

# 一种采用二次式作为阻尼项的点匹配算法

连 玮 张洪才 潘 泉

(西北工业大学自动控制系 903 教研室,西安 710072)

**摘 要** 为了对基于确定性退火技术的点匹配算法进行改进,提出了一种采用二次式作为阻尼项的算法。现有的此类算法为了控制匹配矩阵  $P$  的熵,通常都在目标函数中加入  $\sum p_{i,j} \log p_{i,j}$  形式的阻尼项,其缺点是需要用迭代逼近的方法使  $P$  满足双向的行列约束,由于这会因引起误差的积累而降低算法的整体匹配精度,为此,提出采用  $\sum p_{i,j}(p_{i,j} - 1)$  形式的阻尼项,这样目标函数就成为  $P$  的正定二次式,因而就可以在退火的每一步求解出使目标函数最小的  $P$ 。仿真结果表明,该新算法在精确性和稳定性方面都有显著的改善。

**关键词** K-K-T 条件 阻尼项 二次式 确定性退火 熵

中图分类号: TP391.41 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2004)09-1080-08

## A Point Matching Algorithm Using Quadratic Form as Barrier Function

LIAN Wei, ZHANG Hong-cai, PAN Quan

(Department of Automatic Control, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072)

**Abstract** The problem of Point-sets matching frequently arises in the domains of computer vision and medical imaging. In this paper, a new deterministic-annealing-based point-matching algorithm is presented, in which a quadratic form is used as barrier term. The existing deterministic-annealing-based algorithms usually add barrier term of the form  $\sum p_{i,j} \log p_{i,j}$  into their objective functions in order to control matching matrix  $P$ 's entropy. The shortcoming is that  $P$ 's two-way constraint conditions need to be satisfied by either using Sinkhorn method or other kinds of methods. These methods are generally iterative approximate, and in practice, have the risk of lowering point-matching's accuracy. To tackle the problem, we propose to use the form  $\sum p_{i,j}(p_{i,j} - 1)$  as barrier term. In doing so, the objective function becomes  $P$ 's positive quadratic form, and the resulting  $P$  which minimizes the objective function in each step of the deterministic annealing can be exactly solved for. Simulation results demonstrate the effectiveness and robustness of the algorithm.

**Keywords** K-K-T conditions, barrier term, quadratic form, deterministic annealing, entropy

### 1 引言

图像匹配是计算机视觉和模式识别领域中的一个基本问题。许多三维重建、目标识别和照相机校准算法的前提均认为图像的特征已经被提取,并配准。众所周知,图像中存在着各种类型的特征,其中以点的位置表示的点特征是一种最简单的图像特征,而点匹配就是要找到两个点集之间的对应关系和空间映射,但点匹配问题往往由于噪声、非刚性形变和出格点的存在等因素而变得难以解决。

现有算法虽从不同的角度对这些困难进行克服,比如迭代最近点(ICP)算法<sup>[1,2]</sup>采用交替更新对应关系和空间映射的方法来实现点匹配,即在每一步,对应关系由最近的一对相邻点决定,但由于这种算法是基于局部的启发式搜索,因此很容易陷入局部极小,而局部特征匹配算法<sup>[3]</sup>则由于是采用匹配点的局部特征,而不是采用点本身的思想来增强点之间的区分度,从而在一定程度上克服了ICP算法的缺点。

基于确定性退火技术的算法<sup>[4~7]</sup>是现有点匹配算法中较为成功的一种。它从最优化的角度来考虑问题,将目标函数定义成经过空间映射的模板点集与目标点

集之间的距离,其中的变量包括表示对应关系的匹配矩阵  $P$  和空间映射,且  $P$  允许取连续值。另外,又在目标函数中加入一项形式为  $\sum p_{i,j} \log p_{i,j}$  表示  $P$  的熵的阻尼项,并通过控制熵的大小、模拟退火过程、交替求解空间映射和匹配矩阵来实现点匹配。

但在采用  $\sum p_{i,j} \log p_{i,j}$  形式的阻尼项后,这类算法在退火的每一步,为了求解匹配矩阵  $P$ ,不得不通过一些迭代逼近方法,如 Sinkhorn 交替归一化方法<sup>[4,5]</sup>、共轭梯度法<sup>[6]</sup>等来使  $P$  满足双向的行列约束,由于这会引起误差的积累,因此将降低点匹配算法的整体匹配精度。

本文在这方面对此进行了改进。实际上任何满足一定条件的凸函数都可以作为表示熵的阻尼项<sup>[8]</sup>。考虑到可行性和简单性,本文提出采用  $\sum p_{i,j}(p_{i,j} - 1)$  的形式作为阻尼项。加入这一项后,目标函数就成为  $P$  的正定二次式,由于它是  $P$  的严格凸函数,因此其最优解可以由 Karush-Kuhn-Tucker (K-K-T) 必要性条件得到。

## 2 基本概念

一般地,考虑  $d$  维空间中的两个点集  $\tilde{X} = \{x_i, i = 1, \dots, n\}$  和  $\tilde{Y} = \{y_j, j = 1, \dots, m\}$ 。在采用齐次坐标后,点  $x_i = [x_{i,1}, \dots, x_{i,d}, 1]$ ,  $y_j = [y_{j,1}, \dots, y_{j,d}, 1]$ 。定义与  $\tilde{X}, \tilde{Y}$  对应的矩阵为

