

海底扩张的驱动机理

李 荫 亭 关 德 相

(中国科学院力学研究所)

摘 要

本文从流体力学基本方程组出发,分析了大洋中脊下上涌流动的特点,得到了上涌流动结构的数学描述. 算出了板块移动速度、上涌流动作用于板块的推力和输送的能量. 这些结果均与地球物理观测一致. 从而论证了大洋中脊下岩石层上涌通道中深部地幔物质的上涌流动,是洋底板块赖以新生的质量源泉,也是洋底板块能够克服各种阻力以近于恒定速度运动的力量源泉,更是由板块运动引起的能量释放现象(如地震、火山等)的能量源泉.

海底扩张和板块构造假说阐明了地球上层发生的构造和地震活动,显示了巨大的生命力. 但是,一个重要问题至今尚未解决,到底是什么性质的力驱动着海底扩张和板块运动?

近十年来,许多地球物理学家和流体力学家致力于海底扩张驱动机理的研究^[1-3]. 一些人认为,岩石圈下面的软流圈中的流动给板块以粘性剪切力,这个力拖拽板块运动. 软流圈中的流动,则认为是一种由温度梯度引起的对流. 正如文献[1]所指出,这种软流圈对流环的水平尺度比板块水平尺度小很多,致使每个板块下有若干个对流环. 相邻对流环的流动方向相反,对板块的作用力互相抵消. 因此,不能产生足够的净力作用于板块底层,使板块由粘性力拖拽而移动.

最近几年,另有一些人强调下沉板块的作用^[4]. 他们认为,下沉岩石圈板块的温度低于环境温度,因而受到向下的作用力. 这个力被称为负浮力,并驱使板块运动. 但是,实际上并非所有的板块都有倾斜下沉部分. 那么,这类板块是如何驱动的呢?

我们认为,海底扩张的完整动力学模型必须考虑岩石圈和软流圈的相互作用. 特别需要考虑的是,在大洋中脊处,上涌熔岩向岩石圈板块输送的质量、动量和能量在海底扩张中的作用. 大洋中脊下面,地幔物质经上涌通道上涌是洋底板块赖以新生的质量源泉,也是洋底板块能够克服各种阻力以近于恒定的速度运动的力量源泉,更是由板块运动而引起的能量释放现象(如地震、火山等)的能量源泉.

本文从地幔流动的流体力学方程组出发,根据上涌流动的特点,得到了控制上涌流动的微分方程组,并得到了上涌流动的细致结构. 利用上涌通道中的流动参数,即可算出板块移动速度、对板块的驱动力、以及上涌物质单位时间所提供的能量. 本文算出的这三个板块动力学参数均与地球物理观测数据符合.

一、基本方程

地幔流体流动满足普遍的流体力学方程组。Richter^[1] 和 McKenzie^[2] 根据地幔流动特点, 通过量级比较, 提出了下面几个基本假设: (1) 流动是二维定常的; (2) Ekman 数很大, 忽略地球旋转造成的 Coriolis 力; (3) 采用 Boussinesq 近似; (4) 忽略绝热温度梯度和粘性耗散项; (5) 假定地幔流体具有线性本构关系; (6) 地幔雷诺数很小, 约为 10^{-17} , 忽略惯性项; (7) 地幔中的几个参数, 如比热 c_p , 热膨胀系数 α , 导热系数 κ 均为常数。此外, 本文考虑对流的上升流动, 这里对流效应显著, 可忽略放射性产生的内部热源。利用上述假设, 地幔流体力学方程组变成

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) - \frac{\partial p}{\partial x} + \rho g \alpha (T - T_0) = 0, \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial y} \right) - \frac{\partial p}{\partial y} = 0, \quad (2.2)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right), \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0. \quad (2.4)$$

其中 x 轴竖直向上, y 轴水平向右, u, v 分别为 x 和 y 方向的速度分量, T 和 T_0 分别为流体温度和参考温度, ρ 为密度, g 为重力加速度, $k = \frac{\kappa}{\rho c_p}$ 为导温系数, p 为运动引起的压力。

由于地幔中 Prandtl 数和 Rayleigh 数都很大, 对流环的中心部分是一个基本上静止不动的核, 其中温度变化很小^[4]。它的两侧分别是上升流动和下降流动, 其中温度和速度均在一个比较短的距离上发生显著变化。对于一个 700 公里深的对流环, 温度和速度发生显著变化的水平距离为几公里至几十公里。利用这一特点, 可以使方程组 (2.1)–(2.4) 进一步简化。

大洋中脊下的岩石层中, 存在一上涌流动通道(或裂缝), 其中的流动是软流层内上升流动的

延续, 如图 1 所示。在软流层中, 由于上升流动外面的物质是可流动的, 上升物质可以外溢出去, 外面的物质也可以进来加入上升流动。但是, 上涌通道两侧是岩石层, 上涌物质只能贴到通道壁面上, 随板块一起向外移动, 而外面的物质不能进入上涌通道。

坐标系如图 1 所示, $y = 0$ 为对称轴(即两个相邻对流环上升流动的交界线)。坐标原点为对称轴与地表之交点。我们只考虑 $y > 0, x < 0$ 区域中的流动。将上涌速度发生显著变化(即由对称轴上的最大值变到边界上的零值)的距离定义为上涌流动的流动厚度, 以 δ_u 表示。上涌流动中温度发生显著

