

基于 Kriging 和 Marching cube 算法的 地学 3 维形态模拟

杨鸿翼 刘亮明 赵义来

(中南大学地学与环境工程学院计算地学研究中心, 长沙 410083)

摘要 地质构造的复杂性和勘查数据的不完备性, 决定了对地质要素(地质体和场)的空间形态进行 3 维模拟是一个面临众多技术难题的艰巨任务。针对此问题, 探讨了一种利用空间插值和等值面勾绘来建立地质要素的接近真实的 3 维可视化模型的方法。Kriging 算法, 由于其在揭示空间数据非均匀、各向异性分布规律方面具有良好表现, 因而被用于对不完备地学数据进行空间插值, 即先将分散的不规则分布的数据转换成规则分布的网格数据; 再通过 Marching cube 算法实现由网格离散点构建光滑 3 维等值曲面; 最后通过 OpenGL 接口实现等值曲面的计算机 3 维重绘。整个过程采用 VC++ .net 结合 OpenGL 编程完成。应用这种方法, 可实现有限钻孔取样分析数据的矿体品位 3 维等值面模拟和电磁测深 2 维反演数据的电阻率 3 维等值面模拟, 其模拟结果接近于传统勘探方法解释的结果, 而且其效率高得多, 也更加直观, 证明此方法是有效的和实用的。

关键词 3 维形态模拟 Kriging Marching cube 等值面 OpenGL VC++ .net

中图法分类号: TP391.9 P208 **文献标识码:** A **文章编号:** 1006-8961(2008)03-0531-05

3D Geological Modelling Based on Kriging and Marching Cube Algorithm

YANG Hong-yi, LIU Liang-ming, ZHAO Yi-lai

(Computational Geoscience Research Centre, School of Geoscience and Environment Engineering,
Central South University, Changsha 410083)

Abstract It is a tough challenge for the geologists to model 3D shape of geological factors because of the complexity of geologic architecture and the insufficiency of exploration data. This paper presents research on modeling 3D shape of geo-bodies and geo-fields through 3D interpolation and iso-surface constructing from limited and scattered exploration data. The Kriging algorithm, as its favorable for revealing asymmetrical and anisotropic distribution of data in the geo-field, is used as the 3D interpolation method to convert the insufficient and random-arrayed data set into sufficient grid data set. The iso-surfaces are auto-created from the scatter data through Marching cube algorithm. The above processes are achieved through VC++ .net and OpenGL programming. By application of the above methods, the 3D iso-surfaces of ore grade from drill data and inversely deduced resistance from magnetotellurics surveying data are simulated. Compared with the traditional methods, this produces for us good results and can be used as more convenient and effective tools for 3D visualization in geo-exploration.

Keywords 3D geo-modelling, Kriging, Marching cube, iso-surface, OpenGL, VC++ .net

1 引言

应用 3 维可视化技术对地下地质要素进行 3 维

形态模拟, 尽管其对地质构造研究、地下水研究以及矿产勘查与采矿都具有十分重要的意义, 但由于受地质条件、勘查技术及费用的限制, 地质勘查不可能像医学 CT 扫描那样获取完整规则的数据, 因而怎

基金项目: 教育部科学技术重点研究项目(104261); 教育部博士学科点基金项目(20050533038)

收稿日期: 2006-01-29; **改回日期:** 2006-08-07

第一作者简介: 杨鸿翼(1975 ~), 男, 中级程序员, 中南大学硕士研究生。主要研究方向为地学 3 维可视化、数值模拟。通讯作者: 刘亮明, E-mail: lmliu@mail.csu.edu.cn

样由勘查所得到的分散的不完备的数据建立地质要素的接近真实的 3 维可视化模型,就成为地学领域目前一个热点的难题。

地质要素的 3 维形态模拟方法有显式模拟 (explicit modelling) 和隐式模拟 (implicit modelling) 两种^[1]。其中,显式模拟即手工圈定边界,是目前国内常用的模拟方法;而隐式模拟即先通过已有样品数据来确定分布函数,然后通过分布函数由已知推未知,将不完备的样品数据通过空间插值来生成完备的样品数据,最后再通过 3 维曲面构建等算法自动生成 3 维可视模型。两种模拟相比,显式模拟工作量大,非常费时,且主观随意性太强,不同的人圈出来的矿体经常差异很大。随着隐式算法的发展和成熟,隐式模拟在自动生成、快速适应新数据以及结果的精确性方面越来越显示出优越性^[1]。

