基于变分自由能的免授权上行SCMA系统活动用户检测与信道估计

袁泉, 王振永*, 李德志, 郭庆, 王振邦

哈尔滨工业大学电子与信息工程学院, 哈尔滨 150001

* E-mail: ZYWang@hit.edu.cn

收稿日期: 2020-03-27; 接受日期: 2020-05-18; 网络版发表日期: 2020-07-15

摘要 基于贝叶斯理论的联合消息传递算法(JMPA)是5G免授权SCMA系统的多用户检测方法. 该方法是通过在因子图上进行消息传递直至收敛, 从而达到概率逼近的目的. 但是由于因子图消息传递存在闭合环路(circle), 因此基于JMPA的活动用户检测以及信道估计存在不收敛的可能性, 这对于5G通信系统的可靠性影响来说是致命的. 本文基于变分法对免授权上行SCMA系统的活动用户检测与信道估计过程进行了分析, 并推导得出了求解用户活跃概率以及信道增益后验概率的不动点方程组(fix points equations). 对方程组进行理论分析, 得到了不动点方程组收敛的充分条件. 基于该分析结果对原有的迭代过程进行改进, 仿真结果表明, 改进后的算法较原有的JMPA算法在性能没有下降的同时具有更好的鲁棒性.

关键词 联合消息传递算法, 免授权SCMA, 因子图, 变分法, 不动点方程组

1 引言

接入终端数量庞大、数据包短小, 是未来5G通信特别是物联网场景的主要特点. 特别是在工业物联网场景下, 除了对接入数量有要求, 还对可靠性以及延时有严格的要求. 在新的通信需求下, 传统的正交多址接入方式已经不再适合. 非正交多址接入应运而生, SCMA是由华为公司提出的一种码域非正交多址接入技术, 具有良好的误码性能和资源过载能力, 是5G众多非正交多址接入技术中性能最优的一种. Au等人^[1]在此基础上又提出了基于竞争的上行SCMA传输机制, 具有低开销、低时延的特点, 并且可以支持大连接.

Jung等人^[2]通过实验进一步证明了, 基于竞争的SCMA可以支持的活跃用户数是传统方式的2.8倍.

免授权上行(uplink grant-free)SCMA就是一种基于竞争的接入方式. 近年来, 关于免授权非正交多址接入下的信号检测一直是人们关注的热点. Bayesteh等人^[3]提出了一种海量设备连接场景下的免授权上行SCMA盲检测方法. 针对活动用户检测, 提出了JMPA检测方案. Wei等人^[4]设计了一种用于免授权上行SCMA的低复杂度接收机, 该方法利用置信传播, 均值场近似以及高斯近似实现了联合信道估计与活动用户检测. 但是文章并没有对算法的收敛性进行分析和讨论. 上述方法本质上都是基于贝叶斯推断的消息传递

引用格式: 袁泉, 王振永, 李德志, 等. 基于变分自由能的免授权上行SCMA系统活动用户检测与信道估计. 中国科学: 技术科学, 2020, 50: 964–970
Yuan Q, Wang Z Y, Li D Z, et al. Active user detection and channel estimation of uplink grant-free SCMA system based on variational free energy (in Chinese). Sci Sin Tech, 2020, 50: 964–970, doi: 10.1360/SST-2020-0133

算法. 该思想在解决大规模线性系统中随机矢量估计问题具有复杂度低、性能优的特点, 其收敛性特性也受到了广泛关注和较为细致的研究^[5]. 也有学者提出通过构造自由能将贝叶斯推断问题转化为优化问题^[6], 但对于自由能的形式如何构造尚没有细致的讨论. 对于免授权机制下的多用户检测问题, 还有一种思路就是利用压缩感知思想, 将活动用户检测问题看作稀疏信号恢复问题^[7-9], 利用正交匹配追踪(OMP)、贝叶斯压缩感知(BCS)等手段进行活动用户检测. 无论是基于贝叶斯理论还是压缩感知思想, 目前对于免授权海量接入场景下的多用户检测问题缺乏对其鲁棒性的探索. 事实上, 对于上行SCMA的活动用户检测与信道估计其对应的用于消息传递的因子图存在环. 当因子图存在环时, 不能保证在其上进行的消息传递能够收敛. 关于因子图上进行消息传递的收敛性已有文献进行了讨论^[10-12].

