

文章编号: 1002-0268 (2001) 06-0050-05

随机最优控制在连续刚构桥和斜拉桥施工控制中的应用

常 英

(湖北省交通规划设计院 湖北 武汉 430051)

摘要: 运用工程控制论的思想, 将连续刚构桥与斜拉桥的施工过程视为一随机最优控制过程, 根据这两种桥型的实际施工情况, 以确保施工中结构线形与理想施工状态线形一致, 挠度、内力均在容许范围之内为目的。通过分析比较, 提出这两种桥型施工控制中的不同之处, 并以实例进行计算, 探讨、论证这两种桥型施工控制的计算方法。

关键词: 连续刚构桥; 斜拉桥; 随机最优控制

中图分类号: U448.215 **文献标识码:** A

Application of Random Optimum Control in Construction of Continuous-rigid-frame Bridges and Cable-stayed Bridges

CHANG Ying

(Communications Planning and Design Institute of Hubei Province, Hubei Wuhan 430051, China)

Abstract: Applying engineering control theories, the construction control of continuous-rigid-frame bridges and cable-stayed bridges can be regarded as a random optimum control process, in order to keep the deflection and the stress of structures under construction within range of permission, and the construct line-type coinciding with the ideal one, according to the real situation of such two kinds of bridges' construction. By analyzing and comparing, the method of computing of such two kinds of bridges' construction control is put forth.

Key words: Continuous-rigid-frame bridges; Cable-stayed bridges; Random optimum control

连续刚构桥和斜拉桥作为两大主要桥梁体系, 其重要的一个特点是需要设计和施工的高度耦合。施工方法不但影响安装时的结构应力, 而且将决定建造结构的最终应力。通过科学的施工方法及有效的施工控制来实现预计的理想设计状态, 即获得预计的结构几何线形和内力, 是这两种桥型最为困难的问题之一。

过去, 在这两种桥型的施工过程中, 往往是依靠经验、观测和反复调整来完成施工控制的。这种作法费时费力, 并且无法估计调整结束后的实际状态与设计状态之间的差别。近年来, 随着计算机及其计算结构力学、工程控制在工程中的应用, 建立在工程控制论思想上的各种桥梁、结构的控制方法逐渐增多。如日本学者古川浩平等人研制了斜拉桥的施工精度管理

系统; 酒井邦登等人应用纯卡尔曼滤波器, 用统计解析的方法对盾构掘进隧道时盾构机的位置和路线进行预测和控制。

本文旨在通过对随机最优控制系统在连续刚构桥和斜拉桥施工控制中的应用, 进一步论证随机最优控制系统在桥梁施工控制中的广泛实用性。

1 随机最优控制系统

在连续刚构桥和斜拉桥的悬臂施工过程中, 随着跨径不断地增大, 势必会出现桥梁结构的实际施工状态、施工理想状态与最终理想成桥状态的位移与内力不相符。虽然可采用各种施工计算方法算出各施工阶段的预抛高值、位移值、挠度, 但当按这些理论值进行

施工时,结构的实际变形却未必能达到预期的结果。这主要是由于设计时所取用的设计参数与实际施工过程中表现出来的参数不完全一致;或是施工过程中施工误差、测量误差引起的;或者是两者兼而有之。这些干扰因素,在工程控制论中称之为噪声。我们把带有随机噪声干扰的控制系统称为随机控制系统。

如果要求的随机控制系统也具有最优的性能指标,则称为随机最优控制系统。解决随机最优控制的问题,首先是要建立随机最优控制的数学模型和性能指标;然后用滤波的办法,从被噪声污染的状态中估计出真实的状态,这称为实时估计(也称递推滤波);最后用估计出来的状态变量,按确定性的最优控制规律构成闭环状态反馈系统,这样就可达到随机最优控制的目的。随机最优控制系统的数学模型包括状态方程和观测方程。状态方程可表示为

$$\dot{x}_k = \varphi_{k,k-1} x_{k-1} + \Psi_{k-1} u_{k-1} + G_{k-1} W_{k-1}$$

式中, $\varphi_{k,k-1}$ —— $n \times n$ 矩阵,称为状态转移矩阵;
 Ψ_{k-1} —— $n \times r$ 矩阵,称为控制转移矩阵;
 G_{k-1} —— $n \times n$ 矩阵,称为干扰转移矩阵;
 W_{k-1} —— n 维向量,称为模型噪声(或输入噪声);

x_{k-1} , x_k —— n 维状态向量;

u_{k-1} , u_k —— r 维控制向量。

观测方程为

$$Z_k = C_k x_k + V_k$$

式中, Z_k —— m 维观测向量;

