

# 浮车型 5 模块低地板有轨电车 几何曲线通过计算方法

聂敏, 崔启超, 原志强, 王宇

(中车大同电力机车有限公司 技术中心, 山西 大同 037038)

**摘要:** 关于浮车型 5 模块低地板有轨电车几何曲线通过计算旨在研究铰接装置转角以及连挂车辆车钩转角等重要参数。依据有轨电车的结构特点, 运用解析几何的基本理论, 推导出有轨电车通过平面曲线、竖曲线时铰接装置转角及车钩夹角的计算方法; 运用动力学软件进行模拟验证, 验证结果与文中计算得出的结果基本一致。文中推荐的计算方法可为铰接装置、贯通道、车钩的选型提供依据。

**关键词:** 低地板; 有轨电车; 几何曲线通过; 解析法; 铰接装置; 车钩

**中图分类号:** U482.1; U260.2

**文献标识码:** A

**doi:** 10.13890/j.issn.1000-128x.2017.06.024

## Calculation Method of Tram Car with 5 Module and Low Floor Passing through Curve

NIE Min, CUI Qichao, YUAN Zhiqiang, WANG Yu

(Technical Center, CRRC Datong Co., Ltd., Datong, Shanxi 037038, China)

**Abstract:** In this paper, the calculation of the suspended-modular-tram car with 5 module and low floor passing through curves was designed to study important parameters such as the rotation angle of the articulated equipment and the rotation angle of the coupler and so on. According to the structure characteristics of the tram car and the basic theory of analytic geometry, the calculation method of the rotation angle of the articulated equipment and couplers when the tram car passing through the plane curve and the vertical curve was deduced. At the same times, the dynamic software was used to simulate the tram car passing through curves. The results were basically consistent with the calculated results. The calculation method proposed in this paper could provide the basis for the selection of articulated equipment, gangway bellows and couplers.

**Keywords:** low floor; tram car; passing through curves; analytical method; articulated equipment; coupler

## 0 引言

浮车型有轨电车, 是指铰接式的有轨电车中有部分车体下部没有转向架的支撑, 而是通过两端的铰接装置固定在相邻的、具有转向架支撑的车体上。由于没有转向架的支撑, 看起来像悬浮于空中, 所以将此类车型命名为浮车型有轨电车。对于有轨电车的几何曲线通过计算, 一般有多体动力学软件模拟和解析法计算 2 种方法。本文运用解析法, 通过输入相关线路参数及车辆参数, 得出铰接装置转角以及连挂车辆的

车钩转角等内容。

## 1 计算车辆的结构特征

浮车型 5 模块低地板有轨电车采用 =Mc1+F1+Tp+F2+Mc2= 编组, 如图 1 所示, 其中, Mc1、Mc2 为带有司机室的动车模块, F1、F2 为浮车模块, Tp 为带有受电弓的拖车模块, = 为折叠车钩, + 为铰接装置。



图 1 车辆编组

## 2 通过平面曲线的计算方法

### 2.1 车辆通过定圆曲线

#### 2.1.1 有轨电车通过定圆曲线的计算方法

如图2所示,为浮车型5模块低地板有轨电车通过定圆曲线的示意图。其中AC段、GJ段分别表示Mc1模块、Mc2模块的车体长度;CD段、FG段分别表示F1模块、F2模块的车体长度;DF段为Tp模块的车体长度。B、E、H点为转向架中心点位置,L为转向架轴距。