本文借鉴了现有文献对函数收敛性分析的基本思想, 另从变分法的角度对上行免授权SCMA活动用户检测以及信道估计方法进行了推导, 并分析了其收敛条件. 根据推导出的收敛条件, 对原有的迭代算法进行了改进. 实验结果表明, 改进后的迭代算法性能较原有的JMPA没有损失且能够保证迭代算法的收敛.

2 上行免授权SCMA系统模型

本文中所考虑的上行免授权接入过程如下. 假定小区网络中有一个基站且配置单天线, 任何要加入小区的终端首先完成注册, 实现同步. 现假设有 N 个用户完成了注册, 且有 N_a 个用户有数据上行传输请求, 那么这 N_a 个用户成为活跃用户. 这些用户上行传输数据的接入过程如图1所示.

所有活跃用户发送扩展码, 在基站端接收到的信号可以表示为

$$y_p = \sum_{u \in A_c} h_u a_u + n = \sum_{j=1}^J I_j h_j a_u + n = Ah + n, \quad (1)$$

其中, A_c 表示活动用户集合. h_j 表示用户 j 和基站之间的信道增益. I_j 有“1”和“0”两种取值, 分别表示用户发送与未发送数据. 因此基站接收到的各用户叠加导频信息可以写成式(1)中 $Ah+n$ 的形式. 矩阵 A 的各列对应于各导频序列. h 为等效信道增益, 并且假设信道为瑞利

信道. 基于导频的活动用户检测, 就是根据观测值 y_p , 在已知导频矩阵 A 的情况下, 估计并判断哪些信道增益值对应于活动用户.

3 基于变分自由能的活动用户检测与信道估计

3.1 变分自由能

变分自由能的概念最早来自原理统计物理学领域. 假设系统内有 N 个粒子, 系统的每一个状态对应一个能级. 则系统每个状态所对应的联合概率分布可以表示为

$$p(x) = \frac{1}{Z(T)} e^{-E(x)/T}. \quad (2)$$

通常情况下 $p(x)$ 较难求解, 我们需要用一个易于求解的经验分布来逼近真实概率分布 $p(x)$, 这时我们便需要引入变分自由能. 假设这个经验分布为 $b(x)$, 则对应的变分自由能可以表示为

$$F(b) = \sum_{x \in S} b(x) E(x) + \sum_{x \in S} b(x) \ln b(x). \quad (3)$$

从理论上可以证明, 最小化变分自由能 $F(b)$ 等价于求与真实概率分布 $p(x)$ 最接近的经验分布 $b(x)$.

对于本文中的免授权上行SCMA系统, 我们所要逼近的真实概率分布是 $p(h|y_p)$, 即用户等效信道增益 h 的后验概率分布, 并根据我们最终得到的经验分布的均值来获得对等效信道增益的估计.

3.2 免授权上行SCMA系统的变分自由能

对于如式(1)所示的系统模型 $y_p = Ah + n$, 接收的导频信号 $y_p = [y_{p1}, y_{p2}, \dots, y_{pK}]$, 系统中 J 个用户的等效信道增益 $h = [h_1, h_2, \dots, h_J]$, n 为信道叠加的高斯白噪声服从分布 $CN(n; 0, \sigma^2)$. 等效信道增益 h 的值不但代表了信道增益的大小, 也反映了每个用户的活跃状态. 当 $h=1$ 时表示用户有数据发送, $h=0$ 表示用户无数据发送. 则系统的联合概率分布可以表示为

$$p(y_p | h) = \prod_{a=1}^K p(y_{p,a} | h). \quad (4)$$

则该概率分布对应的变分自由能的拉格朗日函数可以表示为

图 1 免授权上行接入过程^[8]

Figure 1 The process of uplink grant-free access [8].

