



动量表象相对论平均场理论与奇特核研究

郭建友

安徽大学物理与光电工程学院, 合肥 230601

E-mail: jianyou@ahu.edu.cn

2024-08-13 收稿, 2024-11-03 修回, 2024-11-04 接受, 2024-11-06 网络版发表

国家自然科学基金(12475115, 11935001, 11575002)资助

摘要 远离稳定线的弱束缚核由于其独特性质而备受关注. 这些核素的费米面紧邻连续阈, 使得其中的连续谱特别是共振态成为研究的关键. 统一处理束缚态、共振态和连续谱及其相互耦合对于精确描述奇特核至关重要. 本文介绍了动量表象下的相对论平均场(relativistic mean field in complex momentum representation, RMF-CMR)理论, 这种理论能够统一描述束缚态、共振态和连续谱. RMF-CMR计算能够消除传统RMF计算中对盒子尺寸的依赖性, 特别适用于描述具有复杂物质密度分布的奇特核. 在 ^{25}O 的研究中, RMF-CMR方法计算出的中子密度分布与盒子大小无关, 展现其在描述奇特核方面的优势. 在 ^{120}Sn 的研究中同时获得了窄共振态和宽共振态, 显示了RMF-CMR计算在确定共振态方面的优越性. RMF-CMR还成功处理了库仑长程势问题, 在 ^{78}Ni 的单质子能谱计算中获得了s波共振, 展示了其在探索质子共振态方面的能力. RMF-CMR能够获取动量空间中局域化的共振态波函数, 清晰展示赝自旋双重态波函数的对称性. 在对丰中子核如 ^{124}Zr 的研究中, RMF-CMR支持 ^{124}Zr 是一个中子晕核的观点. 总之, RMF-CMR方法在揭示原子核的奇特性质方面展现出独特的优势和应用前景, 不仅很好地描述了实验上已发现的中子、质子晕奇特核, 还在中等质量区域预言了可能存在的奇特核, 为实验物理学界探索奇特核提供了重要的理论参考.

关键词 相对论平均场理论, 动量表象, 奇特核, 中子和质子晕

原子核作为物质世界的基本单元, 其研究不仅深化了我们对物质微观结构和相互作用机制的理解, 还对核能的开发和核技术的应用具有重要意义. 随着科技的发展, 对远离稳定区域的原子核的研究日益深入. 这些研究不仅拓宽了我们对元素起源和物质组成的认识, 也加深了我们对核力本质的理解. 远离稳定线的核呈现出许多不同于稳定核的奇特性质, 对传统核理论提出了挑战, 迫切需要我们z对现有理论进行改进, 并发展新的理论模型来描述和探究这些现象. 在实验方面, 放射性核束等一系列大科学装置的改进、兴建和投入运行, 产生了数千个弱束缚原子核, 展示出如晕、能级

反转、幻数移动、多中子关联等新奇现象^[1-3]. 在理论方面, 处理连续谱特别是共振态的贡献成为描述奇特核的关键. 因此, 理论物理学家发展了包括耦合常数的解析延拓、复标度、格林函数等多种方法处理连续谱, 并将这些方法和壳模型、Hartree-Fock-Bogoliubov等理论模型结合, 成功地描述了许多实验上发现的奇特核现象^[4-7].

相对论平均场(relativistic mean field, RMF)理论自洽考虑了自旋轨道耦合与相对论对称性, 成功地描述了稳定核和奇特核的性质^[8]. 基于Woods-Saxon基改进的RMF理论, 清晰地描绘了具有弥散物质分布的晕和

引用格式: 郭建友. 动量表象相对论平均场理论与奇特核研究. 科学通报, 2025, 70: 3223–3232

Guo J Y. Relativistic mean field theory in momentum representation and study of exotic nuclei (in Chinese). Chin Sci Bull, 2025, 70: 3223–3232, doi: 10.1360/TB-2024-0859

形变晕现象. 为了精确地描述形变奇特核, 文献[9]发展了考虑连续谱贡献的RMF理论, 在探索远离稳定线的奇特核方面取得了相当成功, 不仅精准地描述了原子核的结合能、电荷半径、单(双)核子分离能、形变等基态特性, 而且在质量计算的均方根差方面超越了大多数微观模型^[10]. 此外, 对于多种特殊的运动模式, 如原子核的磁转动和反磁转动、转动的形变晕等, RMF理论也提供了准确的描述^[11,12], 并且对原子核的 α 衰变、 β 衰变、单(双)质子发射等奇特放射性现象也进行了有效解释^[13,14]. 尽管RMF理论在描述稳定核和奇特核方面取得了显著成功, 但在处理连续谱时仍面临一些挑战.

复动量表象(complex momentum representation, CMR)方法能够统一描述束缚态、共振态和连续谱. 基于CMR发展的Gamow-壳模型很好描述了轻核区弱束缚核的奇特性质^[15]. 特别是, 在真实核力的基础上, Gamow-壳模型针对多中子关联态的共振位置和寿命的理论预言与实验结果符合得非常好^[16]. 鉴于CMR方法在描述共振态方面的有效性以及RMF理论在刻画原子核性质方面的显著成就, 我们结合这两种方法发展了描述球形和形变核的RMF-CMR理论^[17]. 这一理论成功地解释了实验上观察到的 ^{31}Ne 、 ^{37}Mg 、 $^{29,31}\text{F}$ 等晕现象^[18,19], 并对Zr、Ca、Ni、Sn、Pb、Ce同位素在极端丰中子区可能存在的晕和巨晕现象进行了系统研究^[20,21]. 此外, 理论还预言了 ^{54}Ar 、 ^{77}Fe 、 ^{75}Cr 、 ^{44}Mg 等形变晕现象的存在^[22,23], 并揭示了球形和形变核的共振态具有自旋和赝自旋对称性^[24,25]. 本文首先介绍描述球形和形变核的RMF-CMR理论及其在描述奇特核方面的优势, 随后举例探讨奇特核的能级结构, 特别是共振态的能级结构, 揭示可能存在的自旋和赝自旋对称性. 然后, 进一步阐述理论对远离稳定线的核的基态性质的研究, 阐明中子、质子晕形成的物理机制, 并解释实验上发现的中子、质子晕奇特核, 预言可能的奇特核和新奇特现象. 这些研究对实验探测奇特核具有重要的参考价值.

