



平推无扰曲线及其在机械臂无扰运动规划中的应用

廖一寰*, 李道奎, 唐国金

国防科学技术大学航天与材料工程学院, 长沙 410073

*E-mail: yourhandou@163.com

收稿日期: 2010-04-30; 接受日期: 2010-11-26

国家自然科学基金(批准号: 10902121)资助项目

摘要 为扩展对空间自由漂浮机械臂系统进行的载体姿态无扰运动规划的可解空间, 提出一种新的运动规划方法. 首先, 首次提出一类平推无扰曲线, 利用自由漂浮机械臂系统的非完整约束推导了平推无扰曲线满足的方程, 并分析了平推无扰曲线的特性; 其次, 将满足载体姿态无扰的关节运动曲线分为两段, 其中一段是经过目标点的平推无扰曲线, 另一段是通过初始点并且和平推无扰曲线相交的一般无扰曲线; 最后, 基于 Gauss 伪谱法和直接打靶法的混合规划策略求解一般无扰曲线. 数值计算的结果表明, 本文提出的方法能够快速有效实现机械臂的无扰运动规划, 并且该方法的可解空间几乎可以覆盖机械臂系统的工作空间.

关键词
运动规划
空间机械臂
多体系统
无扰曲线

空间机械臂系统在空间组装、维修与捕获等复杂空间任务中, 有着广阔的应用前景. 为了节省能源, 在机械臂运动时通常将载体的姿控系统关闭, 机械臂系统在空间处于自由漂浮状态. 该系统在微重力环境下, 各分体之间的相对运动会对载体的位置和姿态造成影响. 因此机械臂对载体的姿态最小扰动规划具有重要的意义.

自由漂浮机械臂系统由于存在动量矩守恒而成为非完整系统, 相对于完整系统而言, 非完整系统的运动规划更加困难^[1]. 但是利用系统的非完整特性, 可通过规划机械臂的运动减少其运动对载体姿态造成的影响. Dubowsky 等人^[2, 3]提出了采用 EMD 技术规划空间机械臂的关节运动规律, 减小机械臂运动对载体姿态的干扰. Nenchev 等人^[4]采用基于 FAR Jacobian 矩阵的方法实现了机械臂的无扰运动规划. Yoshida 等

人^[5]提出了零反作用机动的思想, 用以实现无扰运动规划. 张福海等人^[6-8]等人提出了一种笛卡儿空间内载体姿态无扰的自由漂浮空间机器人非完整路径规划方法. 高子坤等人^[9]利用动力学奇点给出了双臂空间机器人载体姿态无扰运动路径的规划设计方法.

但是在对自由漂浮机械臂系统进行无扰运动规划时, 通常存在着不易收敛以及可解空间较小等问题, 对此本文通过对一种三关节机械臂系统的分析, 提出一类特殊的无扰曲线——平推无扰曲线, 并将这种无扰曲线应用到系统的无扰运动规划中. 首先采用理论分析的方法求得经过目标点的平推无扰曲线, 然后采用 Gauss 伪谱法和直接打靶法联合求解最优控制问题, 得到另一条通过初始点并且和平推无扰曲线相交的无扰曲线, 从而得到整个运动过程的无扰曲线.

1 机械臂系统的简化模型

机械臂系统一般由载体-机械臂-负载组成, 如图 1 所示, 其中 B_1 为载体, B_4 由末端抓手以及负载共同组成, 可将负载的质心视为机械臂的末端. 载体在质心处以虚铰 O_1 与惯性基相连, 抓手与负载在负载的质心处以固定铰 O_5 连接, 各分体之间由铰 $O_i (i=2, 3, 4)$ 连接成链式结构.

以系统的总质心 C_0 为原点建立惯性坐标系 C_0XY . 以 B_i 的质心 C_i 为原点建立坐标系 $C_ix_iy_i$, 令 C_ix_i 轴沿 O_iO_{i+1} 方向. l_i 为 O_i 至 O_{i+1} 的距离, 质心 C_i 至内接铰 O_i 的距离为 c_i , 各分体的质量为 m_i , 相对各自质心的转动惯量为 I_i . 此外, 以 O_2 为原点建立坐标系 $O_2\xi\zeta$, 其坐标轴与 $C_1x_1y_1$ 的坐标轴平行. 则机械臂的工作空间在 $O_2\xi\zeta$ 坐标系下是一个半径为 $l_2+l_3+l_4$ 的圆, 机械臂末端相对于 $O_2\xi\zeta$ 的位置为 P . 对系统作如下假设.

