

•水利与土木工程•

DOI:10.15961/j.jsuese.201700995

山区河道粗颗粒床面垂线流速分布规律试验研究

张绍培¹, 杨 阳², 杨奉广^{1*}, 王协康¹, 刘兴安¹

(1.四川大学 水力学与山区河流开发保护国家重点实验室, 四川 成都 610065;
2.交通运输部 天津水运工程科学研究院 工程泥沙交通行业重点实验室, 天津 300456)

摘 要:粗颗粒床面普遍存在于山区河道中,在浅水条件下,水深与床面颗粒粒径的比值 h/d 较小,此时河道中水流垂线流速分布难以用传统的对数公式或对数补偿公式进行准确描述。在室内概化水槽中,利用玻璃珠及乒乓球模拟粗颗粒床沙,对不同 h/d 下的垂线流速分布规律进行了系统的试验研究。前人研究发现,不同淹没度(h/d)下的理论床面取值并不统一。考虑到工程应用方便,作者采用普通粗糙床面河道下的理论床面值,即 y_0 为 $0.2d$ 。将试验测得数据进行无量纲化处理后与对数补偿公式计算得到的理论值对比,并率定公式中的系数 B 与尾流系数 Π 到最佳。结果表明:当 h/d 较小时,系数 B 随着 h/d 的增大减小,尾流系数 Π 随着 h/d 的增大而增大;而当 h/d 较大时, B 与 Π 都趋于一个常数。最后,建立了适用于山区粗颗粒卵砾石泥沙河道的垂线流速分布公式,并将其与众多前人试验数据进行拟合检验。检验结果表明,作者提出的垂线流速分布公式具有较高的计算精度,同时对于普通粗糙床面河道,该公式也具有很好的适应性。

关键词:卵石颗粒床面;低淹没度;流速分布;对数补偿公式

中图分类号:TV142.1

文献标志码:A

文章编号:2096-3246(2019)01-0152-06

Experimental Investigation on Flow Velocity Distribution in Mountain Rivers with Coarse Sediment Bed

ZHANG Shaopei¹, YANG Yang², YANG Fengguang^{1*}, WANG Xiekang¹, LIU Xingnian¹

(1.State Key Lab. of Hydraulics and Mountain River Eng., Sichuan Univ., Chengdu 610065, China; 2.Key Lab. of Eng. Sediment Ministry of Communications, Tianjin Research Inst. of Water Transport Eng., Tianjin 300456, China)

Abstract: In mountain rivers with coarse sediments, the ratio of water depth to sediment diameter (h/d) is relatively small especially under the condition of shallow water depth. Therefore, the vertical velocity distribution along the river cannot be described accurately with traditional logarithmic or logarithmic-wake law. In this paper, flume experiments were carried out with two kinds of sediments (glass beads $d=1.4$ cm and pin-pong $d=4$ cm) to test the influence of coarse sediment on vertical velocity distribution under different h/d . In the presence of coarse sediment bed, one of the problems encountered is how to determine the reference level y_0 . For practical purpose, the present study assumes that y_0 does not varies with h/d , namely, $y_0=0.2d$. The measured data were first converted to dimensionless and then compared to theoretical results calculated by logarithmic-wake law. In addition, the coefficient B and another wake coefficient Π in logarithmic compensation formula were calibrated to fit for the measured data. The results indicate that when the value of h/d is small, the coefficient B decreases with the increase of h/d while the wake coefficient Π presents an opposite trend; when the value of h/d becomes larger, both B and Π tend to a constant. Finally, a modified logarithmic-wake law is derived to describe the velocity distribution in mountain river flows with small h/d . The modified model agrees well with the experimental data conducted in the present laboratory flume. Furthermore, it also has a good adaptability to riverbed with coarse sediments.

