

城市公交线网差异化计程票价多目标优化

李雪岩^{*1}, 祝 歆¹, 李 静²

(1. 北京联合大学 管理学院, 北京 100101; 2. 北京交通大学 经济管理学院, 北京 100044)

摘 要: 为获取更加接近实际城市公交线网的票价策略, 将出行者的社会互动行为与后悔心理引入广义费用, 提出线路客流OD矩阵均衡算法; 分别以交通管理部门利润最大化及出行者效用最大化为目标, 以公交计程票价、发车频率、私家车停车费为变量, 建立固定需求下公交线网差异化计程票价多目标优化模型. 引入集群智能多目标优化算法求解, 并应用于Mandl标准公交线网. 研究发现: 以线路里程为标准, 差异化计程票制可以有效降低出行成本; 依据帕累托最优解调节票价, 可以促进出行者选择行为向优势均衡转移.

关键词: 交通工程; 计程票; 多目标优化; 票价; 社会交互

Multi-objective Optimization of Urban Public Transportation Network Differentiated Fare

LI Xue-yan¹, ZHU Xin¹, LI Jing²

(1. School of Management, Beijing Union University, Beijing 100101, China;

2. School of Economics and Management, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

Abstract: This study proposes the equalization algorithm of passenger flow OD matrix to make the pricing strategy of urban public transport network be more effective. The multiplier effect of social interaction and regret psychology are introduced in travelers' generalized cost analysis. The multi-objective optimization model is developed to reflect the public transport network's differentiated fare under fixed demand. The objectives of the model are the maximum profit of operational department and maximum utility for travelers. The distance-based fare, private car parking fee, and the departure frequency of public transport are variables in the model. The multi-objective optimization algorithm based on cluster intelligence is introduced to solve the model, the proposed model and algorithm are applied to the standard Mandl network. The results indicate that the distance-based public transport fare can reduce travel cost, and adjusting the fare by pareto optimal solution can promote travelers' choice behavior transfer to advantage equilibrium.

Keywords: traffic engineering; distance based ticket; multi-objective optimization; fare; social interaction

0 引 言

城市公共交通系统多模式网络化进程不断加速, 差异化票价改革方案不断被提出, 但目前公共交通系统既有价格机制与差异化策略仍缺乏灵活性, 造成运力配置缺乏科学性等问题^[1].

城市公共交通系统票价的差异化研究多针对

运输方式之间的竞争策略、时段差异^[2]、优惠措施^[3]、排放补贴^[4]或一票制^[1]. 差异化票价的理论基础来源于网络拥挤收费思想^[2], 既有研究表明, 相对于一票制, 分段票制更加具有优势^[5], 故引入差异化计程票制更加符合公共交通服务多元化发展的实际需求. 公共交通具有公共资源属性, 社会成

收稿日期: 2020-05-23

修回日期: 2020-07-26

录用日期: 2020-07-31

基金项目: 教育部人文社会科学研究青年基金/ Youth Project of Humanities and Social Sciences Financed by Ministry of Education(20YJC630069); 中国国家铁路集团有限公司科技研究开发计划课题/ Project of Science and Technology Research and Development Plan of China National Railway Group Co., Ltd.(K2019Z006).

作者简介: 李雪岩(1987-), 男, 内蒙古呼和浩特人, 讲师, 博士.

*通信作者: gongye1632006@163.com

员具有有限理性与利己性,并不能总是保持理性合作,容易造成资源使用的社会困境.当个体偏好与获得效用受到决策环境影响,会对宏观政策产生阻碍或放大作用,使整体均衡发生转移,这一现象已被社会学领域相关研究所验证^[6].此外,公交系统票价优化要考虑多个决策目标,如票价收入、出行成本,现实中很难精准测定不同目标的先验权重,故票价结构应该是一组供决策者进行多角度权衡的帕累托最优解.

本文基于差异化计程票制,引入后悔理论与社会交互机制刻画出行行为,建立更加符合实际需求特征的多目标公交票价优化模型,采用集群智能优化算法求解,通过优化票价方案提升运营收入,降低出行成本,有效诱导交通流.

1 问题描述

定义路网 $G=(V,E)$, V 为起讫站点集合, E 为路段集合; R 为公交线路集合,每条线路由站点和路段组成; D 表示路网 G 的 OD 固定需求矩阵, $D=\begin{pmatrix} d_{1,1} & \cdots & d_{1,N} \\ \vdots & & \vdots \\ d_{N,1} & \cdots & d_{N,N} \end{pmatrix}$, 其中, d_{ij} 为站点 i,j 间需求, $i,j \in V$, N 为站点数量.在起讫点 i,j 之间,出行者在不同公交线路(无换乘)与私家车之间选择, i,j 间公交线路 r 上承担的客流为 d_{ij}^r ($r=1,2,\cdots,R$), 由于公交与私家车之间、不同公交线路间存在竞争,客流会在私家车及不同公交线路间转移.不同公交线路具有不同的单位里程基准票价 P_r , 乘客依据行程长短支付费用;若选择私家车,则需要支付停车费.公交单位里程基准票价、发车频率及停车费为优化变量.

2 乘客出行选择行为

2.1 广义出行费用

(1) 候车时间成本.