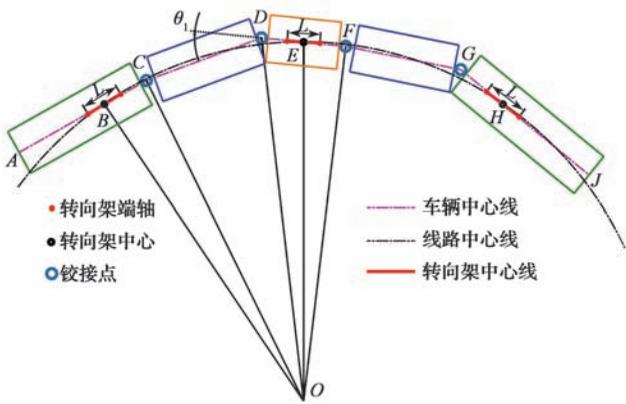


图2 通过定圆曲线

定义任意一处铰接点D点处的铰接装置转角为 $\theta_1$ ,由于过曲线时车辆低速运行,假设各转向架在轨道上均处于最大偏斜位置。那么有 $\theta_1$ 计算公式:

$$\theta_1 = 180^\circ - \angle ODE - \angle ODC$$

其中:

$$\begin{cases} \cos \angle ODE = \frac{OD^2 + DE^2 - OE^2}{2OD \cdot DE} \\ \cos \angle ODC = \frac{OD^2 + DC^2 - OC^2}{2OD \cdot DC} \\ OC^2 = OB^2 + BC^2 - 2OB \cdot BC \cdot \cos \angle OBC \\ OD^2 = OE^2 + DE^2 - 2OE \cdot DE \cdot \cos \angle OED \end{cases}$$

由于假设各个转向架均处于最大偏斜位置,则 $OB=OE$ 。有:

$$\cos \angle ODE = \frac{2DE^2 - 2OE \cdot DE \cdot \cos \angle OED}{2DE \cdot \sqrt{OE^2 + DE^2 - 2OE \cdot DE \cdot \cos \angle OED}}$$

$$\cos \angle ODC = \left( DE^2 + DC^2 - BC^2 - 2OE \cdot DE \cdot \cos \angle OED + 2OB \cdot BC \cdot \cos \angle OBC \right) \times \left( 2DC \cdot \sqrt{OE^2 + DE^2 - 2OE \cdot DE \cdot \cos \angle OED} \right)^{-1}$$

式中: $OB$ 、 $OE$ 为转向架中点与平面曲线线路圆心之间的距离; $OC$ 、 $OD$ 为铰接点与曲线线路圆心之间的距离。

同理求得C点、F点、G点处的铰接装置转角。

#### 2.1.2 线段OE的求法

在一般计算中, $OE$ 的值可直接近似取值为曲线半径R,但是,本文计算要运用更加精确的算法。

由图3可知,转向架轴距为L,即PM长度为L,则 $\triangle PEQ$ 与 $\triangle PMN$ 为相似三角形。则

$$EQ = \frac{\sigma + \Delta}{2}$$

$$OE = R + \frac{\sigma + \Delta}{2} - K - EQ = R - K$$

$$\left[ \left( R + \frac{\sigma + \Delta}{2} \right) - K \right]^2 + \left( \frac{L}{2} \right)^2 = \left( R + \frac{\sigma + \Delta}{2} \right)^2$$

$$\Rightarrow -2K \left( R + \frac{\sigma + \Delta}{2} \right) + K^2 + \frac{L^2}{4} = 0$$

