

# 基于环形蜂窝芯结构的负泊松比机械超材料

蒋伟, 马华\*, 王军, 王甲富, 冯明德, 屈绍波\*

空军工程大学理学院, 西安 710051

\* 联系人, E-mail: mahuar@163.com; qushaobo@mail.xjtu.edu.cn

2015-12-25 收稿, 2016-01-21 修回, 2016-01-25 接受, 2016-03-07 网络版发表

国家自然科学基金重点项目(61331005)、全国优秀博士学位论文作者专项资金(201242)、中国博士后科学基金(2014M552451)和陕西省重点科技创新团队(2014KCT-05)资助

**摘要** 可实现负泊松比效应的蜂窝材料拥有独特的力学性能, 在变体机翼柔性蒙皮等应用中, 有着良好的前景。本文采用机械超材料的设计方法, 改进了传统蜂窝材料的结构单元设计, 提出了一种新型环形负泊松比结构, 并建立了相应的力学模型。运用能量法研究了环形蜂窝芯结构的等效弹性模量与各结构参数之间的关系, 建立了环形蜂窝芯在小形变范围内等效弹性模量的公式。通过有限元仿真, 将理论计算结果与有限元计算结果进行对比, 两者具有很好的一致性, 验证了理论公式的正确性, 对负泊松比机械超材料的设计与应用具有一定的指导意义。

**关键词** 机械超材料, 等效弹性模量, 负泊松比, 有限元仿真, 蜂窝芯

随着超材料技术的蓬勃发展, 其设计理念逐渐为大家接受并得到普遍应用, 人们先后提出了负折射率、负模量、负质量等概念<sup>[1~3]</sup>。机械超材料(mechanical metamaterials)是近年来一个新的领域, 也是目前国内外关注的热点之一。机械超材料的设计理念旨在通过对材料结构的优化设计, 实现奇异的机械性能<sup>[4,5]</sup>。对于大部分结构材料而言, 随着相对密度的降低, 材料的力学性能也将随之减弱<sup>[6]</sup>。而机械超材料以其高效的结构设计及尺寸控制, 同时实现“超轻度、超强度”的力学目标<sup>[7]</sup>。2010年, Jang等人<sup>[8]</sup>基于开尔文泡沫结构, 提出了十四面体结构单元模型, 实现了超常规的抗压强度。2013年, Wei等人<sup>[9]</sup>研究了三浦折纸结构(Miura-ori)的力学特性, 该结构材料具有负泊松比(negative Poisson's ratio)效应和良好的形变性能。随后, 关于折纸结构机械超材料的研究广泛展开, 其结构维度也实现了由二维结构向三维结构的演化<sup>[10~13]</sup>。

在机械超材料的概念提出之前, 人们并没有相

应的设计理念, 但是其设计方法无不体现在结构材料的研究和应用中。比如早期的蜂窝结构材料就是模仿天然蜂巢而设计的六边形二维蜂窝结构, 兼具重量轻、强度高和刚度大等性能, 被广泛地用作蜂窝芯夹层。早在1982年, Gibson等人<sup>[14]</sup>以梁模型为基础推导出平面六边形蜂窝结构材料的等效参数, 建立了著名的Gibson公式。随后, 富明慧等人<sup>[15]</sup>在考虑蜂窝芯壁板伸缩变形的情况下, 对Gibson公式进行了修正, 提高了公式的精度。自负泊松比材料独特的“拉膨”现象被人们发现后, 关于负泊松比材料的研究迅速成为国际热点之一。负泊松比材料之所以能够成为极具发展前景的材料, 原因在于其独特的负泊松比效应使材料的力学性能得到很大提高。例如: 当材料受到压痕阻力时, 其局部会收缩, 因而能很好地抵抗局部压痕阻力<sup>[16]</sup>; 当材料弯曲时, 材料呈现“拱形”状, 能很好地抵抗弯曲形变带来的破坏<sup>[17]</sup>。早期的研究中, 广泛采用的是蜂窝结构模型, 该模型将传统的六边形蜂窝结构单元转变为内凹六边形蜂窝

**引用格式:** 蒋伟, 马华, 王军, 等. 基于环形蜂窝芯结构的负泊松比机械超材料. 科学通报, 2016, 61: 1421~1427

Jiang W, Ma H, Wang J, et al. Mechanical metamaterial with negative Poisson's ratio based on circular honeycomb core (in Chinese). Chin Sci Bull, 2016, 61: 1421~1427, doi: 10.1360/N972015-01314

结构,从而实现负泊松比效应<sup>[18,19]</sup>.上述工作都是以平面六边形结构单元为对象来研究材料的力学性能,其基本方法与基于机械超材料设计理念的结构优化思想异曲同工.由传统蜂窝结构向负泊松比蜂窝结构的演化进程也体现了蜂窝结构材料与机械超材料的内在关联及其发展趋势.