$$L_b = F - \sum_{a=1}^K \sum_{i=1}^J \int_{h_{u_i}} \alpha_{a,i}(h_{u_i}) \left[(b_{u_i}(h_{u_i}) - \int_{h_{pa} \setminus h_{u_i}} b_{pa}(h_{pa}) d h_{pa}) \right] d h_{u_i} - \sum_{a=1}^K \beta_a \left(\int_{h_{pa}} b_{pa}(h_{pa}) d h_{pa} - 1 \right), \quad (5)$$

其中, $b_{u_i}(h_{u_i})$ 为对 $p(y_{p,a} | h_{u_i})$ 的近似, $b_{pa}(h_{pa})$ 为对 $p(y_{p,a} | h)$ 的近似, $\alpha_{a,i}(h_{u_i})$ 与 β_a 均为拉格朗日乘子, F 为变分自由能, 表示为

$$F = - \sum_{i=1}^J (K-1) \int_{h_{u_i}} b_{u_i}(h_{u_i}) \ln b_{u_i}(h_{u_i}) d h_{u_i} + \sum_{a=1}^K \int_{h_{pa}} b_{pa}(h_{pa}) \ln \frac{b_{pa}(h_{pa})}{p(y_{p,a} | h_{pa})} d h_{pa}. \quad (6)$$

由3.1节可知, 对真实概率 $p(y_{p,a} | h_{u_i})$, $p(y_{p,a} | h)$ 逼近的过程等价于对自由能 L_b 进行优化的过程. 利用拉格朗日乘数法, 在近似概率分布 $b_{u_i}(h_{u_i})$, $b_{pa}(h_{pa})$ 满足边缘化约束的条件下, 我们对其拉格朗日函数求导, 并令导数为0, 对于每个子载波 p_a ($a=1, \dots, K$), 以及每个用户 u_i ($i=1, \dots, J$) 可以得到不动点方程组:

$$\begin{cases} b_{pa}(h_{pa}) = N_a p(y_{p,a} | h) \prod_{l \neq j} I_{u_i \rightarrow pa}(x_{u_i}), \\ b_{u_i}(h_{u_i}) = \prod_{pa \in S(u_i)} I_{pa \rightarrow u_i}(h_{u_i}), \end{cases} \quad (7)$$

其中, $I_{u_i \rightarrow pa}(x_{u_i})$ 和 $I_{pa \rightarrow u_i}(h_{u_i})$ 可以进一步展开表示为

$$\begin{cases} I_{u_i \rightarrow pa} = \prod_{b \in S(u_i) \setminus pa} I_{b \rightarrow u_i}(h_{u_i}), \\ I_{pa \rightarrow u_i}(h) = N_a \int_{h_{pa} \setminus h_{u_i}} p(y_{pa} | h_{pa}) \prod_{j \in S(pa) \setminus u_i} I_{j \rightarrow pa}(h_j), \end{cases} \quad (8)$$

其中, N_a 为归一化因子. 对(8)式进行迭代直至收敛, 可以得到用户的等效信道增益后验概率分布, 再根据所求得的后验概率分布, 计算其均值即为每个用户等效信道增益的估计值.

4 收敛性分析

本文对式(8)的迭代过程收敛性进行了分析. 由迭代函数的压缩映射原理可知, 若映射 $f: X \rightarrow X$ 满足压缩映射条件, 则 f 存在一个唯一不动点 x_∞ , 使得函数从任意初始值 x_0 开始迭代均可以最终收敛至 x_∞ . 压缩映射定义如下: 如果一个映射 $f: X \rightarrow X$ 满足, $d(f(x), f(y)) \leq Kd(x, y)$. 其中 d 为映射空间的距离度量, $d(f(x), f(y)) = \|f(x) - f(y)\|$, 其中 $\|\cdot\|$ 表示 l_1 范数或 l_∞ 范数. 另由文献[9]可知, 若映射 $f: X \rightarrow X$ 可微, 且满足

$$\sup \|f'(x)\| < 1, \quad (9)$$

则 f 为一个压缩映射.