1 理论框架

1.1 相对论平均场理论

相对论平均场理论是一种描述原子核结构的相对论量子多体理论, 也被称为相对论密度泛函理论. 该理论建立在霍恩伯格-科恩(Hohenberg-Kohn)定理之上,

即体系任一观测量的基态期待值均可表示为关于体系基态的矢量密度和标量密度的唯一泛函. 其出发点是描述核多体系统及其相互作用的拉格朗日密度:

$$L = \bar{\psi}_i \left\{ i\gamma^\mu \partial_\mu - M \right\} \psi_i + \frac{1}{2} \partial^\mu \sigma \partial_\mu \sigma - U(\sigma) - g_\sigma \bar{\psi}_i \psi_i \sigma - \frac{1}{4} \Omega^{\mu\nu} \Omega_{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega^\mu \omega_\mu - g_\omega \bar{\psi}_i \gamma^\mu \psi_i \omega_\mu - \frac{1}{4} \bar{R}^{\mu\nu} \bar{R}_{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\rho^2 \bar{\rho}^\mu \bar{\rho}_\mu - g_\rho \bar{\psi}_i \gamma^\mu \bar{\tau} \psi_i \bar{\rho}_\mu - \frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} - e \bar{\psi}_i \gamma^\mu \frac{1-\tau_3}{2} \psi_i A_\mu, \quad (1)$$

其中, ψ 表示核子运动的Dirac场, σ, ω, ρ 和 A 表示核子之间传递相互作用的介子场和光子场. 基于这个拉格朗日密度, 通过经典变分原理, 可得核子运动的Dirac方程:

$$\{-i\alpha \cdot \nabla + \beta(M + S(\mathbf{r})) + V(\mathbf{r})\} \psi_i(\mathbf{r}) = \varepsilon \psi_i(\mathbf{r}), \quad (2)$$

以及介子和光子运动的Klein-Gordon方程:

$$\begin{cases} -\Delta \sigma(\mathbf{r}) + \partial_\sigma U(\sigma) = -g_\sigma \rho_s(\mathbf{r}), \\ (-\Delta + m_\omega^2) \omega^0(\mathbf{r}) = g_\omega \rho_v(\mathbf{r}), \\ (-\Delta + m_\rho^2) \rho^0(\mathbf{r}) = g_\rho \rho_3(\mathbf{r}), \\ -\Delta A^0(\mathbf{r}) = e \rho_p(\mathbf{r}), \end{cases} \quad (3)$$

其中, 矢量势和标量势为

$$\begin{cases} V(\mathbf{r}) = g_\omega \omega^0(\mathbf{r}) + g_\rho \tau_3 \rho^0(\mathbf{r}) + e \frac{1-\tau_3}{2} A^0(\mathbf{r}), \\ S(\mathbf{r}) = g_\sigma \sigma(\mathbf{r}). \end{cases} \quad (4)$$

式(3)右边的各个密度项可计算如下:

$$\begin{cases} \rho_s(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^A \bar{\psi}_i(\mathbf{r}) \psi_i(\mathbf{r}), \\ \rho_v(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^A \psi_i^\dagger(\mathbf{r}) \psi_i(\mathbf{r}), \\ \rho_3(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^A \psi_i^\dagger(\mathbf{r}) \tau_3 \psi_i(\mathbf{r}), \\ \rho_p(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^A \psi_i^\dagger(\mathbf{r}) \frac{1-\tau_3}{2} \psi_i(\mathbf{r}). \end{cases} \quad (5)$$

上述耦合方程可以通过自洽迭代求解, 进而获得原子核的基态性质以及核子运动的单粒子行为. 对于稳定核, 用谐振子基展开方法或有限元方法求解上述方程, 可以获得满意的结果. 对于奇特核, 连续谱, 尤其是连续谱中的共振态扮演着重要角色. 为了包括共振态, 物理学家们发展了多种方法. 本文介绍复动量表象方法.

1.2 复动量表象方法

式(2)是核子运动的Dirac方程在坐标表象的表达形式. 为了描述共振态, 将Dirac方程变换到动量表象如下:

$$\int d\mathbf{k}' \langle \mathbf{k} | H | \mathbf{k}' \rangle \psi(\mathbf{k}') = \varepsilon \psi(\mathbf{k}), \quad (6)$$

其中, H 是Dirac哈密顿量, $\psi(\mathbf{k})$ 是动量表象的Dirac旋量. 对于球形核, 角度部分被积分, 留下径向部分满足的Dirac方程如下:

$$\begin{cases} Mf(k) - kg(k) + \int k'^2 dk' V_+(k, k') f(k') = \varepsilon f(k), \\ -kf(k) - Mg(k) + \int k'^2 dk' V_-(k, k') g(k') = \varepsilon g(k), \end{cases} \quad (7)$$

其中, $f(k)$, $g(k)$ 分别是Dirac旋量的上、下分量. 从方程(7)可以看出, 坐标表象的微分方程变成了动量表象的积分方程. 数值计算上, 积分方程的求解比微分方程容易处理. 为了求解方程(7), 采用高斯-勒让德求积公式(Gauss-Legendre quadrature)把方程中的积分变成求和, 即

$$\begin{cases} Mf(k_a) - k_a g(k_a) + \sum_{b=1}^N w_b k_b^2 V_+(k_a, k_b) f(k_b) = \varepsilon f(k_a), \\ -kf(k_a) - Mg(k_a) + \sum_{b=1}^N w_b k_b^2 V_-(k_a, k_b) g(k_b) = \varepsilon g(k_a). \end{cases} \quad (8)$$

式(8)可化为一个 $2N \times 2N$ 的矩阵方程, N 是高斯-勒让德求积公式中的格点数. Dirac方程的求解变成了矩阵的对角化. 在高斯-勒让德求积计算中, 需要给定动量的取值范围. 在低能核结构研究中, 由于单核子的能量或动量并不很大, 因此在动量空间中求解核子的运动方程时, 无需在无穷大的动量空间中进行, 只需在一个有限的动量范围即可, 这样计算的结果便足够精确. 通常, 动量截断到 $k_c = 4 \text{ fm}^{-1}$, 计算的结果对于动量截断的依赖可以忽略.

前面介绍了描述球形核的RMF-CMR理论程式. 对于形变核, 采用耦合道方法处理. 为方便, 假设原子核具有轴对称形变, 系统的宇称和总角动量的第三分量是好量子数, 描述核子运动的Dirac旋量可以按照球形分波展开如下:

$$\psi(k) = \psi_{m_j}(k) = \sum_{lj} \begin{pmatrix} f^{lj}(k) \phi_{ljm_j}(\Omega_k) \\ g^{lj}(k) \phi_{\bar{l}jm_j}(\Omega_k) \end{pmatrix}, \quad (\bar{l} = 2j - l), \quad (9)$$

其中, $f_{lj}(k)$ 和 $g_{lj}(k)$ 是Dirac旋量的径向组分; l 和 m 是轨道

角动量和它的第三分量量子数; j 和 m_j 是总角动量和它的第三分量量子数; 角向部分为

$$\phi_{ljm_j}(\Omega_k) = \sum_{m_s} \left\langle lm \frac{1}{2} m_s \middle| jm_j \right\rangle Y_{lm}(\Omega_k) \chi_{m_s},$$

其中 χ_{m_s} 是自旋波函数. 将波函数(9)代入方程(6), 可得动量表象下描述轴对称形变核的Dirac方程, 细节可以参考文献[26].