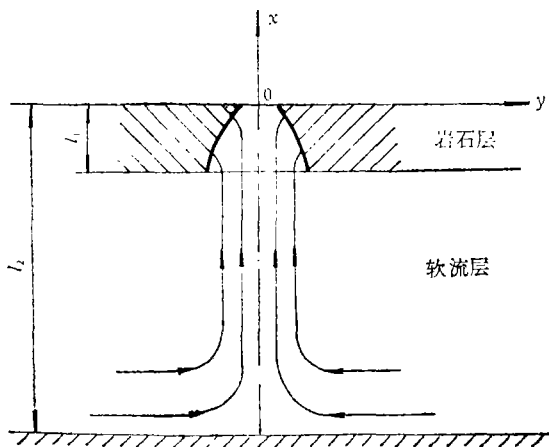


图 1 上涌流动示意图

变化(即由对称轴上的最大温度变到同一深度的环境温度)的距离定义为上涌流动的热厚度,

以 δ_T 表示. 以下标 w 表示 $y = 0$ 处的参数, 以下标 a 表示通道两侧和软流层中上升流动外缘处的参数. l_1 为岩石圈厚度, l_2 为对流起动深度. 并以 U, V, P, M 分别表示 u, v, p, μ 的典型数值. 以 $\Delta_x T$ 和 $\Delta_y T$ 表示 x 和 y 方向温差的典型数值. 以 l 表示 x 方向特征距离(在岩石层 $l = l_1$, 在软流层 $l = l_2 - l_1$). 由于 $\delta_u^2 \ll l^2$, 则可以得到

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) \ll \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right), \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial x} \right) \ll \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial y} \right). \quad (2.6)$$

如果 $\frac{\Delta_y T}{\Delta_x T} \gg \left(\frac{\delta_T}{l} \right)^2$, 则有

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \ll \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}. \quad (2.7)$$

由方程(2.4)有

$$\frac{V}{U} \approx \frac{\delta_u}{l}. \quad (2.8)$$

由方程(2.2)得到

$$P \approx \frac{MV}{\delta_u}. \quad (2.9)$$

由方程(2.1), 并利用(2.8)和(2.9), 得到

$$\frac{P/l}{MU/\delta_u^2} \approx \left(\frac{\delta_u}{l} \right)^2 \ll 1. \quad (2.10)$$

因此, 方程(2.1)—(2.4)中可以略去 $\frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right)$, $\frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial x} \right)$, $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$, $\frac{\partial p}{\partial x}$ 等项, 方程(2.2)不再与其它方程耦合. 于是, 得到下面的方程组

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \rho g \alpha (T - T_a) = 0, \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad (2.12)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = k \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}. \quad (2.13)$$

方程(2.11)—(2.13)就是所要求的上涌流动参数 u, v 和 T 所满足的微分方程组. 应当指出, 由描述地幔流动的方程组(2.1)—(2.4)变到描述上涌流动的方程组(2.11)—(2.13), 只要求 $\left(\frac{\delta_u}{l} \right)^2 \ll 1$ 和 $\left(\frac{\delta_u}{l} \right)^2 \ll \frac{\Delta_y T}{\Delta_x T}$. 从本文计算结果将会看到, 除地幔中起动区域和上涌通道顶盖附近的一个极小区域外, 这两个条件均能满足.

二、上涌流动微分方程组的解

仿 Karman-Pohlhausen 单参数近似方法求解方程组(2.11)—(2.13). 令

$$\varphi(\eta) = \frac{u}{u_w} = a_0 + a_1 \eta + a_2 \eta^2 + a_3 \eta^3 + a_4 \eta^4, \quad (3.1)$$

$$\theta(\eta_T) = \frac{T - T_w}{T_w - T_a} = b_0 + b_1 \eta_T + b_2 \eta_T^2 + b_3 \eta_T^3 + b_4 \eta_T^4. \quad (3.2)$$

对岩石层上涌通道中的流动, T_s 为岩石在该深度下的软化温度 (高于该温度, 熔岩具有流动性), 对软流层, T_a 为环境温度 T_∞ . 这里

$$\eta = y/\delta_u, \quad \eta_T = y/\delta_T, \quad \varepsilon = \delta_T/\delta_u, \quad (3.3)$$

其中 $\delta_T \leq \delta_u$. 方程 (2.11)–(2.13) 的边界条件变为:

$$\begin{aligned} \varphi &= 0, & \text{当 } \eta &= 1, \\ \varphi &= 1, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} = 0, \quad \frac{\partial^3 \varphi}{\partial \eta^3} = 0, & \text{当 } \eta &= 0, \\ \theta &= 0, & \text{当 } \eta_T &= 1, \\ \theta &= 1, \quad \frac{\partial \theta}{\partial \eta_T} = 0, \quad \frac{\partial^3 \theta}{\partial \eta_T^3} = 0, & \text{当 } \eta_T &= 0. \end{aligned} \quad (3.4)$$

由边界条件得到

$$\varphi(\eta) = 1 + a_2 \eta^2 - (1 + a_2) \eta^4, \quad (3.5)$$

$$\theta(\eta_T) = 1 + b_2 \eta_T^2 - (1 + b_2) \eta_T^4. \quad (3.6)$$

将方程 (3.5) 和 (3.6) 代入 (2.11) 式, 比较系数, 并利用 δ_T 处 $\frac{\partial \mu}{\partial y}$ 的连续条件, 可推出:

$$1 - 2 \left(1 + \frac{1}{a_2} \right) \varepsilon^2 - \frac{\mu_W}{\mu_a} \left(\frac{4}{5} + \frac{2}{15} b_2 \right) = 0. \quad (3.7)$$

$$\frac{1}{a_2} + 2\varepsilon^2 \frac{\mu_W}{\mu_a} \int_0^1 \frac{\eta_T + \frac{b_2}{3} \eta_T^3 - \frac{1+b_2}{5} \eta_T^5}{\mu/\mu_a} d\eta_T = - \left(\frac{8}{5} + \frac{4}{15} b_2 \right) (\varepsilon - \varepsilon^2) \frac{\mu_W}{\mu_a}, \quad (3.8)$$