Key words: coarse sediment bed; shallow submerge degree; vertical velocity distribution; logarithmic-wake law

在流体力学发展史上,垂线流速变化规律一直是明渠紊流研究的重要组成部分^[1-2],也是广大学者

研究的重点^[3-6]。掌握了水流的流速分布规律,就能细致地探讨紊流内部结构和能量传递等各水动力要

收稿日期:2017-11-27

基金项目:国家重点研发计划资助项目(2016YFC0402302; 2017YFC1502504); 国家自然科学基金资助项目(51639007; 51509118)

作者简介:张绍培(1995—),男,硕士生。研究方向:水力学及河流动力学。E-mail: 1187694481@qq.com

* 通信联系人 E-mail: 27521656@qq.com

网络出版时间:2018-12-22 20:59:00

网络出版地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/51.1773.TB.20181220.1356.002.html>

<http://jsuese.ijournals.cn>

<http://jsuese.scu.edu.cn>

素的变化。中国西南山区河道床沙组成级配较宽,卵砾石突出,河道床面粗糙度大,在枯季来水条件下,常形成低淹没度流动结构,此时水深与床面颗粒粒径比值一般满足 $h/d < 5.0$ 。系统研究低淹没度粗糙床面流速分布规律,对揭示山区河道水沙运动及河床变形规律具有重要意义。

目前,国内外许多学者对流速分布规律做了众多研究。最先Keulegan^[7]建议在整个明渠流水深下采用对数分布规律表示沿程流速分布。Yalin^[8]通过对粗糙床面的流速分布,采用当量粗糙度 k_s^+ 无量纲化沿程水深,建立了粗糙床面对数流速分布式。Nezu等^[9]采用Coles尾流概念修正流速公式。然而,学者们研究发现无论对数公式还是对数补偿公式,都有许多缺点,主要表现在床面处($y = -y_0$)流速趋向于无穷大,这在物理意义上无法接受。近几年来,梁越^[4]与毋敏^[10]等从N-S方程出发,推导出了适用于光滑与粗糙床面上的流速分布公式,克服了对数或者对数补偿公式的缺点;Kumbhakar等^[11]则通过熵理论建立了适用更广泛的流速公式。这些流速公式不仅适用于普通的光滑和粗糙定床河道,也适用于悬移质存在的情况,但是其公式中待求参数过多,很难应用。以上研究都是针对普通粗糙床面河流而言的。对于含有粗颗粒卵砾石的山区河道而言, h/d 比值一般在5.0以下,此时的流速比普通河道的流速值要大。董曾南等^[12]在不同低淹没度下将粗糙床面进行了大小尺度的划分,将 h/d 小于5.0的情形称为粗颗粒泥沙床面,并指出泥沙颗粒影响到了理论零点 y_0 、常数 B 以及尾流系数 Π 。杨斌等^[13]发现随着 h/d 的减小,理论零点下移;而随着淹没度的减小,水流流速逐渐偏离传统的对数分布,粗颗粒的形状对水面产生明显影响。同时,Nikora等^[14]研究表明,当 $h/d < 5.0$ 时,理论床面将不存在,此时应将水流流动分层研究,在靠近床面处,水流在孔隙介质中流动,属于孔隙介质流,水流

偏离对数律;而远离床面处,水流仍符合对数分布。综上所述,山区河道粗糙床面的流速分布计算方法急需进一步研究。尤其是含有粗颗粒卵砾石的河道,当 $h/d < 5.0$ 时,理论床面 y_0 、系数 B 以及尾流系数 Π 的选择均存在研究难点。甚至对于 $h/d > 5.0$ 的普通河道而言,尾流系数 Π 也没有统一的定论。

为此,作者设置了粗颗粒泥沙以及普通泥沙颗粒两种床面,系统地分析了山区河道粗糙床面流速分布特征。尽管对于粗颗粒泥沙理论床面的确定存在分歧,但为实际应用方便,仍采用传统理论床面定义方式,系统地讨论对数公式常数 B 以及尾流强度 Π 随着 h/d 的变化规律,以建立适用于低淹没度下流速公式系数 B 和尾流强度 Π 与 h/d 的半经验理论公式,为研究山区河流浅水条件下粗糙河床的水沙运动及河床演变提供基础。