对于开壳层核, 需要考虑对关联的贡献. 在当前的计算中, 由于束缚态和共振态从连续谱中清晰地分离出来, 因此用J. Bardeen, L. N. Cooper和J. R. Schrieffer提出的简称BCS近似处理对关联是适用和有效的. 假设在费米能级附近, 配对相互作用的矩阵元是常数. 当考虑共振态时, 处理对关联的能隙方程和粒子数方程可表示为

$$\begin{aligned} \sum_b \frac{\Omega_b}{\sqrt{(\varepsilon_b - \lambda)^2 + \Delta^2}} + \sum_r \Omega_r \int \frac{g_r(\varepsilon)}{\sqrt{(\varepsilon - \lambda)^2 + \Delta^2}} d\varepsilon &= \frac{2}{G}, \\ \sum_b \Omega_b \left[1 - \frac{\varepsilon_b - \lambda}{\sqrt{(\varepsilon_b - \lambda)^2 + \Delta^2}} \right] &+ \sum_r \Omega_r \int g_r(\varepsilon) \left[1 - \frac{\varepsilon - \lambda}{\sqrt{(\varepsilon - \lambda)^2 + \Delta^2}} \right] d\varepsilon = N, \end{aligned} \quad (10)$$

其中, G 是对力强度参数, N 是粒子数; $\Omega_\sigma = j_\sigma + \frac{1}{2}$, $\sigma = b$

表示束缚态, $\sigma = r$ 表示共振态; $g_r(\varepsilon) = \frac{1}{\pi} \frac{\Gamma/2}{(\varepsilon - \varepsilon_r)^2 + \Gamma^2/4}$, ε_r 是共振态能量的实部, Γ 是共振宽度. 更多细节可参考文献[27].

2 RMF-CMR方法在奇特核研究中的应用

利用这套理论程式, 我们研究了若干奇特核的基态性质, 显示了RMF-CMR计算的优越性. 图1展示了通过RMF-CMR计算所得的 ^{25}O 的中子密度分布. 为进行对比, 图中也呈现了采用RMF方法的计算结果. RMF计算是在一个半径为 R 的球形盒子内采用有限元方法实施的. 为了探究RMF计算所得密度分布与盒子尺寸的关系, 我们选择了球形盒子半径分别被截断到 $R_c = 10, 15, 20 \text{ fm}$ 三种不同情况计算的结果. 为了比较, 图中也展示了在这三个半径下通过RMF-CMR计算得到的中子密度分布. 可以看到, RMF计算的中子密度分布在接近盒子边界时随盒子大小变化而迅速衰减. 随着盒子半径的增加, 中子密度分布的弥散性也随之增

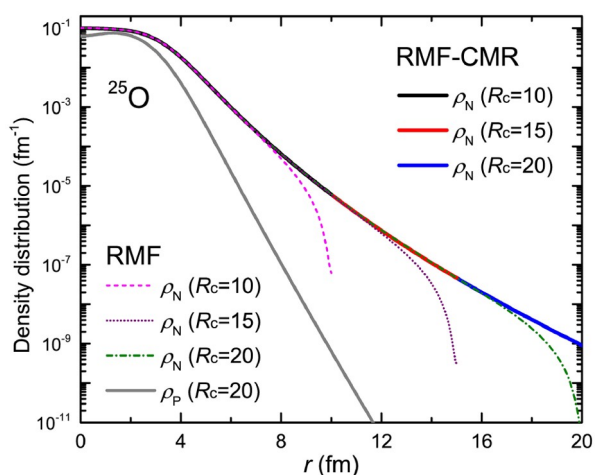


图1 (网络版彩色)RMF-CMR计算获得的 ^{25}O 的中子密度分布. 相互作用参数采用NL3. 图中也呈现了RMF的计算结果. RMF计算在一个半径为 R 的球形盒子内进行, 盒子的半径分别截断到 $R_c=10, 15, 20$ fm. Figure 1 (Color online) Neutron density distributions in ^{25}O in the RMF-CMR calculations. The interaction parameter NL3 was used. The figure also presents the results of RMF. The RMF calculations were carried out within a spherical box with radius R , where the box radius was truncated to $R_c = 10, 15, 20$ fm, respectively

大. 这表明, 对于较大尺寸的盒子, 密度分布展现出更大的弥散性. 对于稳定核而言, 物质密度分布的弥散性相对较小, 其与盒子大小的依赖关系并不明显. 然而, 对于远离稳定线的奇特核, 物质密度分布的弥散性显著增大. 为了准确描述如晕核等具有显著弥散性的密度分布, 需要采用足够大的盒子半径, 这无疑增加了计算量. 对于球形核, 这种增加尚可接受. 但对于形变核, 计算量的显著增加变得难以承受. 幸运的是, 在RMF-CMR理论中, 计算是在动量空间内完成的, 获取的中子密度分布与盒子的大小无关. 如图1所示, 无论将盒子的半径截断至 $R_c=10, 15$ 或 20 fm, 中子密度分布的弥散性随半径变化的趋势完全一致. 这表明, 动量表象的RMF-CMR计算消除了坐标表象RMF计算对盒子尺寸的依赖, 拓展了RMF理论的适用范围, 使RMF-CMR不仅适用于描述稳定核, 也适用于描述具有弥散物质密度分布的奇特核.

动量表象的RMF计算不仅消除了坐标表象计算结果对盒子尺寸或基大小的依赖, 而且可以统一描述束缚态、共振态和连续谱. 根据S-矩阵理论, 描述微观系统运动的方程解通常包含束缚态和连续谱, 连续谱具有结构. 当散射相移接近 π 时, 会出现陡然上升现象, 被称为共振. 数学上已证明, 在复能量平面上的 $\varepsilon = \varepsilon_r - i\Gamma/2$ 处, 散射振幅与S-矩阵的极点密切相关. 物理学家们发

展了多种方法来研究共振态, 其中复标度方法通过将哈密顿算符转换到复空间 $H \rightarrow H_\theta$ 为共振态研究提供了有效方法^[28]. 如果 H 的一个束缚态本征值存在, 那么 H_θ 也必然有一个对应的本征值; 同时, H 的格林算子的共振极点也是 H_θ 的一个本征值. 此外, H 的连续谱部分会随着角度 2θ 的变化而被旋转到复能量平面的下方. 在复动量平面上, H_θ 的本征值分布在三个不同的区域: 束缚态位于虚轴上, 共振态位于第四象限, 而连续谱的位置则随 θ 的变化而转动. 然而, 复标度方法的应用范围受到一定限制, 因为它要求哈密顿算符满足膨胀解析性条件. 为了克服这一限制, 文献^[29]对复标度方法进行了拓展. 在动量空间中, 通过对动量积分回路进行变形, 发展了变形动量空间的积分回路方法(contour deformation method, CDM), 也就是这里所说的复动量表象方法. 文献^[29]进一步证明, 动量空间的积分回路方法与坐标空间中的复标度方法是等价的. 关于复动量表象方法的更多细节, 请参看文献^[28,29]及其参考文献.