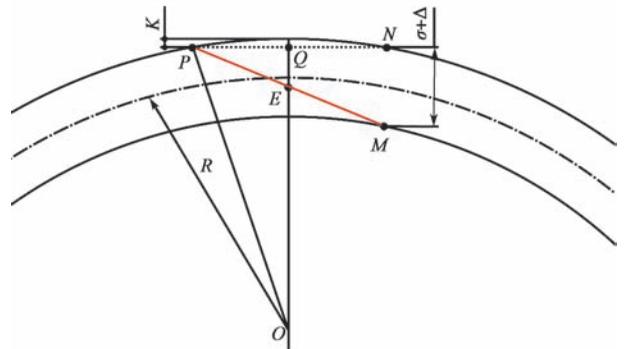


图3 转向架中点与曲线线路圆心之距

相对于曲线半径来说,K值为小量, $K^2$ 为二阶小量,故省略。

$$\Rightarrow K = \frac{L^2}{8R + 4(\sigma + \Delta)}$$

$$\text{即 } OE = R - \frac{L^2}{8R + 4(\sigma + \Delta)}$$

式中: $\sigma + \Delta$ 为轮轨全间隙;K为转向架处于最大外移位置时,转向架中心相对于线路中心的位移。

#### 2.1.3 $\angle OED$ 的求法

由图4可知,线路圆心和转向架中心的连线与车体纵向中心线之间的夹角,即 $\angle OED$ ,受以下2个因素的影响。

①在低速时,转向架处于最大偏斜位置时(不考虑轮对横动量),转向架与线路圆心到转向架中心连线的夹角,即角 $\alpha$ 。

②在低速时,车体处于偏斜位置时,车体相对于转向架的转角,即角 $\beta$ 。

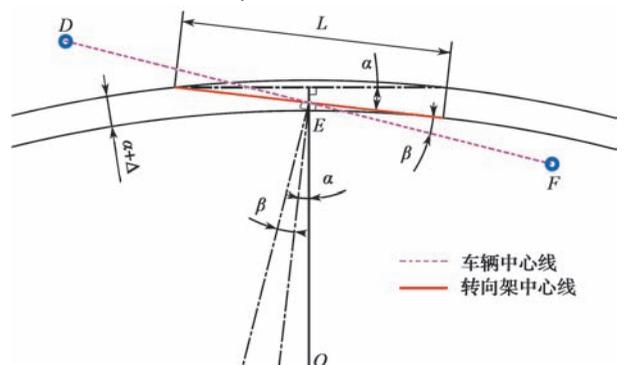


图4  $\angle OED$ 示意图

由图 4 可知:

$$\angle OED = 90^\circ + \alpha + \beta$$

$$\alpha = \arcsin \frac{\sigma + \Delta}{L}$$

式中:  $L$ —转向架轴距;  $\beta$ —转向架相对于车体的最大转角;  $\sigma + \Delta$ —轮缘与钢轨的总间隙。

同理求得  $\angle OBC$ 、 $\angle OHG$ 。

### 2.2 车辆通过曲 - 直线

假设 Mc1 模块处于前进方向, 则浮车型 5 模块低地板有轨电车过曲 - 直线时, 认为车辆的不利位置为 Tp 模块、F2 模块、Mc2 模块位于曲线上, Mc1 模块、F1 模块位于直线上, 且  $D$  点处的铰接点位于曲线和直

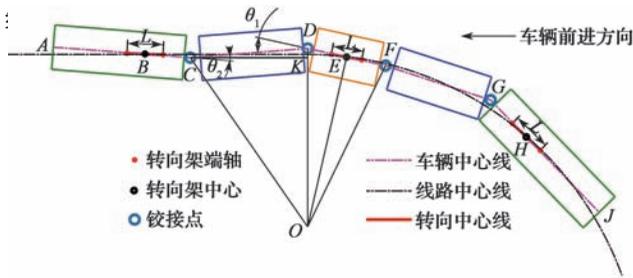


图 5 过曲 - 直线示意

则有公式:

$$\theta_1 = 180^\circ - \angle ODE - \angle CDK$$

$$\theta_2 = 90^\circ + \alpha + \beta - \angle CDK$$

$$\begin{cases} \cos \angle ODE = \frac{OD^2 + DE^2 - OE^2}{2 OD \cdot DE} \\ OD^2 = OE^2 + DE^2 - 2 OE \cdot DE \cdot \cos \angle OED \\ \cos \angle CDK = \sin \angle DCK = \frac{DK}{CD} \\ DK = OD - OK \\ OK = R - BC \cdot \sin(\alpha + \beta) \end{cases}$$

推导得

$$\begin{aligned} \cos \angle ODE &= \frac{2 DE^2 - 2 OE \cdot DE \cdot \cos \angle OED}{2 DE \cdot \sqrt{OE^2 + DE^2 - 2 OE \cdot DE \cdot \cos \angle OED}} \\ \cos \angle CDK &= \left[ \frac{\sqrt{OE^2 + DE^2 - 2 OE \cdot DE \cdot \cos \angle OED} - R + BC \cdot \sin(\alpha + \beta)}{CD} \right] \end{aligned}$$