对于公交出行,乘客以泊松过程到达车站,强度为 λ , 出行者 x 到达车站的时刻为 t_x , 线路 r 发车频率为 f_r , $f_{\min} \leq f_r \leq f_{\max}$, $f_{\min}$, $f_{\max}$ 分别为最小、最大发车频率.乘客的到达视为相互独立的随机变量,服从 $\left[0, \frac{1}{f_r}\right]$ 上的均匀分布,即 $E(t_x) = \frac{1}{2f_r}$, 总

体等待时间期望值为 $E\left[\sum_{x=1}^{N(t)}\left(\frac{1}{f_r}-t_x\right)\right]$, $N(t)$ 表示 t 时刻到达的乘客数量, $E[N(t)] = \frac{\lambda}{f_r}$.候车时乘客的心理感受符合对效用的感知过程^[7],故将物理时间转换为心理时间 $\alpha\left(\frac{1}{f_r}-t_x\right)^\beta$, 则候车心理时间期望 E_p 为

$$E_p\left[\sum_{x=1}^{N(t)}\alpha\left(\frac{1}{f_r}-t_x\right)^\beta\right] = \lambda \int_0^{\frac{1}{f_r}} \alpha\left(\frac{1}{f_r}-t_x\right)^\beta dt_x \quad (1)$$

式中: α , β 分别表示出行目的影响系数、注意力系数^[7].

求解式(1)可得,乘客平均候车心理时间 $\tau_r = \frac{\alpha}{(f_r)^\beta(\beta+1)}$.对于私家车,候车心理时间为0.

(2) 行程时间成本.

OD 对 i,j 间选择线路 r 的行程时间用 τ_{ij}^r 表示;私家车的行程时间为 $\tau_{ij}^p = \min_{r \in R}\{\tau_{ij}^r\}$, 即该 OD 间的最短公交行程时间.

(3) 舒适度成本.

假设公交线路 r 由 N 个站点构成,令 $F_{i,i+1}^{r+}$ 与 $F_{i,i+1}^{r-}$ 分别表示公交线路 r 上行方向(“+”)与下行方向(“-”)站点 i 到 $i+1$ 之间的流量,则有

$$\begin{cases} F_{i,i+1}^{r+} = F_{i-1,i}^{r+} + \sum_{j=i}^N d_{i,j}^r - \sum_{j=1}^i d_{j,i}^r \\ F_{i,i+1}^{r-} = F_{i+1,i+2}^{r-} + \sum_{j=i+1}^{i+1} d_{i+1,j}^r - \sum_{j=i+1}^N d_{j,i+1}^r \end{cases} \quad (2)$$

线路 r 在站点 i 与 j 间舒适度成本为

$$\begin{cases} C_{ij}^{r+} = \sum_{s=i}^{j-1} \frac{\eta F_{s,s+1}^{r+}}{\Psi^r \cdot f_r} \\ C_{ij}^{r-} = \sum_{s=i}^{j-1} \frac{\eta F_{s,s+1}^{r-}}{\Psi^r \cdot f_r} \end{cases} \quad (3)$$

式中: Ψ^r 表示线路 r 上公交车的定员; η 为舒适度系数; s 为站点序号, $s=i, \cdots, j-1$.私家车不产生舒适度成本.

(4) 经济成本.

对于公交车,经济成本为票价,令公交线路 r 的单位里程票价为 P_r , $P_{r,\min} \leq P_r \leq P_{r,\max}$, $P_{r,\max}$, $P_{r,\min}$ 分别为公交票价的上、下限,站点 i 与 j 间在公交线路 r 上的距离为 L_{ij}^r , $L_{ij}^r = v_{\text{bus}} \cdot \tau_{ij}^r$, v_{bus} 为公

交时速,则乘客需支付 $P_r \cdot L'_{ij}$;对于私家车,经济成本为路网内的停车费 P_p , $P_{p,\min} \leq P_p \leq P_{p,\max}$, $P_{p,\max}$ 、 $P_{p,\min}$ 分别为停车费的上、下限。

(5) 社会互动乘数效应。

出行者之间存在社会互动作用,表示为 I ,令 $\varepsilon_x = 1$ 表示选择公交, $\varepsilon_x = -1$ 表示选择私家车, μ_x , μ_y 分别为出行者 x , y 对路网内选择其他出行方式人数的主观期望, $\bar{d}_{ij}$ 为站点间平均需求,

$$\mu_x = \frac{\sum_{y \neq x} \mu_y}{\bar{d}_{ij} - 1}, \mu_x \in [-1, 1]; \text{依据乘数互动作用原理}^{[6]} \text{有}$$

$$I = \frac{S \cdot \varepsilon_x \cdot \sum_{y \neq x} \mu_y}{\bar{d}_{ij} - 1} \quad (4)$$

式中: S 表示社会互动强度。

综上,OD对 i,j 间出行方式 m 的广义出行费用为

$$G_{ij}^m = \begin{cases} \zeta_w \cdot \tau_m + \zeta_m \cdot \tau_{ij}^m + \zeta_c \cdot C_{ij}^m + \\ \quad \zeta_p \cdot P_m \cdot L'_{ij} + I, & m=r; r=1, \dots, R \\ \zeta_m \cdot \tau_{ij}^m + \zeta_p \cdot P_m + I, & m=p \end{cases} \quad (5)$$

式中: ζ_w , ζ_m , ζ_c , ζ_p 为单位成本转化系数; τ_m , τ_{ij}^m , C_{ij}^m , $P_m \cdot L'_{ij}$ 分别为候车时间、行程时间、舒适度成本、经济成本。

2.2 出行选择模型

后悔理论模型构造经历了由经典的RRM1到RRM2再到兼顾阻抗与“后悔感觉”的改进^[8]过程,本文结合第3种模型构造思想与上述出行场景,建立模型。

后悔成本为

$$\bar{h}_{ij}^m = G_{ij}^m - R' \left[\min_{m \in \{r,p\}} (G_{ij}^m) - G_{ij}^m \right] \quad (6)$$