图2展示了用RMF-CMR计算获得的 ^{78}Ni 的单中子能谱. 可以看出, RMF-CMR计算不仅获得了束缚态, 也获得了坐标表象难以获得的共振态. ^{78}Ni 的单中子谱清晰地分布在三个区域: 束缚态分布在动量的虚轴上, 共振态位于动量平面的第四象限, 而连续谱则分散在动量空间的积分回路上. 需要强调的是, 只要动量空间的范围足够大(不需要极大, 只需截断至一个相对小的动量范围), 物理上的束缚态和共振态就不会依赖于积分回路. 即使改变积分回路的形状和范围, 束缚态和共振态在动量平面的位置仍旧保持不变, 而连续谱则会随着回路的改变而变化. 这些结果表明, RMF-CMR计算能够清晰地将束缚态和物理共振态从连续谱中区分开来. 众所周知, 连续谱特别是其中的共振态在奇特核, 尤其是晕核中具有重要作用. 复动量表象提供了一个有效的获取共振态的方法, 使RMF-CMR不仅适用于描述稳定核, 也适用于描述具有弥散物质密度分布的奇特核.

为了验证RMF-CMR计算的准确性, 我们在文献^[17]中展示了针对 ^{120}Sn 的计算结果, 并将其与其他方法进行了对比. 选择 ^{120}Sn 作为研究对象的理由在于, 多个理论方法已对该核的单中子和质子共振态进行了预测, 这便于我们进行结果的对照分析. 在RMF理论框架下, 我们将CMR计算获得的共振态结果与复标度方法(complex scaling method, CSM)、实稳定化方法(real

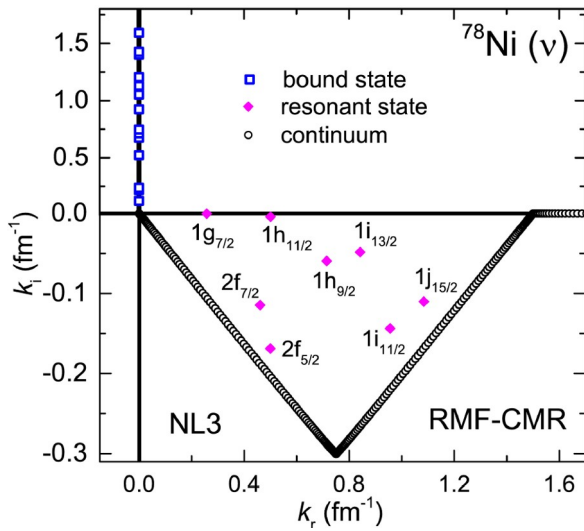


图2 (网络版彩色)RMF-CMR计算获得的 ^{78}Ni 的单中子能谱在复动量平面的分布。蓝色空心矩形、洋红实心菱形、黑色空心圆分别表示束缚态、共振态和连续谱

Figure 2 (Color online) The single-neutron spectrum in complex momentum plane in ^{78}Ni in the RMF-CMR calculations. Blue hollow rectangles, magenta solid diamonds, and black hollow circles represent bound states, resonant states, and the continuous spectrum, respectively

stabilization method, RSM)以及耦合常数的解析延拓方法(analytical continuation in coupling constant, ACCC)进行了比较, 相关结果参见文献[17]的表2. 对于 ^{120}Sn 的单中子共振态, 无论在能量还是宽度方面, 4种方法得到的结果均相当一致, 表明RMF-CMR计算得到的共振态是可靠的. 需要指出的是, 这4个共振态既不是非常窄的共振, 也不是非常宽的共振, 常规研究共振态的方法都可以获得满意的结果. 然而, 对于极窄或极宽的共振态, 这些常规方法则面临挑战, 文献[30]对此进行了详细讨论. 相比之下, CMR不仅可以有效获取极宽的共振态, 也能够准确捕捉到极窄的共振态, 为研究长寿命原子核的衰变提供了强有力的工具[31].

动量表象方法的另一大优势在于其对库仑长程势问题的精确处理. 在原子核物理学中, 库仑势作为一种显著的长程相互作用, 对丰质子的核素性质影响显著. 特别是质子数量增多时, 库仑相互作用变得更强, 因此准确处理库仑相互作用对于理解这些核素的奇特性质至关重要. 然而, 由于库仑势的长程特性, 传统理论方法在处理这一问题时常常遇到困难, 这些困难主要源于库仑势的复杂性以及其在长距离上的作用. 在非相对论框架下, 文献[32]提出了一个严格处理库仑长程的有效方法. 我们将该方法拓展到相对论框架下, 严格处

理了RMF-CMR理论中的库仑长程势问题, 并用RMF-CMR方法研究了原子核的单质子共振态[31]. 对于 ^{120}Sn , 我们获得了8个质子共振态. $2f_{7/2}$ 、 $1h_{9/2}$ 、 $2f_{5/2}$ 和 $1i_{13/2}$ 位于实 k -轴附近, 属于窄共振态. $3p_{1/2}$ 、 $3p_{3/2}$ 、 $1i_{11/2}$ 和 $2g_{9/2}$ 远离实 k -轴, 归于宽共振态. 值得一提的是, 在RMF-CSM计算中, 要获得宽共振态 $1i_{11/2}$ 和 $2g_{9/2}$, 需要足够大的复转动角, 但这会导致复转动变换后的势发散, 从而未能获得这些宽共振. 然而, RMF-CMR方法没有这个问题, 显示了RMF-CMR在探索宽共振方面的特殊优势. 为了进一步验证RMF-CMR方法在探测质子共振态方面的有效性, 我们将其计算结果与几种常用方法进行了比较, 包括RMF-S (RMF-scatter phase shift)、RMF-ACCC、RMF-CSM和RMF-GF (RMF-Green function). 比较结果汇总在文献[31]的表1中. 可以看出, 在所有8个共振态的计算能量和宽度方面, RMF-CMR方法与其他方法具有可比性. 特别值得注意的是, RMF-CMR的计算结果与公认为准确性较高的散射方法RMF-S更为接近. 这表明, 作为一种新的计算方法, RMF-CMR在探索质子共振态、揭示丰质子核的奇特性质方面具有优势.

考虑到RMF-CMR方法在处理库仑场方面的能力, 它特别适合于质子共振态的研究. 为了进一步凸显RMF-CMR方法在探索质子共振态领域的优越性, 我们将其与格林函数方法结合, 以计算原子核的单粒子能级密度. 在这一密度上, 共振呈现为明显的共振峰. 利用单粒子能级密度, 不仅能方便地确定共振态的能量和宽度, 还能直观地区分窄共振和宽共振. 图3展示了 ^{78}Ni 核的单质子能级密度. 作为对比, 图中也展示了背景能级密度和连续能级密度. 在RMF-CMR计算过程中, 仅保留库仑势而将其他势置零, 所得的能级密度即为背景能级密度. 而连续能级密度则是由核子能级密度与背景能级密度之差得到的.