### 2.3 计算结果

经验算, 浮车型 5 模块低地板有轨电车通过定圆曲线的铰接装置转角要大于通过曲 - 直线的铰接装置转角。

表 1 铰接装置转角

曲线半径 /m	I 位铰接 / (°)		II 位铰接 / (°)		III 位铰接 / (°)		IV 位铰接 / (°)	
	解析法	SIMPACK	解析法	SIMPACK	解析法	SIMPACK	解析法	SIMPACK
25	11.96	11.24	13.74	13.79	12.33	12.35	12.33	12.93
50	5.52	5.57	7.32	7.21	5.90	5.96	5.90	6.76
100	2.30	2.56	4.10	3.83	2.67	2.75	2.67	3.57

为验证上述计算方法的准确性, 分别运用解析法与

动力学软件模拟法计算在曲线半径 25 m、50 m、100 m 等工况下的各铰接装置转角, 计算结果见表 1。

从表 1 可知, 解析法的计算结果与 SIMPACK 计算结果比较接近。由于解析法没有考虑一系、二系悬挂刚度以及曲线通过时离心力的影响, 解析法的计算结果与 SIMPACK 计算法稍有误差。铰接装置的转角计算主要用来为铰接装置的选型提供理论依据, 故上述各个工况下的误差在可以接受的范围之内。

## 3 通过竖曲线的计算方法

### 3.1 过凸曲线

由于浮车型 5 模块低地板有轨电车只有一处铰接装置允许模块间发生相互点头运动, 一般位于 Tp 模块与 F 模块之间, 那么, 把 5 模块车辆从允许点头的铰接处断开为 2 个部分, 来计算允许发生点头的铰接装置的点头角。

由图 6 可知, 浮车型 5 模块有轨电车通过半径为  $R$  的竖曲线,  $O$  点为线路圆心。AC、CD 为连接各车体下铰的直线,  $E$ 、 $F$ 、 $G$  点为转向架几何中心在轨面上的投影点;  $A$  点为直线  $OE$  与铰接装置的连线  $AC$  的交点, 同理求得  $B$  点、 $D$  点, 则  $AE$ 、 $BF$ 、 $DG$  为平直道下铰距轨面的距离。线段  $AB$  为车辆转向架中心距, 线段  $BC$  为转向架中心与相邻铰接装置的距离, 线段  $CD$  为转向架中心距减去转向架中心与相邻铰接装置的距离, 即  $CD = AB - BC$ 。C 点为允许点头的铰接点。

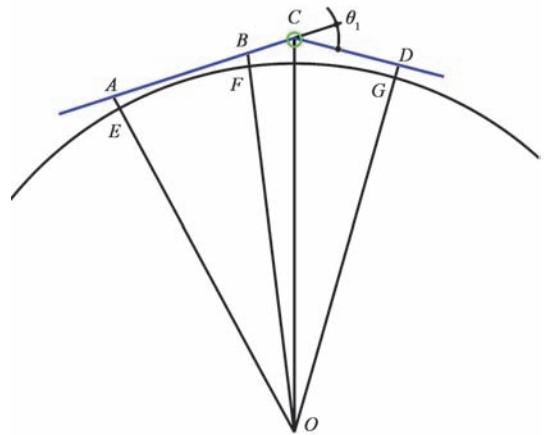


图 6 有轨电车过凸曲线求得 C 点处铰接装置的点头角为

$$\theta_1 = 180^\circ - \arccos \angle OCB - \arccos \angle OCD$$

有:

$$\begin{cases} \cos \angle OAB = \frac{AB^2 + OA^2 - OB^2}{2 OA \cdot OB} \\ OC^2 = OA^2 + AC^2 - 2 OA \cdot AC \cdot \cos \angle OAB \\ \cos \angle OCB = \frac{OC^2 + BC^2 - OB^2}{2 OC \cdot BC} \\ \cos \angle OCD = \frac{OC^2 + CD^2 - OD^2}{2 OC \cdot CD} \\ AC = AB + BC \\ CD = AB - BC \end{cases}$$