本文采用机械超材料的设计方法,改进了传统蜂窝材料的结构单元设计,提出了一种新型环形负泊松比结构,并建立了相应的力学模型.运用能量法研究了环形蜂窝芯结构的等效弹性模量(effective elastic modulus, EEM)与各结构参数之间的关系,建立了环形蜂窝芯在小形变范围内等效弹性模量的公式.采用有限元仿真,对以铝合金为基元材料的环形蜂窝芯结构进行了力学效应的仿真,理论结果与仿真结果具有良好的一致性,从而证明了理论公式的正确性.

## 1 环形蜂窝芯结构的力学特性建模与分析

提出了一种新型二维环形蜂窝芯结构,如图1所示为该结构的周期排布.可以看出,该结构单元在二维平面内中心对称,由上下两个半圆环壁板、左右两个直壁板以及四个连接壁板组成.引入半圆环壁板,相比于内凹六边形蜂窝芯,其结构更加稳定.

### 1.1 环形蜂窝芯的结构特点及力学特性分析

为了研究环形蜂窝芯的力学特性,从图1所示的周期性结构中取出一个单元,建立力学模型(图2).假设该二维结构在笛卡尔坐标系中平行于XOY平面,定义面板的厚度均为 $t$ ,半圆环壁板的半径为 $r(r>>t)$ ,左右垂直壁板的高度为 $2h(h>r)$ ,4个起连接作用的壁

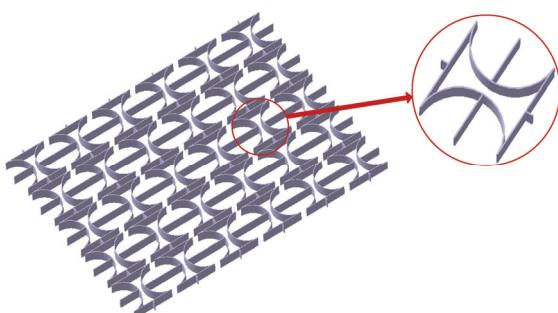


图1 (网络版彩色)环形蜂窝芯的周期阵列

Figure 1 (Color online) The periodic structure of circular honeycomb core

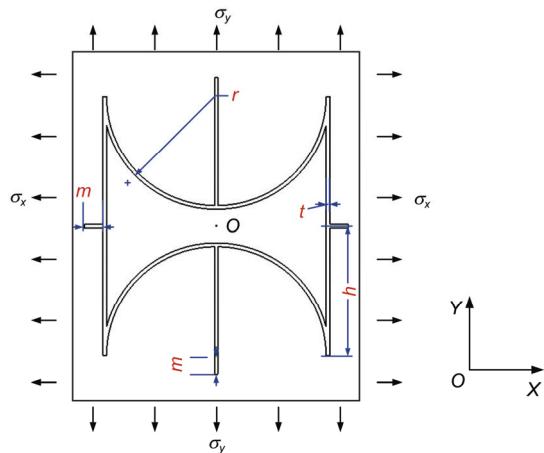


图2 (网络版彩色)环形蜂窝芯力学模型

Figure 2 (Color online) The mechanical model of circular honeycomb core

板相对于结构单元空间延伸出来的部分的长度为 $m$ ,该结构垂直于XOY平面的厚度为 $d$ ,在X和Y轴方向的应力分别为 $\sigma_x$ 和 $\sigma_y$ .当该结构受到X轴方向或者Y轴方向的载荷作用时,结构会产生形变.当作用载荷较小,即形变在小范围内,该形变为弹性形变.在小范围形变内,当结构单元的参数确定时,其等效弹性模量为定值.随着载荷的增大,该结构在应力集中部位产生塑性形变.此时,在其他条件不变的情况下,其等效弹性模量随着载荷的变化而变化.本文主要在小形变范围内,研究环形蜂窝芯的等效弹性模量与各参数之间的关系.

### 1.2 环形蜂窝芯的等效弹性模量

(i) Y轴方向的等效弹性模量.先考虑结构单元只有Y轴方向受到均布载荷 $\sigma_y$ 作用的情况( $\sigma_x=0$ ).如图3(a)所示,令结构单元在I和L端受对称载荷 $F$ 作用( $F$ 较小).在载荷 $F$ 作用下,该结构单元内部各壁板将会产生弹性形变,其累积的应变能主要包括拉伸应变能、剪切应变能和弯曲应变能.材料力学中,拉伸应变能、剪切应变能与弯曲应变能相比很小.因此,在运用能量法求解该结构的等效弹性模量时,只考虑弯曲应变.