1 试验概况

试验所用水槽位于四川大学水力学及山区河流开发保护国家重点实验室,总长18 m,宽0.5 m,高0.42 m。在上游进口处采用矩形薄壁堰控制流量,下游出口段挡板全开,采用自由出流的形式。流速采用ADV进行测量,水深水面坡度利用测针测量,其精度可达到0.01 mm,床面坡度采用数字倾斜仪测量,其精度可以达到0.001°,如图1所示。本次概化试验采用乒乓球和玻璃珠模拟粗糙床面,乒乓球粒径 $d = 40$ mm,玻璃球粒径 $d = 14$ mm,采用化学制剂将乒乓球粘合在光滑的PVC平板上,再将PVC平板固定在水槽中,形成一个假床面。对于玻璃球泥沙,则将其直接平铺在假床面上。假床面前后各平铺粒径为60 mm的三角形卵砾石,用以缓升水位,减少因假床面突然雍水而导致水面陡升速降,并使水面坡降和底坡坡度尽可能一样,在试验段上形成均匀流。前后卵石段的铺设长度均为1.5 m,试验段假床面的长为2.6 m。

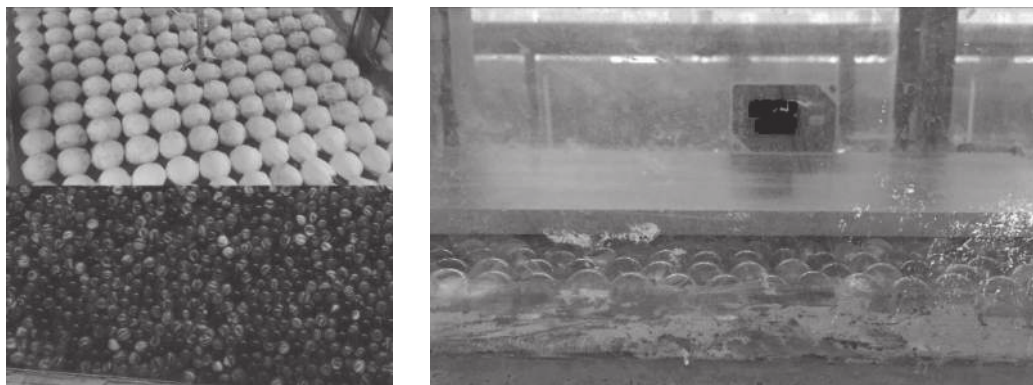


图1 试验床面及坡度测量

Fig. 1 Experimental set up

为了减少前后水流以及边壁的影响,测量点选在中心断面上。

在乒乓球床面上采用28、36、48 L/s流量,在玻璃珠床面上采用36、48 L/s流量进行试验,试验设置的 h/d 范围在2.85~9.13之间。各工况用ADV测量垂线上

测点的流速,其频率为30 Hz,测量时间为45 s左右,测量点约3 000个,设置仪器筛选出相关系数70%以上、且置信数据高于10%的数据点作为试验点进行分析。粗糙床面流速试验工况如表1所示,其中, $Re = 4uR/\nu$, $Fr = u/(gh)^{0.5}$ 。

表 1 试验工况
Tab. 1 Experiments conditions

$Q/(L\cdot s^{-1})$	h/cm	$h\cdot d^{-1}$	d/mm	$Re/10^5$	Fr	$u_*/(m\cdot s^{-1})$	床面类型
28.00	10.60	2.85	40	2.05	0.52	0.06	乒乓球泥沙
36.00	11.80	3.15	40	2.58	0.57	0.07	乒乓球泥沙
48.00	14.50	3.83	40	2.41	0.56	0.07	乒乓球泥沙
36.00	10.30	7.56	14	2.52	0.70	0.06	玻璃珠泥沙
48.00	12.50	9.13	14	3.29	0.70	0.07	玻璃珠泥沙

2 结果分析

2.1 理论零点分析

普通粗糙河道床面颗粒淹没度一般满足 $h/d \geq 5.0$ 。在不考虑边壁影响的情况下,流速最大值常在水面处,垂线流速分布满足对数分布形式,表达式为:

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{k} \ln\left(\frac{y+y_0}{d}\right) + B \tag{1}$$

式中: u 为任意水深处的时均流速; u_* 为摩阻流速; k 为卡门常数,取值为0.4; d 为床面泥沙粒径; y_0 为床

面泥沙顶端到理论床面的距离,如图2所示; B 为常数,工程上取值为8.5^[15-16]。但实际上,在水面处流速会偏离对数关系,且计算值偏小,为此作者增加一个补偿函数,称为对数补偿函数,其表达式为:

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{k} \ln\left(\frac{y+y_0}{d}\right) + B + \frac{2\varPi}{k} \sin^2\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{y+y_0}{h}\right) \tag{2}$$

