探测器上安装的特定光点信标组成. 在进行数据传输时, 探测器测量另一颗探测器的信标光源, 估计光源中心在像平面的位置, 确定多个信标光源的视线矢量, 进而计算两颗探测器之间的相对距离和夹角.

如图3所示, 在其中任意一颗探测器的本体系下, 两颗探测器间的相对位置为 $\mathbf{r}_r = (x_r, y_r, z_r)^T$, 相对距离为 d_r , 视线方位角为 φ_r , 俯仰角为 ψ_r , 则 d_r, φ_r, ψ_r 的表达式

分别为

$$\begin{cases} d_r = \sqrt{x_r^2 + y_r^2 + z_r^2}, \\ \varphi_r = \arctan(x_r / z_r), \\ \psi_r = \arctan[y_r \cos(\varphi_r) / z_r], \end{cases} \quad (9)$$

定义星间测量为 $\mathbf{Z}_r = (d_r, \varphi_r, \psi_r)^T$.

3.5 UKF滤波器设计

对于双体小行星探测自主协同光学导航, 两颗探测器分别使用相机对主星和从星进行观测, 同时获取探测器间的星间测量信息 $\mathbf{Z}_r$. 在从星位置不确定的情况下, 通过滤波器估计两颗探测器的位置、速度以及从星的位置. 系统的状态方程和观测方程表示为

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = [\dot{\mathbf{r}}_{Sc1} \ \ddot{\mathbf{r}}_{Sc1} \ \dot{\mathbf{r}}_{Sc2} \ \ddot{\mathbf{r}}_{Sc2} \ \dot{\mathbf{r}}_B]^T + \mathbf{u}, \\ \mathbf{y} &= \mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{v}) = [\mathbf{V}_{CA1} \ \mathbf{V}_{CB1} \ \mathbf{V}_{CA2} \ \mathbf{V}_{CB2} \ \mathbf{Z}_r]^T + \mathbf{v}, \end{aligned} \quad (10)$$

其中, $\mathbf{r}_{Sc1}, \mathbf{v}_{Sc1}$ 和 $\mathbf{r}_{Sc2}, \mathbf{v}_{Sc2}$ 分别为两颗探测器的位置和速度, $\mathbf{V}_{CA1}, \mathbf{V}_{CB1}$ 和 $\mathbf{V}_{CA2}, \mathbf{V}_{CB2}$ 分别为两颗探测器观测主星和从星的视线信息. 随机变量 $\mathbf{u}$ 和 $\mathbf{v}$ 分别代表过程噪声和观测噪声, $\mathbf{u}$ 和 $\mathbf{v}$ 均为不相关零均值高斯白噪声序列, 均服从分布 $\mathbf{u} \sim N(0, \mathbf{Q}), \mathbf{v} \sim N(0, \mathbf{R}), \mathbf{Q}$ 为过程噪声协方差阵, $\mathbf{R}$ 为观测误差方差阵.

对于UKF, 首先需要结合协方差矩阵 $\mathbf{P}_k^+$, 通过对状态量 $\hat{\mathbf{x}}_k^+$ 的无迹变换构造一系列sigma点 $\chi_i, i=0, 1, 2, \dots, 2l$.

$$\chi_i = \begin{cases} \hat{\mathbf{x}}_k^+, & i = 0, \\ \hat{\mathbf{x}}_k^+ + \left(\sqrt{(l+\lambda)\mathbf{P}_k^+ + \mathbf{Q}_k^+} \right)_i, & i = 1, 2, \dots, l, \\ \hat{\mathbf{x}}_k^+ - \left(\sqrt{(l+\lambda)\mathbf{P}_k^+ + \mathbf{Q}_k^+} \right)_i, & i = l+1, \dots, 2l, \end{cases} \quad (11)$$

其中, χ 矩阵由 $2l+1$ 个向量组成, l 为状态向量的维数, 控制sigma点分布的参数 $\lambda = \alpha^2(l+\kappa) - l$, 其中 $\kappa = 3 - l, 1 \times 10^{-4} \leq \alpha \leq 1$, 下标 i 代表矩阵的第 i 列. 利用状态方程对sigma点进行时间更新, 计算加权均值和协方差:

$$\chi_{k+1}^i = f_k(\chi_k^i, \mathbf{u}_k) = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_{Sc1k}^i + \mathbf{v}_{Sc1k}^i \Delta t + \frac{\ddot{\mathbf{r}}_{Sc1k}^i \Delta t^2}{2} \\ \mathbf{v}_{Sc1k}^i + \ddot{\mathbf{r}}_{Sc1k}^i \Delta t \\ \mathbf{r}_{Sc2k}^i + \mathbf{v}_{Sc2k}^i \Delta t + \frac{\ddot{\mathbf{r}}_{Sc2k}^i \Delta t^2}{2} \\ \mathbf{v}_{Sc2k}^i + \ddot{\mathbf{r}}_{Sc2k}^i \Delta t \\ \mathbf{r}_{Bk}^i + \mathbf{v}_{Bk}^i \Delta t \end{bmatrix} + \mathbf{u}_k, \quad (12)$$

图3 (网络版彩图)相机观测模型

Figure 3 (Color online) Sketch map of camera observation model.

$$\bar{\mathbf{x}}_{k+1}^{-} = \sum_{i=0}^{2l} w_m^i \chi_{k+1}^i \quad (13)$$

$$\mathbf{P}_{x,k+1}^{-} = \sum_{i=0}^{2l} w_c^i [\chi_{k+1}^i - \bar{\mathbf{x}}_{k+1}^{-}] [\chi_{k+1}^i - \bar{\mathbf{x}}_{k+1}^{-}]^T + \mathbf{Q}_{k+1}^{+},$$