沿水平方向DE将该结构切开(图3(b)).由载荷的对称性可知,截面D和E上的剪切力为零,只有轴向力 $F_{N0}$ 和弯矩 $M_0$ .根据平衡条件容易求出, $F_{N0}=F/2$ ,故只有 $M_0$ 未知,记作 $F_{R1}$ .研究中忽略了拉伸应变能,连接杆BI可视为刚性杆,B端与I端的位移形变相等,

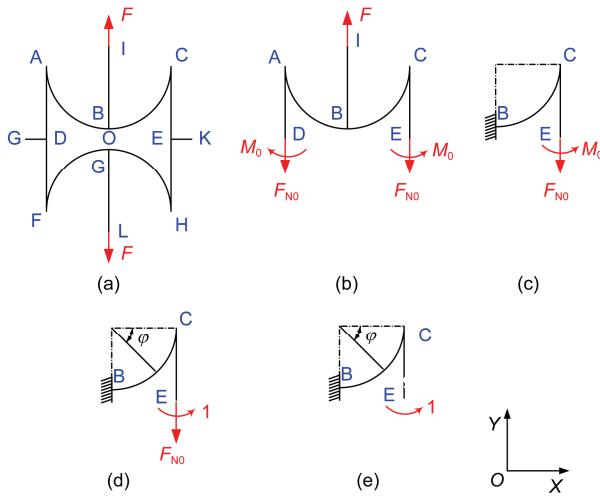


图3 (网络版彩色)环形蜂窝芯Y轴方向受力分析

Figure 3 (Color online) The force analysis of circular honeycomb core along  $Y$  direction

相当于载荷 $F$ 直接作用在B端。由于该结构在平面内关于O点中心对称, 只需研究该结构的1/4部分(如图3(c))。由于对称截面B和E的转角皆为零, 可把B截面作为固定端, 而把E截面的转角作为变形协调条件, 写成<sup>[20]</sup>

$$\delta_{11} \times F_{R1} + \Delta_{1F} = 0, \quad (1)$$

式中,  $\Delta_{1F}$ 为只有载荷 $F_{N0}=F/2$ 作用时(图3(d)), 截面E的转角;  $\delta_{11}$ 为令 $F_{R1}$ 为单位弯矩且单独作用时(图3(e)), 截面E的转角。

在图3(d)中, 当只有载荷 $F_{N0}$ 作用时, 利用莫尔定理分别对 $\overline{CE}$ 杆和 $\widehat{BC}$ 杆进行莫尔积分, 则

$$\begin{aligned} \Delta_{1F} &= \int_0^h \frac{M(x) \cdot \overline{M(x)}}{EI} dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{M(\varphi) \cdot \overline{M(\varphi)}}{EI} \cdot r \cdot d\varphi \\ &= -\frac{Fr^2}{2EI} \left( \frac{\pi}{2} - 1 \right), \end{aligned} \quad (2)$$

式中,  $E$ 为材料本身的弹性模量;  $I = \frac{1}{12}dt^3$ 为截面对中性轴的惯性矩;  $M(x)$ 和 $M(\varphi)$ 为只存在载荷 $F_{N0}$ 时,  $\overline{CE}$ 杆和 $\widehat{BC}$ 杆的弯矩分布;  $\overline{M(x)}$ 和 $\overline{M(\varphi)}$ 为 $F_{N0}$ 等于单位力时,  $\overline{CE}$ 杆和 $\widehat{BC}$ 杆的弯矩分布。同理, 在图3(e)中, 当只受单位弯矩 $F_{R1}$ 作用时, 有

$$\delta_{11} = \frac{2h + \pi r}{2EI}. \quad (3)$$

将式(2)和(3)代入式(1), 可求得未知参数 $M_0$ :

$$M_0 = F_{R1} = \frac{F(\pi-2)r^2}{4h+2\pi r} = F\alpha \left( \alpha = \frac{(\pi-2)r^2}{4h+2\pi r} \right). \quad (4)$$

利用卡氏定理可求得在 $Y$ 轴方向的对称载荷 $F$ 作用下, 该结构单元在 $Y$ 轴方向的位移形变 $\Delta_y$

$$\begin{aligned} \Delta_y &= \frac{4}{EI} \left[ \int_0^h \frac{M(x) \cdot \partial M(x)}{\partial F} dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{M(\varphi) \cdot \partial M(\varphi)}{\partial F} \cdot r \cdot d\varphi \right] \\ &= \frac{F}{4EI} [16h\alpha^2 + (3\pi-8)r^3 - (8\pi-16)\alpha r^2 + 8\pi r\alpha^2]. \end{aligned} \quad (5)$$