1) 机械臂在平面内运动, 其各个铰均为具有一个旋转自由度的圆柱铰.

2) 忽略重力梯度力矩及环境影响, 系统的动量和角动量守恒.

一般机械臂系统的无扰运动规划任务为: 确定关节角的时间历程曲线, 使得机械臂的末端从初始位置转移到目标位置 P_f , 而且整个过程对载体的姿态没有扰动.

2 运动规划策略

2.1 平推无扰曲线

在机械臂系统运动时, 如果载体在惯性空间的姿态保持不变, 而且负载相对于载体的姿态也不变,

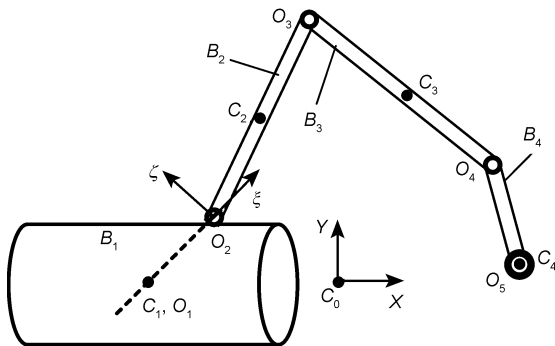


图 1 空间机械臂系统

文中将此过程定义为平推过程, 在此过程中关节角度在关节空间内的变化曲线定义为平推无扰曲线, 简称平推曲线. 与平推曲线对应的机械臂末端轨迹称为平推末端轨迹. 平推过程的示意图如图 2 所示.

通过动量矩守恒方程可以得到平推过程的关节角速度变化曲线. 机械臂系统的动量矩守恒方程^[10]可写为 $\dot{\boldsymbol{\theta}}_0 + \mathbf{G}(\boldsymbol{\theta}) \cdot \dot{\boldsymbol{\theta}} = 0$, 其中 $\boldsymbol{\theta}_0$ 为载体相对于惯性系的姿态参数列向量, $\boldsymbol{\theta}$ 为机械臂各关节相对转角向量. 三杆机械臂系统的动量矩守恒方程可展开为

$$\dot{\theta}_1 + f\dot{\theta}_2 + g\dot{\theta}_3 + h\dot{\theta}_4 = 0, \quad (1)$$

其中 θ_1 为载体相对惯性系的姿态角, $\theta_2, \theta_3, \theta_4$ 分别是各个关节的相对转角, f, g 和 h 都是关于 $\theta_2, \theta_3, \theta_4$ 的函数. 由平推过程的描述可得

$$\dot{\theta}_1 = 0, \quad (2)$$

$$\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_4 = 0, \quad (3)$$

(2)式表示载体的姿态角速度为 0, (3)式表示负载的姿态角速度为 0, 联立(1), (2), (3)式可得

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f & h \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -g\dot{\theta}_3 \\ -\dot{\theta}_3 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

(4)式表示如果给定 $\dot{\theta}_3$ 随时间的变化曲线, 则可以得到相应的 $\dot{\theta}_2$ 和 $\dot{\theta}_4$ 随时间的变化曲线. 由此可以得到机械臂在其关节空间内的一条平推无扰曲线.

以一个参数如表 1 所示的机械臂系统为例, 在其工作空间第一象限的边沿上分别取 10 个点 $A_i (i=1, 2, \dots, 10)$, 各个点在工作空间的位置如图 4 中虚线上的点所示. 每个点都对应着机械臂关节的一种状态, 这种状态可用关节空间中的点来描述, 在关节空间

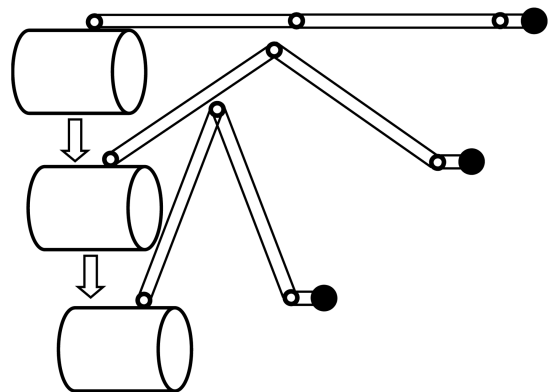


图 2 平推过程示意图

中与 A_i 对应的点为 $A'_i (i=1, 2, \dots, 10)$, 通过数值计算得到以 $A'_i (i=1, 2, \dots, 10)$ 为起点的平推曲线如图 3 所示, 对应于平推曲线的末端轨迹如图 4 所示.