式中, $\varPi$ 为尾流系数, h 为理论水深。对光滑明渠而言,Nezu等^[2]将尾流系数 $\varPi$ 取值为0.2;对粗糙床面而言, $\varPi$ 取值并无定论,总体在0.01~0.25之间变化^[16-18]。

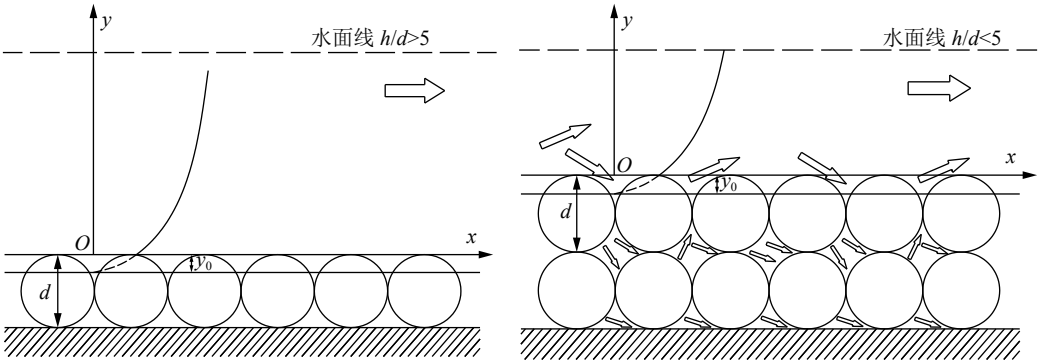


图 2 理论床面示意图
Fig. 2 Schematic view of reference level

在研究粗糙床面流速分布时,理论零点往往是各学者研究的重点。理论床面的概念最早来自爱因斯坦^[19],他在分析流速分布规律时发现,如果将泥沙颗粒顶端定义在床面处(流速值为零),此时对数公式拟合效果较差,因此,他认为理论床面应该在泥沙颗粒顶端以下 y_0 处,如图2所示,其研究表明 $y_0 = 0.2d$ 时试验数据与对数公式吻合程度较好。Lassabater^[20]、Kironoto^[21]和Song^[18]等众多学者也采用这一概念,初步认为理论零点取值约在 $0.15d \sim 0.70d$ 之间,但仍未给出一个固定的取值。

从前人研究的试验条件来讲,理论零点取值均是针对小尺度粗糙床面。而在粗颗粒泥沙床面上,董曾南^[12]以及杨斌^[13]等也采用理论零点这一概念修正了对数流速分布,并发现了低淹没度下($h/d < 5.0$),理论零点不是一个常数,粗糙床面理论零点随淹没度的减小而下移。Nikora等^[14]的研究则表明,当 $h/d < 5.0$ 以后, h/d 太小,水流下渗作用明显,下渗流量所占体积比增大,理论床面将不存在,此时应该将水流分层对待,在靠近床面处,水流在孔隙介质中流动,属于空隙介质流;而在远离床面处,水流仍旧符合对数分布。

综上所述,对于粗颗粒泥沙床面,当 $h/d < 5.0$ 以后,理论床面 y_0 取值上并不统一。作者采用传统的理论床面零点,即将理论零点视为常数,不随淹没度改变而改变,定义为:

$$y_0 = nd \quad (3)$$

式中, n 为一常数。为了定量得到最合适的 n 值,采用Song^[18]的粗糙床面水槽试验数据对上述不同理论零点系数进行误差分析,并定义误差公式如下:

$$\delta = \frac{\sum_{i=1}^t \frac{|u_{mi} - u_{ci}|}{u_{mi}}}{t} \quad (4)$$

式中, δ 为不同 n 值下的误差, u_{mi} 和 u_{ci} 分别为实测流速和计算流速, t 为Song^[18]水槽试验中各组数据的数量。对 n 值进行率定的结果见图3。从图3中可以看出,随 n 值增大,误差先减小后增大, $n=0.2$ 时误差达到最小值,这一取值与爱因斯坦的研究结果相吻合。因此,本研究中大小粗糙尺度床面理论零点 y_0 统一取为 $0.2d$ 。