从图3可以观察到, 在 ^{78}Ni 核的单质子能级密度上, 共振态表现为一个显著的共振峰. 由于背景的存在, 一些共振峰在能级密度上不是特别明显. 为了更清晰地呈现这些共振峰, 我们通过减除背景得到了连续能级密度, 使得共振峰在此密度上更为突出. 峰顶的位置对应着共振态的能量, 而共振峰的半高宽则表示共振宽度. 对于 ^{78}Ni 核的单质子共振态, $2d_{3/2}$ 和 $1h_{11/2}$ 的共振峰呈现为一条直线, 表明这两个共振态是窄共振, 而 $p_{3/2}$ 、 $p_{1/2}$ 、 $f_{5/2}$ 和 $g_{9/2}$ 则表现为宽共振. 相比之下, $1h_{9/2}$ 和 $1i_{13/2}$ 既不属于窄共振, 也不属于宽共振, 它们是最容易确定

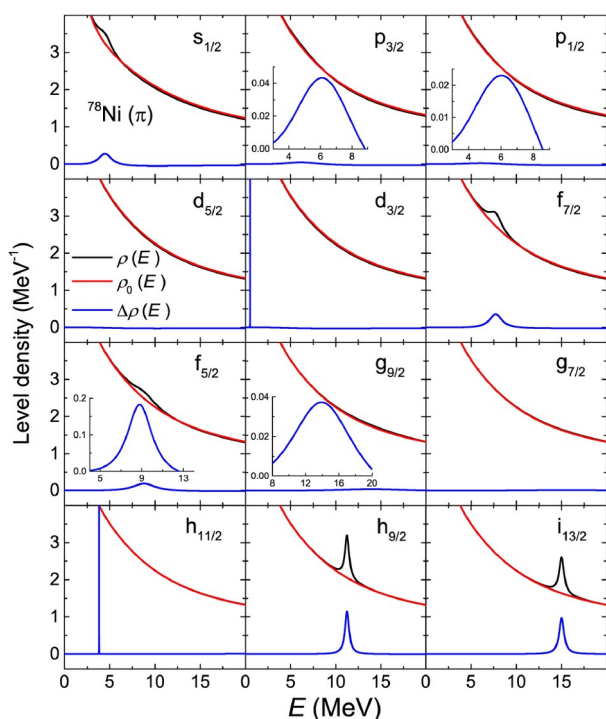


图 3 (网络版彩色)在RMF-CMR计算中, 利用格林函数方法获得的 ^{78}Ni 的质子能级密度. ρ 表示质子能级密度, ρ_0 表示质子的背景能级密度, $\Delta\rho=\rho-\rho_0$ 称为连续能级密度. 内插是连续能级密度的局部放大
Figure 3 (Color online) The proton level density in ^{78}Ni in the RMF-CMR calculation combined with Green's function method. ρ and ρ_0 represent the proton level density and the corresponding background, respectively. $\Delta\rho=\rho-\rho_0$ is referred to as the continuous level density. The interpolation is a close-up of the continuous level density

的两个共振态. 此外, 我们还观察到 $3s_{1/2}$ 也是一个共振态. 在中子情况下, 由于s态没有离心位垒, 因此不存在s波共振. 然而, 对于质子而言, 由于存在库仑位垒, 因此出现了s波共振. RMF-CMR方法准确考虑了库仑长程势, 成功获取了其他方法难以得到的s波共振.

在RMF-CMR计算中, 不仅可以获得共振态的能量, 也能获取共振态的波函数. 在位置空间, 共振态的波函数是非局域的, 在无穷远处也不为零. 根据海森堡不确定关系, 一个粒子在坐标空间的不确定性越大, 其动量的不确定性越小. 因此, 共振态在动量空间中的不确定性较小, 其表现形式与束缚态在坐标空间中的表现类似. 利用这一特性, 我们能够在动量空间中绘制出共振态的波函数, 并研究其特性. 图4展示了一对赝自旋伙伴态的动量波函数, 上图对应波函数的大分量, 下图对应小分量. 可以看出, 无论是大分量还是小分量, 共振态的波函数在动量空间都是局域的. 值得注意的是波函数的小分量, 无论实部和虚部, 这对伙伴态的波

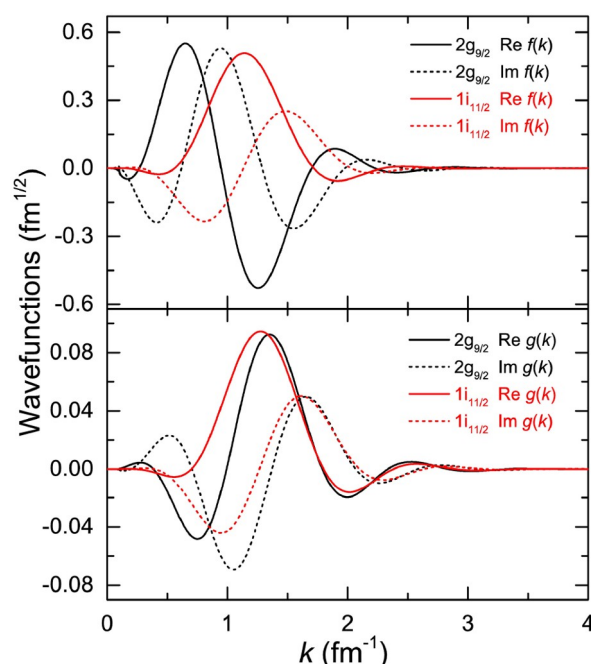


图 4 (网络版彩色)动量表象计算的Dirac方程的共振态波函数: $2g_{9/2}$ 和 $1i_{11/2}$. 黑色和红色实线表示波函数的实部, 黑色和红色虚线表示波函数的虚部. 平均场取Woods-Saxon势, 其中 $a=0.65$ fm, $R=6.7$ fm, $V_s=-64$ MeV, $V_v=677$ MeV

Figure 4 (Color online) Dirac spinors of resonant states $2g_{9/2}$ and $1i_{11/2}$ in momentum representation. The black and red solid lines represent the real part of the spinors, while the black and red dashed lines represent the imaginary part. The mean field adopts the Woods-Saxon potential, with $a=0.65$ fm, $R=6.7$ fm, $V_s=-64$ MeV, and $V_v=677$ MeV

函数都显示出相似性, 体现了赝自旋对称性. 在动量较大的地方, 赝自旋双重态的波函数更加相似, 几乎重叠. 这表明, 单粒子能级的赝自旋对称性也清晰地呈现在波函数中. 有关使用RMF-CMR研究原子核的束缚态和共振态的自旋及赝自旋对称性的更多工作, 请参见文献[24,25].