以上得到的平推曲线以及对应的末端轨迹具有以下性质:

1) 在计算过程中由于限制了各个关节角在 $[-\pi, \pi]$ 范围之内, 因此得到的平推末端轨迹无法延伸到工作空间的圆心, 但是可以覆盖工作空间的绝大部分区域.

2) 平推曲线有唯一的平推末端轨迹与其对应,

表 1 系统参数

	$l_i(\text{m})$	$c_i(\text{m})$	$m_i(\text{kg})$	$I_i(\text{kg m}^2)$
1	5	0	20000	600000
2	10	5	20	100
3	10	5	20	100
4	1	1	100	2000

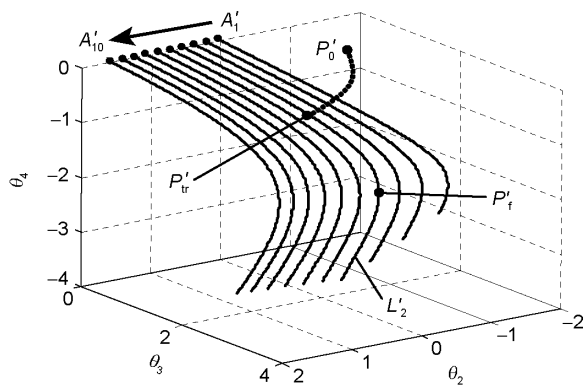


图 3 平推无扰曲线

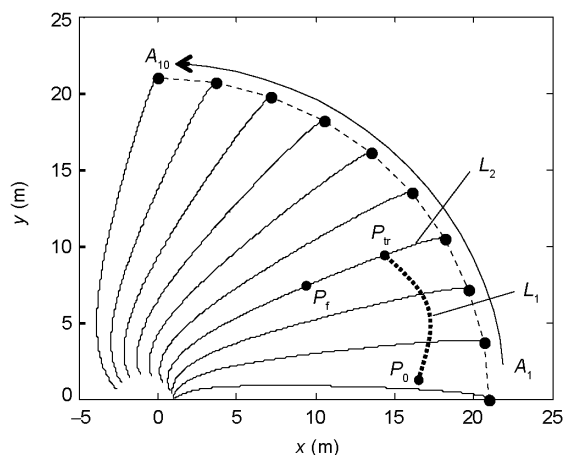


图 4 平推末端轨迹

同样对于一条平推末端轨迹, 存在唯一的平推曲线与其对应.

3) 由于机械臂系统是冗余系统, 对于工作空间内的一点, 存在无穷条通过此点的平推末端轨迹, 其中仅有一条可以到达工作空间的边沿.

2.2 运动规划策略

在工作空间中, 机械臂末端在初始时刻位于点 P_0 , 目标点位于 P_f , 如图 4 所示. 由于平推末端轨迹从机械臂工作空间的边沿延伸到工作空间的圆心附近, 对工作空间中的绝大部分目标点 P_f , 都可以找到一条通过点 P_f 的平推末端轨迹 L_2 , 并且 L_2 的起点在工作空间边沿上, 末端在工作空间的中心附近.

得到平推末端轨迹 L_2 以后, 求得其对应的平推曲线 L'_2 , 如图 3 所示. 在关节空间中与目标点和起始点对应的点分别为 P'_f 和 P'_0 . 如果 P'_0 位于 L'_2 上, 则直接通过平推曲线就可以将机械臂的末端转移到目标点; 如果 P'_0 不在 L'_2 上, 则可以寻找一条与 L'_2 相交的一般无扰曲线 L'_1 , 实现机械臂系统的无扰运动规划. 系统的无扰运动过程为: 首先经过无扰曲线 L'_1 从 P'_0 转移到中间位置 P'_{ir} , 然后经过平推曲线 L'_2 从 P'_{ir} 转移到 P'_f , 使得机械臂末端转移到目标位置, 同时对载体的姿态无扰.