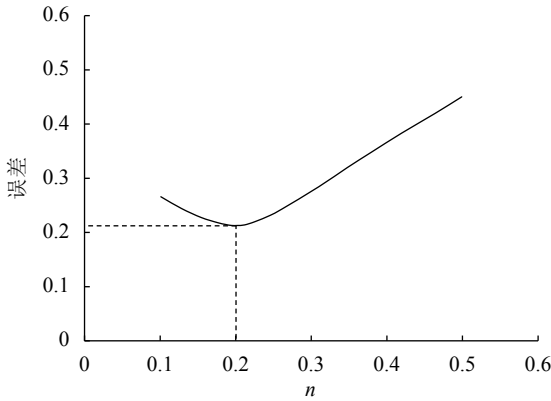


图3 理论零点误差曲线

Fig. 3 Error curve of reference level

2.2 积分常数和尾流系数分析

图4为本试验的无因次流速 u^+ 随无因次变量 y^+ 的变化,同时对数尾流函数曲线也绘制于其中。为了便于观察效果,每组试验数据以及对应的对数尾流曲线 u^+ 值都比前一组上移0.6个单位。由图4可知,对于低淹没度情形($h/d < 5.0$),流速仍然符合对数分布规律,系数 B 随着淹没度 h/d 的增大而减小,尾流系数 Π 随着 h/d 的增大而增大。当 $h/d > 5.0$ 以后,系数 B 以及尾流系数 Π 趋近于一个常数。试验结果表明 $B=8.5$, $\Pi=0.17$ 时,试验数据很好地吻合了对数补偿函数。

图5为系数 B 以及尾流系数 Π 随 h/d 变化曲线。除了本次试验数据外,图5中还列出了董曾南^[12]和杨斌^[13]等的试验数据。由图5可知,文献[12-13]的试验数据与本文试验数据呈现同一变化趋势。即系数 B 随着

h/d 的增大先减小,最后趋于一个常数;尾流系数 Π 随着 h/d 的增大先增大后趋于一个常数。

基于试验资料,作者提出了系数 B 和尾流系数 Π 的计算方法,即式(5)与(6)。图5中计算公式与实测数据的对比效果,表明式(5)与(6)具有很高的计算精度。

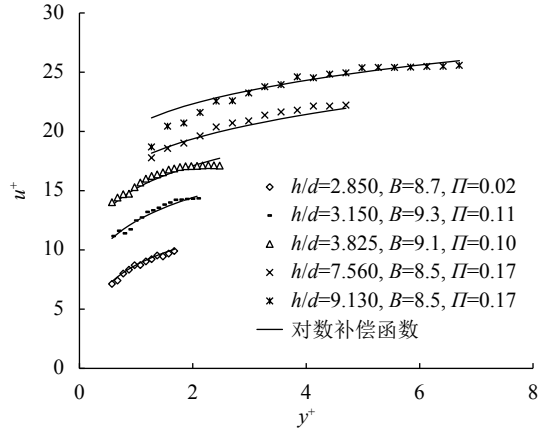


图4 不同工况下流速 u^+ 随水深 y^+ 变化曲线

Fig. 4 Variation of velocity u^+ with water depth y^+ under different condition

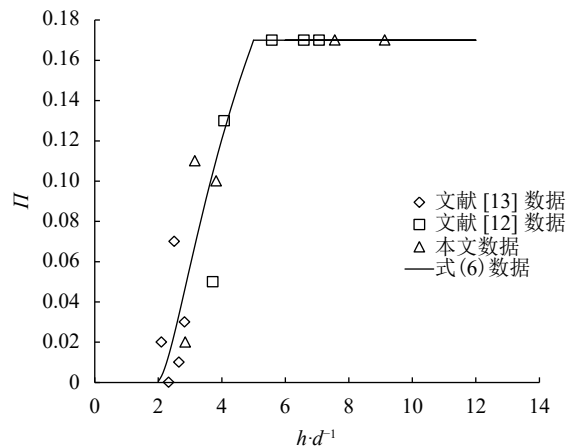
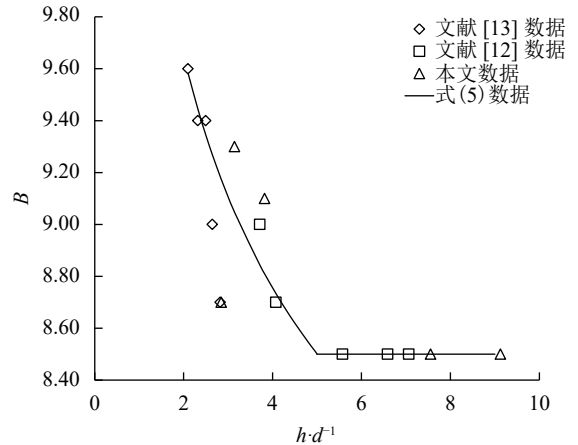