式中: G_{ij}^m 为式(5)中去除社会互动作用的广义出行费用; $R'(x)$ 表示为

$$R'(x) = 1 - \exp(-\delta x) \quad (7)$$

式中: δ 为后悔厌恶水平, δ 越大,出行者越厌恶后悔。令 θ 表示出行者对效用的感知准确度,OD对 i,j 间选择出行方式 m 的客流表示为

$$Q_{ij}^m = d_{ij} \cdot \frac{\exp(-\theta \bar{h}_{ij}^m)}{\sum_{m \in \{r,p\}} \exp(-\theta \bar{h}_{ij}^m)}, m \in \{r,p\}; r=1,2,\dots,R \quad (8)$$

3 群体出行偏好均衡描述

3.1 线路客流OD矩阵均衡算法

在给定由不同线路票价 P_r 、停车费 P_p 及发车频率 f_r 构成的决策向量 $(P_1, \dots, P_R, P_p, f_1, \dots, f_R)$ 基础上,考虑出行者舒适度成本与社会互动乘数效应的不断更新,可通过迭代算法得到与 $(P_1, \dots, P_R, P_p, f_1, \dots, f_R)$ 对应的OD客流矩阵,设计迭代算法如下。

Step 1 对任意 $(P_1, \dots, P_R, P_p, f_1, \dots, f_R)$, 令初始舒适度成本 $C_{i,j,0}^m$ 与社会互动乘数效应 I_0 为0,迭代次数 $k=0$,利用式(8)计算各出行方式的客流OD矩阵 Q_k^m 。

Step 2 将 Q_k^m 带入式(2),计算各条线路的路段流量 $F_{i,i+1}^{r+}$ 与 $F_{i,i+1}^{r+}$,通过式(3)得到不同出行方式的舒适度成本 $C_{i,j,k+1}^m$;由 Q_k^m 可得出,选择不同出行方式的人数和 $\sum_{y \neq x} \mu_y$,带入式(4),得到 I_{k+1} 。

Step 3 依据式(5)计算广义出行费用矩阵。

Step 4 利用式(8)更新客流OD矩阵,得到 Q_{k+1}^m 。

Step 5 对于所有 $m \in \{r,p\}, r=1, \dots, R$, 设定

$$\max_{i,j \in V, i \neq j} \left\{ \frac{|Q_{i,j,k+1}^m - Q_{i,j,k}^m|}{Q_{i,j,k}^m} \leq \xi \right\} \text{ 为停止条件。若收敛,则}$$

Q_{k+1}^m 为当前 $(P_1, \dots, P_R, P_p, f_1, \dots, f_R)$ 所对应的客流OD矩阵;否则,令 $k=k+1$,转Step 2。

3.2 基于社会交互的群体出行偏好均衡分析

在公交车与私家车选择中,出行者会对其他人的行为产生预期,这种主观判断可用期望值 $\mu_x = E(\varepsilon_x)$ 表示,由文献[6]的分析可知,基于Logit模型的自我一致均衡可以表示为

$$E(\varepsilon_x) = \tanh \left[\theta \left(-\bar{G}_{ij}^m \right) + \theta \bar{R} + \theta S \frac{\sum_{y \neq x} E(\varepsilon_y)}{\bar{d}_{ij} - 1} \right] \quad (9)$$

式中: $\bar{G}_{ij}^m$ 表示式(5)中去除社会互动作用的平均广义出行费用; $\bar{R}$ 表示平均后悔值。

全体出行者的社会均衡表示为

$$\mu^* = \tanh \left[\theta \left(-\bar{G}_{ij}^m \right) + \theta \bar{R} + \theta S \mu^* \right] \quad (10)$$

式中: μ^* 为出行者行为处于均衡状态时,路网对公交或私家车的平均选择水平.可见,价格与有限理性因素均会使均衡发生转移.

4 多目标票价优化模型建立

4.1 目标函数与约束条件

交通管理部门一方面要使交通系统产生的利润 F_1^* 最大化,另一方面要使出行者的出行效用 F_2^* 最大化,即广义费用的相反数.现实中很难精准确定两目标的先验权重,故引入帕累托最优思想,即

$$\begin{cases} \max F^*(P_1, \dots, P_R, P_p f_1, \dots, f_R) = \\ \quad [F_1^*(P_1, \dots, P_R, P_p f_1, \dots, f_R), \\ \quad F_2^*(P_1, \dots, P_R, P_p f_1, \dots, f_R)]^T \\ \text{s.t. } P_1, \dots, P_R, P_p f_1, \dots, f_R \in \Lambda \end{cases} \quad (11)$$

式中: Λ 表示解空间.

交通管理部门的目标函数为

$$F_1^*(P_1, \dots, P_R, P_p f_1, \dots, f_R) = \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} \left(\sum_{r \in R} Q_{ij}^r \cdot P_r \cdot L_{ij}^r - \sum_{r \in R} f_r \cdot \bar{c}_r \right) + \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} Q_{ij}^p \cdot P_p \quad (12)$$

式中: $\bar{c}_r$ 为平均运营成本; Q_{ij}^r , Q_{ij}^p 由 $(P_1, \dots, P_R, P_p f_1, \dots, f_R)$ 通过线路客流 OD 矩阵均衡算法得到.