隐式模拟的关键是空间插值函数的选取,目前主要的空间插值方法有距离反比加权法 (inverse distance weighted)^[2]、趋势面法 (Trend surface)^[3]、克里金 (Kriging) 法^[2]、径向基人工神经网络 (radial basis function, 简称 RBF) 法^[1]等,其中克里金法又可分为普通克里金法 (ordinary Kriging)、泛克里金法 (universal Kriging)、对数正态克里金法 (lognormal Kriging)、协同克里金法 (cokriging)、指示克里金法 (indicator Kriging) 等^[4]。国内外有很多相关论文已探讨过不同空间插值方法的应用。其中 RBF 法、距离反比加权法和 Kiging 法等已被证明能够有效地用于地学数据的插值^[5,6],考虑到地质要素的空间几何变异性以及 Kriging 法在地质领域的广泛应用^[7,8],本文采用普通 Kriging 法插值函数作为空间插值函数。

计算机 3 维模型可以归纳为基于面模型 (facial model) 和基于体模型 (volumetric model) 两大类^[9]。本文采用的是基于特定阈值的等值面模型。目前构建等值面的方法主要有 Herman 等人提出的 Cuberille 算法^[10]、Lorensen 等人提出的 Marching cube 算法^[11]和 Slawomir Nikiel 等人提出的基于递归分割 (recursive subdivision) 的构建算法^[12]。其中以 Marching cube 算法的应用最为成熟。

如今, Marching cube 算法已广泛应用于医学图像重建,如根据 CT 数据实现人体器官的 3 维显示^[13]。虽然目前 Marching cube 算法在地学领域应用不多,但从原理上分析,它可以应用于任何离散数据的等值面构建。

本文采用 VC++ 结合 OpenGL 作为开发工

具,将 Kriging 和 Marching cube 算法整合,根据现有勘探数据来快速构建地质要素的 3 维可视形态模型。

2 算法原理

2.1 Kriging 算法原理

Kriging 法是由南非采矿工程师 Kriging 在研究金矿时首次提出,然后由法国数学家马特龙加以发展和完善。它是一种无偏的、误差最小的、最优化的主要用于地学领域的基于统计理论的方法^[4]。其基本原理是,任一待估点 v 的真值 Z_v 的估计值 $\hat{Z}_k$ 是估计邻域内 n 个信息值 Z_i 的线性组合,即

$$\hat{Z}_k = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z_i \tag{1}$$

其中待估邻域内每个样品权值 λ_i 的求解方程组为

$$K\lambda = M \tag{2}$$

其中,矩阵 K, λ, M 分别为

$$K = \begin{pmatrix} \gamma(v_1, v_1) & \gamma(v_1, v_2) & \cdots & \gamma(v_1, v_n) & 1 \\ \gamma(v_2, v_1) & \gamma(v_2, v_2) & \cdots & \gamma(v_2, v_n) & 1 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \\ \gamma(v_n, v_1) & \gamma(v_n, v_2) & \cdots & \gamma(v_n, v_n) & 1 \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 \end{pmatrix}$$
$$\lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ \mu \end{pmatrix} \quad M = \begin{pmatrix} \gamma(v_1, v) \\ \gamma(v_2, v) \\ \vdots \\ \gamma(v_n, v) \\ 1 \end{pmatrix} \tag{3}$$

其中, μ 为拉格朗日系数, $\gamma(v_i, v_j)$ 为 v_i, v_j 两点的变异函数值, $\gamma(v_i, v_j)$ 求解方程为

$$\gamma(h) = \begin{cases} 0 & h = 0 \\ C_0 + C \left(\frac{3}{2} \frac{h}{a} - \frac{1}{2} \frac{h^3}{a^3} \right) & 0 < h \leq a \\ C_0 + C & h > a \end{cases} \tag{4}$$