最后, 可求出 $Y$ 轴方向的等效应变 $\varepsilon_y$ 和等效应力 $\sigma_y$ 分别为

$$\varepsilon_y = \frac{\Delta_y}{2(h+m)}, \quad \sigma_y = \frac{F}{2(r+m)d}, \quad (6)$$

则该结构 $Y$ 轴方向的等效弹性模量 $E_y$ 为

$$E_y = \frac{4EI(m+h)}{(r+m)d[16h\alpha^2 + (3\pi-8)r^3 - (8\pi-16)\alpha r^2 + 8\pi r\alpha^2]}. \quad (7)$$

(ii)  $X$ 轴方向的等效弹性模量。在图2中令 $\sigma_y=0$ 时, 该结构单元只有 $X$ 轴方向受到应力 $\sigma_x$ 的作用。如图4所示, 令该结构在G端和K端受对称载荷 $F$ 作用。在分析 $X$ 轴方向的等效弹性模量时, 方法与 $Y$ 轴方向相同, 同样可将四个起连接作用的壁板视为刚性杆, 然后取该结构的1/4部分来分析。

同理, 可求得该结构在 $X$ 轴方向的位移形变 $\Delta_x$ 为

$$\begin{aligned} \Delta_x &= \frac{F}{24EI} [(9\pi-24)r^3 + (12\pi-24)\alpha r^2 + 6\pi r\alpha^2 \\ &\quad + 12(r+\alpha)^2 h - 12(r+\alpha)h^2 + 4h^3], \end{aligned} \quad (8)$$

式中

$$I = \frac{1}{12}dt^3, \quad \alpha = \frac{h^2 - 2hr - (\pi-2)r^2}{\pi r + 2h}. \quad (9)$$

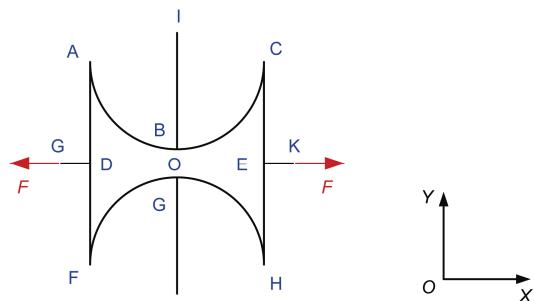


图4 (网络版彩色)环形蜂窝芯X轴方向受力分析

Figure 4 (Color online) The force analysis of circular honeycomb core along  $X$  direction

$X$ 轴方向的等效应变 $\varepsilon_x$ 和等效应力 $\sigma_x$ 可表示为

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta_x}{2(m+r)}, \quad \sigma_x = \frac{F}{2(m+h)d}. \quad (10)$$

最终, 将式(8)代入, 可求得该结构 $X$ 轴方向的等效弹性模量 $E_x$ 为

$$E_x = 24EI(r+m)/(h+m)d[(9\pi-24)r^3 + (12\pi-24)\alpha r^2 + 6\pi r\alpha^2 + 12(r+\alpha-h)(r+\alpha)h + 4h^3]. \quad (11)$$

由上述环形蜂窝芯结构在 $X$ 轴、 $Y$ 轴方向的等效弹性模量的表达式可以看出, 在小形变范围内, 该结构材料本身弹性模量 $E$ 及各结构参数都会对其等效弹性模量产生影响.

## 2 环形蜂窝芯力学特性的有限元仿真及分析

在ANSYS平台上建模并进行基于有限元算法的仿真, 提取位移形变参数 $\Delta_x$ 和 $\Delta_y$ , 然后计算出等效弹性模量 $E_x$ 和 $E_y$ . 建立如图5所示 $4\times 3$ 阵列的周期结构模型, 采用铝合金作为蜂窝芯结构的材料, 其材料参数为:  $E=7.1\times 10^{10}$  Pa,  $\rho=2770$  kg/m<sup>3</sup>,  $v=0.33$ . 在弹性形变范围内, 分别对结构单元进行 $X$ 轴和 $Y$ 轴方向单向拉伸.  $X$ 轴方向拉伸时, 其边界条件为:  $F_y=0$ , 在 $A_1\sim A_3$ 端和 $A_4\sim A_6$ 端分别施加大小相等、方向相反的载荷 $F_x$ ;  $Y$ 轴方向拉伸时, 其边界条件为:  $F_x=0$ , 在 $B_1\sim B_3$ 端和 $B_4\sim B_8$ 端分别施加大小相等、方向相反的载荷 $F_y$ .