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{1,1} & \cdots & x_{1,d} & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ x_{n,1} & \cdots & x_{n,d} & 1 \end{bmatrix}$$

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{1,1} & \cdots & y_{1,d} & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ y_{m,1} & \cdots & y_{m,d} & 1 \end{bmatrix}$$

进一步,在点集  $\tilde{X}$  和  $\tilde{Y}$  中分别设置一个虚点<sup>[9]</sup>,如将点集  $\tilde{X}$  的第  $n+1$  点和点集  $\tilde{Y}$  的第  $m+1$  点表示成虚点。这样当  $\tilde{X}$  的某一点不与  $\tilde{Y}$  中的任何一点对应时,则这一点就被指定为与  $\tilde{Y}$  的虚点对应,反之亦然。虚点的引入使得可以按照如下的约束条件定义一个  $(n+1) \times (m+1)$  大小的匹配矩阵  $P = \{p_{i,j}\}$

$$\left. \begin{aligned} \sum_{j=1}^{m+1} p_{i,j} &= 1, i = 1, \dots, n \\ \sum_{i=1}^{n+1} p_{i,j} &= 1, j = 1, \dots, m \\ p_{i,j} &\geq 0, \forall i, j \end{aligned} \right\}$$

$p_{i,j}$  的值表示  $\tilde{X}$  中的点  $i$  与  $\tilde{Y}$  中的点  $j$  之间的对应程度。为了使下文考虑点匹配问题方便,可将  $P$  的前  $n$  行,前  $m$  列组成的矩阵定义为  $\hat{P}$ 。

现在可以将点匹配问题表述为使如下目标函数  $H(\Omega, P) = \sum_{i,j} p_{i,j} \|y_j - \Omega(x_i)\|^2 + \Phi_1(P) + \Phi_2(\Omega)$  最小化的问题,其中第 1 项表示匹配误差,后两项  $\Phi_1, \Phi_2$  分别表示对  $P$  和  $\Omega$  取值的限制。

由于直接对  $H$  进行最小化不容易,因此可采用确定性退火技术来进行求解,但这需要在目标函数  $H$  中加入一项阻尼项,这样  $H$  就成为

$$H(\Omega, P) = \sum_{i,j} p_{i,j} \|y_j - \Omega(x_i)\|^2 + \Phi_1(P) +$$

$$\Phi_2(\Omega) + T \sum_{\substack{i=1 \\ (i,j) \neq (n+1,m+1)}}^{n+1} \sum_{j=1}^{m+1} p_{i,j}(p_{i,j} - 1)$$

其中最后一项作为阻尼项,其作用在于控制  $P$  的熵,即固定  $\Omega$ ,对于退火温度  $T(T > 0)$ ,如果  $T$  越大,则目标函数越凸,而且使它最小的  $p_{i,j}$  越接近 0.5,  $P$  的熵就越大;如果  $T$  越小,则目标函数越平,而且使它最小的  $p_{i,j}$  越接近 0 或 1,  $P$  的熵就越小。

## 3 算法描述

根据空间映射  $\Omega$  的形式不同,本文分别考虑仿射变换和薄板样条两种情况。

### 3.1 仿射变换

将目标函数定义成如下仿射变换矩阵  $F_{af}$  和匹配矩阵  $P$  的函数

$$H_{af}(P, F_{af}) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m p_{i,j} \|y_j - x_i F_{af}\|^2 + \xi \left( \sum_{j=1}^m p_{n+1,j} + \sum_{i=1}^n p_{i,m+1} \right) + \alpha \cdot \text{tr}((F_{af} - F_0)^T (F_{af} - F_0)) + T \sum_{\substack{i=1 \\ (i,j) \neq (n+1,m+1)}}^{n+1} \sum_{j=1}^{m+1} p_{i,j}(p_{i,j} - 1) \quad (1)$$

其中,  $\|\cdot\|$  为向量 2-范数,  $\text{tr}$  表示方阵求迹;目标函数的第 1 项表示匹配误差,第 2 项用于控制出格点的个数,若参数  $\xi(\xi > 0)$  越大,则对于某一点是否可以找到待匹配点的限制就越宽松;  $\xi$  越小,则对于某一点是否可以找到待匹配点的限制就越严格。目标函数的第 3 项用于限制仿射变换系数的取值,  $\alpha$  为参数,矩阵  $F_0$  是对真实仿射变换的估计,比如可以取  $F_0$  为  $d+1$  维的单位阵  $\mathbf{I}$ ,这样由  $\frac{\partial}{\partial F_{af}} H_{af} = 0$  就可

以解出最优的仿射变换矩阵为

$$F_{af} = (X^T \text{diag}(\hat{P}j_1^{(m)})X + \alpha I)^{-1}(X^T \hat{P}Y + \alpha F_0) \quad (2)$$

其中,  $\text{diag}(\cdot)$  表示将向量变成对角阵,  $j_1^{(m)}$  表示元素全为 1 的  $m$  维列向量。

### 3.2 薄板样条

大家知道,薄板样条函数的定义依赖于点集,对于点集  $\tilde{X}$ ,薄板样条函数<sup>[3]</sup>定义为

$$f(z_1, \dots, z_d) = a_1 z_1 + \dots + a_d z_d + a_{d+1} + \sum_{i=1}^n w_i U(\| [z_1, \dots, z_d, 1] - x_i \|)$$