图5 系数 B 以及尾流系数 Π 随浓度 h/d 的变化曲线

Fig. 5 Variations of coefficient B and Π with submergence degree h/d

$$B = \begin{cases} \frac{1}{0.093 + 0.015 \, 3 \ln \left(\frac{h}{d} \right)}, & \frac{h}{d} < 5; \\ 8.5, & \frac{h}{d} \geq 5 \end{cases} \quad (5)$$

$$\Pi = \begin{cases} \left(0.67 - \frac{1.29}{h/d} \right)^2, & \frac{h}{d} < 5; \\ 0.17, & \frac{h}{d} \geq 5 \end{cases} \quad (6)$$

综合式(2)与式(5)、(6),可以得出适用于所有情况的流速统一公式:

$$u^+ = \begin{cases} \frac{2.5 \ln(y^+) + \frac{1}{0.093 + 0.015 \, 3 \ln \left(\frac{h}{d} \right)}}{5 \left[\left(0.67 - \frac{1.29d}{h} \right) \sin \left(\frac{\pi}{2} \times \frac{y+y_0}{h} \right) \right]^2}, & \frac{h}{d} < 5; \\ 2.5 \ln(y^+) + 8.5 + 0.85 \sin^2 \left(\frac{\pi}{2} \times \frac{y+y_0}{h} \right), & \frac{h}{d} \geq 5 \end{cases} \quad (7)$$

为了进一步对式(7)进行验证,将董曾楠^[12]、杨斌^[13]等试验数据以及本文试验数据计算误差绘制于图6,从图6中可以看出,除了4组数据落在了误差线之外,96%以上的数据都落在10%误差范围以内,80%的数据落在5%的误差范围内,这说明作者建立的流速分布公式具有很高的计算精度。

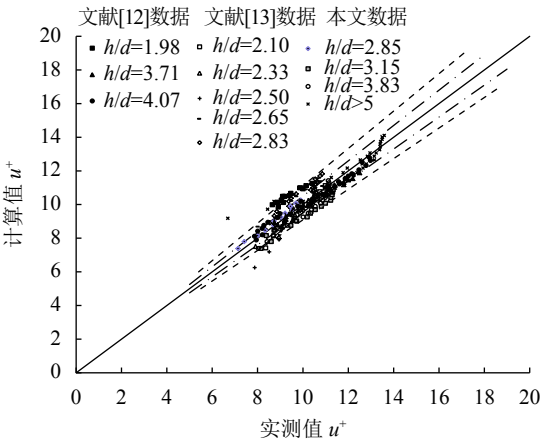


图 6 式(7)计算精度

Fig. 6 Errors in velocity distribution prediction with Eq.(7)

为分析式(7)对普通河流($h/d \geq 5.0$)流速的适应性,图7(a)为式(7)与Kironoto^[21]的试验数据对比效果,图7(b)为式(7)与Song^[18]的试验数据对比效果。为了便于观测效果,图7中试验数据以及计算曲线都沿 u^+ 坐标轴向上平移了0.6。显然,所有的实测数据都归结在最佳曲线附近,这说明作者提出的流速计算公式对于普通河流而言,都具有很高的计算精度。从图7中可以看出:当 h/d 大于5.0时,将尾流系数 Π 取为

0.17,其值略小于光滑床面的取值0.2和董曾南等^[12]的粗糙床面取值0.23,将常数B取为8.5。此时,发现Song^[18]和Kironoto^[21]的流速试验数据依旧很好的吻合了对数补偿函数,同时,其数据在紊流外区仍然符合对数分布规律,在接近水面的流速偏离规律且与对数补偿函数描述一致。由此可知,含有粗颗粒泥沙的粗糙床面和普通泥沙颗粒的粗糙床面,作者建立的流速分布计算方法均适用。