我们将式(8)所示的不动点方程组看成一个关

于 $I_{b \rightarrow u_i}(h_{u_i})$ 的映射, 从压缩映射原理的角度入手. 即若
要保证算法收敛, 则应保证式(8)对应的函数满足压缩
映射条件, 设该函数为 $f(b)$ 则函数 $f_1(b)$ 和 $f_2(b)$ 满足压缩
映射条件

$$\sup \|f'(b)\| < 1. \quad (10)$$

受文献[10,11]启发, 在迭代函数中引入平滑参数
可以在不改变其不动点的情况下, 保证函数满足如式
(10)所示的压缩映射条件. 经过求导以及代数运算, 可
以得到引入平滑因子新迭代方程组:

$$\begin{cases} I_{u_i \rightarrow pa}^t = \gamma \prod_{b \in S(u_i) \setminus pa} I_{b \rightarrow u_i}(h_{u_i}) + (1-\gamma)I_{u_i \rightarrow pa}^{t-1}, \\ I_{pa \rightarrow u_i}^t(h) = \gamma N_a \int_{h_{pa} \setminus h_{u_i}} p(y_{pa} | h_{pa}) \\ \prod_{j \in S(pa) \setminus u_i} I_{j \rightarrow pa}(h_j) + (1-\gamma)I_{pa \rightarrow u_i}^{t-1}(h), \end{cases} \quad (11)$$

其中 g 为引入的确保收敛的平滑参数, 且满足 $0 < g < 1$.
引入平滑参数的迭代检测算法如算法1所示. 算法的输
入包括: 接收信号 y_p , 已知的导频矩阵 A , 预设的迭代次
数 T , 初始化的 $I_{u_i \rightarrow pa}^0(h_j)$, 判断迭代是否终止的阈值 δ ,
 ζ . 阈值的选择可通过实验确定, 一般迭代在7次左右
就基本收敛, 且阈值的选择并不会影响算法的检测精
度以及收敛速度. 最终信道估计的结果为
 $I_{u_i \rightarrow pa}^t(h_{u_i})I_{pa \rightarrow u_i}^t(h_{u_i})$ 的期望.

5 复杂度分析

本文中的算法复杂度指完成检测所需要的复数乘
法与复数加法运算次数. 基于变分自由能的迭代检测
算法和消息传递算法本质上相同, 在实际中为了进一
步减小计算复杂度, 我们常在边缘化约束的基础之上
加入指数族分布约束, 即假设 $I_{u_i \rightarrow pa}^0(h_j)$ 为高斯分布.
如3.2节假设, 在假设有 J 个用户占用 K 个子载波的情
况下, 算法1所示的迭代算法其计算复杂度为 $O(J \times K)$, 若
引入指数族分布约束, 可以将式(8)所示的迭代进一步
转化为高斯分布的参数更新迭代, 从而将计算复杂度
降低为线性复杂度 $O(J+K)$.

6 算法验证

本文对基于变分自由能的迭代检测算法的收敛
性, 漏检概率以及信道估计均方误差进行了仿真验证.
仿真场景为一个单小区, 单基站下的mMTC场景, 用户
数量 $J=512$, 导频选择长度为257的ZC序列, 用户先
验活跃概率 $\lambda=0.03$. 如图2所示, 在迭代过程中加入的平
滑参数 g 会对迭代算法的收敛性有显著影响, 且算法的
收敛速度随 g 的减小而增加.

在图3中我们进一步对比了不同算法之间的收敛
性能, 三种算法包括OMP、本文基于变分自由能的检
测算法以及EP算法. 通过对比可以看出, 引入平滑参
数后, 收敛速度相比与原来的EP算法并没有提升, 但

算法1 基于变分自由能的免授权SCMA信道估计
The iteration algorithm based on variational free energy

```

Input:  $y_p, A, T, I_{u_i \rightarrow pa}^0(h_j), \delta, \zeta, j=1, \dots, J$ 
For  $t=1:T$  do
 $I_{u_i \rightarrow pa}^t = \gamma \prod_{b \in S(u_i) \setminus pa} I_{b \rightarrow u_i}(h_{u_i}) + (1-\gamma)I_{u_i \rightarrow pa}^{t-1},$ 
 $I_{pa \rightarrow u_i}^t(h) = \gamma N_a \int_{h_{pa} \setminus h_{u_i}} p(y_{pa} | h_{pa}) \prod_{j \in S(pa) \setminus u_i} I_{j \rightarrow pa}(h_j) + (1-\gamma)I_{pa \rightarrow u_i}^{t-1}(h).$ 
If  $|I_{u_i \rightarrow pa}^t(h_j) - I_{u_i \rightarrow pa}^{t-1}(h_j)| < \delta$  and  $|I_{pa \rightarrow u_i}^t(h) - I_{pa \rightarrow u_i}^{t-1}(h)| < \zeta,$ 
Break;
End
End
 $\hat{h}_{u_i} = \int h_{u_i} I_{u_i \rightarrow pa}^t(h_{u_i}) I_{pa \rightarrow u_i}^t(h_{u_i}) dh_{u_i},$ 
Output  $\hat{h}_j$ 