鉴于RMF-CMR方法在统一描述束缚态、共振态和连续谱方面的成功, 我们采用该方法对丰中子和丰质子奇特核进行了系统研究, 解释了实验上已观察到的中子、质子晕现象, 并预测了可能尚未发现的中子、质子晕奇特核的存在.

文献[33]对 $^{108-140}\text{Zr}$ 的偶偶核奇特结构进行了系统研究, 指出 $A>122$ 的核以 ^{122}Zr 为核心, 其核心外具有弥散的中子密度分布. 从 ^{124}Zr 到 ^{140}Zr , 最多可存在6个中子分离能接近零的弱束缚中子, 这些被归类为巨中子晕核. 在文献[34]中, 我们运用RMF-CMR结合BCS近似方法处理对关联, 系统研究了极端丰中子Zr同位素的

奇特结构, 详细计算了 $^{120-140}\text{Zr}$ 的单粒子束缚态和共振态的能级结构, 包括共振态的宽度, 并确定了价核子在单粒子能级(包括共振能级)的占据几率, 发现对关联使得共振态特别是宽共振态 $3p_{3/2}$ 能级有了大的粒子占据. 我们还计算了每个单粒子轨道对中子密度分布的贡献, 发现 ^{124}Zr 中弥散的中子密度分布主要源自费米面附近弱束缚态和共振能级的贡献, 特别是 $3p_{3/2}$ 共振态的占据对晕结构的形成起到了关键作用. 这一结果支持 $^{124-140}\text{Zr}$ 极端丰中子核中存在的中子晕现象, 与文献[33]的结论相吻合. 图5展示了 ^{124}Zr 的质子、中子以及总的密度分布情况.

从图5可以清晰地看出, ^{124}Zr 的质子物质密度分布主要集中在半径约为4 fm的球体内. 随着半径的增加, 质子密度分布呈指数性下降, 直至半径达到约8 fm时, 质子密度分布几乎降至零. 与质子不同, 中子密度分布在半径约为6 fm的球体内仍然较大. 随着半径的进一步增加, 中子密度分布也开始呈指数性下降, 但其下降速度明显较慢. 当半径增至10 fm时, 中子密度分布依然不容忽视. 与质子密度分布相比, ^{124}Zr 的中子密度分布更为弥散, 展现出明显的中子晕特征. 总体物质密度分布显示, ^{124}Zr 的质子和中子主要集中在半径约为5 fm的球体内. 随着半径的增加, 物质密度分布呈指数性下降, 其趋势与中子密度分布相似. 这种弥散的物质密度分布主要源自中子的贡献, 表明 ^{124}Zr 是一个中子晕核, 这一结果与文献[33]的预测相吻合.

由于库仑长程势被严格处理, RMF-CMR对丰质子奇特核的研究也非常成功. 它不仅能够精确确定丰质子核的单质子束缚态、共振态和连续谱, 还能很好地描述丰质子核的基态性质, 理解实验上发现的质子晕奇特核, 并预言可能存在的丰质子奇特核. 在文献[31]中, 我们利用RMF-CMR研究了 ^{26}P 的奇特结构, 展现了 ^{26}P 是丰质子晕核, 并支持了实验上建议的质子晕结论. 图6展示了 ^{26}P 的质子密度分布. 可以看出, 在半径约为3 fm的球体内, 具有较大的质子密度分布. 随着半径的增加, 质子密度分布指数下降. 尽管如此, 即使半径增加到8 fm, 质子密度分布仍然不可忽略, 表明 ^{26}P 核存在质子晕结构, 与实验的推论相一致.

以上介绍了RMF-CMR在球形奇特核研究中的应用. RMF-CMR在描述形变奇特核方面同样取得了显著的成功. 我们运用RMF-CMR系统地研究了形变奇特核, 成功地解释了实验上观察到的 ^{31}Ne 、 ^{37}Mg 、 ^{29}F 和 ^{31}F 等形变晕现象, 并预言了 ^{54}Ar 、 ^{77}Fe 、 ^{75}Cr 、 ^{44}Mg

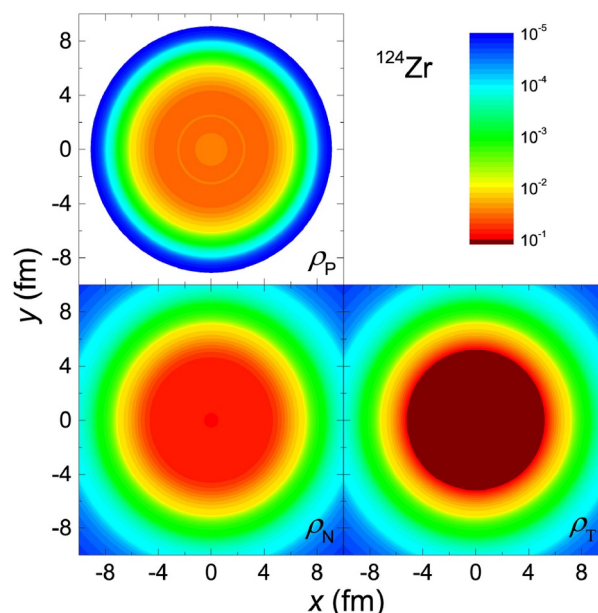


图5 (网络版彩色)RMF-CMR计算获得的丰中子核 ^{124}Zr 的质子、中子和物质密度分布. 左上角是总的质子密度分布, 左下角是总的中子密度分布, 右下角是质子和中子合起来的物质密度分布

Figure 5 (Color online) The proton, neutron, and matter density distributions in the neutron-rich nucleus ^{124}Zr in the RMF-CMR calculations. The upper left, lower left, and lower right represent the proton, neutron, and matter density distributions, respectively

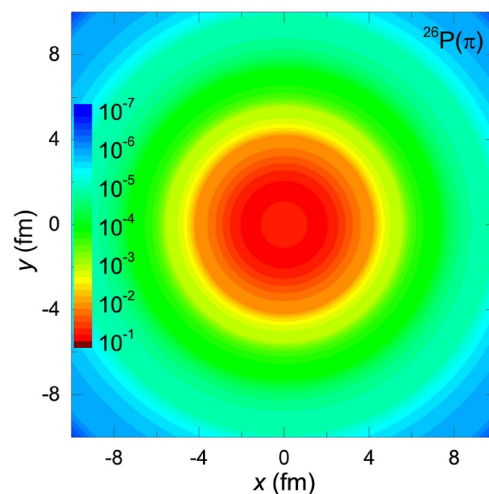


图6 (网络版彩色)RMF-CMR计算获得的丰质子核 ^{26}P 的质子密度分布. 在RMF-CMR计算中, 相互作用参数采用NL3

Figure 6 (Color online) The proton density distributions in the proton-rich nucleus ^{26}P in the RMF-CMR calculations, where the interaction parameter NL3 was used

等形变晕现象的存在. 相关工作可参阅文献[17~19,22,23].