综上, 本文提出如下的无扰运动规划方法: 首先通过最优控制方法求解一条无扰曲线 L'_1 , 使得机械臂的末端从 P_0 转移到 P_{ir} , 然后采用 2.1 节中的方法求得经过目标点的平推曲线 L_2 ; 使得机械臂的末端从 P_{ir} 转移到 P_f . 下面介绍求得从初始位置到中间位置的无扰曲线的最优控制方法.

3 最优控制方法

3.1 最优控制问题描述

运动规划问题通常是以关节角速度作为优化变量, 因此以 $[\dot{\theta}_2 \ \dot{\theta}_3 \ \dot{\theta}_4]^T$ 作为控制输入 u , 以 $[\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3 \ \theta_4]^T$ 作为系统的状态变量 x , 根据动量矩守恒方程, 系统的状态方程可写为

$$\dot{x} = \Phi(x) \cdot u, \quad (5)$$

其中 $\Phi(x) = [-G^T(\Theta), E]^T$, E 为 $n-1$ 阶单位矩阵. 假设机械臂运动的时间历程为 $[0, T]$, 根据最小能量控制原理, 选择机械臂各个关节的耗能作为系统的性能

指标.

$$J[\mathbf{u}] = \int_0^T \langle \mathbf{u}, \mathbf{u} \rangle dt. \quad (6)$$

优化过程的约束条件有:

1) 在运动结束时, 关节的转角位于经过目标点的平推曲线上;

2) 运动过程中保持载体的姿态角速度为 0, 即 $\dot{\theta}_1(t) = 0, t \in [0, T]$;

3) 实际应用的机械臂系统对各个关节角的范围有一定限制, 取 $-\pi \leq \theta_i \leq \pi, i = 2, 3, 4$;

4) 为了避免角速度突变带来的冲击, 限制各个关节在初始时刻和结束时刻的角速度为 0. 即 $\dot{\theta}_i|_{t=0} = \dot{\theta}_i|_{t=T} = 0, i = 2, 3, 4$.

上述问题属于连续时间的最优控制问题, 经过前期研究, 提出利用基于 Gauss 伪谱法和直接打靶法的混合规划策略求解, 使得最优控制问题的求解能够快速收敛, 并且具有较高的精度.

3.2 Gauss 伪谱方法

Gauss 伪谱方法是一种直接优化方法. 该方法采用全局插值多项式的有限基在一系列离散点上近似状态变量和控制变量. 最优控制问题的时间区间为 $[0, T]$, 而采用 Gauss 伪谱方法需要将时间区间转换到 $[-1, 1]$, 因此对时间变量 t 作如下变换:

$$\tau = (2t - T) / T. \quad (7)$$

利用 Lagrange 插值多项式将状态变量和控制变量离散.

$$\mathbf{x}(\tau) \approx \mathbf{X}(\tau) = \sum_{i=0}^K L_i(\tau) \mathbf{x}(\tau_i), \quad (8)$$

$$L_i(\tau) = \prod_{j=0, j \neq i}^K \frac{\tau - \tau_j}{\tau_i - \tau_j},$$

$$\mathbf{u}(\tau) \approx \mathbf{U}(\tau) = \sum_{i=1}^K L'_i(\tau) \mathbf{u}(\tau_i), \quad (9)$$

$$L'_i(\tau) = \prod_{j=1, j \neq i}^K \frac{\tau - \tau_j}{\tau_i - \tau_j},$$

其中 K 为 Legendre-Gauss(LG)点的数目, $\tau_0 = -1, \tau_i (i=1, 2, \dots, K)$ 为第 i 阶 LG 点. 状态变量的导数可由对(8)式求导来近似, 将其代入状态方程得到状态变量在配点上应满足的代数方程, 并且性能指标以及终端状态都用 Gauss 积分来近似. 通过求解离散的状态变量 $\mathbf{x}(\tau_i) (i=0, 1, \dots, k)$ 和控制变量 $\mathbf{u}(\tau_i) (i=1, \dots, k)$, 使

性能指标达到最小, 并满足配点状态约束及其他约束条件. Gauss 伪谱法的具体求解过程在文献[11]中给出了详细介绍, 本文不再说明.