(i) 半径 $r$ 对等效弹性模量 $E_x$ 和 $E_y$ 的影响. 模型的参数为:  $h=35$  mm,  $d=10$  mm,  $t=1$  mm,  $m=5$  mm,  $r$ 在20~32 mm之间均匀取12组数值. 计算结果如图6所示. 结果表明, 在 $X$ 轴方向, 其EEM随半径 $r$ 的变化趋势缓慢. 而在 $Y$ 轴方向, 随着 $r$ 的增大, EEM减小且

变化趋势明显. 理论结果与仿真结果吻合较好.

(ii) 高度 $h$ 对等效弹性模量 $E_x$ 和 $E_y$ 的影响. 模型的参数为:  $r=31$  mm,  $d=10$  mm,  $t=1$  mm,  $m=5$  mm,  $h$ 在35~50 mm之间均匀取16组数值. 计算结果如图7所示. 结果表明,  $X$ 轴方向的EEM随 $h$ 的增大而减小,  $Y$ 轴方向的EEM随 $h$ 的增大而增大. 从曲线的变化趋势来看,  $X$ 轴方向的EEM受 $h$ 的影响较大. 理论结果与仿真结果吻合较好.

(iii) 厚度 $t$ 对等效弹性模量 $E_x$ 和 $E_y$ 的影响. 模型的参数为:  $h=35$  mm,  $r=31$  mm,  $d=10$  mm,  $m=5$  mm,  $t$ 在0.2~2 mm之间均匀取10组数值. 计算结果如图8所示. 结果表明, 两个方向的EEM都随着厚度 $t$ 的增大而增大, 且变化趋势明显. 当厚度 $t$ 较小时, 理论结果与仿真结果吻合较好, 而随着 $t$ 的增大其误差较大, 其误差原因在结论中将详细论述.

(iv) 结构各参数对泊松比 $\nu_{xy}$ 和 $\nu_{yx}$ 的影响. 结构的泊松比通过有限元仿真求出. 在有限元求解过程

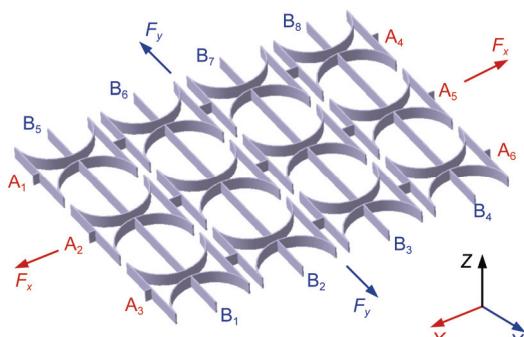


图5 (网络版彩色)有限元仿真模型及边界条件示意图

Figure 5 (Color online) The model of finite element simulation and its boundary conditions

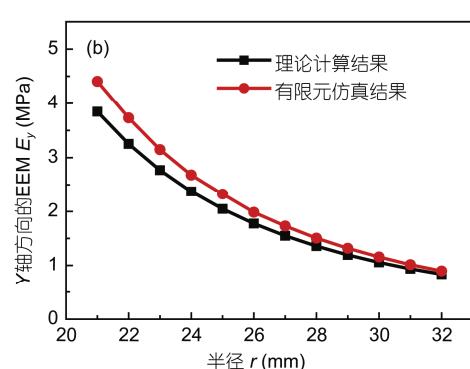
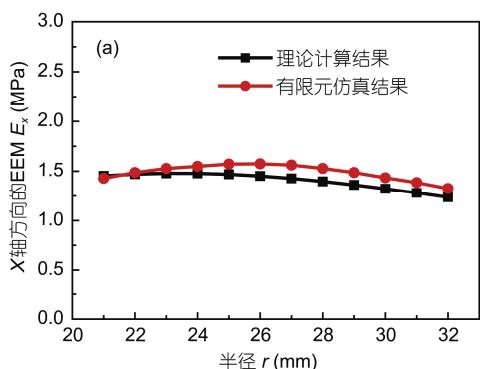


图6 (网络版彩色)等效弹性模量 $E_x$ 和 $E_y$ 与半径 $r$ 之间的关系. (a)  $E_x$ 与 $r$ 之间的关系曲线; (b)  $E_y$ 与 $r$ 之间的关系曲线

Figure 6 (Color online) The relationship between the effective elastic modulus  $E_x$ ,  $E_y$  and the radius  $r$ . (a) The relation curve between  $E_x$  and  $r$ ; (b) the relation curve between  $E_y$  and  $r$