其中,  $a_1, \dots, a_{d+1}; w_1, \dots, w_n$  为系数。若核函数  $U(r)$  定义为  $U(r) = r^2 \log(r)$  及  $U(0) = 0$ , 则薄板样条的核矩阵  $K = \{k_{i,j}\}$  定义为  $k_{i,j} = U(\|x_i - x_j\|)$ ,  $1 \leq i, j \leq n$ 。

据此,目标函数就可以定义成以下薄板样条映射系数  $\{F_{tp}, W\}$  和匹配矩阵  $P$  的函数:

$$H_{tp}(P, F_{tp}, W) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m p_{i,j} \|y_j - x_i F_{tp} - k_i W\|^2 + \xi \left( \sum_{j=1}^m p_{n+1,j} + \sum_{i=1}^n p_{i,m+1} \right) + \alpha_1 \cdot \text{tr}((W^T K W) + \alpha_2 \cdot \text{tr}((F_{tp} - F_0)^T (F_{tp} + F_0)) + T \sum_{i=1}^{n+1} \sum_{j=1}^{m+1} p_{i,j} (p_{i,j} - 1) \quad (3)$$

其中  $F_{tp}$  是  $(d+1) \times (d+1)$  的仿射变换矩阵;  $W$  是  $n \times (d+1)$  的弯曲形变系数矩阵;  $k_i$  为核矩阵  $K$  的第  $i$  行;  $\alpha_1, \alpha_2$  为参数。式(3)目标函数的第 1 项表示匹配误差,第 2 项用于限制出格点的个数,第 3 项和第 4 项用于限制薄板样条映射系数的取值范围,其中  $\text{tr}(W^T K W)$  表示薄板样条的弯曲能<sup>[5]</sup>。

由  $\frac{\partial}{\partial F_{tp}} H_{tp} = 0, \frac{\partial}{\partial W} H_{tp} = 0$  就可以解出以下最优的薄板样条映射系数  $\{F_{tp}, W\}$

$$\begin{bmatrix} F_{tp} \\ W \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X^T \text{diag}(\hat{P}j_1^{(m)})X + \alpha_2 I & X^T \text{diag}(\hat{P}j_1^{(m)})K \\ K^T \text{diag}(\hat{P}j_1^{(m)})X & K^T \text{diag}(\hat{P}j_1^{(m)})K + \alpha_1 K \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} X^T \hat{P}Y + \alpha_2 F_0 \\ K^T \hat{P}Y \end{bmatrix} \quad (4)$$

### 3.3 匹配矩阵 $P$ 的求解

目标函数式(1)、式(3)是  $P$  的正定二次式,略去不含  $P$  的项,就可以将它们写成关于  $P$  的以下一个统一的表达式:

$$E(P) = \sum_{i=1}^{n+1} \sum_{j=1}^{m+1} p_{i,j} D_{i,j} +$$

$$T \sum_{i=1}^{n+1} \sum_{j=1}^{m+1} p_{i,j} (p_{i,j} - 1) \quad (5)$$

其中,

$$D_{i,j} = \begin{cases} \|y_j - x_i F_{af}\|^2, & \text{仿射变换} \\ \|y_j - x_i F_{tp} - K_i W\|^2, & \text{薄板样条} \end{cases} \quad (6)$$

参考文献<sup>[9]</sup>,本文给出一种最小化目标函数  $E$  的近似算法,即采用 Lagrange 乘子后,式(5)变成如下形式:

$$E(P) = \sum_{i=1}^{n+1} \sum_{j=1}^{m+1} p_{i,j} D_{i,j} + T \sum_{i=1}^{n+1} \sum_{j=1}^{m+1} p_{i,j} (p_{i,j} - 1) - \sum_{i=1}^n \lambda_i \left( \sum_{j=1}^m p_{i,j} - 1 \right) - \sum_{j=1}^m \mu_j \left( \sum_{i=1}^{n+1} p_{i,j} - 1 \right) - \sum_{i=1}^{n+1} \sum_{j=1}^{m+1} \gamma_{i,j} p_{i,j}$$

其中,  $\lambda_i, \mu_j, \gamma_{i,j}$  为 Lagrange 乘子,可用来将  $P$  的约束吸收到目标函数中。由  $E$  对  $p_{i,j}$  求偏导,即可得到

$$\frac{\partial E}{\partial p_{i,j}} = \begin{cases} D_{i,j} + T(2p_{i,j} - 1) - \lambda_i - \mu_j - \gamma_{i,j} & \text{如果 } i=1, \dots, n; j=1, \dots, m \\ D_{i,j} + T(2p_{i,j} - 1) - \lambda_i - \gamma_{i,j} & \text{如果 } i=1, \dots, n; j=m+1 \\ D_{i,j} + T(2p_{i,j} - 1) - \mu_j - \gamma_{i,j} & \text{如果 } i=n+1; j=1, \dots, m \end{cases} \quad (7)$$

同时考虑到采用 Lagrange 乘子后的目标函数和点匹配问题的约束条件,并且令集合  $\Lambda = \{(i, j) | i=1, \dots, n+1; j=1, \dots, m+1, \text{且 } (i, j) \neq (n+1, m+1)\}$ , 则可以写出以下对  $(i, j) \in \Lambda$  进行优化的 K-K-T 条件:

$$\gamma_{i,j} \geq 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial E}{\partial p_{i,j}} = 0 \quad (9)$$

$$\gamma_{i,j} p_{i,j} = 0 \quad (10)$$

结合式(7)和式(9)得

$$p_{i,j} = \begin{cases} \frac{\lambda_i + \mu_j + \gamma_{i,j} + T - D_{i,j}}{2T} & i=1, \dots, n; j=1, \dots, m \\ \frac{\mu_j + \gamma_{i,j} + T - D_{i,j}}{2T} & i=n+1; j=1, \dots, m \\ \frac{\lambda_i + \gamma_{i,j} + T - D_{i,j}}{2T} & i=1, \dots, n; j=m+1 \end{cases} \quad (11)$$