出行者效用的目标函数为

$$F_2^*(P_1, \dots, P_R, P_p f_1, \dots, f_R) = - \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} \sum_{r \in R} Q_{ij}^r \cdot G_{ij}^r - \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} Q_{ij}^p \cdot G_{ij}^p \quad (13)$$

约束条件为: $P_{r, \min} \leq P_r \leq P_{r, \max}$, $P_{p, \min} \leq P_p \leq P_{p, \max}$, $f_{\min} \leq f_r \leq f_{\max}$.

4.2 模型求解算法

基于复杂网络拓扑结构的集群智能多目标优化算法求解本文模型,流程如下.

Step 1 将区域 $i' \in [0, n]$, $j' \in [0, n]$, $k' \in [0, n]$ 设置为种群产生区域,每个点 (i', j', k') 表示一个个体,对应一种决策向量 $(P_1, \dots, P_R, P_p f_1, \dots, f_R)$,个体具有上、下、左、右、前、后6个“邻居”.令 p_{cut} 表示种群空间内的断点重连概率, $p_{\text{cut}} \in [0, 1]$; 对种群中每个个体 (i', j', k') 设置随机数 $p_{\text{rand}} \in [0, 1]$, 如果 $p_{\text{rand}} \leq p_{\text{cut}}$, 则在个体 (i', j', k') 与邻居连接中随机选

择一条断开,再随机建立该个体 (i', j', k') 与其邻居范围外任意一个个体之间的连接.为使种群空间在规则与随机之间取得平衡,取 $p_{\text{cut}} = 0.5$.

Step 2 个体 (i', j', k') 所代表的解为 $(P_1, \dots, P_R, P_p f_1, \dots, f_R)_{i', j', k'}$, 运用 3.1 节客流 OD 矩阵均衡算法计算目标函数值 $F^*[(P_1, \dots, P_R, P_p f_1, \dots, f_R)_{i', j', k'}] = [F_1^*(P_1, \dots, P_R, P_p f_1, \dots, f_R)_{i', j', k'}, F_2^*(P_1, \dots, P_R, P_p f_1, \dots, f_R)_{i', j', k'}]^T$.

Step 3 建立个体非支配解集合 $B_{i', j', k'}$. 依次将与个体 (i', j', k') 连接的邻居目标函数值 $F^*[(P_1, \dots, P_R, P_p f_1, \dots, f_R)_{ni, nj, nk}]$ 添加到 $B_{i', j', k'}$, 添加方式为,遍历 $B_{i', j', k'}$ 中的解(编号为 $N_{\text{um}}(1) \sim N_{\text{um}}(K)$). 如果有 $F^*[(P_1, \dots, P_R, P_p f_1, \dots, f_R)_{ni, nj, nk}] < B_{i', j', k'}[N_{\text{um}}(k)]$, 其中,“ $<$ ”表示支配关系,则在 $B_{i', j', k'}$ 内删去 $B_{i', j', k'}[N_{\text{um}}(k)]$; 如果 $F^*[(P_1, \dots, P_R, P_p f_1, \dots, f_R)_{ni, nj, nk}]$ 不被 $B_{i', j', k'}$ 中的所有解支配,则将 $F^*[(P_1, \dots, P_R, P_p f_1, \dots, f_R)_{ni, nj, nk}]$ 添加进 $B_{i', j', k'}$.

Step 4 建立所有个体的非支配解集合 B_g . 依次将种群中所有个体的目标函数值 $F^*[(P_1, \dots, P_R, P_p f_1, \dots, f_R)_{i', j', k'}]$ 添加到 B_g , 添加方式为,遍历 B_g 中的解(编号为 $N_{\text{um}}(1) \sim N_{\text{um}}(K)$). 如果有 $F^*[(P_1, \dots, P_R, P_p f_1, \dots, f_R)_{i', j', k'}] < B_g[N_{\text{um}}(k)]$, 则在 B_g 内删去 $B_g[N_{\text{um}}(k)]$; 如果 $F^*[(P_1, \dots, P_R, P_p f_1, \dots, f_R)_{i', j', k'}]$ 不被 B_g 中的所有解支配,则将 $F^*[(P_1, \dots, P_R, P_p f_1, \dots, f_R)_{i', j', k'}]$ 添加到 B_g .

Step 5 计算解集 B_g 中的拥挤距离.依据目标函数值 $F_s^*[(P_1, \dots, P_R, P_p f_1, \dots, f_R)_{N_{\text{um}}(k)}]$ 对 B_g 中的个体进行降序排列,得到 $F_{s,0}^*[(P_1, \dots, P_R, P_p f_1, \dots, f_R)_{N_{\text{um}}(k)}]$, 其中, $s = 1, 2$,

$N_{um}(k) \in [N_{um}(1), N_{um}(K)]$, 则目标函数 s 第 $N_{um}(k)$ 组解的拥挤距离为

$$\begin{cases} d'_{s, N_{um}(k)} = F_{s,0}^* \left[(P_1, \dots, P_R, P_p, f_1, \dots, f_R)_{N_{um}(k+1)} \right] - \\ F_{s,0}^* \left[(P_1, \dots, P_R, P_p, f_1, \dots, f_R)_{N_{um}(k-1)} \right], \\ N_{um}(k) \in [N_{um}(1), N_{um}(K)] \\ d'_{s, N_{um}(k)} = \infty, N_{um}(k) = N_{um}(1) \text{ or } N_{um}(k) = N_{um}(K) \end{cases} \quad (14)$$