C_k —— $m \times n$ 观测矩阵;

V_k —— m 维向量,称为观测噪声(或输出噪声)。

在实际工程中,随机最优控制问题,就是要寻找这样的最优控制序列 u_k ,它是系统状态初值 x_0 以及 t_k 和以前时刻观测值 Z_k 的某种确定函数,并使 x_0 转移到 x_N ,满足二次型性能指标

$$J = \frac{1}{2} x_N^T S x_N + \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} \left(x_k^T W_k^x x_k + u_k^T W_k^u u_k \right)$$

达到极小值。其中,第一项为终端指标函数,即对终点的要求,强调状态的终值为最小;累积号里的第一项强调由 t_0 至 t_f 期间的系统累积误差最小;累积号里的第二项强调控制能量的消耗最小。式中的 S 、 W_k^x 、 W_k^u 为事先取定的加权矩阵,它们来强调 x 和 u 的各分量在指标 J 中的重要程度。

根据斜拉桥和连续刚构桥的结构及施工特点,笔者假设结构施工时,系统的误差指标为最小,系统可

以尽快转移到平衡状态,在控制指标中只考虑控制代价的多少,为此选择 N 个最优控制矢量 $u_0, u_1, \dots, u_{N-1}$ 使 x_0 转移到 $x_N = \hat{0}$, 使

$$V_N = E \left[\frac{1}{2} \sum_{j=0}^N u_{j-1}^T W_{j-1}^U u_{j-1} \right]$$

达到极小值。其中, W_{j-1}^U 为正定对称阵,在这两种桥的施工控制中,取其为正定对角阵,即

$$W_{j-1}^U = \begin{bmatrix} \delta_{j-1}^1 & 0 \\ 0 & \delta_{j-1}^2 \end{bmatrix}$$

上面所描述的动态系统,其最优随机控制规律是

$$u_k^* = -\Lambda_k \hat{x}_k \quad (k=0, 1, \dots, N-1)$$

其中, u_k^* 为最优控制量; Λ_k 为最优反馈系数。

$$\Lambda_k = \left(\Psi_k^T \pi_{k+1} \Psi_k + W_k^U \right)^{-1} \Psi_k^T \pi_{k+1} \varphi_{k+1,k}$$

$$\pi_k = W_k^x + \varphi_{k+1,k}^T$$

$$\left[\pi_{k+1} - \pi_{k+1} \Psi_k \left(\Psi_k^T \pi_{k+1} \Psi_k + W_k^U \right)^{-1} \Psi_k^T \pi_{k+1} \right] \varphi_{k+1,k}$$

终端条件为 $\pi_N = S$

由此,卡尔曼创立了4个递推公式。利用这套公式,就可以从被污染的状态变量中,估计出真实的状态变量。

1. 预报方程

$$P_k' = \varphi_{k,k-1} P_{k-1} \varphi_{k,k-1}^T + G_k Q_k G_k^T \quad (1)$$

式中, $\varphi_{k,k-1}$, Q_k 是已知矩阵; P_k' 为最优预测误差协方差矩阵。当 $k=1$ 时, $P_{k-1} = P_0$ 也是已知的,当 $k=2, 3 \dots$ 时, $P_{k-1} = P_1, P_2 \dots$ 都可递推而得。

2. 增益方程

$$K_k = P_k' C_k^T \left(C_k P_k' C_k^T + R_k \right)^{-1} \quad (2)$$

式中, C_k , R_k 都是由系统的已知条件给定的,故由

(1) 得出的 P_k 即可得 K_k , K_k 称为增益矩阵。

3. 滤波方程

$$\hat{x}_k = \varphi_{k,k-1} \hat{x}_{k-1} + K_k \left[Z_k - C_k \varphi_{k,k-1} \hat{x}_{k-1} \right] \quad (3)$$

式中, $\varphi_{k,k-1}$, C_k 为已知矩阵; Z_k 是 k 时刻的观测值; $\hat{x}_{k-1}$ 是 $k-1$ 时刻的状态估计值; $\hat{x}_k$ 为 k 时刻的最优滤波值。