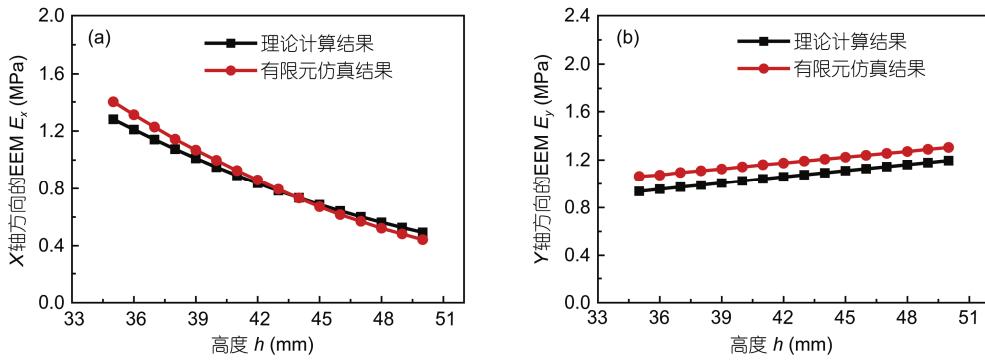


图 7 (网络版彩色)等效弹性模量 $E_x$ 和 $E_y$ 与高度 $h$ 之间的关系. (a)  $E_x$ 与 $h$ 之间的关系曲线; (b)  $E_y$ 与 $h$ 之间的关系曲线

**Figure 7** (Color online) The relationship between the effective elastic modulus  $E_x$ ,  $E_y$  and the height  $h$ . (a) The relation curve between  $E_x$  and  $h$ ; (b) the relation curve between  $E_y$  and  $h$

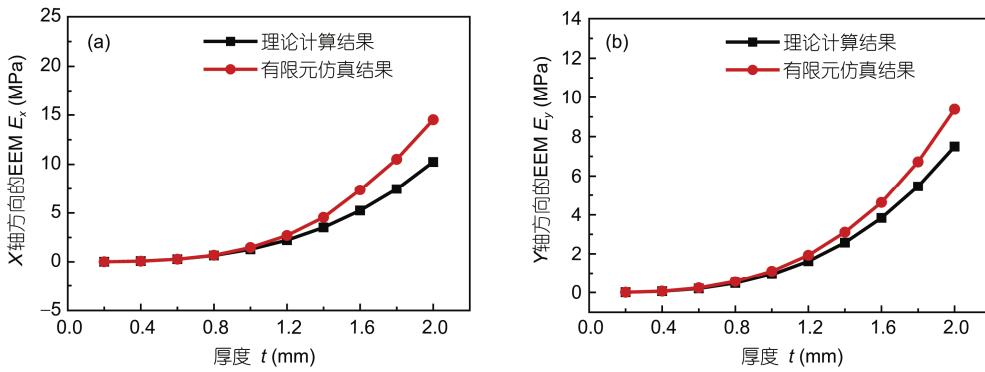


图 8 (网络版彩色)等效弹性模量 $E_x$ 和 $E_y$ 与厚度 $t$ 之间的关系. (a)  $E_x$ 与 $t$ 之间的关系曲线; (b)  $E_y$ 与 $t$ 之间的关系曲线

**Figure 8** (Color online) The relationship between the effective elastic modulus  $E_x$ ,  $E_y$  and the thickness  $t$ . (a) The relation curve between  $E_x$  and  $t$ ; (b) the relation curve between  $E_y$  and  $t$

中, 分别提取横向和纵向的位移形变参数, 即可换算成泊松比. 在模型参数中取 $t=1$  mm,  $h$ 为35, 40, 45 mm时, 分别研究泊松比 $\nu_{xy}$ 和 $\nu_{yx}$ 与半径 $r$ 之间的关系. 计算结果如图9所示. 结果表明, 结构参数的取值不

同, 其泊松比可能为正, 也可能为负.