$$\begin{aligned} & 12(1 + a_2)\varepsilon + 4(2 + b_2)[a_2 - 6(1 + a_2)\varepsilon^2] \frac{\partial \mu}{\partial T} \cdot \frac{T_W - T_a}{\varepsilon \mu_a} \\ & + 2 \left\{ -(6 + 5b_2) \frac{\partial \mu}{\partial T} + 2(T_W - T_a)(2 + b_2)^2 \frac{\partial^2 \mu}{\partial T^2} \right\} \frac{2 + a_2}{\varepsilon^2} (T_W - T_a) \\ & + \frac{\rho g \alpha (T_W - T_a) \delta_u^2 (2 + b_2)}{\varepsilon \mu_a \mu_W} = 0, \end{aligned} \quad (3.9)$$

其中忽略 y 向压力变化对 μ 的影响. 还可推出

$$\delta_T^4 = \frac{-4a_2 b_2 \varepsilon^2 k \mu_W}{\rho g \alpha \frac{dT_W}{dx}}, \quad (3.10)$$

$$a_W^2 = \frac{-b_2 \rho g \alpha k (T_W - T_a)^2}{a_2 \varepsilon^2 \mu_W \frac{dT_W}{dx}}. \quad (3.11)$$

将 (3.5) 和 (3.6) 式代入 (2.13) 式, 并在区间 $[0, \delta_T]$ 上对 y 积分, 得到

$$\begin{aligned} & \left[\frac{2}{15} + \frac{2}{35} a_2 \varepsilon^2 + \frac{2}{63} (1 + a_2) \varepsilon^4 \right] \frac{db_2}{dx} + \left[\left(\frac{4}{21} + \frac{4}{35} b_2 \right) \varepsilon^2 + \left(\frac{4}{45} + \frac{2}{63} b_2 \right) \varepsilon^4 \right] \frac{da_2}{dx} \\ & + \left[2a_2 \left(\frac{4}{21} + \frac{2}{35} b_2 \right) \varepsilon + 3 \left(\frac{4}{45} + \frac{2}{63} b_2 \right) (1 + a_2) \varepsilon^3 \right] \frac{d\varepsilon}{dx} + \left[\frac{2}{T_W - T_a} \frac{d(T_W - T_a)}{dx} \right. \\ & \left. + \frac{3}{4b_2} \frac{db_2}{dx} - \frac{1}{4\mu_W} \frac{d\mu_W}{dx} - \frac{1}{4a_2} \frac{da_2}{dx} - \frac{1}{2\varepsilon} \frac{d\varepsilon}{dx} - \frac{3}{4} \frac{d^2 T_W}{dx^2} \left(\frac{dT_W}{dx} \right)^{-1} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times \left[\frac{4}{5} + \frac{2}{15} b_2 + \left(\frac{4}{21} + \frac{2}{35} b_2 \right) a_2 \varepsilon^2 - \left(\frac{4}{45} + \frac{2}{63} b_2 \right) (1 + a_2) \varepsilon^4 \right] + \frac{dT_a}{dx} (T_w - T_a)^{-1} \\ & \times \left[1 + \frac{1}{3} a_2 \varepsilon^2 - \frac{1}{5} (1 + a_2) \varepsilon^4 \right] + \frac{2 + b_2}{b_2} \frac{dT_w}{dx} (T_w - T_a)^{-1} = 0. \end{aligned} \quad (3.12)$$

边界条件为:

$$T_w - T_a = 0, \quad \text{当 } x = 0, \text{ 或 } x = -l_2 \text{ 时}. \quad (3.13)$$

如果 $\frac{\partial \mu}{\partial T}$, $\frac{\partial^2 \mu}{\partial T^2}$ 的函数形式已知, 则从方程 (3.7)–(3.9) 可以解出 a_2 , b_2 和 ε , 由 (3.12) 和 (3.13) 式可解出 T_w , 再利用 (3.10), (3.11) 和 (3.3) 式可以求出 u_w , δ_u 和 δ_T .

最近, Parmentier^[5] 研究了有限振幅非牛顿流体中的对流, 采用幂次本构关系, 幂指数为 n . 他发现, 当 $n \leq 3$ 时, 对流环结构与常粘度流体的对流环结构非常接近. 因此, 像许多文章^[1-3]一样, 作为研究板块动力学的第一步, 本文仔细研究粘度为常数的情况, 此时, 方程 (3.7)–(3.9) 变成

$$\frac{1}{5} - 2 \left(1 + \frac{1}{a_2} \right) \varepsilon^2 - \frac{2}{15} b_2 = 0, \quad (3.14)$$

$$\frac{1}{a_2} + 2\varepsilon^2 \left(\frac{7}{15} + \frac{b_2}{20} \right) = - \left(\frac{8}{5} + \frac{4}{15} b_2 \right) \varepsilon (1 - \varepsilon), \quad (3.15)$$

$$6 \left(1 + \frac{1}{a_2} \right) - \frac{1}{\varepsilon^2} (2 + b_2) = 0. \quad (3.16)$$

由此解出

$$a_2 = -\frac{6}{5}, \quad b_2 = -1, \quad \varepsilon = 1. \quad (3.17)$$

因此 $\delta_u = \delta_T = \delta$. 方程 (3.12) 和 (3.13) 变成:

$$\begin{cases} ZZ'' - \frac{19}{204} Z' - \frac{170}{204} \beta Z' + \frac{189}{204} \beta^2 - Z\beta' = 0, \\ Z = 0 \quad (\text{当 } x = 0 \text{ 或 } x = -l_2 \text{ 时}), \end{cases} \quad (3.18)$$

其中“'”和“''”分别表示对 x 的一阶和二阶导数, $Z = T_w - T_a$, $\beta = -\frac{dT_a}{dx}$.