4. 更新方程

$$P_k = (I - K_k C_k) P_k' \quad (4)$$

式中, P_k 称为滤波误差协方差矩阵; K_k , P_k' 均可由上述方程得到。由此形成了一个闭环系统,为下一步递推又提供了初始条件。整个递推过程可用图1表示。

由图1可以看出:只要把初始数据输入,并不断地用实时测出的输出值 Z_k 进行校正,就可一步一步地递推出状态估计值 $\hat{x}_1, \hat{x}_2 \dots \hat{x}_N$ 。显然,这些估计中已经滤除了噪声的影响,故可近似地作为状态的真实值。这样,就可以把一个带有随机噪声干扰的系

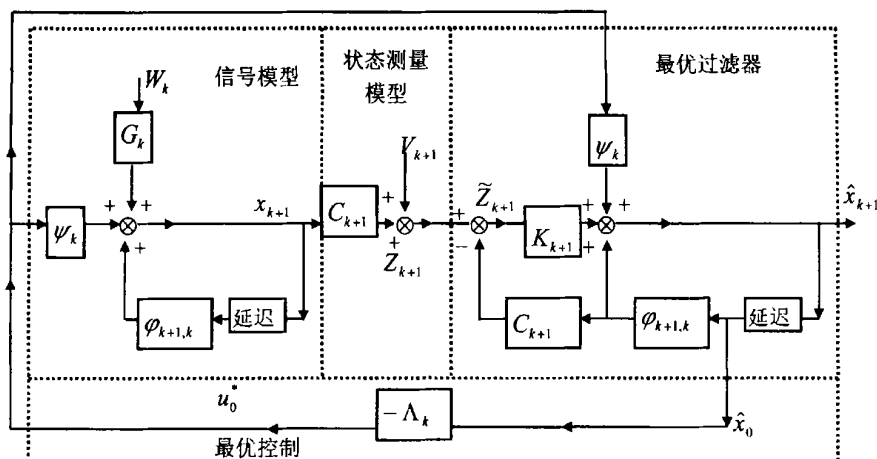


图 1 随机最优控制过程结构图

统，当作确定性的系统进行处理，从而为随机最优控制的工程实现提供了方便的条件。

2 随机最优控制在两种桥型施工控制中的区别

随机最优控制系统在连续刚构桥和斜拉桥施工控制中的不同，主要是由这两种桥型在结构形式、受力特点、施工过程中的不同决定的。

连续刚构桥综合了连续梁和 T 型刚构桥的受力特点，将主梁做成连续梁体与薄壁桥墩固结而成。连续刚构桥一般均采用悬臂施工法。结构的上部梁在墩上向两边采用平衡悬臂施工，首先形成一个 T 字型的悬臂结构，相邻的两个 T 型悬臂在跨中采用预应力筋和现浇混凝土区段联成整体。因此，有效地实施施工控制对桥梁施工的安全，确保最终大桥的顺利合拢以及成桥后桥面线形良好，符合设计要求是必不可少的。为了达到设计要求，各施工阶段结构线形和受力都必须有一个确定的状态，此时的线形一般以控制节点偏离成桥轴线的挠度来描述，在桥梁工程中称为预抛值。

斜拉桥是由梁、塔、索 3 部分组成的一种组合体系结构。这个体系的主要结构特征是加劲梁与预加应力的或后张拉的斜拉索的整体作用。现代斜拉桥由于跨度一般较大，所以常用悬臂法施工。由于施工时，斜拉索是按理论计算所给出的索力来进行张拉的，而结构实际的变形却未必能达到预期的结果。这就有必要对斜拉桥施以行之有效的控制和调整。由于斜拉桥是一种相当柔性的结构，可通过调整斜拉索索力（保持在规定的容许误差之内）来实施控制和调整，使主梁线形和结构内力符合设计值。因此，随机最优控制在连续刚构桥和斜拉桥的施工中有以下的区别。

1. 控制向量不同

由上述连续刚构桥和斜拉桥的各自特点可看出，

斜拉桥是通过调整索力来实现对线形和内力的控制；而连续刚构桥是通过调整预抛高值来实现线形的和顺。因此，斜拉桥的施工控制可在安装拉索后的任一阶段进行实施，即可根据过去直到现在的观测值来估计现在的状态，在随机最优控制中，称为卡尔曼滤波问题。由于连续刚构桥是在立模时对预抛高进行调整，当前需调整阶段的实际观测值只能通过前一阶段获得，故其只能根据过去的观测值来预测当前阶段的状态，从而实现对预抛高进行调整，达到控制线形的目的，在工程控制论中，称为卡尔曼最优一步预测问题。