3.3 直接打靶法

直接打靶法将连续时间离散为 N 段, 以离散时间点上优化变量(10)的值为设计变量. 它先给定一组设计变量的值 $\mathbf{y}$, 通过插值得到 $\mathbf{u}(t)$, 本文采用三次样条插值, 便可通过状态方程的积分得到状态变量, 进而求解目标函数和约束函数. 通过优化离散控制变量 $\mathbf{y}$, 使性能指标(6)达到最小, 并满足各个约束条件.

$$\mathbf{y} = (\mathbf{U}_1, \mathbf{U}_2, \dots, \mathbf{U}_N). \quad (10)$$

3.4 优化策略

本文采用以下的求解策略.

首先, 选取 K 阶 LG 点, 利用 Gauss 伪谱法将最优控制问题转化为带约束的非线性参数优化问题, 采用遗传算法求解.

通过 Gauss 伪谱方法可将系统的状态方程转化为代数约束, 节约计算成本, 但载体的姿态角速度只在节点处满足约束条件, 而在整个机械臂运动过程中不恒为零, 得到的解为近似解, 因此只将其作为下一步优化的初始条件. 由于遗传算法具有较好的全局搜索性, 可以用其初步定位全局最优解.

然后, 利用选取的 LG 点将时间离散, 在每个离散段中再将时间 M 等分, 得到 $(K+1) \cdot M$ 个时间节点, 将其作为直接打靶法的离散点, 利用直接打靶法将最优控制问题转化为带约束的非线性参数优化问题, 采用序列二次规划(sequential quadratic programming, SQP)算法作为直接打靶法的数值优化算法.

每个 LG 点处控制变量的初值已经通过 Gauss 伪谱法求得, 等分点之间控制变量的初值可通过插值得到. SQP 算法的收敛性好, 解的质量高, 在选择合适的初值以后, 可以快速收敛到最优解.

4 仿真算例

4.1 关节的优化运动

系统的质量及几何参数如表 1 所示. 载体的初始姿态角为 0, 各个关节转角的初始值为 $\theta_2 = \pi/4, \theta_3 = -\pi/2, \theta_4 = -\pi/4$. 操作任务的目标点在 $O_2\xi\zeta$ 坐标系下的坐标为 $(10 \ 10)^T$, 从初始位置转移到中间位置的操作时间

$T=100\text{ s}$. 利用 Matlab 的遗传算法工具箱和 SQP 算法工具箱进行计算, 首先得到平推曲线, 然后通过最优控制方法得到与平推曲线相交的无扰曲线, 如图 5 所示, 其分别对应的末端轨迹如图 6 所示.

图 7 为最优控制方法得到的载体姿态角速度以及各个关节的相对角速度随时间的变化曲线. 假设平推过程的时间为 100 s , 平推过程中的 $\dot{\theta}_3$ 可以根据实际情况选取任意的曲线, 在此选择 $\dot{\theta}_3 = \sin(\pi t / 100)$, 得到平推过程中各个关节相对转角的角速度曲线如图 8 所示. 经过 2 个阶段的转移, 可以使得机械臂的