方程 (3.18) 为二阶非线性常微分方程的边值问题, 需用数值方法求解. 我们将在别处详细讨论它. 对软流层, $\frac{dT_a}{dx} = \frac{dT_\infty}{dx} \approx \text{常数}$. 岩石圈中, 有关 $\frac{dT_a}{dx}$ 的规律研究甚少. 为了用本文提出的模型估算板块动力学参数, 也假定 $\frac{dT_a}{dx} = \text{常数}$, 此时 $\beta'(x) = 0$, 方程 (3.18) 变成

$$\begin{cases} ZZ'' - \frac{19}{204} Z' - \frac{170}{204} \beta Z' + \frac{189}{204} \beta^2 = 0, \\ Z = 0 \quad (\text{当 } x = 0 \text{ 或 } x = -l_2 \text{ 时}). \end{cases} \quad (3.19)$$

方程 (3.19) 有分析解

$$\hat{Z}_1 = \frac{-\tilde{x}_1 \left(\frac{189}{19} + \tilde{\omega} \right)^{\frac{9639}{988}} (1 - \tilde{\omega})^{\frac{969}{988}}}{\frac{204}{19} \int_{-\frac{189}{19}}^{\tilde{\omega}} \left[\left(\frac{189}{19} + \tilde{\omega} \right)^{\frac{8651}{988}} (1 - \tilde{\omega})^{\frac{-19}{988}} \right] d\tilde{\omega}} \quad (3.20)$$

和

$$\tilde{Z}_2 = \frac{-\left(\tilde{x}_2 + \frac{l_2}{l_1}\right)\left(\frac{189}{19} + \tilde{\omega}\right)^{\frac{9639}{985}}(1 - \tilde{\omega})^{\frac{967}{988}}}{\frac{204}{19} \int_1^{\tilde{\omega}} \left[\left(\frac{189}{19} + \tilde{\omega}\right)^{\frac{8651}{983}}(1 - \tilde{\omega})^{\frac{-19}{988}}\right] d\tilde{\omega}}. \quad (3.21)$$

其中

$$\tilde{x} = \frac{x}{l_1}, \quad \tilde{Z}_1 = \frac{Z_1}{l_1 \beta_1}, \quad \tilde{Z}_2 = \frac{Z_2}{l_1 \beta_2}, \quad \tilde{\omega} = \frac{d\tilde{Z}}{d\tilde{x}},$$

下标“1”代表区域 $-l_1 \leq x \leq 0$ 中的参数, 下标“2”代表区域 $-l_2 \leq x \leq -l_1$ 中的参数。

三、计算结果及讨论

现在将地幔参数值代入前面得到的公式, 具体算出上涌流动结构, 从而给出板块动力学参数。

1. 地幔参数的选择

(1) 粘度. 本文计算结果是对常粘度牛顿流体给出的. 较早的文献多取粘度为 10^{21} — 10^{22} 泊. 近几年, 多数人认为大陆下软流层粘度为 10^{20} 泊^[6]. Artyushkov^[7] 认为海洋软流层温度比大陆软流层温度高 100 — 200°C . 因此, 文献[8]取海洋软流层粘度为 10^{18} — 10^{19} 泊. 据此推理, 上涌流动中的温度比周围软流层温度还要高, 粘度可能更低. 本文分别采用 $\mu = 10^{18}$, 10^{19} , 10^{20} 泊进行计算.

(2) 地幔导温率 $k = \frac{\kappa}{\rho c_p}$ 随温度和压力而变化. 目前, 地幔对流问题的研究中多假定 k 为常数. 文献[2]取 $k = 1.5 \times 10^{-2}$ 厘米²/秒. 文献[9]研究了 k 与深度的关系, 认为到 400 公里, $k = 2 \times 10^{-2}$ 厘米²/秒, 对更深的地幔物质, k 将更大. 本文取 $k = 2 \times 10^{-2}$ 厘米²/秒.

(3) 膨胀系数 α , 各文献取值略有不同, 变化于 3×10^{-5} /度到 4×10^{-5} /度之间, 本文取 3.5×10^{-5} /度.

(4) 地幔物质的密度 ρ 和重力加速度 g , 按多数文献的取值, 本文取 $\rho = 3.3$ 克/厘米³, $g = 10^3$ 厘米/秒².

(5) 一般认为软流层中竖直温度梯度为每公里 1 — 2°C , 本文取 $\beta_2 = 1.5^\circ\text{C}/\text{公里}$. 岩石层软化温度梯度如取为常数, 其绝对值应小于环境竖直温度梯度. 岩石圈中 $\left|\frac{dT_\infty}{dx}\right|$ 为每公里 12° — 15°C . 作为初步估算, 本文取 $\beta_1 = 8^\circ\text{C}/\text{公里}$. 幸运的是, 计算表明, β_1 对板块速度和向板块输送的能量影响很小, 对推力的影响也不会造成量级差别.