2. 目标函数不同

斜拉桥在整个施工过程中，是利用斜拉索来进行悬臂施工的，结构为外部静定内部高次超静定结构；而连续刚构桥在施工中为单 T 的悬臂结构，结构在合拢前均为静定结构。因此，在选择目标函数时，斜拉桥可用将施调量（控制变量 u 对结构所产生的内能）作为目标函数，即调整斜拉桥拉索的单位力所引起拉索方向的位移大小；而连续刚构桥预抛高的变化并不能对施工状态中的单 T 产生内力，故考虑对控制点的控制幅度进行加权法。对连续刚构而言，伴随施工进度循环进行的控制计算中，可控性最强的控制点是紧接施工阶段中待连节段悬端的标高，故在基本权数均取 1 的基础上，根据状态变量 x_k 的大小作出调整：把大权加在 $j=k+1$ 的控制点上，对于那些无足轻重的控制量， $\hat{\varphi}_{-1}$ 可取得小些，但 $\hat{\varphi}_{-1}$ 一般不能为零，这是因为当 $\hat{\varphi}_{-1}=0$ 时，对应的控制量 u_{j-1} 在性能指标中将没有约束，这将有可能会出现 $u_{j-1} \rightarrow \infty$ 的情况。

3. 最优终点值的选取不同

控制的目的是为了使实际线形与设计线形吻合，并使成桥线形光滑、和顺。连续刚构桥将已施工节段的预计成桥线形按设计曲线拟合至合拢处，计算与设

计合拢点的差值, 此差值即为 δ_0 。也即适当选择各节段的预抛高调整值, 使最终累加挠度达到 δ_0 。而在斜拉桥的施工控制中, δ_0 为需要调整的位移, 每根拉索所引起的调整量的最终累加值为确定了的 δ_0 。

由此, 可得出随机最优控制在这两种桥型中所取数学模型的不同。

观测方程:

连续刚构桥 $Z_{k-1}=x_{k-1}+V_{k-1}$

斜拉桥 $Z_k=x_k+V_k$

滤波方程:

连续刚构桥 $\hat{x}_{N-k-1}=\hat{x}_{N-k-1}'+K_{N-k-1}[Z_{N-k-2}-\hat{x}_{N-k-2}]$

斜拉桥 $\hat{x}_{N-k-1}=\hat{x}_{N-k-1}'+K_{N-k-1}[Z_{N-k-1}-\hat{x}_{N-k-1}']$

目标函数中 δ_{-1} :

连续刚构桥 $\delta_{-1}=1-\frac{|x_k|}{X} \frac{N-j}{N-k-1}, \delta_{-1}>0$

斜拉桥 $\delta_{-1}=\frac{\int \frac{M_{j-1}^1 \cdot M_{j-1}^2 ds}{EI}}{\int \frac{N_{j-1}^1 \cdot N_{j-1}^2 ds}{EA}}, \delta_{-1}>0$

其中, X 为控制点标高偏差的允许值, 其余各符号意义同前。

3 工程实例

根据上述原理以及斜拉桥与连续刚构桥应用的不同, 笔者编制了相应的程序, 在重庆嘉陵江黄花园大桥和珠海淇澳大桥上进行计算, 进一步探讨并论证了随机最优控制理论在两种桥型施工控制中的应用。

重庆嘉陵江黄花园大桥位于重庆市市区的嘉陵江上。其主桥上部结构为 137. 16+3×250. 00+137. 16m 5 跨预应力混凝土连续刚构, 全长 1 024. 32m。桥面纵坡以主桥中点为变坡点, 南侧 2. 5% 升坡, 北侧 1. 1% 升坡。主桥桥面宽 31. 00m, 分两幅独立大桥修建, 以中央分隔带连接, 共 6 条车道。单幅桥五跨连续刚构在 4 个主墩上按 T 构用挂篮分段对称悬臂浇筑, 跨中合拢段在吊架上现浇, 边跨现浇段在落地支架上浇筑。全桥按对称悬臂浇筑→边跨合拢→边中跨合拢→中跨合拢顺序进行施工。