化解得出:

$$\cos \angle OCB = \frac{AB + BC}{\sqrt{OA^2 + BC^2 + AB \cdot BC}}$$

$$\cos \angle OCD = \frac{AB^2 + 2 \cdot BC^2 - AB \cdot BC}{2\sqrt{OA^2 + BC^2 + AB \cdot BC} \cdot OA}$$

式中:  $OA=OE+AE$ 。

代入线路及车辆参数, 得出具体转角见表 2。

### 3.2 过凹曲线

浮车型 5 模块低地板

有轨电车过凹曲线的计算思路与过凸曲线的计算思路一致, 计算公式也相同, 唯一不同的是下铰距线路圆心的距离发生了变化, 变为  $OA=OE-AE$ , 如图 7 所示。

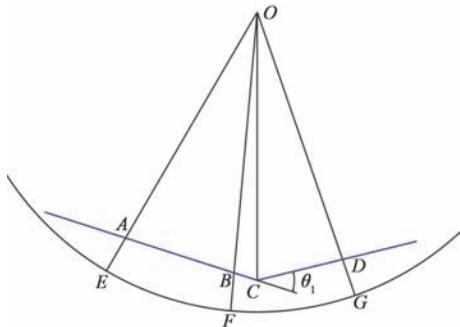


图 7 有轨电车过凹曲线

$$\cos \angle OCB = \frac{AB + BC}{\sqrt{OA^2 + BC^2 + AB \cdot BC}}$$

$$\cos \angle OCD = \frac{AB^2 + 2 \cdot BC^2 - AB \cdot BC}{2\sqrt{OA^2 + BC^2 + AB \cdot BC} \cdot OA}$$

式中:  $OA=OE-AE$ 。

得出具体转角见表 3。

由表 2、表 3 可知, 在过竖曲线时, 由于  $AE$  值相对于竖曲线半径来说其值非常小, 所以导致车辆在过凸曲线和凹曲线 2 种工况下, 铰接装置转角的差别非常小。同时, 由于解析法没有考虑一系悬挂、二系悬挂在动态下的垂向变化量, 导致计算值相对于用 SIMPACK 模拟出来的值偏小。

## 4 救援工况下车钩转角计算

### 4.1 连挂车辆通过定圆曲线计算

如图 8 所示, 连挂车辆通过定圆曲线,  $\gamma_1$ 、 $\gamma_2$  为车

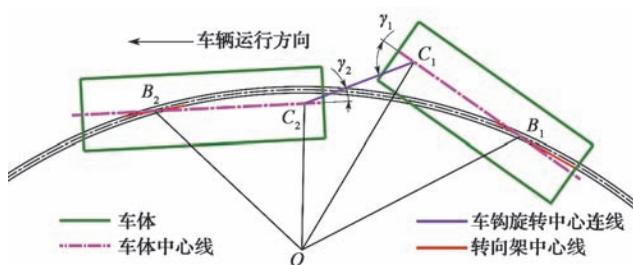


图 8 连挂车辆通过定圆曲线

钩相对于车辆中心线的转角。  $B_1$ 、 $B_2$  为转向架中心,  $C_1$ 、 $C_2$  为车钩旋转中心, 线路半径为  $R$ 。

有:  $\gamma_1=180^\circ - \angle OC_1B_1 - \angle OC_1C_2$

$$\begin{cases} \cos \angle OC_1B_1 = \frac{OC_1^2 + B_1C_1^2 - OB_1^2}{2 OC_1 \cdot B_1C_1} \\ \cos \angle OC_1C_2 = \frac{OC_1^2 + C_1C_2^2 - OC_2^2}{2 OC_1 \cdot OC_2} \\ OC_1^2 = OB_1^2 + B_1C_1^2 - 2 OB_1 \cdot B_1C_1 \cdot \cos \angle OB_1C_1 \\ OC_2^2 = OB_2^2 + B_2C_2^2 - 2 OB_2 \cdot B_2C_2 \cdot \cos \angle OB_2C_2 \end{cases}$$