其中, k 时刻第 i 个sigma点的状态为

$$\chi_k^i = [\mathbf{r}_{Sc1k}^i \quad \mathbf{v}_{Sc1k}^i \quad \mathbf{r}_{Sc2k}^i \quad \mathbf{v}_{Sc2k}^i \quad \mathbf{r}_{Bk}^i]^T,$$

w_m^i 和 w_c^i 是计算加权平均值和协方差时所用的权值:

$$\begin{aligned} w_m^0 &= \lambda / (l + \lambda), \\ w_c^0 &= \lambda / (l + \lambda) + (1 - \alpha^2 + \beta), \\ w_m^i &= w_c^i = \lambda / [2(l + \lambda)], \quad i = 1, 2, \dots, 2l, \end{aligned} \quad (14)$$

式中, β 用于减小高阶项误差, 可根据状态 $\mathbf{x}$ 分布的先验知识确定. 利用观测方程和sigma点进行测量更新, 计算加权均值和协方差:

$$\begin{aligned} \gamma_{k+1}^i &= h_k(\chi_k^i, \mathbf{v}_k) = [\mathbf{V}_{CA1k}^i \quad \mathbf{V}_{CB1k}^i \quad \mathbf{V}_{CA2k}^i \quad \mathbf{V}_{CB2k}^i \quad \mathbf{Z}_{rk}^i]^T + \mathbf{v}_k, \\ \bar{\mathbf{y}}_{k+1}^{-} &= \sum_{i=0}^{2l} w_m^i \gamma_{k+1}^i, \\ \mathbf{P}_{y,k+1} &= \sum_{i=0}^{2l} w_c^i [\gamma_{k+1}^i - \bar{\mathbf{y}}_{k+1}^{-}] [\gamma_{k+1}^i - \bar{\mathbf{y}}_{k+1}^{-}]^T + \mathbf{R}_{k+1}, \\ \mathbf{P}_{xy,k+1} &= \sum_{i=0}^{2l} w_c^i [\chi_{k+1}^i - \bar{\mathbf{x}}_{k+1}^{-}] [\gamma_{k+1}^i - \bar{\mathbf{y}}_{k+1}^{-}]^T. \end{aligned} \quad (15)$$

计算无迹卡尔曼滤波增益, 更新状态向量和协方差矩阵, 实现无迹卡尔曼滤波估计.

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_{k+1} &= \mathbf{P}_{xy,k+1} \mathbf{P}_{y,k+1}^{-1}, \\ \bar{\mathbf{x}}_{k+1}^{+} &= \bar{\mathbf{x}}_{k+1}^{-} + \mathbf{K}_{k+1} (\mathbf{y}_{k+1} - \bar{\mathbf{y}}_{k+1}^{-}), \\ \mathbf{P}_{x,k+1}^{+} &= \mathbf{P}_{x,k+1}^{-} - \mathbf{K}_{k+1} \mathbf{P}_{y,k+1} \mathbf{K}_{k+1}^T. \end{aligned} \quad (16)$$

4 观测几何构型优化

自主导航系统的可观测度反映导航系统所能达到的精度, 是评价导航系统性能的一项重要指标. 考虑到双体小行星系统的动力学有别于单颗小天体, 本节从系统可观测性矩阵出发, 对双体小行星系统动力学进行可观测度分析, 并以可观测度为性能指标, 结合双体小行星探测的轨迹约束, 通过评价导航信息来优化配置两颗探测器与双体小行星的观测几何构型, 提高导航系统的可观测度, 进而实现探测器沿飞行轨迹的导航性能最优.

4.1 系统可观测度

在基于光学视线和星间测量的远距离导航中, 可观测度与导航系统的估计精度密切相关. 常用的可观测度分析判据主要有Fisher信息矩阵、基于Lie导数的可观测性矩阵和基于线性化系统的可观测性矩阵. 由于Fisher信息矩阵忽略了系统的状态方程^[18], 且基于Lie导数的可观测性矩阵计算量过大^[19], 本文采用基于线性化系统的可观测性矩阵, 结合双体小行星系统动力学, 对两颗探测器导航进行可观测度分析.

在从星位置不确定的情况下, 两颗探测器的位置和速度以及从星的位置需要进行估计, 两颗探测器分别对主星和从星进行观测, 同时进行星间测量, 则系统的状态方程和观测方程为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) = [\dot{\mathbf{r}}_{Sc1} \quad \ddot{\mathbf{r}}_{Sc1} \quad \dot{\mathbf{r}}_{Sc2} \quad \ddot{\mathbf{r}}_{Sc2} \quad \dot{\mathbf{r}}_B]^T, \\ \mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}) + \boldsymbol{\varepsilon} = [\mathbf{V}_{CA1} \quad \mathbf{V}_{CB1} \quad \mathbf{V}_{CA2} \quad \mathbf{V}_{CB2} \quad \mathbf{Z}_r]^T + \boldsymbol{\varepsilon}, \end{cases} \quad (17)$$

其中, $\mathbf{x}$ 为状态量, $\mathbf{y}$ 为观测量, $\boldsymbol{\varepsilon}$ 为测量误差.