黄花园大桥的施工控制主要是在施工过程中, 对箱梁的标高及控制截面应力等状态进行控制, 以实测参数预测施工预拱度, 提供各梁段立模标高, 确保成桥线形与设计线形吻合。在施工计算过程中, 其物理模型是将各梁段离散为梁单元, 4 个主墩端部为固定支座, 两边跨端视为活动铰支座。由于在主桥合拢

前, 梁段是由各主墩向两侧平衡悬臂现浇而成, 结构体系为对称静定结构, 当合拢后, 结构体系将转换为超静定结构, 故在实际施工过程中, 取单 T 结构作为控制模型。

2 号墩 27~29 号块调控结果 (单位: m) 表 1

块件号 k	观测值 Z_{k-1}		预抛高调整值 u_k		控制点-控制方向的垂直位移 y_k	
	南岸	北岸	南岸	北岸	南岸	北岸
27	0. 074	0. 039	-0. 062	-0. 017	0. 051	0. 027
28	0. 060	0. 030	-0. 029	-0. 010	-0. 005	0. 013
29	0. 005	-0. 008	-0. 016	-0. 0003	-0. 027	-0. 011

注: 表中的控制点-控制方向的垂直位移为预计在成桥状态时, 当前块件的垂直位移, 若要计算当前施工阶段完成后的垂直位移, 需运用结构计算部分进行换算。

确定了实桥施工控制的计算模型和量测数据, 便根据编制的随机最优控制 (一步预测) 计算程序进行计算。将所需的结构参数及控制参数填入输入文件中, 计算出 2 号墩从 27 号块开始的立模标高的调整值和垂直位移的最优估值, 其输出结果如表 1 所示。以 2 号墩悬臂部分 (合拢段) 27~29 号块为例, 已知条件为: 27 号块控制点拟合标高; 控制方向为 y 方向; 26 号块控制点挠度 (观测值); 由 27 号块控制点处设计标高, 与由已施工节段成桥线形按设计曲线拟合的该号块控制点处标高值的差值, 即算得预抛高调整值为 $u_k=\begin{Bmatrix} -0. 062 \\ -0. 017 \end{Bmatrix}$, 按此值求得立模标高, 并施工 27 号块后, 测得该块控制点控制方向的垂直位移为 $y_k=\begin{Bmatrix} -0. 051 \\ -0. 027 \end{Bmatrix}$ (y_k 含义见表 1 注中内容)。其余各块的控制类此。

淇澳大桥是一座主跨 320m 的双塔单索面斜拉桥, 位于珠江入海口, 连接珠海市唐家镇淇澳渔村与淇澳岛, 为未来的伶仃洋大桥的起步工程。桥面宽 33m, 主梁为一单室双箱混凝土梁, 荷载标准为汽-超 20, 挂-120。该桥墩塔现浇, 主梁悬拼。

在对淇澳大桥进行施工调控时, 将其简化为平面结构, 将索以直杆代替, 横桥向同一排索计为一根索, 其单元抗弯刚度记为零。由于主梁合拢前后, 结构体系将发生转变, 即由两个独立的独塔斜拉桥变成一个双塔斜拉桥。并且, 由于是对称结构且采用对称施工的方法, 所以在合拢前的各阶段, 只需取独塔 (结构体系随着施工阶段的推进而变化) 进行分析即可。合拢前进行调整时, 对两岸独塔分别进行调整。

已知条件为: 第 5 阶段; 控制点为 18、20 节点;

控制方向皆为 y 方向; 控制点挠度 $\delta=\begin{Bmatrix} -0.0776 \\ -0.0775 \end{Bmatrix}$, $\delta_0=\begin{Bmatrix} 0.080 \\ 0.080 \end{Bmatrix}$, 则调索后理论上控制点挠度应为 $\Delta=\delta+\delta_0=\begin{Bmatrix} 0.0024 \\ 0.0025 \end{Bmatrix}$ 。其调整结果见表 2, 调索过程的施工简图及调索后的挠度变化图见图 2、图 3。