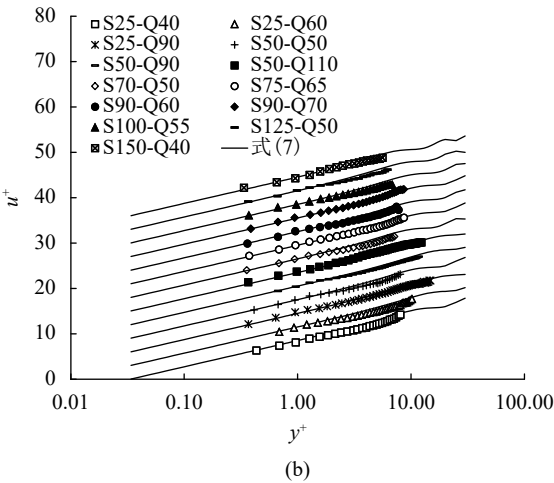
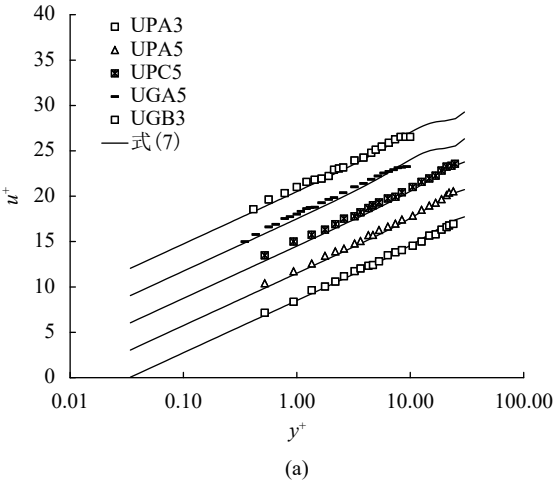


图 7 h/d 大于5的普通粗糙床面河道流速分布图
Fig. 7 Variation distribution in rivers with traditional rough bed channel when $h/d > 5$

3 结 论

通过概化水槽试验和前人数据的研究比对,系统探讨了浅水条件下粗糙卵砾石床面(水深与床面颗粒粒径比值 $h/d < 5.0$)的垂线流速分布规律,主要结果如下:

1)对河床上含粗颗粒泥沙的河流而言,浅水条件下($h/d < 5.0$ 时),其流速较普通河流偏大,且由于近床面处存在孔隙介质流,理论床面零点 y_0 取值并不固定。因此,为了工程应用方便,作者假定理论床面零

点 y_0 与普通河流一致,并利用前人众多试验数据进行验证,初步认为 y_0 在 $0.2d$ 处误差最小,与爱因斯坦的研究结果一致。

2)利用乒乓球与玻璃珠模拟床面粗颗粒进行了水槽试验,发现不同 h/d 下的流速分布不完全符合传统的对数流速分布公式以及对数补偿公式。利用试验数据对对数补偿公式中系数 Π 与尾流系数 B 进行率定,发现:当 h/d 较小时,尤其是当其小于5.0时,系数 B 随 h/d 的增大而减小,尾流系数 Π 随 h/d 的增大而增大;当 $h/d > 5.0$ 时, B 与 Π 都趋于一个常数。

3)对于山区河流普通粗糙床面,当 $h/d \geq 5.0$ 时,工程上常用的垂线流速分布公式为对数补偿公式,但公式中尾流系数 Π 的取值并不统一。将对数补偿公式与实测数据相比较,发现 $\Pi=0.17$ 更适用于普通粗糙床面,且这一取值比光滑床面的取值0.2稍小。

4)基于系列试验资料,建立了适用于床面含粗颗粒泥沙的河道的垂线流速分布公式,通过与本试验以及前人试验数据相比较,认为作者提出的计算方法具有较高的计算精度,且对普通粗糙床面河道也有很好的适应性。

参考文献:

- [1] Cardoso A H, Graf W H, Gust G. Uniform flow in a smooth open channel[J]. *Journal of Hydraulic Research, IAHR*, 1989, 29(2): 277–279.
- [2] Nezu I, Nakagawa H. Turbulence in open-channel flows [M]. Rotterdam: Monograph series of IAHR, 1993, 45: 56–58
- [3] 胡春宏, 惠遇甲. 明渠挟沙水流运动的力学与统计规律 [M]. 北京: 科学出版社, 1995.
- [4] Liang Yue, Cao Shuyou, Yang Fengguang, et al. Study on generalized velocity distribution formula of flows in smooth wide open channel[J]. *Journal of Hydroelectric Engineering*, 2013, 32(5): 147–152. [梁越, 曹叔尤, 杨奉广, 等. 光滑宽浅明渠流动垂线流速分布公式研究[J]. *水力发电学报*, 2013, 32(5): 147–152.]
- [5] Cui H, Singh V P. One dimensional velocity distribution in open channels using Tsallis entropy[J]. *Journal of Hydrologic Engineering, ASCE*, 2014, 19(2): 290–298.
- [6] Kumbhakar M, Ghoshal K. One-dimensional velocity distribution in open channels using Renyi entropy[J]. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 2017, 31(4): 949–959.
- [7] Keulegan G H. Laws of turbulent flow in open channels[J]. *Journal of Research of the National Bureau of Standards*, 1938, 21(6): 707–741.

- [8] Yalin S M. Mechanics of sediment transport[M]. New York: Pergamon Press, 1972.
- [9] Nezu I, Rodi W. Closure to “open-channel flow measurements with a laser doppler anemometer” by Iehisa Nezu and Wolfgang Rodf[J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 1987 (12): 1574–1576.
- [10] Wu Min. Study on velocity distribution and resistance characteristic in mountain river[D]. Chengdu: Sichuan University, 2016. [毋敏. 山区卵石河道流速及阻力特性研究[D]. 成都: 四川大学, 2016.]
- [11] Kumbhakar M, Ghoshal K. One-dimensional velocity distribution in open channels using Renyi entropy[J]. *Physica A Statistical Mechanics & Its Applications*, 2016, 450: 546–559.
- [12] Dong Zengnan, Wang Jinjun, Chen Changzhi, et al. Hydraulic characteristics of uniform turbulent flow in open channel with rough bed[J]. *Science China*, 1992(5): 541–547. [董曾南, 王晋军, 陈长植, 等. 粗糙床面明渠均匀紊流水力特性[J]. *中国科学*, 1992(5): 541–547.]
- [13] Yang Bin, Yang Shengfa. The experimental study on the velocity distribution over the high gradient gravel bed[J]. *Chinese Journal of Hydrodynamics*, 2005, 20(2): 207–213. [杨斌, 杨胜发. 大比降卵石河床水流运动试验研究[J]. *水动力学研究与进展*, 2005, 20(2): 207–213.]
- [14] Nikora V, Goring D, McEwan I, et al. Spatially averaged open-channel flow over rough bed[J]. *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, 2001, 127(2): 123–133.
- [15] 钱宁, 万兆惠. 泥沙运动力学[M]. 北京: 科学出版社, 1983.
- [16] Garcia M H. Sedimentation engineering, processes, measurements, modeling, and practice [M]. Reston: ASCE Press, 2008.
- [17] Tu H. Velocity distribution in unsteady flow over gravel-beds[D]. Lausanne Switzerland: École Polytechnique Fédérale de Lausanne, 1991.
- [18] Song T. Velocity and turbulence distribution in non-uniform and unsteady open-channel flow[D]. Lausanne: École Polytechnique Fédérale de Lausanne, 1994.
- [19] Einstein H A, El-Samni E S A. Hydrodynamic forces on a rough wall[J]. *Review of Modern Physics*, 1949, 21(3): 520–524.
- [20] Lassabatere L, Pu J H, Bonakdari H, et al. Velocity distribution in open channel flows: Analytical approach for the outer region[J]. *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, 2013, 139(1): 37–43.
- [21] Kironoto B A. Turbulence characteristics of uniform and non-uniform, rough open-channel flow[D]. Lausanne: École Polytechnique Fédérale de Lausanne, 1993.

(编辑 张琼)

引用格式: Zhang Shaopei, Yang Yang, Yang Fengguang, et al. Experimental investigation on flow velocity distribution in mountain rivers with coarse sediment bed[J]. *Advanced Engineering Sciences*, 2019, 51(1): 152–157. [张绍培, 杨阳, 杨奉广, 等. 山区河道粗颗粒床面垂线流速分布规律试验研究[J]. *工程科学与技术*, 2019, 51(1): 152–157.]