式中:  $\angle OB_1C_1$ 、 $\angle OB_2C_2$  的算法参考 2.1.3 节。

推导得

$$\begin{aligned} \cos \angle OC_1B_1 &= \frac{2 B_1C_1 - 2 OB_1 \cdot B_1C_1 \cdot \cos \angle OB_1C_1}{2\sqrt{OB_1^2 + B_1C_1^2 - 2 OB_1 \cdot B_1C_1 \cdot \cos \angle OB_1C_1} \cdot B_1C_1} \\ \cos \angle OC_1C_2 &= \frac{2 OB_1 \cdot B_1C_1 \cdot (\cos \angle OB_2C_2 - \cos \angle OB_1C_1) + C_1C_2^2}{2\sqrt{OB_1^2 + B_1C_1^2 - 2 OB_1 \cdot B_1C_1 \cdot \cos \angle OB_1C_1} \cdot OC_2} \end{aligned}$$

同理求得  $\gamma_2$ 。

得出数据见表 4。

表 4 定圆曲线车钩转角计算

线路半径 /m	$\gamma_1(^{\circ})$		$\gamma_2(^{\circ})$	
	解析法	SIMPACK	解析法	SIMPACK
25	11.17	11.37	5.21	5.42
50	6.37	6.23	-0.69	-0.54
100	3.99	3.67	-3.65	-3.55

### 4.2 连挂车辆通过曲 - 直线计算

如图 9 所示, 连挂车辆通过曲 - 直线,  $\gamma_1$ 、 $\gamma_2$  为车钩相对于车辆中心线的转角。  $B_1$ 、 $B_2$  为转向架中心,  $C_1$ 、 $C_2$  为车钩旋转中心, 线路半径为  $R$ ,  $D$  点为直线与曲线线路的相切点,  $H$  点为  $C_2$  点在直线  $OC_1$  上的投影。

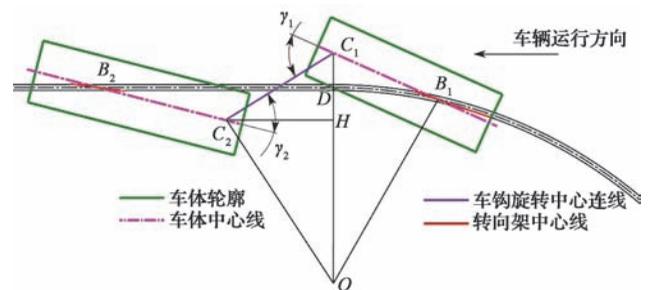


图 9 连挂车辆通过曲 - 直线

有:  $\gamma_1=180^\circ - \angle OC_1B_1 - \angle OC_1C_2$

$$\begin{cases} \cos \angle OC_1B_1 = \frac{OC_1^2 + B_1C_1^2 - OB_1^2}{2 OC_1 \cdot B_1C_1} \\ \cos \angle OC_1C_2 = \frac{C_1H}{C_1C_2} \\ OC_1^2 = OB_1^2 + B_1C_1^2 - 2 OB_1 \cdot B_1C_1 \cdot \cos \angle OB_1C_1 \\ C_1H = OC_1 - OH \\ OH = R - HD \\ HD = B_2C_2 \cdot \sin(\alpha + \beta) \end{cases}$$

其中  $\alpha$  和  $\beta$  的求法参照前面的 2.1.3 节。

推导得

$$\cos \angle OC_1 B_1 = \frac{2 B_1 C_1 - 2 O B_1 \cdot B_1 C_1 \cdot \cos \angle O B_1 C_1}{2 \sqrt{O B_1^2 + B_1 C_1^2 - 2 O B_1 \cdot B_1 C_1 \cdot \cos \angle O B_1 C_1} \cdot B_1 C_1}$$

$$\cos \angle OC_1 C_2 = \frac{O C_1 - R + B_2 C_2 \cdot \sin(\alpha + \beta)}{C_1 C_2}$$

$$\gamma_2 = \alpha + \beta + \arcsin \angle C_1 C_2 H$$

式中:  $\sin \angle C_1 C_2 H = \frac{C_1 H}{C_1 C_2}$ 。

得出数据见表 5。

表 5 曲 - 直线车钩转角计算

线路半 径 /m	$\gamma_1(^{\circ})$		$\gamma_2(^{\circ})$	
	解析法	SIMPACK	解析法	SIMPACK
25	21.31	21.93	12.63	13.07
50	13.97	13.66	9.61	9.97
100	10.26	9.92	8.09	8.17