式中, C_0 为块金常数 (Nugget), C 为基台值 (sill), a 为变程 (range), h 是 v_i, v_j 两点间的空间距离。最简单的情况为:若变异椭球体和 X, Y, Z 轴重合,且各向同性,即变异椭球体 3 轴变程相同 (为球体),则两点间空间距离为

$$h = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \tag{5}$$

若变异椭球体和 X, Y, Z 轴不重合,则在求距离前,需先对 (x, y, z) 坐标做旋转变换,使之和变异椭球体重

合,当变异椭球体各向异性时,即 X 、 Y 、 Z 3 个方向上的变程不同时,则还需先对变异椭球体进行变换,使之变为各向同性,然后再计算两点间的空间距离^[14]。

求出两点之间的空间距离 h 后,将其代入式(4),即可得到两点之间的变异函数值,再将其代入式(2),即可求出邻域内每个样品的权值 λ_i ,再将求得的 λ_i 代入式(1),即可求得待估点的估计品位值 $\hat{Z}_k$ 。对每个待估点依次重复上述步骤,即可求得每个待估点的估计品位值 $\hat{Z}_k$ 。

2.2 Marching cube 算法原理

Marching cube 算法是 3 维数据场等值面生成的经典算法,Marching cube 算法的基本思想是先逐个处理数据场中的立方体,并分类出与等值面相交的立方体,然后再通过插值计算出等值面与立方体的交点。

Marching cube 算法首先对立方体的 8 个顶点进行分类,以判定顶点是位于等值面之外,还是位于等值面之内,然后再根据 8 个顶点的状态,确定等值面的模式。

顶点分类规则为^[10]:

- (1) 若立方体顶点的数据值大于或等于等值面的值,则定义该顶点位于等值面之外,记为“+”;
- (2) 若立方体顶点的数据值小于等值面的值,则定义该顶点位于等值面之内,记为“-”。

由于每一体素共有 8 个顶点,每个顶点共有 2 个状态,因此共有 256 种组合状态,考虑到立方体体素的顶点状态具有返转不变性和旋转对称性,这 256 种组合状态可归结为 15 种模式。在实现插值时,可按照立方体顶点状态构造以下等值面连接模式的索引表:

$index =$	v_8	v_7	v_6	v_5	v_4	v_3	v_2	v_1
-----------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

然后直接由立方体各顶点的状态检索出等值面的分布,以确定该立方体体素内的等值面三角片的连接方式。

尽管 Marching cube 算法提供了一种较精确的等值面生成方法,但在它提出的 15 种体素内等值面连接模式中仍存在着许多二义性的连接,解决二义性的方法主要有采用双曲线渐近线交点来判定二义性面和采用四面体剖分等两类^[15,16]。

在确定立方体内三角片等值面分布模式后,即可用下式线性插值来计算等值面与立方体边的交点:

$$P = i + (T - F_{i,j,k}) / (F_{i+1,j,k} - F_{i,j,k}) \quad (6)$$

式(6)中的 T 为阈值, $F_{i,j,k}$ 为顶点 (i, j, k) 的数据值。由于函数 $F(x, y, z)$ 的梯度垂直于等值面,因而可用数据场 $F_{i,j,k}$ 在等值点 P 的梯度作为点 P 处的法向量,又因数据场是 3 维正交数据场,故可以采用中心差分法计算出立方体顶点的梯度,再用线性插值计算点 P 的梯度值,即

$$\begin{cases} \nabla_x P = \frac{f(x_0 + a, y_0, z_0) - f(x_0 - a, y_0, z_0)}{2a} \\ \nabla_y P = \frac{f(x_0, y_0 - b, z_0) - f(x_0, y_0 + b, z_0)}{2a} \\ \nabla_z P = \frac{f(x_0, y_0, z_0 + c) - f(x_0, y_0, z_0 - c)}{2c} \end{cases} \quad (7)$$

其中, a 、 b 、 c 为立方体的大小, $\nabla_x P$ 、 $\nabla_y P$ 、 $\nabla_z P$ 为计算得到的顶点 $v = (x_0, y_0, z_0)$ 的 x 、 y 、 z 方向的梯度值。