3 总结与展望

本文首先介绍了RMF-CMR理论,详细阐述了其理论公式与数值计算步骤.然后,介绍了运用RMF-CMR理论对丰中子核与丰质子核的奇特性质进行的系统研究.以 ^{25}O 为例,本文清晰地展示了RMF-CMR计算相较于传统方法的优势.在传统的RMF计算中,当中子密度分布靠近计算盒子边界时,数值会迅速衰减;随着盒子尺寸的增加,物质密度分布的弥散性也会增大.对于描绘如晕核这类具有显著弥散性的密度分布,需要采用足够大的盒子半径,这无疑增加了计算的复杂性.对于球形核,计算量的增加尚可接受,但对于形变核,计算量剧增则变得难以承受.然而,RMF-CMR方法在动量空间内执行计算,结果显示其中子密度分布的弥散性并不随盒子半径的变化而改变,从而准确描述了具有显著弥散性的密度分布,消除了RMF计算中物质密度分布对盒子尺寸和基大小的依赖性.

RMF-CMR方法的另一优势在于其能够统一描述束缚态、共振态和连续谱.这一特性使得该方法不仅适用于描述稳定核,也适用于描述具有弥散物质密度分布的奇特核.计算获得的 ^{78}Ni 单中子谱分布在三个区域,束缚态在动量的虚轴上,共振态在第四象限,连续谱沿积分回路分布,束缚态和共振态从连续谱中清晰地分离出来.通过与CSM、RSM以及ACCC等其他方法的比较,无论在能量还是宽度方面,4种方法获得的结果相当一致,证实了RMF-CMR计算得到的共振态是可靠的.值得一提的是,在处理非常窄或非常宽的共振态时,常规方法可能会遇到困难,但CMR方法能够有效地获得这些状态,为研究长寿命原子核的衰变提供了有效手段.此外,RMF-CMR方法还精确地处理了库仑长程势问题,这对于研究丰质子核素的性质尤为重要.

通过严格处理库仑相互作用,我们在 ^{78}Ni 的单质子能谱计算中成功地将束缚态和共振态从连续谱中分离出来,与格林函数方法结合,获得了单质子能级密度,清晰地展现出窄共振、宽共振,以及没有离心位垒的s波共振,进一步展示了RMF-CMR方法在探索质子共振态、揭示丰质子核的奇特性质方面的优越性.

RMF-CMR计算不仅能够获得共振态的能量,还能获得局域化的共振态波函数.计算得到的一对赝自旋伙伴态的动量波函数,无论是大分量还是小分量,这个共振态的波函数在动量空间都呈现出明显的局域化特性.尤其是无论是实部还是虚部,这对伙伴态的波函数的小分量都展现出高度的相似性,这一现象清楚地揭示了赝自旋对称性的存在,为研究共振态的对称性质提供了一种有效的方法.

鉴于RMF-CMR方法在统一描述束缚态、共振态和连续谱方面的有效性,我们采用该方法对丰中子和丰质子奇特核进行了系统研究,解释了实验上已观察到的中子、质子晕现象,并预测了可能尚未发现的中子、质子晕奇特核的存在.以 ^{124}Zr 为例,计算获得的质子密度分布较为集中,而中子密度分布则相当弥散.特别是在半径大于正常质量数1/3的区域,物质密度依然不可忽视.这种弥散的物质密度分布主要源自中子的贡献,支持 ^{124}Zr 是一个中子晕核的观点.RMF-CMR方法也能够很好描述丰质子奇特核,计算获得的 ^{26}P 质子密度分布相当弥散,展现 ^{26}P 是丰质子晕核,支持实验上建议的质子晕结论.

总之,RMF-CMR方法能够统一描述束缚态、共振态和连续谱,精确处理库仑长程势,不仅适用于丰中子核的研究,也适用于丰质子核的探讨.它为研究远离稳定线的奇特核提供了一个有效的研究方法,拓展了核物理的研究范围.

参考文献

- 1 Nakamura T, Sakurai H, Watanabe H. Exotic nuclei explored at in-flight separators. *Prog Particle Nucl Phys*, 2017, 97: 53–122
- 2 Duer M, Aumann T, Gernhäuser R, et al. Observation of a correlated free four-neutron system. *Nature*, 2022, 606: 678–682
- 3 Otsuka T, Gade A, Sorlin O, et al. Evolution of shell structure in exotic nuclei. *Rev Mod Phys*, 2020, 92: 015002
- 4 Zhang S S, Guo J Y, Zhang S Q, et al. Analytic continuation in the coupling constant method for the Dirac equation. *Chin Phys Lett*, 2004, 21: 632–635
- 5 Guo J Y, Fang X Z, Jiao P, et al. Application of the complex scaling method in relativistic mean-field theory. *Phys Rev C*, 2010, 82: 034318
- 6 Zhang Y, Matsuo M, Meng J. Pair correlation of giant halo nuclei in continuum Skyrme-Hartree-Fock-Bogoliubov theory. *Phys Rev C*, 2012, 86: 054318
- 7 Sun T T, Zhang S Q, Zhang Y, et al. Green's function method for single-particle resonant states in relativistic mean field theory. *Phys Rev C*, 2014,