将状态方程和观测方程(17)对状态量 $\mathbf{x}$ 的转置求偏导, 得到线性化的系统矩阵 $\mathbf{F}$ 和观测矩阵 $\mathbf{H}$ 分别为

$$\mathbf{F} = \left. \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} \right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_0} = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 3} \\ \frac{\partial \mathbf{r}_{Sc1}}{\partial \mathbf{r}_{Sc1}^T} & \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 3} & \frac{\partial \mathbf{r}_{Sc1}}{\partial \mathbf{r}_B^T} \\ \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 3} \\ \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 3} & \frac{\partial \mathbf{r}_{Sc2}}{\partial \mathbf{r}_{Sc2}^T} & \mathbf{O}_{3 \times 3} & \frac{\partial \mathbf{r}_{Sc2}}{\partial \mathbf{r}_B^T} \\ \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 3} \end{bmatrix}, \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{H} &= \left. \frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} \right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_0} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{V}_{CA1}}{\partial \mathbf{r}_{CA1}^T} \mathbf{C}_{bi1} & \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 3} \\ \frac{\partial \mathbf{V}_{CB1}}{\partial \mathbf{r}_{CB1}^T} \mathbf{C}_{bi1} & \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 3} & \frac{\partial \mathbf{V}_{CB1}}{\partial \mathbf{r}_B^T} \\ \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 3} & \frac{\partial \mathbf{V}_{CA2}}{\partial \mathbf{r}_{CA2}^T} \mathbf{C}_{bi2} & \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 3} \\ \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 3} & \frac{\partial \mathbf{V}_{CB2}}{\partial \mathbf{r}_{CB2}^T} \mathbf{C}_{bi2} & \mathbf{O}_{3 \times 3} & \frac{\partial \mathbf{V}_{CB2}}{\partial \mathbf{r}_B^T} \\ \frac{\partial \mathbf{Z}_r}{\partial \mathbf{r}_{Sc1}^T} & \mathbf{O}_{3 \times 3} & \frac{\partial \mathbf{Z}_r}{\partial \mathbf{r}_{Sc2}^T} & \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 3} \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (19)$$

其中, $\mathbf{O}_{3 \times 3}$ 为 3×3 的零矩阵, $\mathbf{I}_{3 \times 3}$ 为 3×3 的单位矩阵, $\mathbf{C}_{bi}$ 为探测器本体坐标系相对惯性坐标系的转换矩阵. 在系统矩阵 $\mathbf{F}$ 中, 根据动力学模型式(5), $\ddot{\mathbf{r}}_{Sc}$ 可以改写为

$$\ddot{\mathbf{r}}_{\text{Sc}} = \mathbf{a}_A + \mathbf{a}_B + \mathbf{a}_U + \mathbf{a}_S + \mathbf{a}_{\text{SRP}}, \quad (20)$$

其中,

$$\begin{cases} \mathbf{a}_A = -\frac{\mu_A}{\|\mathbf{r}_{\text{ASc}}\|^3} \mathbf{r}_{\text{ASc}} \\ \mathbf{a}_B = -\frac{\mu_B}{\|\mathbf{r}_{\text{BSc}}\|^3} \mathbf{r}_{\text{BSc}} \\ \mathbf{a}_U = {}^1\mathbf{R}_B \left(\frac{\partial U_{20,22}}{\partial \mathbf{r}_{\text{BSc}}} \right), \\ \mathbf{a}_S = -\mu_S \left(\frac{\mathbf{r}_{\text{SSc}}}{\|\mathbf{r}_{\text{SSc}}\|^3} + \frac{\mathbf{r}_S}{\|\mathbf{r}_S\|^3} \right), \\ \mathbf{a}_{\text{SRP}} = -\rho_S C_R \frac{A}{m_{\text{Sc}}} \frac{\mathbf{r}_{\text{SSc}}}{\|\mathbf{r}_{\text{SSc}}\|^3} A U^2. \end{cases} \quad (21)$$

对式(20)求偏导可得

$$\frac{\partial \ddot{\mathbf{r}}_{\text{Sc}}}{\partial \mathbf{r}_{\text{Sc}}^T} = \frac{\partial \mathbf{a}_A}{\partial \mathbf{r}_{\text{Sc}}^T} + \frac{\partial \mathbf{a}_B}{\partial \mathbf{r}_{\text{Sc}}^T} + \frac{\partial \mathbf{a}_U}{\partial \mathbf{r}_{\text{Sc}}^T} + \frac{\partial \mathbf{a}_S}{\partial \mathbf{r}_{\text{Sc}}^T} + \frac{\partial \mathbf{a}_{\text{SRP}}}{\partial \mathbf{r}_{\text{Sc}}^T}. \quad (22)$$

对于观测矩阵 $\mathbf{H}$, 有

$$\frac{\partial \mathbf{V}_{\text{CA}}}{\partial \mathbf{r}_{\text{CA}}^T} = \begin{bmatrix} \frac{y_{\text{CA}}^2 + z_{\text{CA}}^2}{\|\mathbf{r}_{\text{CA}}\|^3} & \frac{-x_{\text{CA}} y_{\text{CA}}}{\|\mathbf{r}_{\text{CA}}\|^3} & \frac{-x_{\text{CA}} z_{\text{CA}}}{\|\mathbf{r}_{\text{CA}}\|^3} \\ \frac{-x_{\text{CA}} y_{\text{CA}}}{\|\mathbf{r}_{\text{CA}}\|^3} & \frac{x_{\text{CA}}^2 + z_{\text{CA}}^2}{\|\mathbf{r}_{\text{CA}}\|^3} & \frac{-y_{\text{CA}} z_{\text{CA}}}{\|\mathbf{r}_{\text{CA}}\|^3} \\ \frac{-x_{\text{CA}} z_{\text{CA}}}{\|\mathbf{r}_{\text{CA}}\|^3} & \frac{-y_{\text{CA}} z_{\text{CA}}}{\|\mathbf{r}_{\text{CA}}\|^3} & \frac{x_{\text{CA}}^2 + y_{\text{CA}}^2}{\|\mathbf{r}_{\text{CA}}\|^3} \end{bmatrix}, \quad (23)$$