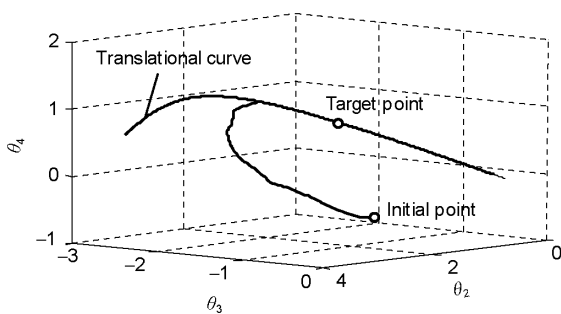


图 5 关节空间内的关节转角曲线

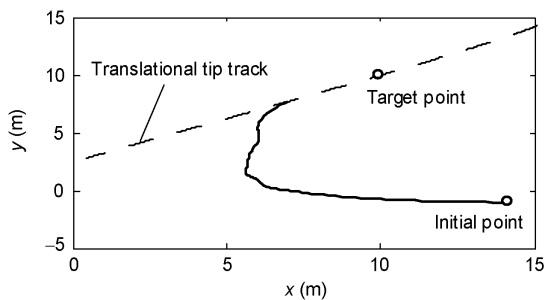


图 6 机械臂的末端轨迹

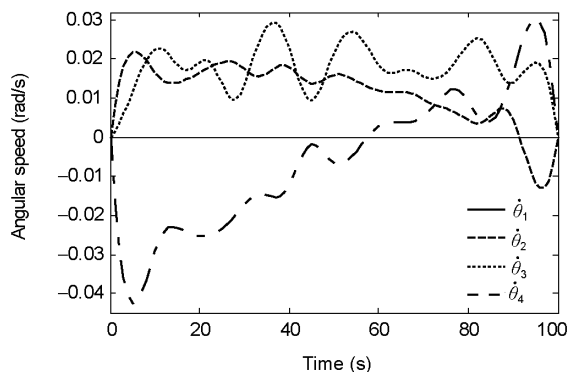


图 7 一般转移过程的角速度变化曲线

末端准确地到达目标位置, 而且机械臂各个关节的角速度较为平滑. 在运动过程中, 对载体姿态产生的扰动几乎可以忽略.

运动规划问题的数值求解在 Matlab 环境下编程, 计算机 CPU 为 3.0 GHz/Pentium 4 时, 计算过程耗时 5 min 左右. 通过多次改变目标位置进行计算, 本文算法都能较快地收敛, 得到对载体姿态无扰的机械臂运动轨迹, 限于篇幅在此不再给出详细的计算结果.

4.2 运动规划方法的验证

为验证本文结果的正确性, 利用广泛应用的动力学分析软件 ADAMS 建立了自由漂浮机械臂系统的虚拟样机模型, 将运动规划得到的各个关节的角速度以样条曲线形式加载到相应的关节上, 对系统进行了动力学仿真, ADAMS 中机械臂的模型如图 9 所示.

系统初始位形如图 9 所示. 通过仿真可以得到机械臂系统在几个时刻的位形如图 10 所示. 图中给出了从 25 到 200 s 每隔 25 s 的位形图. 从图中可以看出载体的姿态保持不变, 在运动结束时目标的质心位