2. 上涌流动结构

为计算公式 (3.20) 和 (3.21) 中的函数值, 令

$$f_1 = \frac{\left(\frac{189}{19} + \tilde{\omega}\right)^{\frac{9639}{985}}(1 - \tilde{\omega})^{\frac{967}{988}}}{\left[\left(\frac{189}{19} + \tilde{\omega}\right)^{\frac{8651}{983}}(1 - \tilde{\omega})^{\frac{-19}{988}}\right]_{\max}}. \quad (4.1)$$

当 $\tilde{\omega} = 0$ 时, $f_1 = 1, \left(\frac{189}{19}\right)^{\frac{9639}{988}} = 5.416 \times 10^9$,

$$f_2 = \frac{\int_{\tilde{\omega}}^1 \left\{ \left(\frac{189}{19} + \tilde{\omega} \right)^{\frac{8651}{988}} (1 - \tilde{\omega})^{\frac{-19}{988}} \right\} d\tilde{\omega}}{\int_{-\frac{189}{19}}^1 \left\{ \left(\frac{189}{19} + \tilde{\omega} \right)^{\frac{8651}{988}} (1 - \tilde{\omega})^{\frac{-19}{988}} \right\} d\tilde{\omega}}, \quad (4.2)$$

其中

$$\int_{-\frac{189}{19}}^1 \left\{ \left(\frac{189}{19} + \tilde{\omega} \right)^{\frac{8651}{988}} (1 - \tilde{\omega})^{\frac{-19}{988}} \right\} d\tilde{\omega} = 1.427 \times 10^9.$$

利用 (4.1) 和 (4.2) 式, (3.20) 和 (3.21) 式变成:

$$\tilde{Z}_1 = -0.3535 \tilde{x}_1 f_1 (1 - f_2)^{-1}, \quad (4.3)$$

$$\tilde{Z}_2 = 0.3535 \left(\tilde{x}_2 + \frac{l_2}{l_1} \right) f_1 f_2^{-1}. \quad (4.4)$$

令 $f_3 = \delta u_W / (\delta u_W)_{\max}$, 利用公式 (3.10) 和 (3.11), 得出

$$f_3 = \frac{\delta u_W}{(\delta u_W)_{\max}} = \frac{\left(\frac{189}{19} + \tilde{\omega} \right)^{\frac{9639}{988}} (1 - \tilde{\omega})^{\frac{228}{988}}}{\left(\frac{2457}{3289} + \frac{189}{19} \right)^{\frac{9639}{988}} \left(\frac{832}{3289} \right)^{\frac{228}{988}}}. \quad (4.5)$$

当 $\tilde{\omega} = \frac{7371}{9869}$ 时, δu_W 取最大值. f_3 表示相应截面质量流量与最大流量之比. 当 $1 > \tilde{\omega} > \frac{7371}{9869}$ 时, δu_W 随 $\tilde{\omega}$ 减小而增加, 表明软流层物质进入上升流动. 当 $-\frac{189}{19} \leq \tilde{\omega} < \frac{7371}{9869}$ 时, δu_W 随 $\tilde{\omega}$ 减小而减小, 表明上升物质外溢. 表 1 给出了 $f_1(\tilde{\omega})$, $f_2(\tilde{\omega})$, $f_3(\tilde{\omega})$ 的数值.

图 2 给出起动深度分别为 700, 500, 400 公里时最大水平温差 $T_W - T_a$ 随深度的变化. 可以看出, 软流层中最大温差与起动深度有密切关系, 起动深度越大, 温差越大. 岩石层上涌通道中最大温差随起动深度变化的趋势与软流层一致, 但变化幅度极小. 温差分布与粘度无关.

表 1 函数 $f_1(\tilde{\omega})$, $f_2(\tilde{\omega})$, $f_3(\tilde{\omega})$ 数值表

$\tilde{\omega}$	f_1	f_2	f_3	$\tilde{\omega}$	f_1	f_2	f_3
1.00	0	0	0	-3.00	0.1174	0.9895	0.0281
0.90	0.2436	0.1319	0.9273	-3.50	0.0636	0.9950	0.0139
0.70	0.5963	0.2802	0.9963	-4.00	0.0321	0.9977	0.0065
0.50	0.8177	0.4045	0.9316	-4.50	0.0150	0.9990	0.0028
0.30	0.9419	0.5087	0.8338	-5.00	0.0064	0.9996	0.0011
0.10	0.9943	0.5960	0.7290	-5.50	0.0024	0.9999	0.0004
0	1.0000	0.6342	0.6775	-6.00	0.0008	0.9999	0.0001
-0.50	0.8999	0.7805	0.4498	-6.50	0.0002	0.9999	0.0000
-1.00	0.7020	0.8717	0.2828	-7.00	0.0000	0.9999	0.0000
-1.50	0.4986	0.9273	0.1699	-8.00	0.0000	0.9999	0.0000
-2.00	0.3287	0.9602	0.0977	-9.00	0.0000	0.9999	0.0000
-2.50	0.2029	0.9790	0.0537	-9.95	0	1.0000	0