2.3 等值面计算机 3 维重绘原理

在计算机上要绘制出具有真实感的 3 维模型必须考虑到真实世界物体所具有的光照、材质、隐藏面消除等特性,目前通过计算机编程实现模型的真 3 维显示的方法主要有基于 VTK (visualization tool kit)、基于 OpenGL、基于 Direct3D、基于 Java3D 等的方法。其中 OpenGL 以其高性能的交互式 3 维图形建模能力及易于编程等优点在科学计算可视化领域得到了广泛应用。

OpenGL 即开放性图形库,是一个 3 维的计算机图形和模型库,它是由 SGI 公司为其图形工作站开发的 IRIS 演变而来的。OpenGL 不仅适用于多种硬件平台及操作系统,而且 OpenGL 作为一种强大的 3 维图形开发工具,通过便捷的编程接口提供了处理光照和物体材质、颜色等通用功能^[17]。

通过 Marching cube 算法即可得到由无数小三角面组成的等值面,重绘等值面就是利用 OpenGL 提供的接口将这些三角面在屏幕上进行真 3 维显示,在重绘过程中,可通过设置合适的光照参数和材质,启用深度缓存来实现隐藏面的消除和构建具有真实感的 3 维模型。

3 应用实例

3.1 由钻孔数据绘制等值面

为了检验本文算法的应用效果,本文选用某铜矿山 1 371 个钻孔的 24 476 条样品记录来绘制矿体品位等值面。数据输入的格式见表 1。数据输入后,

表 1 原始钻孔数据
Tab.1 Drill data

钻探工程										
中段号	线号	孔号	X	Y	Z	进尺(m)	倾角(°)	方位(°)	备注	
-220	0	ck0-14	818.76	4 263.397	-226.417	91.91	12.3	33.1521		
-220	0	ck0-15	818.7	4 263.5182	-226.217	105.81	8	35.3135		
-220	0	ck0-16	818.4649	4 263.342	-225.917	50.16	30	36.1707		
-220	0	ck0-17	819.2379	4 263.2612	-227.117	51.1	-12	34.0737		
-220	0	ck0-18	819.1849	4 263.2612	-227.317	36.26	-38	35.0742		
-220	0	ck0-19	812.7649	4 260.5472	-226.017	34.06	2.3	214.4053		
-220	0	ck0-20	813.2499	4 260.8402	-225.617	32.78	41.3	216.2235		

钻探取样数据										
工程名称	矿体编号	样品编号	起点距离(m)	终点距离(m)	进尺(m)	样长(m)	Cu 品位(%)	Fe 品位(%)	S 品位(%)	
CK3RE-19	1	9	80.91	82.7	1.79	1.4	0.046	45.5	0.08	
CK3RE-19	1	10	82.7	84.49	1.79	1.4	0.753	48.2	1.21	
CK3RE-19	1	11	84.49	86.27	1.78	1.4	2.119	49.1	2.87	
CK3RE-19	1	12	86.27	88.02	1.75	1.4	3.636	45.23	8.32	
CK3RE-19	1	13	88.02	89.77	1.75	1.4	1.109	49.85	3.69	
CK3RE-19	1	14	89.77	91.55	1.78	1.4	1.305	52.14	4.19	
CK3RE-19	1	15	91.55	93.36	1.81	1.4	1.742	46.34	4.28	

启动上述程序即可以自动生成 Cu、Fe、S 任何品位的等值面图。图 1 为 Cu 品位为 0.3% 时的等值面图(曲面包围空间的 Cu 含量大于等于 0.3%)。

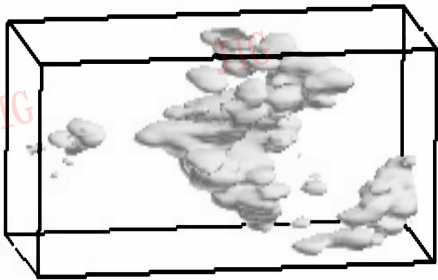


图 1 以 Cu 含量 0.3% 绘制的等值面
Fig.1 Iso-surface according Cu = 0.3%

理论上说,以 Cu 品位 0.3% 构建的等值面圈定的 Cu 含量大于等于 0.3% 的空间应该就是以 0.3% 为边界品位圈出的矿体的空间。实际上,与矿床勘探资料中手工勾绘的勘探剖面图相比,图 1 基本反映了该铜矿矿体的 3 维空间分布规律,其圈出的 3 个闭合的曲面群对应着矿山的 I、II、III 号矿体位置,但在细节上还是有较大的差异,等值面在矿体的厚度方向加大了,而在走向和倾斜延伸方向却缩短了,即矿体由“瘦”变“胖”。造成这种差异的原因主要有以下两点:一是在进行 Kriging 插值时,并没有考虑地层和断层等对各向异性的影响;二是用