则第 $N_{um}(k)$ 组解的拥挤距离为

$$d'_{N_{um}(k)} = \sum_{s=1}^2 d'_{s, N_{um}(k)}.$$

Step 6 选择. 对于个体 (i', j', k') , 首先, 按照 Step 5 的方法计算 $B_{i', j', k'}$ 中每组解的拥挤距离; 其次, 依据轮盘赌法, 在 B_g 与 $B_{i', j', k'}$ 内各选择一个优秀个体. 以 B_g 为例, B_g 中拥挤距离之和表示为

$$\sum_{N_{um}(k)=N_{um}(1)}^{N_{um}(K)} d'_{N_{um}(k)}, \text{ 则第 } N_{um}(k) \text{ 组解被选中的概率为 } \frac{d'_{N_{um}(k)}}{\sum_{N_{um}(k)=N_{um}(1)}^{N_{um}(K)} d'_{N_{um}(k)}}, \text{ 记 } B_{i', j', k'} \text{ 中选出的个体为 } (i'', j'', k''),$$

B_g 中选出的个体为 (i''', j''', k''') .

Step 7 交叉. 令 $X = (P_1, \dots, P_R, P_p, f_1, \dots, f_R)$, 利用正态分布算子生成局部最优 (i'', j'', k'') 与全局最优 (i''', j''', k''') 交叉后的新个体 $X_{i', j', k'}$ 为

$$\begin{cases} \mu' = (X_{i'', j'', k''} + X_{i''', j''', k''}) / 2 \\ \sigma' = |X_{i'', j'', k''} - X_{i''', j''', k''}| \\ X_{i', j', k'} = N[\mu', (\sigma')^2] \end{cases} \quad (15)$$

式中: $N[\mu', (\sigma')^2]$ 表示均值为 μ' , 方差为 σ' 的正态分布函数.

Step 8 变异. 设置变异概率 p_m , 每个个体依概率 p_m 发生变异, 对于个体 (i', j', k') 所代表的解 $(P_1, \dots, P_R, P_p, f_1, \dots, f_R)_{i', j', k'}$, 利用 cat 映射生成混沌序列为

$$\begin{cases} p_{i+1} = (p_i + q_i) \bmod 1 \\ q_{i+1} = (p_i + 2q_i) \bmod 1 \end{cases} \quad (16)$$

式中: $x \bmod 1 = x - \lfloor x \rfloor$, $\lfloor x \rfloor$ 表示对 x 向下取整, 利用演化生成的随机数更新变量, 即

$$\begin{aligned} (P_1, \dots, P_R, P_p, f_1, \dots, f_R)_{i', j', k'} = \\ (P_{1, \min}, \dots, P_{R, \min}, P_{p, \min}, f_{1, \min}, \dots, f_{R, \min}) + \\ p_i [(P_{1, \max}, \dots, P_{R, \max}, P_{p, \max}, f_{1, \max}, \dots, f_{R, \max}) - \\ (P_{1, \min}, \dots, P_{R, \min}, P_{p, \min}, f_{1, \min}, \dots, f_{R, \min})] \end{aligned} \quad (17)$$

Step 9 判断算法是否满足终止条件(全局非支配解集不再发生变化). 若满足, 算法停止; 否则, 返回 Step 3.

模型优化算法流程如图 1 所示.

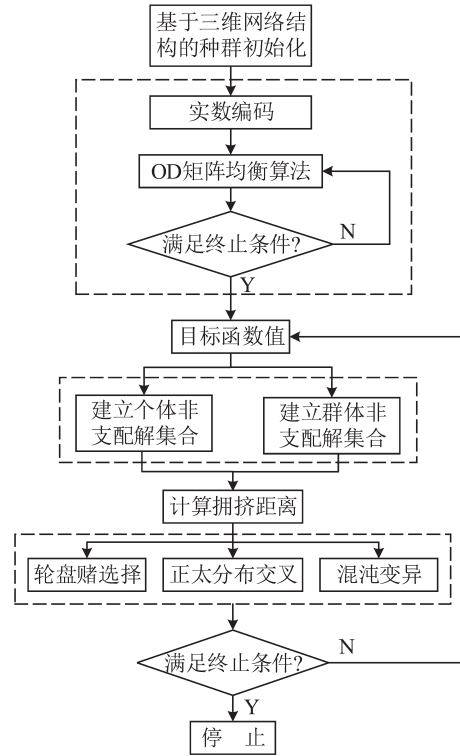


图 1 算法流程

Fig. 1 Algorithm flow

5 票价优化结果

5.1 算例路网结构及参数

以 Mandl 基准路网(1980)为例, 对本文提出的模型与算法进行验证, 如图 2 所示, 每条边上的数字表示站点间运行时间(min).

Mandl 基准路网站点间的 OD 需求详见文献[1], 为保证路网中每个 OD 对间都有公交线路连通, 设计公交线路如表 1 所示. 若后文无特别说明, 模型参数按照表 2 取值. 其中, 参数 S 的取值数量级依据文献[6]的回归结果得到, 参数 $\bar{c}_r$ 的取值数量级依据文献[1]得到, 参数 $P_{r, \max}$, $P_{r, \min}$, $P_{p, \max}$,

$P_{p,\min}$ 依据目前市场价格平均水平取值.