### 3 讨论和结论

通过理论计算与有限元仿真结果的对比分析及

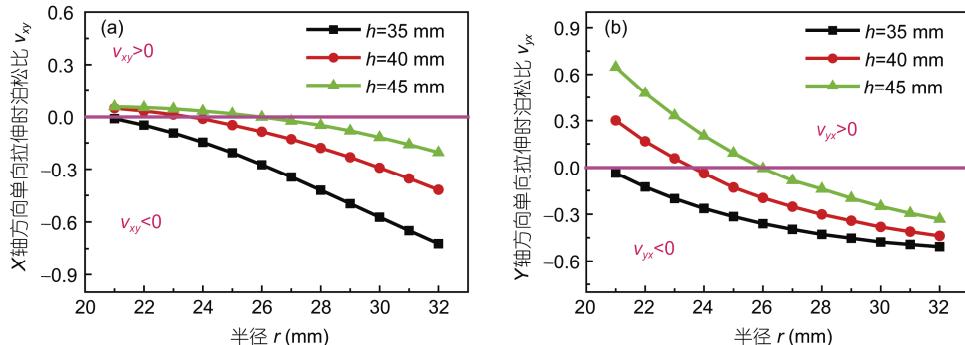


图 9 (网络版彩色)泊松比 $\nu_{xy}$ 和 $\nu_{yx}$ 与结构各参数之间的关系. (a)  $X$ 轴方向单向拉伸时, 泊松比 $\nu_{xy}$ 与结构参数的关系曲线; (b)  $Y$ 轴方向单向拉伸时, 泊松比 $\nu_{yx}$ 与结构参数的关系曲线

**Figure 9** (Color online) The relationship between Poisson's ratio  $\nu_{xy}$ ,  $\nu_{yx}$  and structural parameters. (a) The relation curve between  $\nu_{xy}$  and structural parameters when stretched along  $X$  direction; (b) the relation curve between  $\nu_{yx}$  and structural parameters when stretched along  $Y$  direction

关系曲线的变化趋势,可以看出 $X$ 轴方向的等效弹性模量 $E_x$ 受高度 $h$ 和厚度 $t$ 的影响较大;而 $Y$ 轴方向的等效弹性模量 $E_y$ 受半径 $r$ 及厚度 $t$ 的影响较大。当厚度 $t$ 较大时,理论计算结果与数值仿真结果偏差较大,主要误差原因有两个:一是垂直壁板与圆环壁板在接触部分是重合的,导致理论推导过程中分段积分的结果偏大,等效弹性模量也就偏小。厚度也会影响重合部分的比例:一般来说厚度越大,重合越多,误差就越大。二是理论分析以梁模型为基础,壁板长度有限而厚度较大的情况下,不能视为理想的梁模型。因此,在结构设计中,应合理选取参数的取值范围,特别是厚度 $t$ 的选择要非常慎重。

从图9中泊松比 $\nu_{xy}$ 和 $\nu_{yx}$ 与结构各参数之间的关系曲线可以看出,当 $t$ 一定,  $h$ 较大且 $r$ 较小时,该结构的泊松比为正。由图中泊松比为0的分界线可以看出:

当 $h=35$  mm,  $r \geq 21$  mm,  $h=40$  mm,  $r \geq 24$  mm以及 $h=45$  mm,  $r \geq 26$  mm时,泊松比 $\nu_{xy}$ 和 $\nu_{yx}$ 为负。因此,必须将高度 $h$ 与半径 $r$ 的取值控制在一定范围内,才能获得负泊松比效应。

文章基于传统的蜂窝材料,采用机械超材料的思想,设计了一种具有负泊松比效应的机械超材料,推导出该结构等效弹性模量的表达式,并通过有限元仿真验证了理论计算的正确性。本文提出的负泊松比机械超材料,通过在蜂窝结构中引入半圆环来实现负泊松比效应,与传统内凹六形单元相比,结构简单、性能稳定。本理论模型仅针对二维平面内等效弹性模量进行分析,对材料的拉伸、剪切等形变采取了忽略的办法。下一步,我们将在此基础上研究三维机械超材料的设计、建模、实验等问题,并探讨机械超材料在更多领域的应用。