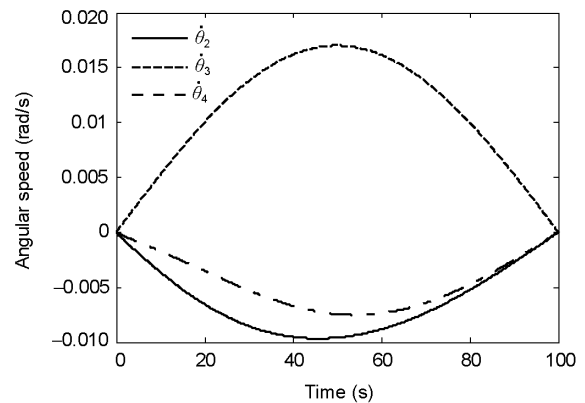


图 8 平推过程各个关节角的角速度曲线

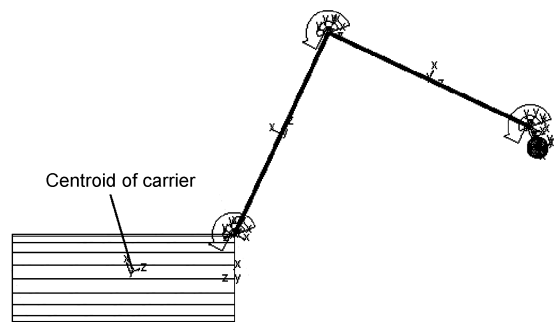


图 9 ADAMS 中的机械臂系统模型

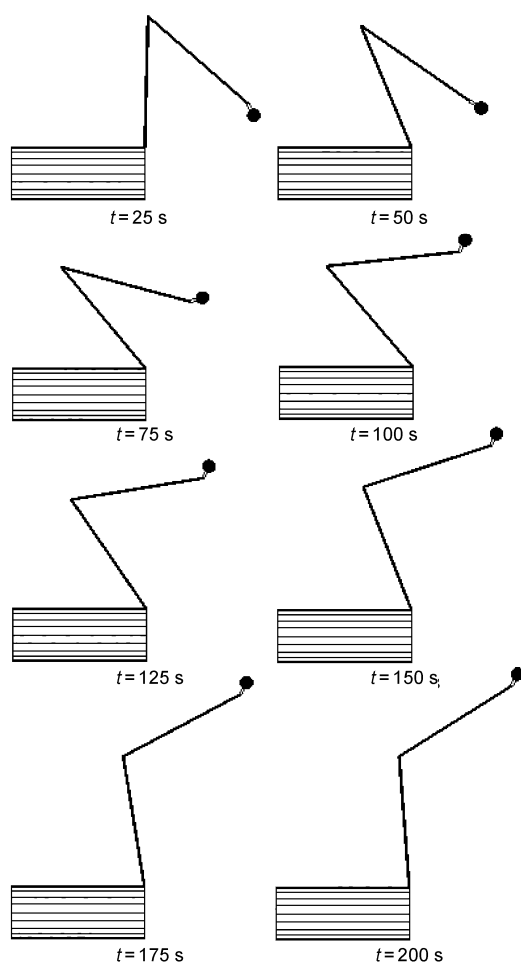


图 10 机械臂运动过程中各个时刻的位形

置在 $O_2\xi\zeta$ 坐标系中的坐标为 $(10\ 10)^T$, 从而验证本文算法的正确性。

5 结论

首次提出了将机械臂系统的无扰运动分为一般转移过程和平推过程两个阶段来实现, 系统首先经过一条一般无扰曲线从初始位置转移到中间位置, 然后经过平推曲线从中间位置转移到目标位置, 使得机械臂完成操作任务的同时对载体的姿态无扰。然后, 采用理论分析的方法求得平推曲线, 联合 Gauss 伪谱法和直接打靶法求解一般转移过程的无扰曲线。主要得到了以下几点结论。

1) 由于平推末端轨迹从机械臂工作空间的边沿延伸到工作空间的圆心附近, 对于工作空间中的绝大部分目标点, 都可以通过规划得到从起始点到目标点的平推曲线。因此平推曲线的引入, 使得无扰运动规划的可解空间几乎可以扩展到整个工作空间。

2) 利用 Gauss 伪谱法使得状态方程转化为代数约束, 可节约计算量, 采用遗传算法求解时可取较大的种群数目和进化代数(文中种群数目为 1000, 进化代数为 500), 有利于全局最优解定位。

3) 对于具有 n ($n>3$)个关节的平面机械臂系统而言, 固定其 $n-3$ 个关节, 可以使得系统退化为一个平面三关节机械臂系统, 进而采用本文的方法进行规划。

参考文献

- 1 戈新生, 陈立群, 吕杰. 空间机械臂非完整运动规划的遗传算法研究. 宇航学报, 2005, 26: 262-266
- 2 Dubowsky S, Papadopoulos E. The kinematics, dynamics, and control of free-flying and free-floating space robotic systems. IEEE Trans Rob Autom, 1993, 9: 531-542
- 3 Dubowsky S, Torres M. Path planning for space manipulators to minimize spacecraft attitude disturbance. Proc IEEE, 1991, 3: 2522-2528
- 4 Nenchev D, Umetani Y, Yoshida K. Analysis of a redundant free-flying spacecraft/ manipulator system. IEEE Trans Rob Autom, 1992, 8: 1-6
- 5 Yoshida K, Hashizume K, Abiko S. Zero reaction maneuver: Flight validation with ETS-VII space robot and extension to kinematically redundant arm. Proc IEEE, 2001, 1: 441-446
- 6 张福海, 付宜利, 王树国, 等. 载体姿态无扰的自由漂浮空间机器人运动规划. 清华大学学报(自然科学版), 2008, 48: 1911-1914
- 7 张福海, 付宜利, 王树国. 一种笛卡儿空间的自由漂浮空间机器人路径规划方法. 机器人, 2009, 31: 187-192
- 8 付宜利, 张福海, 王树国, 等. 载体姿态无扰的自由漂浮空间机器人运动学特性研究. 宇航学报, 2008, 29: 1858-1864
- 9 高子坤, 陈力. 动力学奇点在漂浮基双臂空间机器人姿态无扰运动规划中的应用. 空间科学学报, 2003, 23: 306-312
- 10 顾晓勤. 抓手空间机械臂的动力学与控制. 博士学位论文. 上海: 上海交通大学, 1996. 18-21
- 11 雍恩米, 唐国金, 陈磊. 基于 Gauss 伪谱方法的高超声速飞行器再入轨迹快速优化. 宇航学报, 2008, 29: 1766-1772