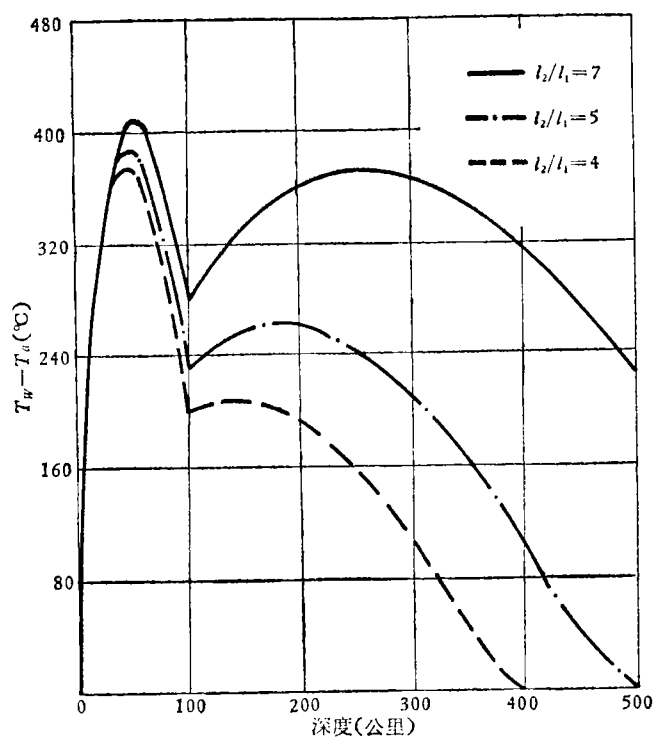


图2 最大温差 $T_W - T_a$ 随深度的变化

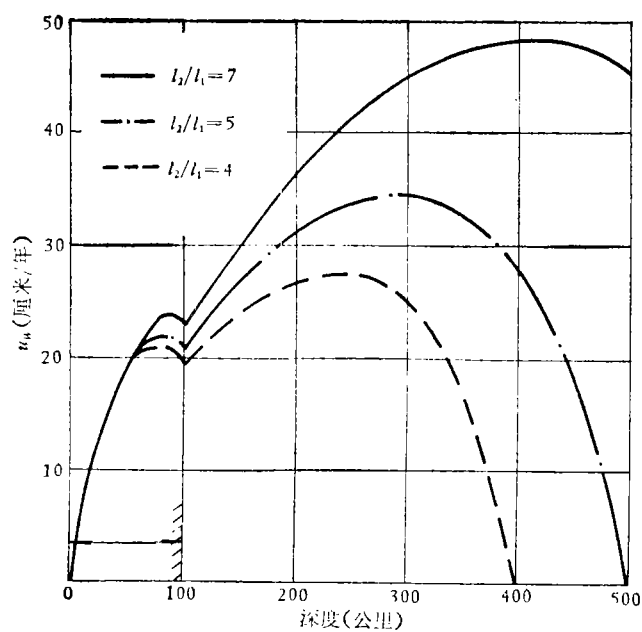


图3 最大上涌速度 u_w 随深度的变化(不同起动深度)

本图及以后各图中,在岩石层底 100 公里深处, $T_w - T_a$, u_w , δ 的导数均出现间断,这是因为 $\frac{dT_a}{dx} = -\beta$ 在这一点不连续造成的。

图 3 表示粘度不变时 ($\mu = 10^{19}$ 泊), 不同起动深度对最大上涌速度 u_w 分布的影响。在软流层中,最大上涌速度 u_w 随起动深度不同而有很大变化。起动深度对上涌通道中的最大上涌速度影响很小。由公式 (3.11) 可以看出,这是由于上涌通道中最大温差 $T_w - T_a$ 受起动深度影响很小所致。

图 4 给出了起动深度为 500 公里时,不同粘度(分别为 10^{18} , 10^{19} , 10^{20} 泊)对最大上涌速度 u_w 的影响。从图 4 可以看出,粘度对软流层和岩石层上涌通道中的最大速度分布均有很大影响。粘度越小, u_w 的数值越大。由 (3.11) 式可以看出, $u_w \propto \frac{1}{\sqrt{\mu}}$ 。

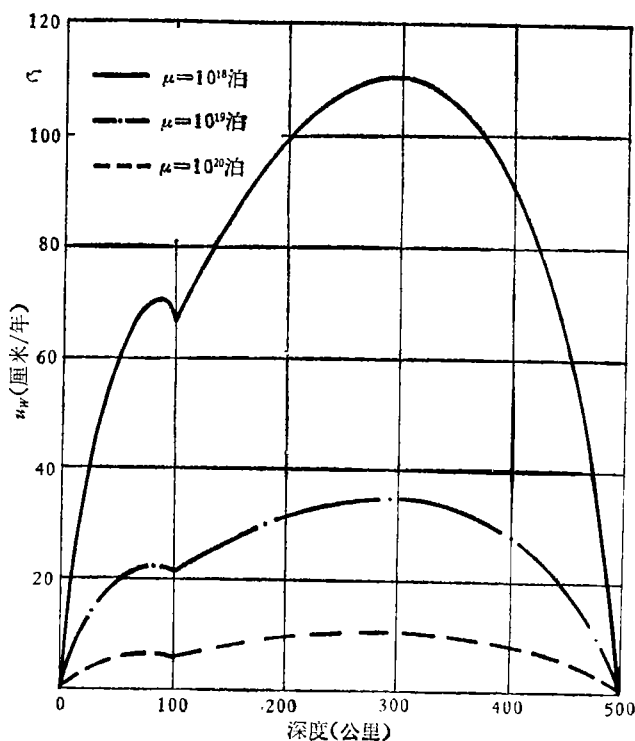


图 4 最大上涌速度 u_w 随深度的变化(不同粘度)

图 5 给出了在粘度不变时 ($\mu = 10^{19}$ 泊), 上涌流动厚度(岩石层中为上涌通道半宽度)随深度的变化。可以看出,上涌通道宽度与起动深度几乎无关。

图 6 表示对同一起动深度(500 公里), 不同粘度 (10^{18} , 10^{19} , 10^{20} 泊) 时, 上涌流动厚度随深度的变化。从图 6 可明显的看出,不管是软流层中的上涌流动厚度,还是岩石层中的上涌通道半宽度均受粘度很大的影响。粘度越大,上涌通道越宽。由 (3.10) 式可以看出, $\delta \propto \mu^{\frac{1}{4}}$ 。

从图 6 还可以看出,软流层中的上升流动,显然满足 $(\delta/l)^2 \ll 1$ 的条件(起动区域除外), 上涌通道中,最大的 $(\delta/l)^2$ 值为 0.02 左右,仍然满足 (2.10) 式。