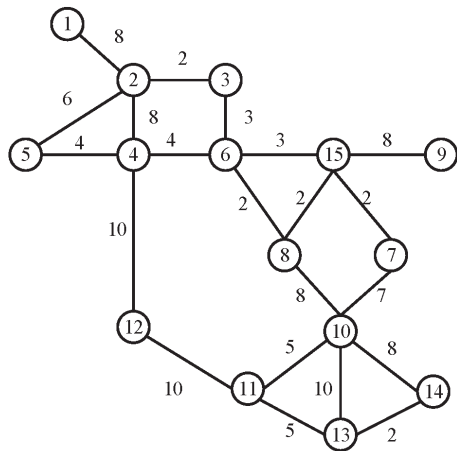


图2 Mandl 路网
Fig. 2 Mandl network

表1 公交线路设计
Table 1 Bus line design

公交线路	站点序列
1	1-2-4-12-11-10-7-15-9
2	1-2-3-6-8-10-14-13-11-12
3	1-2-5-4-12-11-13-14-10-7-15-9
4	9-15-8-6-3-2-4-5
5	13-10-7-15-8-6-3

表2 模型参数
Table 2 Parameters of model

符号	取值	符号	取值
$n \times n \times n$	$5 \times 5 \times 5$	θ	0.2
$\bar{c}_r$	10 元	δ	0.2
v_{bus}	30 km/h	S	1.5
α	1	β	1
$P_{r,\max}$	0.15 元	$\zeta_w, \zeta_m, \zeta_C, \zeta_P$	0.02
$P_{r,\min}$	0.05 元	Ψ^r	150 人
$f_{\max}$	10	$P_{p,\max}$	15 元
$f_{\min}$	3	$P_{p,\min}$	5 元
η	1		

5.2 OD 矩阵均衡算法收敛性

首先通过数值模拟验证 OD 矩阵均衡算法收敛性. 如图 3 所示, 纵轴为 $\max_{i,j \in V, i \neq j} \left\{ \frac{|Q_{i,j,k+1}^m - Q_{i,j,k}^m|}{Q_{i,j,k}^m} \right\} \leq \xi$ 的取值. 可见, 迭代 7 次后, OD 间客流量收敛, 说明本文提出的 OD 矩阵均衡算法具有收敛性.

5.3 模型优化结果

将表 2 参数带入本文算法对公交票价进行优

化, 同时与一票制的优化结果进行对比. 一票制票价为表 2 中的单位里程票价区间中值(0.1 元)与 5 条线路的平均里程的乘积. 两种计价模式得出的帕累托前沿(一票制方案中仅对公交发车频率与停车费进行优化)如图 4 所示.

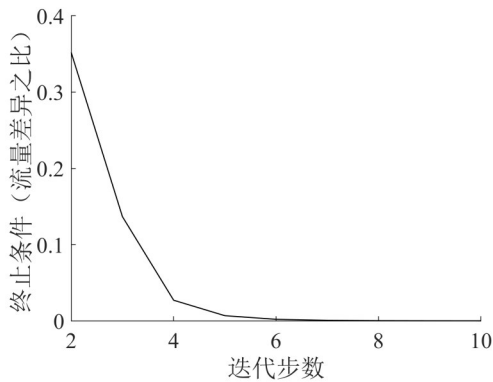


图3 OD 矩阵均衡算法收敛性

Fig. 3 Convergence of OD matrix equalization algorithm

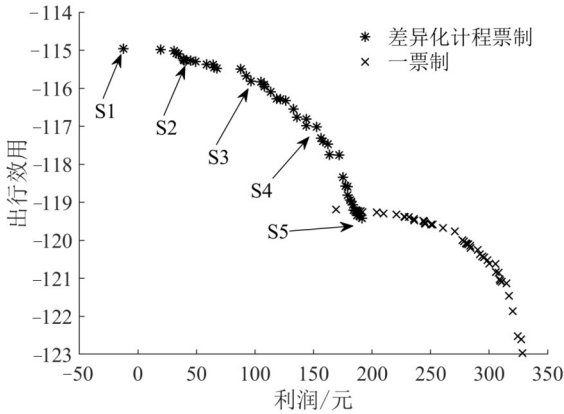


图4 票价优化结果

Fig. 4 Fare optimization results

由图 4 可知, 相比于差异化计程票制, 一票制使交通管理部门获取了更高收入, 但也提高了出行成本. 对差异化计程票制形成的帕累托前沿进行四等分, 选取代表性票价方案 1~方案 5(S1~S5), 给出各方案优化结果, 如表 3 和表 4 所示. 表 5 为不同票制下全路网所有 OD 间平均候车时间对比结果, 相比于总发车频率最高的一票制方案, 差异化计程票方案 S1 可进一步减少候车时间.

5.4 有限理性对帕累托最优解的影响

图 5 为有限理性对帕累托最优解的影响. 由图 5(a)可知, 社会交互强度 S 增大时, 出行者效用增加, 交通管理部门总利润减小; 由式(4)和式(5)及 OD 矩阵均衡算法的 Step 2 可知, 社会交互为出行

者提供了对不同出行方式效用的预判,而当交互强度增加到一定程度时(大于2.5),帕累托前沿趋于稳定,说明此时出行者对效用的感知精度已经无法通过社会交互获得改进.由图5(b)可知,出行者后悔厌恶水平的提升使其整体出行效用升高,出行者越厌恶后悔,对出行效用的判断越接近客观可观测的出行效用.可见,出行者准确掌握效用信息有助于降低出行成本.