$$\frac{\partial \mathbf{V}_{\text{CB}}}{\partial \mathbf{r}_{\text{CB}}^T} = \begin{bmatrix} \frac{y_{\text{CB}}^2 + z_{\text{CB}}^2}{\|\mathbf{r}_{\text{CB}}\|^3} & \frac{-x_{\text{CB}} y_{\text{CB}}}{\|\mathbf{r}_{\text{CB}}\|^3} & \frac{-x_{\text{CB}} z_{\text{CB}}}{\|\mathbf{r}_{\text{CB}}\|^3} \\ \frac{-x_{\text{CB}} y_{\text{CB}}}{\|\mathbf{r}_{\text{CB}}\|^3} & \frac{x_{\text{CB}}^2 + z_{\text{CB}}^2}{\|\mathbf{r}_{\text{CB}}\|^3} & \frac{-y_{\text{CB}} z_{\text{CB}}}{\|\mathbf{r}_{\text{CB}}\|^3} \\ \frac{-x_{\text{CB}} z_{\text{CB}}}{\|\mathbf{r}_{\text{CB}}\|^3} & \frac{-y_{\text{CB}} z_{\text{CB}}}{\|\mathbf{r}_{\text{CB}}\|^3} & \frac{x_{\text{CB}}^2 + y_{\text{CB}}^2}{\|\mathbf{r}_{\text{CB}}\|^3} \end{bmatrix}. \quad (24)$$

则两颗探测器导航系统的可观测性矩阵可以表示为

$$\mathbf{O} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}^T & \mathbf{F}^T \mathbf{H}^T & \dots & (\mathbf{F}^{14})^T \mathbf{H}^T \end{bmatrix}^T. \quad (25)$$

通过分析可观测性矩阵的可逆性可以判断系统是否可观测, 但系统的可观测性无法定量描述出系统的可观测程度, 因此需要对系统的可观测度进行研究. 考虑到可观测性矩阵的奇异性与系统的可观测性相关, 本文采用可观测性矩阵的条件数来定义系统的可观测度^[20].

$$D = \frac{1}{\text{cond}(\mathbf{O})}, \quad (26)$$

其中, $\text{cond}(\mathbf{O})$ 为矩阵 $\mathbf{O}$ 的条件数, 其公式可以表示为

$$\text{cond}(\mathbf{O}) = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\min}} = \sqrt{\frac{\lambda_{\max}(\mathbf{O}^T \mathbf{O})}{\lambda_{\min}(\mathbf{O}^T \mathbf{O})}}, \quad (27)$$

式中, $\sigma_{\max}$ 和 $\sigma_{\min}$ 分别代表矩阵 $\mathbf{O}$ 的最大奇异值和最小奇异值, $\lambda_{\max}(\mathbf{O}^T \mathbf{O})$ 和 $\lambda_{\min}(\mathbf{O}^T \mathbf{O})$ 分别为矩阵 $\mathbf{O}^T \mathbf{O}$ 的最大特征值和最小特征值. 矩阵的条件数越大, 矩阵本身越接近于病态, 当前时刻系统可观测度越大, 因此可以用来衡量系统的可观测度.

由式(26)可知, 可观测性矩阵为正交矩阵时, 可观测度 D 取最大值1, 可观测度越大, 导航系统的估计精度越高.

4.2 性能指标和轨迹约束

由4.1节中系统的可观测度分析, 为了体现导航方案的整体性能, 本文采用积分型的性能指标. 双探测器轨迹优化目标函数的表示形式如下:

$$\min J = -\int_{t_0}^{t_f} D(\mathbf{r}_{\text{Sc}1}, \mathbf{v}_{\text{Sc}1}, \mathbf{r}_{\text{Sc}2}, \mathbf{v}_{\text{Sc}2}, t) dt, \quad (28)$$

其中, t_0 是飞行轨迹的初始时刻, t_f 是末端时刻.

在双体小行星附近探测的过程中, 探测器通过观测主星和从星得到的两个视线矢量, 若探测器与主星、从星共线, 或两颗小行星的指向矢量平行(即探测器在无穷远处), 则探测器只能观测到一个视线矢量, 所以, 探测器的两个视线矢量不能共线, 即两个视线矢量的内积小于视线矢量模的乘积, 两颗探测器各自的两个视线矢量不能共线的约束如下:

$$\begin{cases} \mathbf{r}_{\text{ASc}1} \cdot \mathbf{r}_{\text{BSc}1} < \|\mathbf{r}_{\text{ASc}1}\| \|\mathbf{r}_{\text{BSc}1}\|, \\ \mathbf{r}_{\text{ASc}2} \cdot \mathbf{r}_{\text{BSc}2} < \|\mathbf{r}_{\text{ASc}2}\| \|\mathbf{r}_{\text{BSc}2}\|, \end{cases} \quad (29)$$

其中, $\mathbf{r}_{\text{ASc}1}$ 和 $\mathbf{r}_{\text{ASc}2}$ 分别为两颗探测器相对于主星的位置矢量, $\mathbf{r}_{\text{BSc}1}$ 和 $\mathbf{r}_{\text{BSc}2}$ 分别为两颗探测器相对于从星的位置矢量.