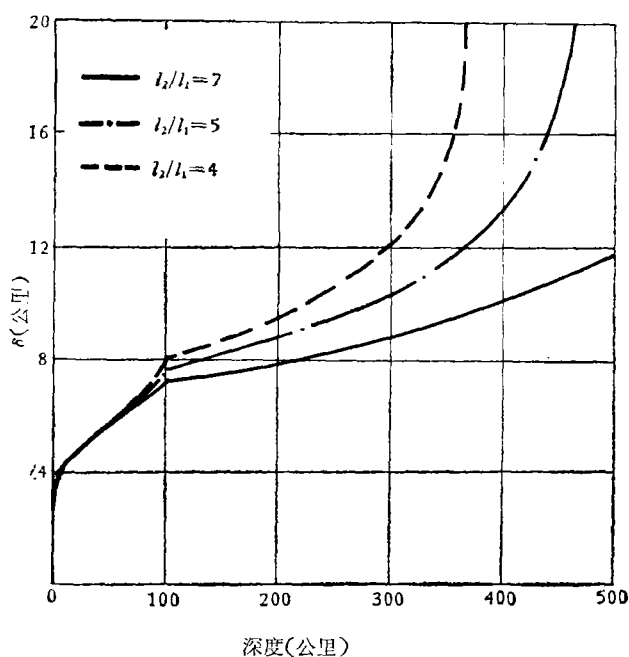


图5 上涌流动厚度随深度的变化(不同起动深度)

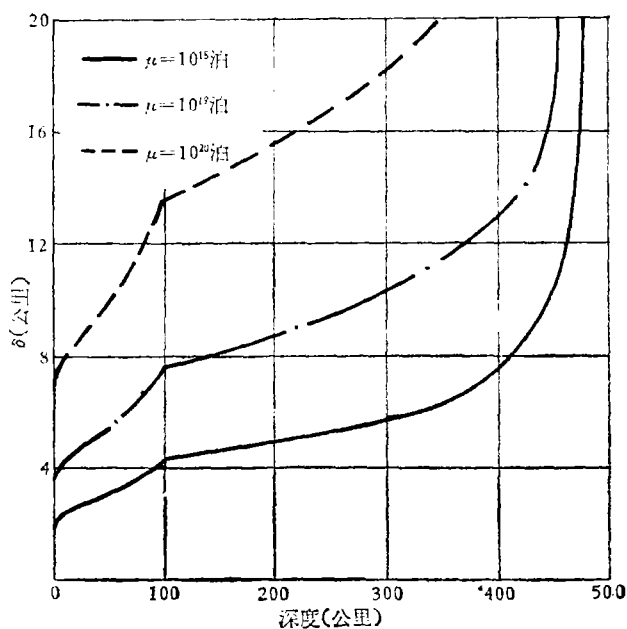


图6 上涌流动厚度随深度的变化(不同粘度)

从图2可见,上涌通道中 $\Delta_y T$ 的最小值约为 200°C (顶盖附近的流动除外),再由 $\Delta_x T = 8^\circ\text{C}/\text{公里} \times 100 \text{公里} = 800^\circ\text{C}$,则有 $\frac{\Delta_y T}{\Delta_x T} = 0.25$,而 $\left(\frac{\delta}{l_1}\right)^2 \approx 0.02$,仍然有 $\frac{\Delta_y T}{\Delta_x T} \gg \left(\frac{\delta}{l_1}\right)^2$,因此满足方程(2.7)。

3. 板块动力学参数的计算

利用上述结果, 可以求出最重要的板块动力学参数: 板块移动速度、推力和上涌熔岩向板块输送的能量。

由进入上涌通道的总质量流量等于板块外移质量流量, 可以求出板块移动速度

$$V_{\text{外}} = 0.64 u_{W_1} \delta_1 / l_1. \quad (4.6)$$

其中 u_{W_1} 和 δ_1 分别是通道进口处的最大上涌速度和通道半宽度, l_1 为岩石圈厚度, 本文取 $l_1 = 100$ 公里。

上涌物质受到的总浮力(半通道)为:

$$F_{\text{浮}} = \left(\frac{144}{135} k \mu \right)^{\frac{1}{4}} (\rho g \alpha \beta_1)^{\frac{3}{4}} l_1^{\frac{1}{4}} \int_0^1 \tilde{Z} (1 - \tilde{\omega})^{-\frac{1}{4}} d\tilde{x}. \quad (4.7)$$

将单位长度壁面上所受浮力分解为沿壁面的剪切力和水平方向的推力, 则推力与浮力之比为 $\frac{d\tilde{\omega}}{d\tilde{x}}$. 总推力(半通道)为:

$$F_{\text{推}} = \left(\frac{2}{15} \rho g \alpha k \mu \beta_1 \right)^{\frac{1}{2}} l_1 \int_{-\frac{189}{19}}^{\tilde{\omega}_1} \tilde{Z} (1 - \tilde{\omega})^{-\frac{3}{2}} d\tilde{\omega}. \quad (4.8)$$

单位时间单位宽度软流圈涌入岩石圈的熔岩所含内能为:

$$W_{\lambda} = \int_0^{\delta_1} \rho c_p u_1 T_1 dy = 0.518 \rho c_p u_{W_1} \delta_1 (T_{W_1} - T_{a_1}) + 0.640 \rho c_p u_{W_1} \delta_1 T_{a_1}, \quad (4.9)$$