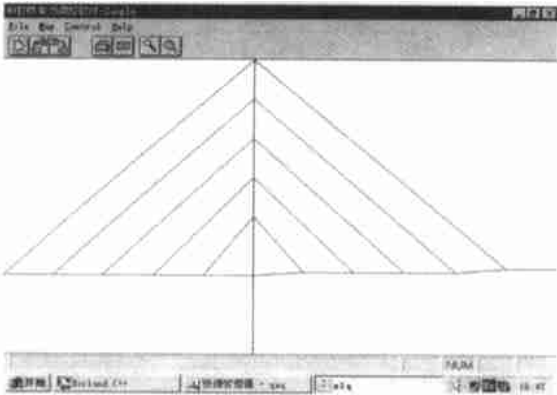


图 2

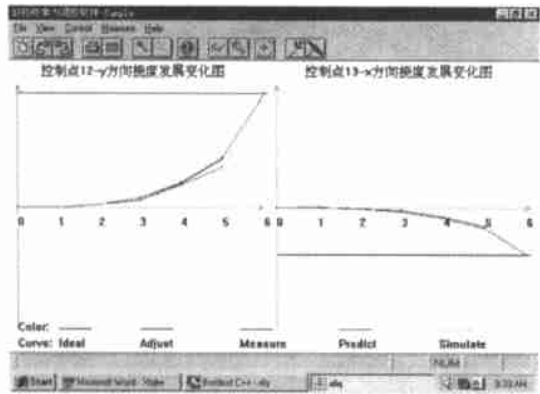


图 3

由表 2 可见: $\Delta'=\begin{Bmatrix} -0.0056 \\ -0.0130 \end{Bmatrix}$, 而 $\Delta=\begin{Bmatrix} 0.0024 \\ 0.0025 \end{Bmatrix}$ 。比较 Δ' 与 Δ 可见调索结果最大误差为 0.015 5m。

调索结果(单位: m)			表 2	
调整次数	索单元号		控制点-控制方向的挠度	
	河跨	岸跨	18-y	20-y
1	23	22	-0.0725	-0.0726
2	24	21	-0.0604	-0.0640
3	25	20	-0.0440	-0.0480
4	26	19	-0.0260	-0.0320
5	27	18	-0.0056	-0.0130

4 结语

- 1. 根据连续刚构桥和斜拉桥各自的结构特点、受力形式、施工过程特点, 运用工程控制论的思想, 建立了适合两种桥型的数学模型、目标函数, 对象明确, 力学概念清晰, 实现程序化计算方便。
- 2. 从数学的角度, 采用统计的方法, 对两种桥型的状态变量、控制变量进行了较为准确的计算, 为有效地实施施工控制提供了保证。
- 3. 在建立模型的基础上, 编制了相应的计算程序, 使计算机技术与最优控制方法有效地结合, 实现了对连续刚构桥和斜拉桥施工的实时跟踪分析。
- 4. 通过对两种桥型施工控制方法的比较以及在两座大桥上的实际应用, 证明了随机最优控制系统的实用性, 同时也证明了随机最优控制系统理论在桥梁施工控制中值得进一步推广, 具有广阔的应用前景。

参考文献:

[1] [美] 小沃尔特·波多尔尼, [法] J M 米勒尔. 预应力混凝土桥梁分段施工和设计. 人民交通出版社, 1986.

[2] 林元培. 斜拉桥. 人民交通出版社, 1994.

[3] 钱学森, 宋健. 工程控制论(修订本)(上、下册). 科学出版社, 1983.

[4] [瑞典] K J 奥斯特隆姆. 随机控制理论导论. 科学出版社, 1980.

(上接第 38 页) 影响较小, 可以忽略不计, 在接近静风失稳阶段, 结构的弯、扭频率急速下降, 计算其动力特性时必须计入静风效应。

参考文献:

[1] M Nagai. Possibility and Limitations of Long-span Cable-stayed Bridges Based on Static and Dynamic Instability Analyses. Japan, IABSE Symposium Kobe 1998. IABSE Reports. (Vol79, Kobe) 1998.

[2] 方明山, 项海帆, 肖汝诚. 超大跨径悬索桥空气静力非线性行为研究. 重庆交通学院学报, 1999. 18 (2).

[3] 李国豪. 桥梁结构稳定与振动. 中国铁道出版社, 1996.

[4] 肖汝诚, 薛惠钰. 桥梁结构线性非线性动力分析程序系统. 华东公路, 1995 (3).

[5] 程进, 肖汝诚, 项海帆. 大跨径斜拉桥非线性静风稳定性全过程分析. 中国公路学报, 2000 (2).

[6] 程进, 肖汝诚, 项海帆. 大跨径悬索桥静风扭转发散的级数解法. 同济大学学报, 1999 (2).