定义  $S$  和  $\hat{S}$  两个集合,这里  $S = \{(i, j) | p_{i,j} > 0, (i, j) \in \Lambda\}$  以及  $\hat{S} = \{(i, j) | p_{i,j} = 0, (i, j) \in \Lambda\}$ 。从式(8)、式(10)可以知道,对于所有的  $(i, j) \in S, \gamma_{i,j} = 0$ ; 对于所有的  $(i, j) \in \hat{S}, p_{i,j} = 0, \gamma_{i,j} \geq 0$ ,再定义  $\delta_{i,j}$  为

$$\delta_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{如果 } (i, j) \in S \\ 0 & \text{其他情况} \end{cases}$$

因为有些  $p_{i,j} = 0$  可能为零,所以  $m$  个列约束可以写

成  $\sum_{i=1}^{n+1} \delta_{i,j} p_{i,j} = 1, j = 1, \dots, m; n$  个行约束可以写成

$\sum_{j=1}^{m+1} \delta_{i,j} p_{i,j} = 1, i = 1, \dots, n$ 。由行列约束以及

式(11),可以得到

$$\sum_{i=1}^n \frac{\delta_{i,j} \lambda_i}{2T} + \sum_{i=1}^{n+1} \frac{\delta_{i,j} \mu_j}{2T} + \sum_{i=1}^{n+1} \frac{\delta_{i,j} \gamma_{i,j}}{2T} + \sum_{i=1}^{n+1} \delta_{i,j} \frac{T - D_{i,j}}{2T} = 1, j = 1, \dots, m \quad (12)$$

$$\sum_{j=1}^{m+1} \frac{\delta_{i,j} \lambda_i}{2T} + \sum_{j=1}^m \frac{\delta_{i,j} \mu_j}{2T} + \sum_{j=1}^{m+1} \frac{\delta_{i,j} \gamma_{i,j}}{2T} + \sum_{j=1}^{m+1} \delta_{i,j} \frac{T - D_{i,j}}{2T} = 1, j = 1, \dots, n \quad (13)$$

因为  $\delta_{i,j}, \gamma_{i,j}$  总取 0,所以式(12)、式(13)中的第 3 项可以略去。这样方程(12)、(13)就可以写成

$$\begin{bmatrix} M & R & s \\ R^T & L & t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda \\ \mu \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{1} \quad (14)$$

这里

$$M = \frac{1}{2T} \text{diag} \left[ \sum_{j=1}^{m+1} \delta_{1,j}, \sum_{j=1}^{m+1} \delta_{2,j}, \dots, \sum_{j=1}^{m+1} \delta_{n,j} \right]$$

$$L = \frac{1}{2T} \text{diag} \left[ \sum_{i=1}^{n+1} \delta_{i,1}, \sum_{i=1}^{n+1} \delta_{i,2}, \dots, \sum_{i=1}^{n+1} \delta_{i,m} \right]$$

$$R = \frac{1}{2T} [\delta_{i,j}], i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, m$$

$$s = \frac{1}{2T} \left[ \sum_{j=1}^{m+1} \delta_{1,j} (T - D_{1,j}), \dots, \sum_{j=1}^{m+1} \delta_{n,j} (T - D_{n,j}) \right]^T$$

$$t = \frac{1}{2T} \left[ \sum_{i=1}^{n+1} \delta_{i,1} (T - D_{i,1}), \dots, \sum_{i=1}^{n+1} \delta_{i,m} (T - D_{i,m}) \right]^T$$

可以按照如下方式求解  $\lambda, \mu$ :

由式(14)可以得到

$$M\lambda + R\mu + s = \mathbf{1} \quad (15)$$

以及

$$R^T\lambda + L\mu + t = \mathbf{1} \quad (16)$$

由式(15)可以得到

$$\lambda = M^{-1}(\mathbf{1} - s - R\mu) \quad (17)$$

将式(17)带入式(16),可得到

$$\mu = [L - R^T M^{-1} R]^{-1} [\mathbf{1} - t - R^T M^{-1} + R^T M^{-1} s] \quad (18)$$

一旦  $\lambda, \mu$  求出,就可以通过式(11)求出  $p_{i,j}$ 。

因为事先不知道集合  $S$  和  $\hat{S}$  的取值,所以本文采用一种类似于起作用集方法<sup>[10]</sup>的寻优算法。由于它是针对严格凸规划问题,因此其采用的搜索策略是:先假定  $\hat{S}$  为空集,求解  $P$ ;接着检查是否有  $p_{i,j} < 0$ ,如果有,就将其对应的标号  $\{i, j\}$  加入到  $\hat{S}$  中,重新求解  $P$ ;然后再检查是否有  $p_{i,j} < 0$ ,如果有,就将其对应的标号  $\{i, j\}$  加入到  $\hat{S}$  中,重复以上过程,直到  $p_{i,j} \geq 0, \forall i, j$  为止。计算步骤描述如下:

初始化:  $p_{i,j} \leftarrow 1$

REPEAT

初始化集合  $S$  和  $\hat{S}$ ,其中,  $S = \{(i, j) | p_{i,j} > 0, (i, j) \in \Lambda\}, \hat{S} = \{(i, j) | p_{i,j} \leq 0, (i, j) \in \Lambda\}$ ;

由式(17)、式(18)计算  $\lambda, \mu$ ;

对于  $p_{i,j} \in S$ ,可由式(11)求出,其中令  $\gamma_{i,j} = 0$ ;

对于  $p_{i,j} \in \hat{S}$ ,则令其为零;

UNTIL  $p_{i,j} \geq 0, \forall i, j$

由于上述算法没有考虑  $\gamma_{i,j}$  取负值的可能性,因此  $P$  的解不一定满足 K-K-T 条件。但仿真结果表明,该因素对匹配的效果影响甚微。

### 3.4 匹配算法的整体步骤

基于确定性退火的点匹配算法的模拟退火过程,就是通过逐渐降低温度  $T$  来控制匹配矩阵  $P$  的熵,并且在每一温度下交替求解空间映射和匹配矩阵,以最终实现点匹配。整个匹配算法描述如下:

初始化:  $T \leftarrow T_{\text{init}}, P \leftarrow P_{\text{init}}$

REPEAT:确定性退火技术

REPEAT:交替更新空间映射和匹配矩阵

{由式(2)确定  $F_{\text{af}}$ ,仿射变换

{由式(4)确定  $\{F_{\text{tp}}, W\}$ ,薄板样条

由式(6)确定  $D_{i,j}$ ,

由 K-K-T 条件即可求出使目标函数(式(5))最小的  $P$ ;

UNTIL  $P$  收敛或迭代次数大于  $N_{\text{iter}}$

$T \leftarrow T \cdot T_{\text{rat}}, \xi \leftarrow T/T_{\text{init}}$ ,

{ $\alpha \leftarrow 0.05T$ ,仿射变换

{ $\alpha_1 \leftarrow T, \alpha_2 \leftarrow 0.1T$ ,薄板样条

UNTIL  $T < T_{\text{final}}$

参数选定为:  $P_{\text{init}} = \frac{\mathbf{1}_{(n+1) \times (m+1)}}{\sqrt{(n+1)(m+1)}}$ ,

$T_{\text{init}} = \sqrt{n \cdot m}, T_{\text{final}} = 0.03, T_{\text{rat}} = 0.93, N_{\text{iter}} = 4$ 。

### 4 试 验

为了检验本文算法的有效性,首先对该算法进行鲁棒性测试,然后将其用于形状匹配。

采用文献[3,5]所描述的实验方法,并利用人工合成的点集(图 1(a)、图 2(a))分别对本文算法和文献[4,5]算法进行抗形变、抗噪声和抗出格点的测试(其中后两项测试包括了中等程度的形变)。在每一项实验中,模板点集经上述“变形”生成的目标点集如图 1、图 2 所示。匹配误差定义为应用算法得到的变形模板与目标点集之间的均方距离。实验结果如图 3~图 6 所示。

从图 3~图 6 可以看出,本文算法相对于文献[4,5]算法,不仅在匹配效果上有显著的改进,而

且匹配的误差和方差均很小。

其次将两种算法用于实际的形状匹配,如对图 7(a)、图 7(b)、图 8(a)、图 8(b)所示的 4 幅图像通过提取特征点来进行匹配,则得到的结果如图 7(e)、图 7(f)、图 8(e)、图 8(f)所示。从图中可以看出,本文算法的匹配效果好于文献[4,5]算法,不仅点之间的结合更紧密,并且不容易陷入局部极小。

从计算量来看,在同一 PC 机上运行这两种算法的 Matlab 程序,结果表明,本文算法的计算量更小一些。这可能是因为在温度  $T$  较大时,用 K-K-T 条件求解匹配矩阵  $P$  一般只需迭代一次即可(因为  $T$  较大时,目标函数较凸, $P$  的解偏离 0,1 值),而文献[4,5]算法却一般需要迭代许多次,才能得到一个收敛值。