Marching cube 自动构建邻近数据点的等值面时,总是按最圆滑曲面生成,这与真实的矿点边界是有区别的。虽然目前还存在这些不足,但由于它可省去烦琐的人工绘图过程,高效且直观,因此在勘探早期对矿体进行概略性研究和储量的快速估算时,是一种实用的方法。

3.2 由大地电磁测深数据绘制电阻率 3 维等值面

此应用是采用某矿山大地电磁测深 2 维数据反演的电阻率数据来构建电阻率 3 维空间等值面图,共采用了 13 条剖面 508 个测点的 2 863 条数据。对于输入的数据,可以用上述方法自动生成电阻率为任何数值的 3 维等值曲面(图 2)。图 2 反映的电阻率等于 2 000Ω(3 维等值曲面包围部分的电阻率小于 2 000Ω)的低阻体的空间形态。

通过上述方法可以非常直观地显示测量区域地下岩石的电阻率电阻的空间分布,这种电阻率的分布反映的是地下岩石、矿石和构造的分布。图 2 所示的低阻体的空间应该是含水岩石、矿体和含水断裂构造等低阻地质体的空间范围,尽管已有的少量勘探工程揭露的低阻地质体都在图 2 所示的低阻体空间之内,可是要全面地进行对比,还缺乏必要的勘探资料。但可以肯定,利用这种方法得到的电阻率 3 维等值面图与地质体的实际电阻率分布会有较大的差异,其原因并不完全在于构建等值面的方法本

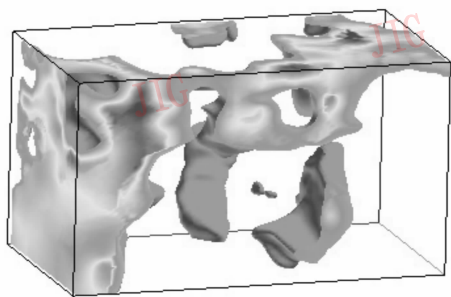


图2 以电阻率为 2 000 Ω 绘制的等值面

Fig. 2 Isosurface according resistance = 2 000 Ω

身(因该方法同样存在构建矿体品位等值面时的两大不足),还在于构建等值面的电阻率数据本身肯定就存在误差,这种误差来源于测量时的各种干扰以及反演时的各种简化。从显示的效果和构建的效率来看,这种方法为地球物理场的 3 维可视化提供了一个简捷高效的途径。

4 结 论

综上所述,采用 Kriging 和 Marching cube 算法,通过 VC++ .net 和 OpenGL 软件开发可以实现对地下地质要素和场的 3 维形态模拟。利用上述方法可有效地实现根据不规则钻孔勘探数据来自动生成矿体品位的 3 维等值面和根据大地电磁测深 2 维反演数据来自动生成电阻率 3 维等值面。这一方法还可以推广到地质领域对其他地质要素和场的空间形态模拟,以实现地下信息的 3 维可视表达。

参考文献 (References)

- 1 Cowan E J, Beatson R K, Ross H J, *et al.* Practical implicit geological modelling[A]. In: Dominy S(ed). Proceedings of 5th International Mining Geology Conference[C], Carlton South, Australia: The Australasian Institute of Mining and Metallurgy, 2003: 89 ~ 99.
- 2 Journel G A, Huijbregts C J. Mining Geostatistics[M]. London, UK: Academic Press, 1978.
- 3 Agterberg F P. Trend surface analysis[A]. In: Gaile G L(ed). Spatial Statistics and Models[M]. Dordrecht, Netherland: D Reidel Publishing Company, 1984: 147 ~ 171.
- 4 Hou Jing-ru, Yin Zhen-nan, Li Wei-ming, *et al.* Practicality Mineral Statistics[M]. Beijing: Geological Publishing House, 1998. [侯景儒, 尹镇南, 李维明等. 实用地质统计学[M]. 北京: 地质出版社, 1998.]
- 5 Chen Ming, He Kai-tao, Wang Quan-ming. The algorithm of RBF network for discrete data gridding[J]. Computing Techniques for Geophysical and Geochemical Exploration, 2005, 27(1): 75 ~ 77. [陈