两颗探测器不能与主星、从星相撞, 即

$$\begin{cases} \|\mathbf{r}_{\text{Sc}1} - \mathbf{r}_A\| > \max\{a_A, b_A, c_A\}, \\ \|\mathbf{r}_{\text{Sc}2} - \mathbf{r}_A\| > \max\{a_A, b_A, c_A\}, \\ \|\mathbf{r}_{\text{Sc}1} - \mathbf{r}_B\| > \max\{a_B, b_B, c_B\}, \\ \|\mathbf{r}_{\text{Sc}2} - \mathbf{r}_B\| > \max\{a_B, b_B, c_B\}. \end{cases} \quad (30)$$

两颗探测器观测同一颗星的视线矢量不能共线:

$$\begin{cases} \mathbf{r}_{\text{ASc1}} \cdot \mathbf{r}_{\text{ASc2}} < \|\mathbf{r}_{\text{ASc1}}\| \|\mathbf{r}_{\text{ASc2}}\|, \\ \mathbf{r}_{\text{BSc1}} \cdot \mathbf{r}_{\text{BSc2}} < \|\mathbf{r}_{\text{BSc1}}\| \|\mathbf{r}_{\text{BSc2}}\|. \end{cases} \quad (31)$$

两颗探测器除了利用相机观测主星和从星外, 还利用星间测量进行导航, 则两颗探测器需要保持一定的间距, 即

$$d_r > d_{\min}, \quad (32)$$

其中, d_r 为两颗探测器间的相对距离, $d_{\min}$ 为两颗探测器间允许的最短距离. 则基于可观测度的双体小行星探测轨迹优化问题可以表示为采用优化算法选取两颗探测器的初始位置和速度, 两颗探测器依照动力学方程以该初始状态飞行的轨迹能使性能指标式(28)最小, 同时满足约束条件式(29)–(32). 现有的多种优化算法均可应用于上述优化问题, 包括遗传算法、模拟退火算法等. 本文采用遗传算法搜索最优观测几何状态, 以可观测度为目标函数句柄, 在变量上下界内和轨迹约束下搜索两颗探测器的初始状态.

5 数学仿真分析

本节选择双体小行星系统 65803 Didymos 作为目标天体, 分别对单颗探测器导航和两颗探测器导航进行仿真分析, 从而验证从星星历不确定对单颗探测器的影响以及观测构型优化的有效性.

5.1 仿真参数

表 1 列出了双体小行星系统 65803 Didymos 的轨道

参数^[21]. 令导航相机分辨率为 500×500 像素, 视场角为 90° , 导航相机焦距为 20 mm, 相机测量误差为 4×10^{-3} rad, 星间测距误差为 0.1 m, 星间测角误差为 1×10^{-3} rad. 探测器质量恒定为 500 kg, 最大横截面积为 20 m^2 , 反射系数 C_R 假定为 1.

5.2 单探测器光学导航

对于单颗探测器导航, 以双体小行星系统 L4 点为单颗探测器的初始位置, 仿真时间与双体小行星系统旋转周期相同, 为 11.92 h. 假设主星 A 的运动精确已知, 考虑从星 B 星历不确定, 令从星的初始位置误差为其实际初始位置的 10%, 探测器初始状态估计误差均为实际初始状态的 20%, 则探测器的位置、速度估计误差曲线分别如图 4(a) 和 (b) 所示, 从星的位置估计误

表 1 双体小行星 65803 Didymos 的参数

Table 1 Parameters of the binary asteroid system 65803 Didymos

指标	数值
双小行星距离 (km)	1.18
双星系统自转周期 (h)	11.92
主星引力系数 μ_A (km^3/s^2)	3.4908×10^{-8}
主星半径 a_A, b_A, c_A (m)	387.5, 387.5, 387.5
主星自转周期 T_A (h)	2.26
从星引力系数 μ_B (km^3/s^2)	3.1781×10^{-10}
从星半长轴 a_B, b_B, c_B (m)	81.5, 62.7, 52.2
从星自转周期 T_B (h)	11.92

图 4 (网络版彩图)从星星历不确定情况下状态估计误差. (a) 单探测器位置误差; (b) 单探测器速度误差

Figure 4 (Color online) Estimated state errors without exactly knowing the position of the secondary asteroid. (a) Position error of single spacecraft; (b) velocity error of single spacecraft.

差曲线如图5所示.

由图4(a)和(b)可知, 在从星位置不确定的情况下, 单颗探测器的导航精度很差, 探测器的位置精度达到 215 m, 速度精度达到 0.035 m/s.

由图5可知, 从星的位置误差无法通过滤波使其收敛, 仿真结果表明如果无法精确已知从星相对于主星的位置, 仅利用单颗探测器无法实现导航, 说明单颗探测器导航存在一定的缺陷.

图 5 (网络版彩图)从星B位置估计误差

Figure 5 (Color online) Estimated position error of the secondary asteroid B.

5.3 双探测器协同导航

由于双探测器之间的测量能对导航信息进行补充, 因此本节首先验证双探测器协同导航的可行性, 再进行观测几何优化的仿真验证. 同样, 令两颗探测器的初始估计状态误差均为实际的20%, 并考虑从星状态扩展估计, 令从星的初始位置误差为10%.