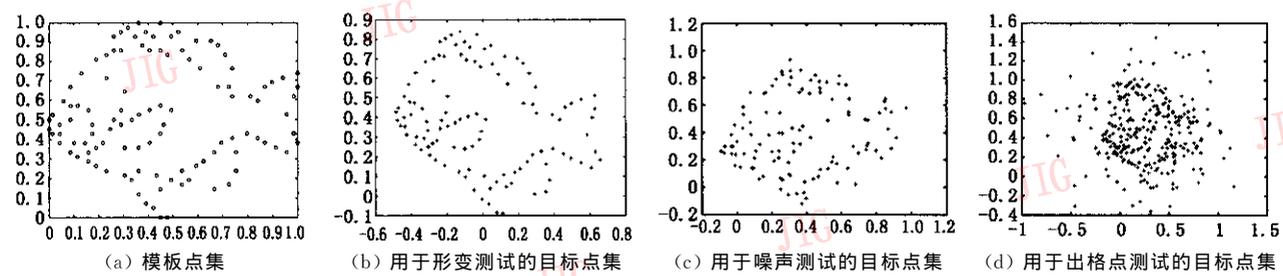


图 1 用于鲁棒性测试的鱼图形的模板点集及目标点集

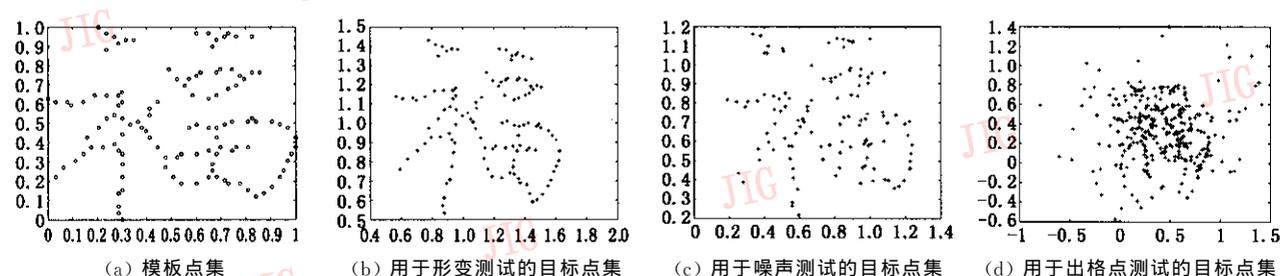


图 2 用于鲁棒性测试的福字模板点集及目标点集

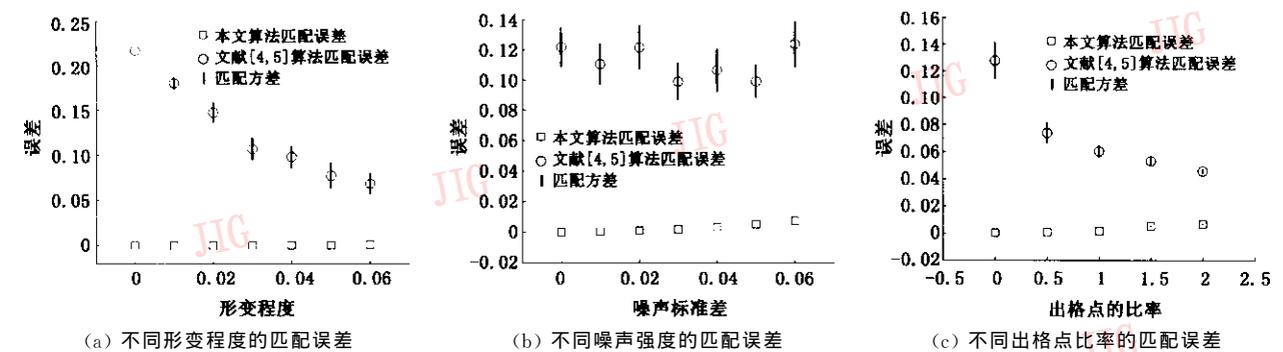


图 3 鱼图用两种不同算法仿射变换匹配的平均误差及方差

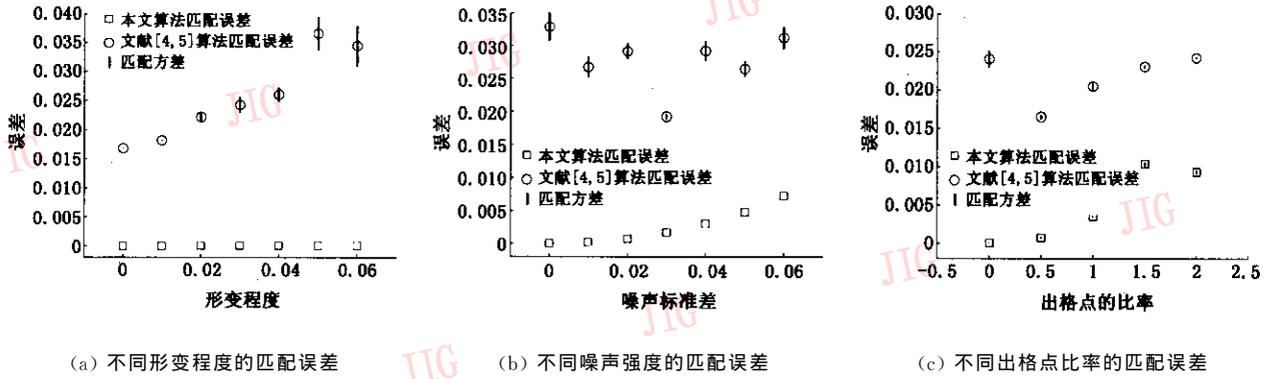


图 4 鱼图用两种不同算法薄板样条匹配的平均误差及方差

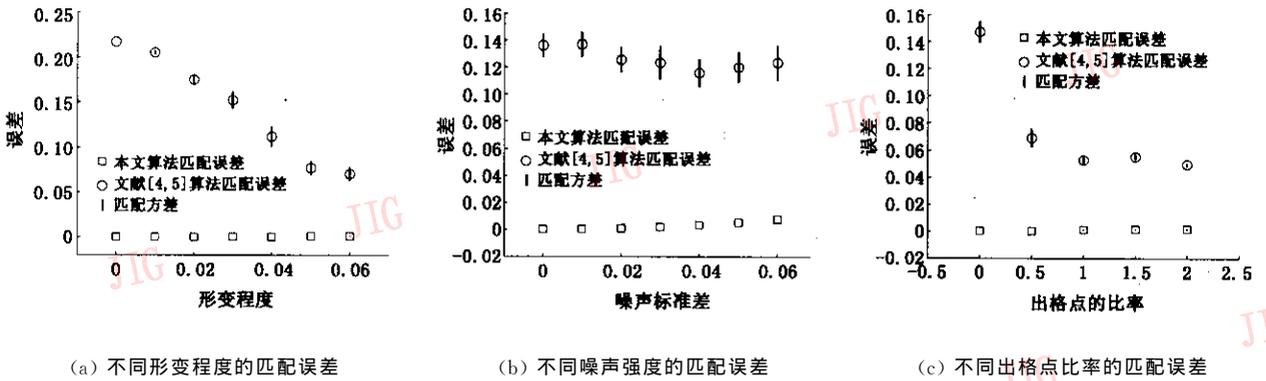


图 5 福字用两种不同算法仿射变换匹配的平均误差及方差