(上接第 108 页)

## 4 仿真分析与性能试验结果对比

表 4 给出了仿真分析与性能试验结果的对比。由表 4 可见, 刚度在计算结果与试验结果变化最大误差 8.7%, 13.6~19.6 kN 下挠度最大误差 8.1%, 13.6~25.5 kN 下挠度最大误差 3.3%。考虑到试验工具工装的误差以及胶料自身硬度波动, 一定程度上已经从某种角度上说明了计算模型的有效性以及计算结果的合理性和准确性。

表 4 仿真分析与性能试验结果对比

项目	要求	计算结果	试验结果	误差 /%
13.6~19.6 kN 下刚度 / (kN·mm <sup>-1</sup> )	1.07(1 ± 10%)	1.13	1.11	1.8
			1.04	8.7
13.6~19.6 kN 下挠度 / mm	5.6(1 ± 10%)	5.3	5.43	2.4
			5.77	8.1
13.6~25.5 kN 下挠度 / mm	≤ 10	9.3	9.00	3.3
			9.61	3.2

## 5 结语

一系叠层橡胶簧的成功研制, 为后续低地板车辆

## 5 结语

本文关于浮车型 5 模块低地板有轨电车的几何曲线通过计算, 解决了铰接装置转角、车钩转角的问题, 为铰接装置的选型、车钩选型、贯通道的选型等设计内容提供了依据。

### 参考文献:

- [1] 张效融, 朱喜峰. 电力机车总体及走行部 [M]. 北京: 中国铁道出版社, 2011: 288-297.
- [2] 单巍, 李瑞淳. 连挂车辆通过曲线的设计、校核计算 [J]. 铁道车辆, 2004(5): 5-8.
- [3] 王文涛, 米彩盈. 参数化机车几何曲线通过计算 [J]. 内燃机车, 2007(11): 17-20.
- [4] 王璐科. 引入“等效曲线半径”概念进行机车车辆几何曲线通过计算 [J]. 电力机车与城轨车辆, 2008(6): 5-11.
- [5] 夏灿培. 6K 型电力机车几何曲线通过计算 [J]. 机车电传动, 1996(3): 30-33.

作者简介: 聂 敏 (1989-), 男, 工程师, 现从事电力机车及城轨车辆总成技术研究。

的橡胶止挡、拉杆节点等类似小橡胶部件的研制在理论和试验上起到了积极的指导作用, 极大地提升了产品研制的成功率和准确性。目前该型一系叠层橡胶簧已经正式装车使用。

### 参考文献:

- [1] 赵明花. 低地板车辆的研制 [J]. 都市轨道交通, 2010(5): 13-16.
- [2] 王新国, 张松江. 低地板轻轨车辆的现状及发展 [J]. 电力机车与城轨车辆, 2003(4): 47-49.
- [3] 龚积球, 龚震震, 赵熙雍. 橡胶件的工程设计及应用 [M]. 上海: 上海交通大学出版社, 2003.
- [4] 中车青岛四方机车车辆股份有限公司. 某型低地板车辆一系叠层橡胶簧有限元分析报告 [R]. 青岛: 中车青岛四方机车车辆股份有限公司, 2015.
- [5] 中车青岛四方机车车辆股份有限公司. 某型低地板车辆一系叠层橡胶簧型式试验报告 [R]. 青岛: 中车青岛四方机车车辆股份有限公司, 2015.

作者简介: 张会杰 (1984-), 男, 工程师, 从事转向架设计工作。