```

图2 (网络版彩图)不同平滑参数 g 下的收敛性能
Figure 2 (Color online) Convergence performance with different smoothing parameters g .

图4 (网络版彩图)四种不同信道估计方法的均方误差
Figure 4 (Color online) Mean square error of four different channel estimation methods.

图3 (网络版彩图)信噪比SNR为8 dB时不同算法信道估计的收敛性能
Figure 3 (Color online) Convergence performance of different channel estimation algorithms with SNR=8 dB.

收敛速度仍比基于压缩感知的OMP算法更快且信道估计的均方误差更小。

图4仿真的是MSE, EP, OMP以及本文算法的信道估计性能。从图4可以看出本文中基于自由能信道估计方法在加入平滑因子后,在鲁棒性上获得了保证,但其信道估计的均方误差相比于EP算法并没有提升,仍与其保持同一水平。但相比于OMP与MMSE估计方法,其性能在低信噪比条件下有明显的提高。

另外本文还对算法进行活动用户检测的漏检概率进行了仿真验证,仿真对比了基于期望传播的消息传递算法(EP)以及基于压缩感知的正交匹配追踪算法(OMP)。三种算法在不同信噪比下的漏检概率如图5所示。

由图5可以看出算法的活动用户检测性能相比基于压缩感知的正交匹配追踪算法具有更好的性能。尤其是在低信噪比下,其性能优越性尤为明显。同时,算法的漏检性能与期望传播算法在各信噪比下都很接

图5 (网络版彩图)系统活动用户漏检概率
Figure 5 (Color online) Probability of missed detection of system active users.

近, 其根本原因在于期望传播算法其本质也是一种变分消息传递算法, 两种方法在原理上本质是相同的.

图6给出了不同过载因子下引入平滑参数的检测算法活跃用户检测的漏检概率. 可以看出过载因子越高, 系统漏检概率越高, 即在用户数一定的情况下, 导频越少检测性能越差. 尤其在高信噪比下, 过载因子对于算法的检测性能影响变得尤为明显.

7 结论

本文从变分自由能的角度出发, 对上行免授权 SCMA 系统的信道估计以及活动用户检测问题进行了分析与研究, 推导得到了求解每个用户信道增益后验概率分布的不动点方程组. 在此基础上, 对方程组的收敛性进行研究, 以提高上行免授权 SCMA 系统的鲁棒性、可靠性. 经过理论分析, 引入平滑参数的迭代不动点方程组可以在性能没有损失的前提下, 保证

图6 (网络版彩图)不同过载因子下的漏检概率

Figure 6 (Color online) The probabilities of missed detection with different overload factors.

其收敛性, 从而算法的可靠性得以保证.