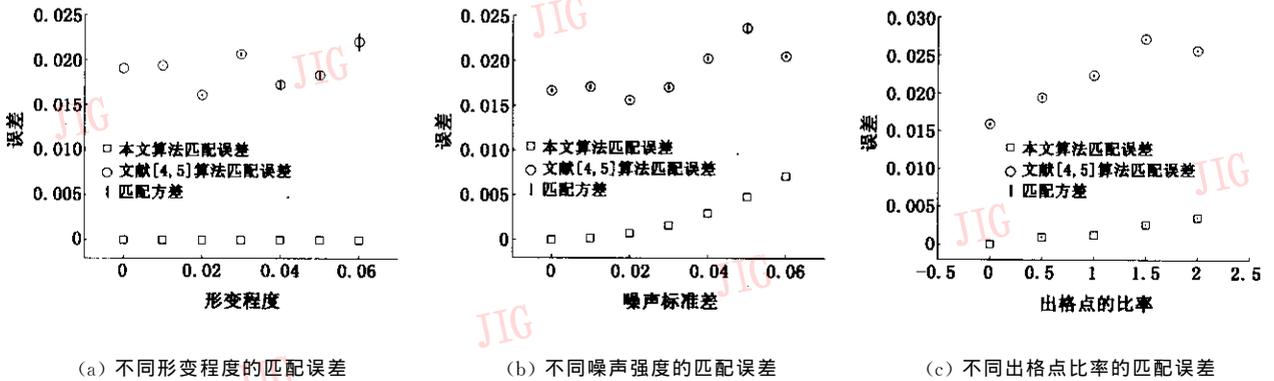
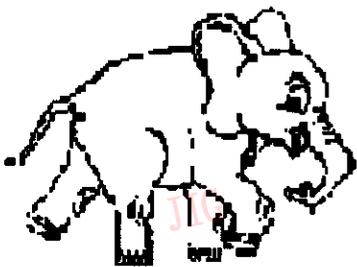
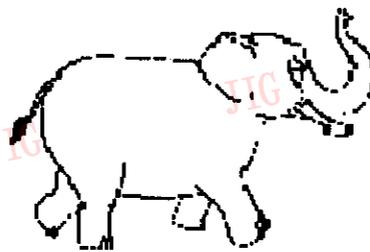


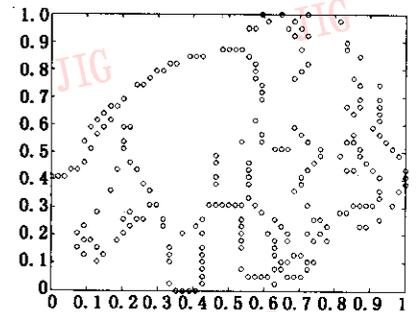
图 6 福字用两种不同算法薄板样条匹配的平均误差及方差



(a) 模板原图



(b) 目标原图



(c) 模板点集

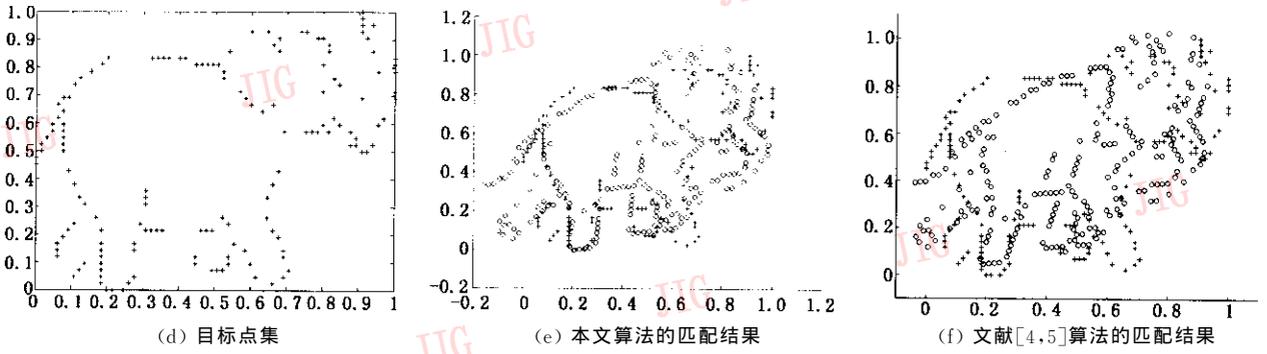
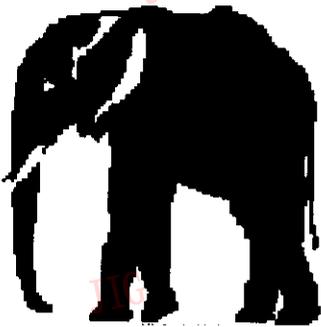
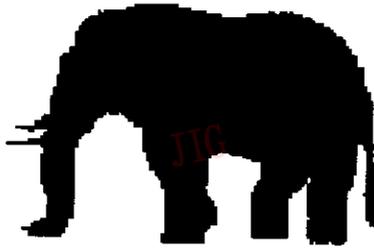