单位宽度板块在单位时间返回软流圈的岩石所含内能可近似地写为:

$$W_{\text{出}} = \dot{m} c_p T_{\infty_1}. \quad (4.10)$$

在这里, 作为一种保守的估算, 假定了返回软流圈的岩石圈板块内的温度均等于岩石圈底层的温度 T_{∞_1} (实际上下沉岩石圈板块内的温度小于 T_{∞_1}). (4.10) 式中的 $\dot{m}$ 代表返回软流圈的质量流量

$$\dot{m} = \int_0^{\delta_1} \rho u_1 dy, \quad (4.11)$$

则

$$W_{\text{出}} = 0.640 \rho c_p u_{W_1} \delta_1 T_{\infty_1}. \quad (4.12)$$

注意到 $T_{\infty_1} = T_{a_1}$, 由(4.9)和(4.12)式得到单位时间上涌物质向板块输送的能量为:

$$W = 0.518 \rho c_p u_{W_1} \delta_1 (T_{W_1} - T_{a_1}). \quad (4.13)$$

全球正在活动的大洋中脊总长度以 L ($L = 60000$ 公里) 表示, 则上涌物质单位时间向全球岩石圈输送的能量为:

$$W_{\text{总}} = 2WL = 1.036 \rho c_p u_{W_1} \delta_1 (T_{W_1} - T_{a_1}) L. \quad (4.14)$$

$W_{\text{总}}$ 将消耗于地震、火山、板块边缘区域的表面热流和变形等。

表 2 给出了三个粘度 ($\mu = 10^{18}, 10^{19}, 10^{20}$ 泊) 和三个起动深度 (400, 500, 700 公里) 时的板块动力学参数。

由表 2 可以看出, 算出的板块移动速度与观测相符。如果选择 $l_2 = 500$ 公里, $\mu = 10^{19}$ 泊的 $W_{\text{总}} = 6.45 \times 10^{11}$ 卡/秒为上涌物质输送能量的典型数值, 它比全球地震释放能量 0.8×10^{10} 卡/秒^[10] 大 80 倍, 并远大于 Mckenzie 提出的, 任何驱动机理所必须提供的能量下限 4.6×10^{10} 卡/秒^[11]。浮力是板块运动的驱动力, 推力数值, 没有观测数据, 无法比较。由于板块

表2 板块动力学参数

		$V_{\text{板}}$ 厘米/年	$F_{\text{推}}$ 达因/厘米	$W_{\text{总}}$ 卡/秒
$l_2/l_1 = 4$	$\mu = 10^{18}$ 泊	1.78	0.163×10^{13}	10.17×10^{11}
	$\mu = 10^{19}$ 泊	1.00	0.517×10^{13}	5.73×10^{11}
	$\mu = 10^{20}$ 泊	0.56	1.63×10^{13}	3.21×10^{11}
$l_2/l_1 = 5$	$\mu = 10^{18}$ 泊	1.83	0.158×10^{13}	11.46×10^{11}
	$\mu = 10^{19}$ 泊	1.02	0.500×10^{13}	6.45×10^{11}
	$\mu = 10^{20}$ 泊	0.58	1.58×10^{13}	3.63×10^{11}
$l_2/l_1 = 7$	$\mu = 10^{18}$ 泊	1.91	0.152×10^{13}	14.61×10^{11}
	$\mu = 10^{19}$ 泊	1.08	0.480×10^{13}	8.22×10^{11}
	$\mu = 10^{20}$ 泊	0.61	1.52×10^{13}	4.62×10^{11}

以恒定速度运动,总阻力必须等于总推力。阻力主要是粘性阻力。由于地幔流动结构模式不统一,阻力计算结果很不一致。Richter^[1]提出了一种计算阻力的模式。将他的计算结果,用于本文的数据,得到阻力为 1×10^{13} 达因/厘米,与表2中之推力 0.5×10^{13} 达因/厘米是同一数量级。

四、结 论

我国著名地学家尹赞勋教授^[12]及国际上一些著名学者[如 Wilson^[13]等]均谈到上涌熔岩进入岩石层裂缝可能是海底扩张的原因所在。由于不能定量地描述上涌流动,致使这种看法一直停留在猜想阶段。本文用流体力学方法,对上涌流动进行了数学描述,得到上涌通道尺寸、板块移动速度、推力和上涌物质向岩石圈输送的能量。由于所得结果与观测数据基本符合,说明本文的流体力学分析大体上是符合实际的。从而论证了,在大洋中脊下,进入上涌通道(或裂缝)的深部地幔物质向洋底板块输送的质量、动量和能量是海底扩张最有效能的驱动因素。

致谢:对于谈镐生教授和傅承义教授所给予的指导和帮助,表示衷心的感谢!

参 考 文 献

- [1] Richter, F. M., *Reviews of Geophysics and Space Physics*, **11** (1973), 2, 223—287.
- [2] McKenzie, D. P., Roberts, J. M., Weiss, N. O., *Journal of Fluid Mechanics*, **62** (1974), 465—538.
- [3] Turcotte, D. L., Oxburgh, E. R., *Annual Reviews of Fluid Mechanics*, **4** (1972), 33—38.
- [4] Turcotte, D. L., Oxburgh, E. R., *Journal of Fluid Mechanics*, **28** (1967), 29—42.
- [5] Parmentier, E. M., *Journal of Fluid Mechanics*, **84** (1978), 1—11.
- [6] Cathles, L. M., *The Viscosity of the Earth's Mantle*, Princeton University Press, New Jersey, 1975.
- [7] Artyushkov, J., *Geophys. Res.*, **78** (1973), 7675—7708.
- [8] Davis, G. F., *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.*, **49** (1977), 459—486.
- [9] Schatz, J. F., Simmons, G., *J. Geophys. Res.*, **77** (1972), 6966—6983.
- [10] 傅承义, 地球十讲, 科学出版社, 1976.
- [11] LePichon, X., Francheteau, J., Bonnin, J., *Plate Tectonics*, Elsevier, Amsterdam, 1973.
- [12] 尹赞勋, 地质科学, 1978, 2, 99—111.
- [13] 威尔逊, J. T., 大陆漂移, 科学出版社, 1975.