- 明, 何凯涛, 王全明. 地学自由曲面径向基函数网络重建的详细算法[J]. 物探化探计算技术, 2005, 27(1): 75 ~ 77.]
- 6 Wu Jian-sheng, Wang Yang-lin, Zheng Xin-ping, *et al.* Ore body spatial data interpolation in 3D visualization environment[J]. Acta Scientiarum Naturalium Universitatis Pekinensis, 2004, 40(4): 635 ~ 641. [吴健生, 王仰麟, 曾新平等. 三维可视化环境下矿体空间数据插值[J]. 北京大学学报(自然科学版), 2004, 40(4): 635 ~ 641.]
- 7 Hou Jing-ru, Huang Jing-xian. Application of geostatistics in Classification for Resources/Reserves of Solid Fuels and Mineral Commodities[J]. Geology and Prospecting, 2001, 37(6): 61 ~ 66. [侯景儒, 黄竞先. 地质统计学在固体矿产资源储量分类中的应用[J]. 地质与勘探, 2001, 37(6): 61 ~ 66.]
- 8 Xin Hong-xin, Ju Tai-zhong, Lin Jian-yang. The ordinary kriging's application to mineral calculation of reserves[J]. Geology and Prospecting, 1997, 14(1): 46 ~ 51. [邢红星, 琚太忠, 林建阳. 普通克里格法在矿产储量计算中的应用[J]. 地质与勘探, 1997, 14(1): 46 ~ 51.]
- 9 Wu Li-xin, Shi Wen-zhong, Christopher G. Spatial modeling technologies for 3D GIS and 3DGMS[J]. Geography and Geo-Information Science, 2003, 19(1): 5 ~ 10. [吴立新, 史文中, Christopher G. 3D GIS 与 3D GMS 中的空间构模技术[J]. 地理与地理信息科学, 2003, 19(1): 5 ~ 10.]
- 10 Shi Jiao-ying, Cai Wen-li. Science Computation Visualization Algorithm and System[M]. Beijing: Science Press, 1996. [石教英, 蔡文立. 科学计算可视化算法与系统[M]. 北京: 科学出版社, 1996.]
- 11 Lorensen W E, Cline H E. Marching Cube: A high resolution 3D surface construction algorithm[J]. Computer Graphics, 1987, 21(4): 163 ~ 169.
- 12 Slawomir Nikiel, Adam Goinski. A recursive subdivision scheme for isosurface construction[J]. Computers & Graphics, 2005, 29(2): 155 ~ 164.
- 13 Pu Chao, Zhang Yu-min. Process algorithm of 3D medical image and its utilization[J]. Ordnance Industry Automation, 2004, 23(6): 28 ~ 30. [蒲超, 张育民. 医学图像三维处理算法与应用[J]. 兵工自动化, 2004, 23(6): 28 ~ 30.]
- 14 Deutsch C V, Journel A G. Geostatistical Software Library and User's Guide[M]. New York, USA: Oxford University press, 1992.
- 15 Nielson G M, Foley T A, Lane D A, *et al.* Visualization & modeling of scattered multivariate data[J]. IEEE Transactions on Computer Graphics & Applications, 1991, 11(3): 47 ~ 55.
- 16 Andujar C, Brunet P, Chica A, *et al.* Optimizing the topological and combinatorial complexity of isosurfaces[J]. Computer-Aided Design, 2005, 37(8): 847 ~ 857.
- 17 Shreiner D, Mason W, Neider J, *et al.* OpenGL Programming Guide (The Fourth Edition)[M]. Deng Zhen-xiang Translation. Beijing: Posts & Telecom Press, 2005. [Shreiner D, Mason W, Neider J 等. OpenGL 编程指南(第四版)[M]. 邓郑祥译. 北京: 人民邮电出版社, 2005.]