5.3.1 未优化观测几何构型

对于两颗探测器导航, 令探测器1初始位置仍位于双体小行星系统L4点处, 在双体小行星系统惯性坐标系下, 令探测器2的初始位置为[1000, 1000, 1000] m, 探测器2轨道的法向量为[0.4538, -0.8147, 0.3610], 则探测器2的初始速度为探测器2轨道法向量和探测器2初始位置的外积. 两颗探测器在双体小行星系统不同参考系下的飞行轨迹如图6所示.

对于两颗探测器的自主协同光学导航, 探测器1的位置估计误差和速度估计误差曲线分别如图7(a)和(b)所示, 探测器2的位置估计误差和速度估计误差曲线分别如图7(c)和(d)所示, 从星的位置估计误差曲线如图8所示.

由图6主星固连坐标系下的探测器轨迹可知, 在刚开始飞行时, 两颗探测器的位置不断接近, 星间测量所能提供的观测信息逐渐减少, 而从星位置不准确又导致两颗探测器对从星的视线观测误差增大, 使两颗探测器整体的导航性能下降严重. 由于基于球谐函数的

图 6 (网络版彩图)从星星历不确定情况下双探测器不同参考系飞行轨迹. (a) 双星系统惯性坐标系; (b) 主星固联坐标系

Figure 6 (Color online) Trajectories of two spacecrafts in different reference frames without exactly knowing the position of the secondary asteroid. (a) The binary system inertial frame; (b) the primary asteroid body-fixed frame.

图 7 (网络版彩图)从星位置不确定情况下两颗探测器状态估计误差. (a) 探测器1位置误差, 插图为0–600 s的位置误差; (b) 探测器1速度误差; (c) 探测器2位置误差, 插图为0–600 s的位置误差; (d) 探测器2速度误差

Figure 7 (Color online) State error estimates of two spacecrafts without exactly knowing the position of the secondary asteroid. (a) Position error of spacecraft 1, the inset shows the position error from 0 to 600 s; (b) velocity error of spacecraft 1; (c) position error of spacecraft 2, the inset shows the position error from 0 to 600 s; (d) velocity error of spacecraft 2.

双体小行星引力场模型不够精确, 在导航性能严重下降的影响下, 两颗探测器的位置误差和速度误差在刚开始飞行时发生了图7中的跳变.

由图7可知, 对于两颗探测器协同导航, 当从星位置不确定时, 探测器1和探测器2的位置误差和速度误差能快速收敛, 验证了从星位置不确定情况下两颗探测器协同导航的可行性. 但两颗探测器都会受到从星位置不确定的影响, 从而导致整体的导航精度下降, 探测器1和探测器2的三轴位置精度分别为11.40和9.49 m, 三轴速度精度分别为0.34和0.28 m/s. 即便如此, 通过部署第二颗探测器能够实现协同导航, 最终两颗探测器的导航精度明显优于单颗探测器的导航方

案. 另外, 在从星位置不确定的情况下, 有必要对两颗探测器导航的观测几何构型进行优化, 先对从星的相对位置进行更加精确的估计, 然后再进行基于光学视线/星间测量的自主导航.

图8给出了从星位置估计误差, 对于从星的位置不确定的情况, 本文导航滤波算法能使从星的位置误差快速收敛.

5.3.2 优化观测几何构型

在从星位置不确定的情况下, 采用遗传算法, 根据第4节给出的性能指标和约束, 对两颗探测器的初始位置和初始速度进行优化, 实现双探测器和双体小行星

图 8 (网络版彩图)观测几何未优化从星位置估计误差, 插图 0–600 s 的位置误差

Figure 8 (Color online) Estimated position error of the secondary asteroid B without observational geometry optimization. The inset shows the position error from 0 to 600 s.

的观测几何构型最优配置, 从而使得探测器沿飞行轨迹的导航性能最优. 对两颗探测器的观测几何构型进行优化, 得到探测器1的初始位置和初始速度分别为 $[568.7079, 1021.9100, 0.0000]$ m 和 $[-0.1499, 0.0865, 0.0000]$ m/s, 探测器2的初始位置和初始速度分别为 $[568.7079, -1021.9100, 0.0000]$ m 和 $[0.1499, 0.0865, 0.0000]$ m/s, 性能指标最优值为 $J = -8.1748$. 由优化结

果可知, 两颗探测器分别恰好位于双体小行星系统的 L4 和 L5 拉格朗日平衡点.

以优化得到的结果作为探测器初始状态, 令探测器的初始状态估计误差均为实际初始状态的 20%, 对两颗探测器协同导航进行仿真, 则两颗探测器在不同坐标系下的轨迹如图 9 所示. 状态估计误差曲线如图 10 所示, 从星位置估计误差曲线如图 11 所示.

由图 10 可知, 在从星位置不确定的情况下, 两颗探测器沿优化轨迹飞行并进行导航, 探测器 1 和探测器 2 最终的三轴位置精度均能达到 8 m, 速度精度均达到 0.22 m/s. 与第 5.3.1 节中的仿真结果相比, 经过观测几何优化后, 探测器 1 和探测器 2 的位置精度分别提高了 29.82% 和 15.70%, 速度精度分别提高了 35.29% 和 21.43%.

由图 11 从星位置估计误差曲线可知, 在从星位置不确定的情况下, 两颗探测器沿观测几何优化后轨迹飞行并进行协同导航, 导航滤波算法仍然能够令从星的位置误差快速收敛.