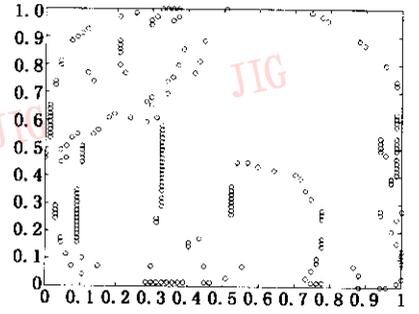
图 7 大象图像(I)的形状匹配



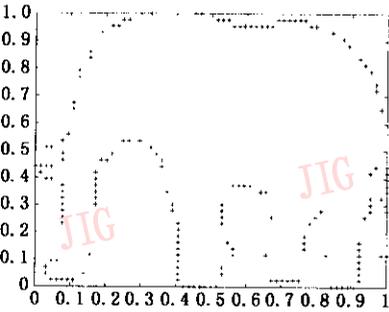
(a) 模板原图



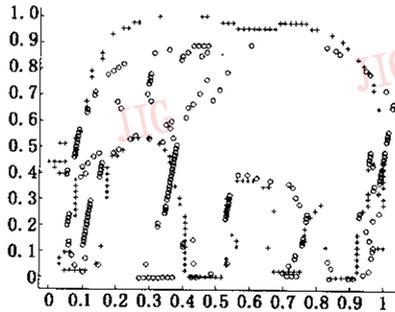
(b) 目标原图



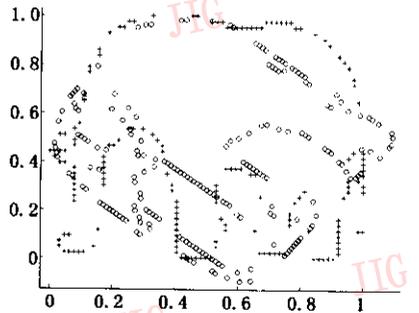
(c) 模板点集



(d) 目标点集



(e) 本文算法的匹配结果



(f) 文献[4,5]算法的匹配结果

图 8 大象图像(II)的形状匹配

### 5 结论

本文对现有的基于确定性退火技术的点匹配算法进行了改进,即不采用  $\sum p_{i,j} \log p_{i,j}$  形式的阻尼项来控制匹配矩阵  $P$  的熵,而采用  $\sum p_{i,j} (p_{i,j} - 1)$  形式的阻尼项。由于其目标函数是匹配矩阵的正定二次式,因此可以由 K-K-T 条件在退火的每一步求解出使目标函数最小的匹配矩阵。仿真结果表明,本文算法在精确性和稳定性方面都显著好于 Chui-Rangarajan<sup>[4,5]</sup>的算法,并且计算量更少。

### 参考文献

1 Besl P J, McKay H D. A method for registration of 3-D shapes

[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1992, 14(2): 239~256.

2 Feldmar J, Ayache N. Rigid, affine and locally affine registration of free-form surfaces[J]. The International Journal of Computer Vision, 1996, 18(2): 99~119.

3 Belongie S, Malik J, Puzicha J. Shape matching and object recognition using shape contexts [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2002, 24(4): 509~522.

4 Gold S, Rangarajan A, Lu C P, et al. New algorithms for 2-D and 3-D point matching: pose estimation and correspondence[J]. Pattern Recognition, 1998, 31(8): 1019~1031.

5 Chui Haili, Rangarajan A. A new algorithm for non-rigid point matching[A]. In: Proceedings IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition[C], Hilton Head Island, South Carolina, USA, 2000, 2: 44~51.

- 6 孙冬梅,裘正定. 基于确定性退火技术的鲁棒性的点匹配算法[J]. 计算机学报, 2002, 25(6): 606~611.
- 7 孙冬梅,裘正定. 利用薄板样条函数实现的非刚性图像匹配算法[J]. 电子学报, 2002, 30(8): 1104~1107.
- 8 Wersing H, Ritter H. Backtracking deterministic annealing for constraint satisfaction problems[A]. In: Proceedings of Ninth International Conference on Artificial Neural Networks [C], London, September, 1999, 2: 868~873.
- 9 Medasani S, Krishnapuram R, Choi YoungSik. Graph matching by relaxation of fuzzy assignments[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2001, 9(1): 173~182.
- 10 陈宝林. 最优化理论及应用[M]. 北京:清华大学出版社.



张洪才 1938 年生,教授,博士生导师,陕西省自动化学会理事、陕西省控制理论与专业委员会主任。研究方向为最优估计、系统理论、主被动式多目标跟踪、动态系统的故障诊断与分析、数据融合、图像处理、智能信息处理、智能控制。



潘 泉 1961 年生,教授,博士生导师,西北工业大学管理学院常务副院长。在国内外发表论文近百篇。研究方向为多目标跟踪、多传感器数据融合、智能信息处理、子波理论及应用、多尺度估计理论。



连 玮 1978 年生,2000 年获太原理工大学自动化系学士学位,2003 年获西北工业大学硕士学位。现为西北工业大学博士研究生。主要研究方向为模式识别、图像处理。

E-mail: lianwei3@yahoo.com.cn