5.5 均衡转移票价政策影响机制分析

当出行者的社会交互行为满足式(9)时,社会均衡满足

$$\mu^* = \int \tanh(-G'_{ij} + R + S\mu^*) dx = \tanh \left[\frac{\sum_{ij \in V} (-G'_{ij} + R + S\mu^*)}{\sum_{ij \in V} d_{ij}} \right] = \tanh \left[-\bar{G}'_{ij} + \bar{R} + S\mu^* \right] \quad (18)$$

表3 票价优化结果

Table 3 Fare optimization results

方 案	线路单位里程票价/元					全线总票价/元					私家车 停车费/元
	线路1	线路2	线路3	线路4	线路5	线路1	线路2	线路3	线路4	线路5	
S1	0.073 6	0.050 2	0.053 3	0.058 5	0.065 1	2.134 4	1.204 8	1.865 5	0.848 3	0.846 3	14.479 0
S2	0.052 1	0.073 8	0.068 1	0.065 4	0.076 8	1.510 9	1.771 2	2.383 5	0.948 3	0.998 4	14.969 3
S3	0.100 4	0.060 6	0.059 2	0.070 3	0.087 2	2.911 6	1.454 4	2.072 0	1.019 4	1.133 6	14.702 8
S4	0.123 6	0.065 3	0.129 9	0.068 9	0.116 9	3.584 4	1.567 2	4.546 5	0.999 1	1.519 7	14.560 8
S5	0.128 3	0.138 7	0.149 1	0.090 0	0.141 7	3.720 7	3.328 8	5.218 5	1.305 0	1.842 1	14.757 1

表4 发车频率优化结果

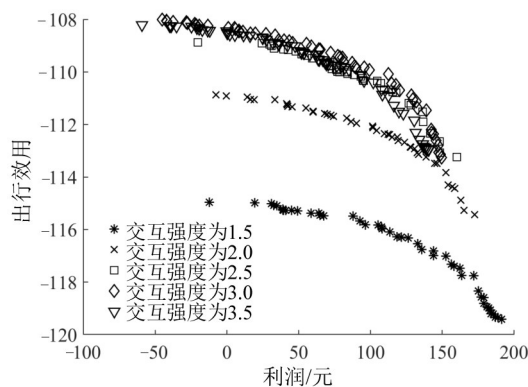
Table 4 Optimization results of departure frequency

线 路	线路1	线路2	线路3	线路4	线路5
方案S1	9.375 9	9.724 0	9.493 8	8.193 7	7.786 9
方案S2	9.393 8	9.658 7	6.490 9	5.902 6	7.917 5
方案S3	9.047 6	9.568 9	5.104 4	3.498 1	3.564 1
方案S4	6.666 5	7.338 1	3.619 5	3.239 4	3.721 1
方案S5	3.428 6	4.003 2	3.263 1	3.822 2	3.343 1

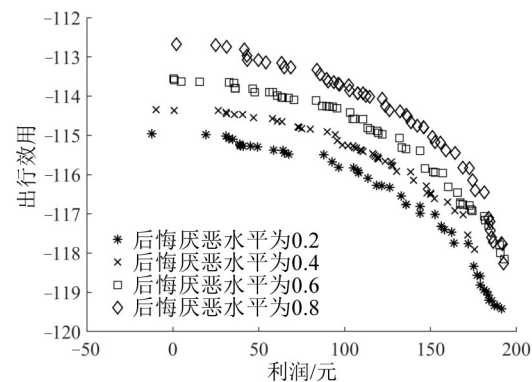
表5 全路网平均候车时间

Table 5 Average waiting time of whole network

方 案	方案S1	方案S2	方案S3	方案S4	方案S5	总发车频率最高的一票制方案
候车时间/h	0.102 6	0.128 7	0.176 7	0.206 9	0.279 1	0.105 8



(a) 出行者社会交互强度



(b) 出行者后悔厌恶水平

图5 有限理性对帕累托最优解的影响

Fig. 5 Influence of bounded rationality on Pareto optimal solution

基于本文模型优化结果,对路网均衡状态下 的出行方式选择比例进行数值分析,考察不同票

价方案对出行选择均衡的影响。

图6(a)为社会交互强度 $S=1.5$ 对应的方案1与方案5的模拟结果,此时基于帕累托最优解的票价方案并不能使出行者达到均衡,但相对于方案5,具有效用提升特点的方案1使主观期望曲线向有着利于均衡的方向移动。令 $S=3$ 得到图6(b),将社会交互强度提升至一定程度后会产生均衡,与图5(a)的结果一致,即社会交互强度的增加使帕累

托前沿趋于稳定。定义选择公交人数比例大于0.5的均衡点为优势均衡,由图6(b)可知,当票价降低时,出行者群体选择会从非均衡状态转移至“稳定优势均衡”(接近方案5),再转移至“优势均衡”(方案1)状态。可见,对于交通管理部门,增加准确的出行信息在系统中的传播力度可以促进均衡生成;在帕累托最优解的基础上进一步调节票价,可使均衡向着鼓励公交出行的稳定优势均衡转移。