为了分析观测几何构型优化后探测器的导航性能是否最优, 考虑从星位置不确定, 对基于优化后飞行轨迹和随机飞行轨迹的双探测器导航进行蒙特卡罗分析, 其中随机轨迹飞行满足式 (29)–(32) 的约束, 均进行 1000 次仿真运算. 通过导航误差绝对值积分的大小来判断探测器的导航精度. 由于导航误差绝对值的积分量较大, 所以实际通过两颗探测器误差绝对值在整个过程中的平均值之和来体现两颗探测器估计自身位置

图 9 (网络版彩图)从星星历不确定情况下观测几何构型优化后双探测器不同参考系飞行轨迹. (a) 双星系统惯性坐标系; (b) 主星固联坐标系

Figure 9 (Color online) Trajectories of two spacecrafts after observational geometry optimization in different reference frames without exactly knowing the position of the secondary asteroid. (a) The binary system inertial frame; (b) the primary asteroid body-fixed frame.

图 10 (网络版彩图)从星历不确定情况下观测几何构型优化后两颗探测器状态估计误差. (a) 探测器1位置误差, 插图为0–600 s的位置误差; (b) 探测器1速度误差; (c) 探测器2位置误差, 插图为0–600 s的位置误差; (d) 探测器2速度误差

Figure 10 (Color online) State error estimates of two spacecrafts after observational geometry optimization without exactly knowing the position of the secondary asteroid. (a) Position error of spacecraft 1. The inset shows the position error from 0 to 600 s; (b) velocity error of spacecraft 1; (c) position error of spacecraft 2. The inset shows the position error from 0 to 600 s; (d) velocity error of spacecraft 2.

图 11 (网络版彩图)观测几何优化后从星B位置估计误差, 插图为0–600 s的位置误差

Figure 11 (Color online) Estimated position error of the secondary asteroid B after observational geometry optimization. The inset shows the position error from 0 to 600 s.

速度的整体性能, 即

$$\begin{cases} J_{r\text{-axis}} = \frac{1}{t_f - t_0} \int_{t_0}^{t_f} (|e_{r1\text{-axis}}(t)| + |e_{r2\text{-axis}}(t)|) dt, \\ J_{v\text{-axis}} = \frac{1}{t_f - t_0} \int_{t_0}^{t_f} (|e_{v1\text{-axis}}(t)| + |e_{v2\text{-axis}}(t)|) dt, \\ J_{rB\text{-axis}} = \frac{1}{t_f - t_0} \int_{t_0}^{t_f} |e_{rB\text{-axis}}(t)| dt, \end{cases} \quad (33)$$

其中, $e_{r1\text{-axis}}(t)$ 和 $e_{r2\text{-axis}}(t)$ 为 t 时刻探测器1和探测器2的三轴位置误差, $e_{v1\text{-axis}}(t)$ 和 $e_{v2\text{-axis}}(t)$ 为 t 时刻探测器1和探测器2的三轴速度误差, $e_{rB\text{-axis}}(t)$ 为 t 时刻从星三轴位置误差.

基于飞行轨迹全程的性能指标, 两颗探测器整体的位置和速度误差、从星位置误差的蒙特卡罗仿真结果分别如图12和13所示.

由图12和13可知, 在从星位置不确定的情况下, 双探测器观测几何构型经过优化后, 其飞行轨迹的位置、速度误差和从星位置误差的仿真结果均优于随机

图 12 (网络版彩图) 1000 次蒙特卡罗仿真优化轨迹和随机轨迹估计误差. (a) 双探测器位置误差; (b) 双探测器速度误差
Figure 12 (Color online) Estimation errors of two spacecrafts from 1000-run Monte Carlo simulations with optimized and random trajectories. (a) Two-spacecraft position errors; (b) two-spacecraft velocity errors.

图 13 (网络版彩图) 1000 次蒙特卡罗仿真优化轨迹和随机轨迹从星位置误差
Figure 13 (Color online) Position errors of the secondary asteroid from 1000-run Monte Carlo simulations with optimized and random trajectories.

轨迹, 验证了基于可观测度的观测几何构型优化能使两颗探测器的协同导航性能达到最优。

6 结论

本文研究了一种双体小行星探测自主协同光学导航方法, 该导航方法利用两颗探测器分别对主星和从星进行光学观测, 同时结合探测器间的星间测量实现自主协同光学导航. 本文实现了从星相对于主星的位置不确知的情况下确定两颗探测器的位置、速度和从星相对于主星的位置. 更重要地, 通过分析双探测器协同导航系统的可观测度和轨迹约束, 提出了一种基于导航信息评价的探测器观测几何构型优化方法, 通过优化双探测器与双体小行星的位置构型, 提高了导航系统的可观测度. 最后仿真表明, 从星星历不确知时, 单颗探测器无法进行有效导航, 而双探测器协同导航方案具有可行性; 另外, 与未进行观测几何优化的随机轨迹相比, 两颗探测器沿优化轨迹飞行时的导航精度有了大幅提高, 位置确定精度达到 10 m 量级, 能够满足深空探测导航精度的需要。

参考文献

- 1 Chen Y, Baoyin H X, Li J F. Target analysis and low-thrust trajectory design of Chinese asteroid exploration mission (in Chinese). *Sci Sin-Phys Mech Astron*, 2011, 41: 1104–1111 [陈杨, 宝音贺西, 李俊峰. 我国小行星探测目标分析与电推进轨道设计. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2011, 41: 1104–1111]