## 参考文献

- 1 Pendry J B. Negative refraction makes a perfect lens. *Phys Rev Lett*, 2000, 85: 3966–3969
- 2 Fang N, Xi D J, Xu J Y, et al. Ultrasonic metamaterials with negative modulus. *Nat Mater*, 2006, 5: 452–456
- 3 Ding Y Q, Liu Z Y, Qiu C Y, et al. Metamaterial with simultaneously negative bulk modulus and mass density. *Phys Rev Lett*, 2007, 99: 093904
- 4 Nicolaou Z G, Motter A E. Mechanical metamaterials with negative compressibility transitions. *Nat Mater*, 2012, 11: 608–613
- 5 Klatt T, Haberman M R. A nonlinear negative stiffness metamaterial unit cell and small-on-large multiscale material model. *J Appl Phys*, 2013, 114: 033503
- 6 Fan H, Hartshorn C, Buchheit T, et al. Modulus-density scaling behaviour and framework architecture of nanoporous self-assembled silicas. *Nat Mater*, 2007, 6: 418–423
- 7 Zheng X, Lee H, Weisgraber T H, et al. Ultralight, ultrastiff mechanical metamaterials. *Science*, 2014, 344: 1373–1377
- 8 Jang W Y, Kyriakides S, Kraynik A M. On the compressive strength of open-cell metal foams with Kelvin and random cell structures. *Int J Solids Struct*, 2010, 47: 2872–2883
- 9 Wei Z Y, Guo Z V, Dudte L, et al. Geometric mechanics of periodic pleated origami. *Phys Rev Lett*, 2013, 110: 215501
- 10 Schenk M, Guest S D. Geometry of Miura-folded metamaterials. *Proc Natl Acad Sci USA*, 2013, 110: 3276–3281
- 11 Silverberg J L, Evans A A, McLeod L, et al. Using origami design principles to fold reprogrammable mechanical metamaterials. *Science*, 2014, 345: 647–650
- 12 Yasuda H, Yang J. Reentrant origami-based metamaterials with negative Poisson's ratio and bistability. *Phys Rev Lett*, 2015, 114: 185502
- 13 Zhou X, Wang H, You Z. Design of three-dimensional origami structures based on a vertex approach. *Proc R Soc A*, 2015, 471: 20150407
- 14 Gibson L J, Ashby M F, Schajer G S, et al. The mechanics of two-dimensional cellular materials. *Proc R Soc A*, 1982, 382: 25–42
- 15 Fu M H, Yi J R. Equivalent elastic parameters of the honeycomb core (in Chinese). *Acta Mech Sin*, 1999, 31: 113–118 [富明慧, 伊久仁. 蜂窝芯层的等效弹性参数. 力学学报, 1999, 31: 113–118]
- 16 Alderson A. A triumph of lateral thought. *Chem Ind*, 1999, 17: 384–391
- 17 Evans K E. Tailoring the Poisson's ratio. *Chem Ind*, 1990, 20: 654–657
- 18 Masters I G, Evans K E. Models for the elastic deformation of honeycombs. *Compos Struct*, 1996, 35: 403–422
- 19 Prall D, Lakes R S. Properties of a chiral honeycomb with a Poisson's ratio of  $-1$ . *Int J Mech Sci*, 1997, 39: 305–314
- 20 Feng W M. Mechanics of Materials (in Chinese). Beijing: National Defence Industry Press, 2013. 226–227 [冯维明. 材料力学. 北京: 国防工业出版社, 2013. 226–227]

# Mechanical metamaterial with negative Poisson's ratio based on circular honeycomb core

JIANG Wei, MA Hua, WANG Jun, WANG JiaFu, FENG MingDe & QU ShaoBo

College of Science, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China

Mechanical metamaterials are artificial structures with mechanical properties defined by their structure rather than their composition. As a new type of metamaterials with unique mechanical properties and promising prospects, mechanical metamaterials have attracted great attention and become a new hot spot in the field of metamaterials. Mechanical metamaterials with negative Poisson's ratio can exhibit novel mechanical properties such as excellent resistance capability of bending deformation and indentation. This type of materials have good prospects in many applications such as variant flexible wing skin. In this article, we adopt the design method of mechanical metamaterials to improve the structure of traditional honeycomb core and propose a new type of circular honeycomb core unit to obtain negative Poisson's ratio. The advantage of circular honeycomb core is that this new structure is more stable than traditional concave hexagon honeycomb core. We established the corresponding mechanical model of this structure and adopted energy method to study the dependencies of structure parameters for its effective elastic modulus. The bending strain energy was taken into consideration while the tension and shear strain energy were ignored because they are very small compared with the bending strain energy. Then the expressions of effective elastic modulus in the directions of X and Y axis can be established in the condition of small deformation. In order to verify the validity of theoretical results, finite-element simulation method was employed to our study and we adopted periodic structure as the finite-element simulation model and aluminium alloy as the base material. The results of theory and the simulation have good agreements, and we found that its effective elastic modulus  $E_x$  is mainly depending on its height  $h$  and thickness  $t$  while  $E_y$  is mainly depending on its radius  $r$  and thickness  $t$ . And the thickness  $t$  may bring about deviation between theory and the simulation when it increases. The Poisson's ratio of this material was also investigated through finite-element simulation method and different values of structure parameters were selected. Among these structure parameters, when  $h=35$  mm,  $r \geq 21$  mm and  $h=40$  mm,  $r \geq 24$  mm or  $h=45$  mm,  $r \geq 26$  mm, negative Poisson's ratio can be obtained. The results indicate that the composite structure based on circular honeycomb core units can achieve negative Poisson's ratio, which can be controlled by structure parameters. The excellent mechanical performance of light-weight and its negative Poisson's ratio make circular honeycomb core a promising candidate as engineering material. And our study may pave a useful path to mechanical metamaterials with negative Poisson's ratio.

**mechanical metamaterials, effective elastic modulus, negative Poisson's ratio, finite-element simulation, honeycomb core**

doi: 10.1360/N972015-01314