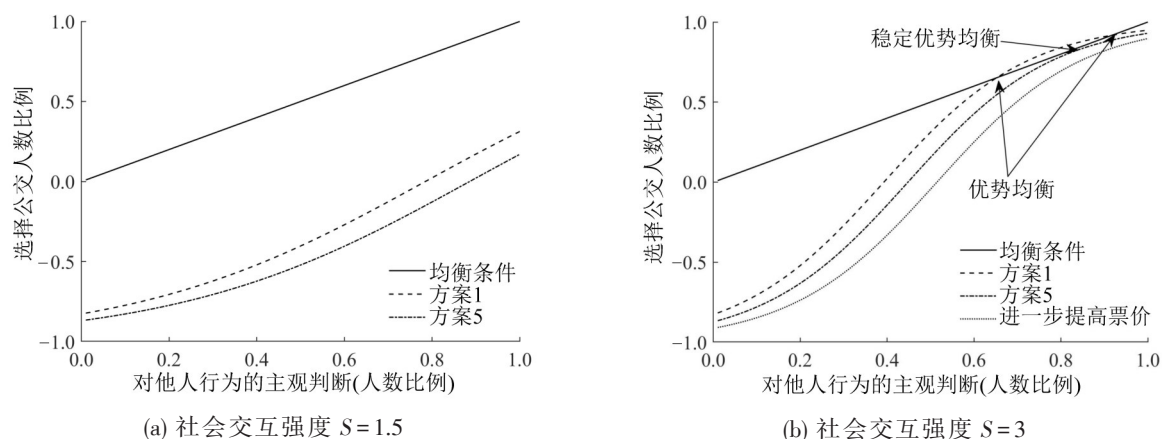


图6 出行者群体选择均衡

Fig. 6 Group selection equilibrium

6 结论

本文基于差异化定价思想,设计了考虑出行者行为因素的多目标公交线网计程票价优化模型。基于标准线网的优化结果表明:差异化计程票制有助于降低出行成本,减少候车时间,同时也要配合增加准确出行信息的社会传播力度,帕累托最优票价体系丰富了票价的调节机制且具有可操作性,可为交通管理部门鼓励公交出行提供更加精细化的决策支持。

参考文献:

[1] 邓连波, 徐毅梅, 段科屹. 城市公交线网的一票制差异化票价策略优化[J]. 交通运输系统工程与信息, 2019, 19(5): 128-134. [DENG L B, XU Y M, DUAN K Y. Optimization method for differentiated pricing strategy of flat fare in urban bus transit network[J]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology, 2019, 19(5): 128-134.]

[2] WANG S, ZHANG W, QU X. Trial-and-error train fare design scheme for addressing boarding/alighting congestion at CBD stations[J]. Transportation Research Part B: Methodological, 2018, 118: 318-335.

[3] YANG H, TANG Y. Managing rail transit peak-hour congestion with a fare-reward scheme[J]. Transportation Research Part B: Methodological, 2018, 110: 122-136.

[4] YANG Z, TANG M. Does the increase of public transit fares deteriorate air quality in Beijing?[J]. Transportation Research Part D: Transport & Environment, 2018, 63: 49-57.

[5] ZHAO P, ZHANG Y. The effects of metro fare increase on transport equity: New evidence from Beijing[J]. Transport Policy, 2019(74): 73-83.

[6] 潘驰, 郭志达. 社会互动效应下通勤者出行方式选择行为研究[J]. 交通运输系统工程与信息, 2017, 17(6): 101-106. [PAN C, GUO Z D. Commuter behavior mechanism of travel mode choice based on the perspective of social interaction[J]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology, 2017, 17(6): 101-106.]

参考文献:

- [1] KIM D K. The study of reflecting regional characteristics in car insurance for reduction of traffic accidents[J]. Journal of Korean Society of Transportation, 2015, 33 (3): 223-236.
- [2] 方守恩, 郭忠印, 杨轶. 公路交通事故多发位置鉴别新方法[J]. 交通运输工程学报, 2001(1): 90-94. [FANG S E, GUO Z Y, YANG Z. A new identification method for accident prone location on highway[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2001(1): 90-94.]
- [3] MILLER TED R. Cost and functional consequences of U.S. roadway crashes[J]. Accidents Analysis and Prevent, 1993, 25(5): 593-607.
- [4] XU C C, WANG W, LIU P. Identifying crash-prone traffic conditions under different weather on freeways[J]. Journal of Safety Research, 2013(46): 135-144.
- [5] MANDLOI D, GUPTA R. Evaluation of accident black spots on roads using geographical information system (GIS)[C]. Map India Conference, Transportation, 2003.
- [6] 颜峻, 袁宏永, 疏学明, 等. 用于犯罪空间聚集态研究的优化聚类算法[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2009, 49(2): 176-178. [YAN J, YUAN H Y, SHU X M, et al. Optimal clustering algorithm for crime spatial aggregation states analysis[J]. Tsinghua University (Science & Technology), 2009, 49(2): 176-178.]
- [7] 田沁, 巩玥, 亢孟军, 等. 国内主流在线地理编码服务质量评价[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2016, 41 (10): 1351-1358. [TIAN Q, GONG Y, KANG M J, et al. A comparative evaluation of online geocoding services in China[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2016, 41(10): 1351-1358.]
- [8] ESTER M, KRIEGEL H P, SANDER J, et al. A density-based algorithm for discovering clusters in large spatial databases with noise[C]. 2nd International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining, Portland, Oregon, 1996: 226-231.
- [9] KUMAR K, MSHEESH K, REDDY A, MOHAN R. A fast DBSCAN clustering algorithm by accelerating neighbor searching using groups method[J]. Pattern Recognition, 2016, 58: 39-48.

~~~~~  
上接第 155 页

- [7] 孙鹏, 丁宏飞, 廖勇. 城市轨道交通非高峰期开行方案建模与求解[J]. 计算机工程与应用, 2012, 48(28): 26-30. [SUN P, DING H F, LIAO Y. Modeling and solution for optimization of urban rail transit operation scheme in off-peak period[J]. Computer Engineering and Applications, 2012, 48(28): 26-30.]
- [8] 李梦, 黄海军. 基于后悔理论的出行路径选择行为研究[J]. 管理科学学报, 2017, 20(11): 1-9. [LI M, HUANG H J. Modeling route choice behavior based on regret theory[J]. Journal of Management Science, 2017, 20(11): 1-9.]