- 2 Margot J L, Nolan M C, Benner L A M, et al. Binary asteroids in the near-Earth object population. *Science*, 2002, 296: 1445–1448
- 3 Scheeres D J. Rotational fission of contact binary asteroids. *Icarus*, 2007, 189: 370–385
- 4 Harris A W, Barucci M A, Cano J L, et al. The European Union funded NEOSShield project: A global approach to near-Earth object impact threat mitigation. *Acta Astronaut*, 2013, 90: 80–84
- 5 Helfenstein P, Veverka J, Thomas P C, et al. Galileo photometry of asteroid 243 Ida. *Icarus*, 1996, 120: 48–65
- 6 Cheng A F, Rivkin A S, Michel P, et al. AIDA DART asteroid deflection test: Planetary defense and science objectives. *Planet Space Sci*, 2018, 157: 104–115
- 7 Peytavi G G, Andert T P, Probst A, et al. 3D imaging for autonomous navigation about small-bodies. In: AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference. Long Beach, 2016. 13–16
- 8 Gil-Fernández J, Ortega-Hernando G. Autonomous vision-based navigation for proximity operations around binary asteroids. *CEAS Space J*, 2018, 10: 287–294
- 9 Torre F, Vasile M, Serra R, et al. Autonomous navigation of a formation of spacecraft in the proximity of a binary asteroid. In: International Symposium on Space Technology and Science. Ehime: ISTS, 2017
- 10 Shao W, Xie J C, Cao L, et al. Crater matching algorithm based on feature descriptor. *Adv Space Res*, 2020, 65: 616–629
- 11 Zhang X W, Wang D Y, Huang X Y. Autonomous optical navigation for interplanetary cruise based on images of beacon asteroids (in Chinese). *Aerosp Contrl*, 2009, 27: 17–22 [张晓文, 王大轶, 黄翔宇. 利用小行星测量信息的深空探测器自主导航算法研究. *航天控制*, 2009, 27: 17–22]
- 12 Scheeres D J. Orbit mechanics about asteroids and comets. *J Guid Control Dyn*, 2012, 35: 987–997
- 13 Hu W, Scheeres D J. Spacecraft motion about slowly rotating asteroids. *J Guid Control Dyn*, 2002, 25: 765–775
- 14 Vasile M, Torre F, Serra R, et al. Angles-only navigation of a formation in the proximity of a binary system. In: 2018 Space Flight Mechanics Meeting. Kissimmee: AIAA, 2018
- 15 Zhu S Y, Xiu Y, Zhang N, et al. Crater-based attitude and position estimation for planetary exploration with weighted measurement uncertainty. *Acta Astronaut*, 2020, 176: 216–232
- 16 Wu W R, Wang D Y, Huang X Y, et al. Autonomous hazard detection and avoidance guidance method for soft lunar landing (in Chinese). *Sci Sin-Inf*, 2015, 45: 1046–1059 [吴伟仁, 王大轶, 黄翔宇, 等. 月球软着陆自主障碍识别与避障制导方法. *中国科学: 信息科学*, 2015, 45: 1046–1059]
- 17 Wang X, Shao X, Gong D, et al. GPS/VISNAV integrated relative navigation and attitude determination system for ultra-close spacecraft formation flying. *J Syst Eng Electron*, 2011, 22: 283–291
- 18 Zhao Z D, Yu Z S, Cui P Y. A beacon configuration optimization method based on Fisher information for Mars atmospheric entry. *Acta Astronaut*, 2017, 133: 467–475
- 19 Yu Z S, Cui P Y, Zhu S Y. Observability-based beacon configuration optimization for Mars entry navigation. *J Guid Control Dyn*, 2015, 38: 643–650
- 20 Jia H, Zhu S, Cui P. Observability-based navigation using optical and radiometric measurements for asteroid proximity. *IEEE Trans Aerosp Electron Syst*, 2020, 56: 2677–2688
- 21 Pravec P, Harris A W. Binary asteroid population. *Icarus*, 2007, 190: 250–259

Two-spacecraft cooperative optical navigation for binary-asteroid exploration

ZHU ShengYing^{1,2*}, XIU Yi^{1,2}, LIU DongChen³, ZHANG Ning⁴ & XU Rui^{1,2}

¹ School of Aerospace Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China;

² Key Laboratory of Autonomous Navigation and Control for Deep Space Exploration, Ministry of Industry and Information Technology, Beijing 100081, China;

³ Chang Guang Satellite Technology CO., LTD, Changchun 130000, China;

⁴ Shanghai Institute of Satellite Engineering, Shanghai 201109, China

Given the increasing importance of binary asteroids in the field of deep-space exploration, improving the navigation accuracy of the spacecraft has become a key focus of research. On the basis of the navigation information, such as optical observations of binary asteroids and inter-spacecraft measurements, an autonomous navigation scheme for a sphere-ellipsoid binary asteroid model was proposed herein. A navigation filter capable of extended estimation was also designed in consideration of the position uncertainty of the secondary asteroid with respect to the primary asteroid. This paper especially focused on the observational geometry optimization of the navigation information through the analysis of the observability of the navigation system and the trajectory constraints, which optimized the position configuration of the spacecraft and binary asteroids in order to improve navigation performance. Simulations were conducted to validate the effectiveness of the proposed method and to prove the advantages of navigation performance. The research methods and simulation results can provide reference and support for China's binary-asteroid exploration in future.

binary asteroids, observational geometry, observability analysis, cooperative navigation, trajectory optimization

PACS: 96.30.Ys, 95.75.Mn, 46.15.Cc, 91.10.Sp, 95.10.Eg, 96.25.De

doi: [10.1360/SSPMA-2020-0500](https://doi.org/10.1360/SSPMA-2020-0500)