90: 054321

- 8 Meng J. Relativistic density functional for nuclear structure. In: International Review of Nuclear Physics. New Jersey: World Scientific, 2016
- 9 Li L, Meng J, Ring P, et al. Deformed relativistic Hartree-Bogoliubov theory in continuum. *Phys Rev C*, 2012, 85: 024312
- 10 Zhang K, Cheoun M K, Choi Y B, et al. Nuclear mass table in deformed relativistic Hartree-Bogoliubov theory in continuum, I: Even-even nuclei. *Atomic Data Nucl Data Tables*, 2022, 144: 101488
- 11 Meng J, Peng J, Zhang S Q, et al. Progress on tilted axis cranking covariant density functional theory for nuclear magnetic and antimagnetic rotation. *Front Phys*, 2013, 8: 55–79
- 12 Sun X X, Zhou S G. Rotating deformed halo nuclei and shape decoupling effects. *Sci Bull*, 2019, 66: 2072–2078
- 13 Choi Y B, Lee C H, Mun M H, et al. α -decay half-lives for even-even isotopes of W to U. *Phys Rev C*, 2024, 109: 054310
- 14 Xiao Y, Xu S Z, Zheng R Y, et al. One-proton emission from $^{148-151}\text{Lu}$ in the DRHBc+WKB approach. *Phys Lett B*, 2023, 845: 138160
- 15 Michel N, Płoszajczak M. Gamow Shell Model, the Unified Theory of Nuclear Structure and Reactions. Berlin: Springer, 2021
- 16 Li J G, Michel N, Hu B S, et al. *Ab initio* no-core Gamow shell-model calculations of multineutron systems. *Phys Rev C*, 2019, 100: 054313
- 17 Li N, Shi M, Guo J Y, et al. Probing resonances of the Dirac equation with complex momentum representation. *Phys Rev Lett*, 2016, 117: 062502
- 18 Tian Y J, Liu Q, Heng T H, et al. Research on the halo in ^{31}Ne with the complex momentum representation method. *Phys Rev C*, 2017, 95: 064329
- 19 Luo Y X, Fosse K, Liu Q, et al. Role of quadrupole deformation and continuum effects in the “island of inversion” nuclei $^{28,29,31}\text{F}$. *Phys Rev C*, 2021, 104: 014307
- 20 Cao X N, Liu Q, Niu Z M, et al. Systematic studies of the influence of single-particle resonances on neutron halo and skin in the relativistic-mean-field and complex-momentum-representation methods. *Phys Rev C*, 2019, 99: 024314
- 21 Cao X N, Ding K M, Shi M, et al. Exploration of the exotic structure in Ce isotopes by the relativistic point-coupling model combined with complex momentum representation. *Phys Rev C*, 2020, 102: 044313
- 22 Cao X N, Liu Q, Guo J Y. Prediction of halo structure in nuclei heavier than ^{37}Mg with the complex momentum representation method. *Phys Rev C*, 2019, 99: 014309
- 23 Wang X W, Guo J Y. Research on deformed exotic nuclei by relativistic mean field theory in complex momentum representation. *Phys Rev C*, 2021, 104: 044315
- 24 Liu Q, Zhang Y, Guo J Y. Pseudospin symmetry in resonant states and its dependence on the shape of potential. *Phys Lett B*, 2022, 824: 136829
- 25 Zhang Y, Luo Y X, Liu Q, et al. Pseudospin symmetry in resonant states in deformed nuclei. *Phys Lett B*, 2023, 838: 137716
- 26 Fang Z, Shi M, Guo J Y, et al. Probing resonances in the Dirac equation with quadrupole-deformed potentials with the complex momentum representation method. *Phys Rev C*, 2017, 95: 024311
- 27 Ding K M, Shi M, Guo J Y, et al. Resonant-continuum relativistic mean-field plus BCS in complex momentum representation. *Phys Rev C*, 2018, 98: 014316
- 28 Moiseyev N. Quantum theory of resonances: Calculating energies, widths and cross-sections by complex scaling. *Phys Rep*, 1998, 302: 212–293
- 29 Hagen G, Vaagen J S, Hjorth-Jensen M. The contour deformation method in momentum space, applied to subatomic physics. *J Phys A-Math Gen*, 2004, 37: 8991–9021
- 30 Oishi T. Time-dependent Dirac equation applied to one-proton radioactive emission. *Phys Rev C*, 2023, 107: 034301
- 31 Zhai S Y, Guo J Y, Liu Q. Unified insights: Relativistic density functional theory for proton resonance, emission, and proton-rich exotic nuclei. *Phys Rev C*, 2024, 110: 014323
- 32 Norbury J W, Maung K M, Kahana D E. Numerical tests of the Landé subtraction method for the Coulomb potential in momentum space. *Phys Rev A*, 1994, 50: 2075–2079
- 33 Meng J, Ring P. Giant halo at the neutron drip line. *Phys Rev Lett*, 1998, 80: 460–463
- 34 Luo Y X, Liu Q, Guo J Y. Research on exotic nuclei in deformed relativistic mean-field theory plus BCS in complex momentum representation. *Phys Rev C*, 2023, 108: 024320

Summary for “动量表象相对论平均场理论与奇特核研究”

Relativistic mean field theory in momentum representation and study of exotic nuclei

Jian-You Guo

*School of Physics and Optoelectronic Engineering, Anhui University, Hefei 230601, China*E-mail: jianyou@ahu.edu.cn

In nuclear physics, weakly bound nuclei far from the stability line have attracted significant attention due to their exotic properties. The Fermi surface of these nuclei is close to the continuum threshold, making resonance states a focal point of research. This paper introduces the relativistic mean field in complex momentum representation (RMF-CMR), detailing its theoretical framework and numerical procedures. By employing RMF-CMR, neutron-rich and proton-rich nuclei are systematically studied, with ^{25}O serving as an example to illustrate its advantages over traditional methods. In conventional RMF calculations, the neutron density distribution rapidly decays near the boundary of the computational box. To depict diffuse matter density distributions, such as those found in halo nuclei, a larger box radius is required. However, RMF-CMR performs calculations in the momentum space, demonstrating that the diffusiveness of the neutron density distribution does not change with the box radius. This eliminates the inherent dependence on the box size and basis set size in RMF calculations. RMF-CMR can uniformly describe bound states, resonance states, and the continuum, making it suitable for both stable and exotic nuclei. The calculated single-neutron spectrum of ^{78}Ni spans three regions: Bound states located on the imaginary momentum axis, resonance states in the fourth quadrant, and the continuum along the integration path. Bound and resonance states are distinguished from the continuum. Compared with results from RMF-CSM, RSM, and ACCC, the energy and width parameters show consistency, confirming the reliability of resonance states derived from RMF-CMR calculations. Conventional techniques may struggle with very narrow or very broad resonance states, but CMR technology effectively captures these states, providing a powerful tool for studying long-lived nuclear decay processes. Additionally, RMF-CMR excels in handling the Coulomb long-range potential, crucial for exploring proton-rich nuclei. By carefully treating the Coulomb interaction, the RMF-CMR technique accurately describes proton-rich exotic nuclei; for instance, the calculated proton density distribution of ^{26}P is significantly diffuse, consistent with experimental speculation about a proton halo. RMF-CMR calculations yield not only the energies of resonance states but also their local wave functions. The momentum wave functions of a pair of pseudospin partner states, both major and minor components, exhibit localized characteristics in the momentum space. Notably, the small components of the real and imaginary parts of these partner state wave functions show striking similarities, revealing the pseudospin symmetry of resonance states. Through the systematic study of neutron- and proton-rich nuclei, we have a good description of experimentally observed neutron and proton halos, and predict the existence of undiscovered exotic neutron and proton halos. The calculated proton density distribution of ^{124}Zr is relatively compact, while the neutron density distribution is quite diffuse. This observation reinforces the classification of ^{124}Zr as a neutron halo nucleus. Overall, the RMF-CMR technique provides a unified description of bound states, resonance states, and the continuum, while adeptly addressing challenges posed by the Coulomb long-range potential. Its application scope extends beyond neutron-rich nuclei to include proton-rich nuclei, establishing a powerful research paradigm for exploring exotic nuclei far from the stability line. This advancement significantly broadens the field of nuclear physics research.

relativistic mean field theory, momentum representation, exotic nuclei, neutron and proton halodoi: [10.1360/TB-2024-0859](https://doi.org/10.1360/TB-2024-0859)