参考文献

- 1 Au K, Zhang L, Nikopour H, et al. Uplink contention based SCMA for 5G radio access. In: Proceedings of the Globecom 2014 Workshop. Austin, 2014. 900–905
- 2 Jung J, Lim J. Group contention-based OFDMA MAC protocol for multiple access interference-free in WLAN systems. *IEEE Trans Wireless Commun*, 2012, 11: 648–658
- 3 Bayesteh A, Yi E, Nikopour H, et al. Blind detection of SCMA for uplink grant-free multiple-access. In: Proceedings of the International Symposium on Wireless Communications Systems. Barcelona, 2014. 853–857
- 4 Wei F, Chen W. Low complexity iterative receiver design for sparse code multiple access. *IEEE Trans Commun*, 2017, 65: 621–634
- 5 Bayati M, Montanari A. The dynamics of message passing on dense graphs, with applications to compressed sensing. *IEEE Trans Inform Theor*, 2011, 57: 764–785
- 6 Rangan S, Schniter P, Riegler E, et al. Fixed points of generalized approximate message passing with arbitrary matrices. *IEEE Trans Inform Theor*, 2016, 62: 7464–7474
- 7 Eldar Y C, Kuppinger P, Bolcskei H. Block-sparse signals: Uncertainty relations and efficient recovery. *IEEE Trans Signal Process*, 2010, 58: 3042–3054
- 8 Zhang Z, Rao B D. Extension of SBL algorithms for the recovery of block sparse signals with intra-block correlation. *IEEE Trans Signal Process*, 2013, 61: 2009–2015
- 9 Stojnic M, Parvaresh F, Hassibi B. On the reconstruction of block-sparse signals with an optimal number of measurements. *IEEE Trans Signal Process*, 2009, 57: 3075–3085
- 10 Moallemi C C, Van Roy B. Convergence of min-sum message passing for quadratic optimization. *IEEE Trans Inform Theor*, 2009, 55: 2413–2423
- 11 Weiss Y, Freeman W T. Correctness of belief propagation in Gaussian graphical models of arbitrary topology neural computation. *Neural Comput*, 2001, 13: 2173–2200
- 12 Malioutov D M, Johnson J K, Willsky A S. Walk-sums and belief propagation in Gaussian graphical models. *J Mach Learn Res*, 2006, 7: 2031–2064

- 13 Sun J W. Research on the mechanism of uplink grant-free SCMA system (in Chinese). Dissertation for Doctoral Degree. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2019. 28–35 [孙俊伟. 上行SCMA系统中的免授权机制研究. 博士学位论文. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2019. 28–35]
- 14 Mooij J M, Kappen H J. Sufficient conditions for convergence of the sum-product algorithm. *IEEE Trans Information Theory*, 2007, 53: 4422–4437
- 15 Rangan S, Schniter P, Fletcher A K, et al. On the convergence of approximate message passing with arbitrary matrices. *IEEE Trans Infor Theory*, 2019, 65: 5339–5351
- 16 Su Q, Wu Y C. On convergence conditions of gaussian belief propagation. *IEEE Trans Signal Process*, 2015, 63: 1144–1155
- 17 Montanari A, Prabhakar B, Tse D. Belief propagation based multi-user detection. In: *Proceedings of the 43th Allerton Conference on Communications, Control and Computing*. Punta del Este, 2006. 1–9
- 18 Guo Q, Huang D. EM-based joint channel estimation and detection for frequency selective channels using Gaussian message passing. *IEEE Trans Signal Process*, 2011, 59: 4030–4035
- 19 Guo Q, Ping L. LMMSE turbo equalization based on factor graphs. *IEEE J Sel Areas Commun*, 2008, 26: 311–319

Active user detection and channel estimation of uplink grant-free SCMA system based on variational free energy

YUAN Quan, WANG ZhenYong, LI DeZhi, GUO Qing & WANG ZhenBang

School of Electronic and Information Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China

Joint message passing algorithm (JMPA) that is based on Bayesian theory is a multi-user detection method for the 5G unlicensed SCMA system. This method allows to pass messages in the factor graph until convergence to achieve probability approximation. However, owing to the closed loop of factor graph messaging, there is a possibility of non-convergence for active user detection and channel estimation based on JMPA, which is fatal to the reliability impact of 5G communication systems. This study analyzes the process of active user detection and channel estimation in the uplink grant-free SCMA system that is based on the variational method and derives the fixed point equations that solve the user active probability and channel gain posterior probability. Through the theoretical analysis of the system of equations, sufficient conditions for the convergence of the system of fixed-point equations are obtained. On the basis of the analysis results, the original iterative process is improved. The simulation results show that the improved algorithm is more robust than the original JMPA algorithm and achieves performance without degradation.

joint message passing algorithm, grant-free SCMA, factor graph, variational method, fixed point equations

doi: [10.1360/SST-2020-0133](https://doi.org/10.1360/SST-2020-0133)