



论文

熵产生最小时不可逆 Otto 循环热机活塞运动最优路径

戈延林, 陈林根*, 孙丰瑞

海军工程大学研究生院, 武汉 430033

* 联系人, E-mail: lingchen@hotmail.com, lgchenna@yahoo.com

收稿日期: 2009-09-22; 接受日期: 2010-02-05

国家自然科学基金(批准号: 10905093)、教育部新世纪优秀人才支持计划(编号: NCET-04-1006)和全国优秀博士论文作者专项资金(编号: 200136)资助项目

摘要 给定循环总时间和耗油量的情况下, 以存在传热、摩擦等内、外不可逆性的 Otto 循环热机为研究对象, 考虑工质与环境之间的传热分别服从牛顿传热规律 $q \propto \Delta(T)$ 和线性唯象传热规律 $q \propto \Delta(T^{-1})$, 以循环熵产生最小为目标对整个循环活塞运动的最优路径进行了研究. 利用最优控制理论得出了两种传热规律下无加速度约束和限制加速度时对应于循环最小熵产生时各冲程活塞最优运动规律及循环总时间的最优分配. 限制加速度时各个冲程的活塞运动最优构型均由三段组成, 均包含了一个初始最大加速段和一个末端最大加速段. 给出了最优构型的数值算例, 并与牛顿传热规律和线性唯象传热规律时最大输出功率条件下的最优构型进行了比较. 计算结果表明优化活塞运动规律后可使热机熵产生减小 30% 以上, 这主要是通过减少功率冲程初始段传热损失引起的熵产生实现的.

关键词 牛顿传热规律, 线性唯象传热规律, 不可逆 Otto 循环热机, 最小熵产生, 活塞最优运动路径, 有限时间热力学

PACS: 05.70.-a, 05.70.Ln, 88.05.Bc

有限时间热力学的研究思路是: 对实际过程作一定的假设, 得到热力学模型, 给定一系列约束定义可能的过程时间路径, 然后找出给定路径下的目标极值或所取目标为极值时的最优路径^[1~36]. 有限时间热力学应用于内燃机的研究主要集中在 4 个方面: (i) 研究各种循环模型(包括 Diesel, Otto, Dual, Miller, Atkinson, Brayton 和普适循环模型)在不同损失项(包括传热损失、摩擦损失、内不可逆性损失以及不同损失的组合)和工质恒、变比热(包括工质比热

随温度线性变化和非线性变化)以及工质变比热比情况下循环的功率效率特性^[37~49]; (ii) 利用简化的模型来预测内燃机循环的性能并与具体的数值仿真结果进行比较^[50~53]; (iii) 利用更加具体、更加贴近实际的非均匀工质模型寻找循环的性能界限^[54~57]; (iv) 研究内燃机循环在不同目标、不同传热规律的活塞最优运动路径, 主要有: Mozurkewich 和 Berry^[58,59]研究了牛顿传热规律 $[q \propto \Delta(T)]$ 下存在摩擦和热漏损失的四冲程 Otto 循环热机在给定循环总时间和耗油量时循

环输出功最大时整个循环活塞运动路径; Hoffmann 等人^[60]进一步考虑燃料有限燃烧速率对热机性能的影响, 研究了牛顿传热规律下存在摩擦、热漏损失的四冲程 Diesel 循环热机输出功最大时活塞运动的最优路径; 作为最优控制理论外的可取方法, Blaudeck 和 Hoffmann^[61]采用蒙特卡洛模拟的方法研究了牛顿传热规律下四冲程 Diesel 循环热机活塞运动的最优路径; Teh 等人^[62-64]将化学反应损失和传热损失作为热机的主要损失研究了内燃机最大输出功^[62]和最大效率^[63,64]时的活塞运动最优路径, Teh 等人^[65,66]在没有考虑实际内燃机中由于摩擦损失、传热损失和压降损失引起的熵产生的情况下, 将内燃机中燃烧化学反应前后化学成分变化所引起的熵产生作为唯一的熵产源, 以最小熵产生为目标研究了绝热热机中活塞运动最优路径^[65]以及给定压比约束时最小熵产生时的活塞运动最优路径^[66]. 导热规律不仅影响给定热力过程的性能^[67-69], 而且影响给定优化目标时的最优热力过程^[57,70-75]. Burzler 和 Hoffman^[76], Burzler^[77]考虑对流辐射复合传热定律 $[q \propto \Delta(T) + \Delta(T^4)]$ 引起的热漏及非理想工质等因素, 以输出功最大为目标对四冲程 Diesel 循环热机压缩冲程及功率冲程活塞运动的最优路径进行了研究. 夏少军等人^[78]研究了线性唯象传热规律 $[q \propto \Delta(T^{-1})]$ 下存在摩擦和热漏损失的四冲程 Otto 循环热机在给定循环总时间和耗油量时循环输出功最大时整个循环活塞运动的最优路径, 结果表明优化活塞运动规律后可使输出功和效率提高约 9%.

本文分别以文献[58,59]和[78]建立的热机模型为基础, 进一步考虑文献[65,66]未计入的熵产生, 以实际热机中的摩擦、传热和压降损失引起的熵产生最小为目标, 分别研究工质与环境之间的传热服从牛顿传热规律和线性唯象传热规律时 Otto 热机循环活塞运动的最优路径, 分析传热规律对活塞运动最优路径的影响, 并将结果与牛顿传热规律^[58,59]和线性唯象传热规律^[78]时最大输出功条件下的最优路径进行比较.

1 Otto 循环热机模型

为了便于分析对实际 Otto 循环作如下假设: (i) 忽略燃油有限燃烧速率对循环参数的影响并且燃烧

过程瞬时完成, (ii) 燃油耗量固定等效于功率冲程的初始温度固定, (iii) 气缸内工质为理想气体, 并且在活塞运动过程中始终保持内平衡. 此外, 文献[58~61,78~80]对 Otto 循环热机内的主要损失和传统热机运动规律进行了如下的定性和定量的描述和简化.

1.1 传热损失^[58-61,78]

实际热机中, 工质和缸外环境之间的传热损失占总功率的 12%^[79]. 本文分别采用文献[58~61]和[78]中的传热损失模型, 假定工质与缸外环境之间的传热服从牛顿传热规律^[58-61]和线性唯象传热规律 $[q \propto \Delta(T^{-1})]$ ^[78]. 在图 1 所示活塞式气缸模型中, T 为缸内工质的温度, T_w 为缸外的环境温度, b 为气缸的内径, X 为活塞所处的位置. 设工质与环境之间的传热系数为 k , 则牛顿和线性唯象传热规律下热漏流率 $\dot{Q}$ 分别为

$$\dot{Q} = k\pi b(b/2 + X)(T - T_w), \quad (1a)$$

$$\dot{Q} = k\pi b(b/2 + X)(T_w^{-1} - T^{-1}), \quad (1b)$$

公式编号中的“a”对应于牛顿传热规律, “b”对应于线性唯象传热规律, 没有“a”和“b”则对两种传热规律均适用, 下同(含图和表). 传热损失只对功率冲程有重要影响, 而对其他非功率冲程的影响可以忽略不计.

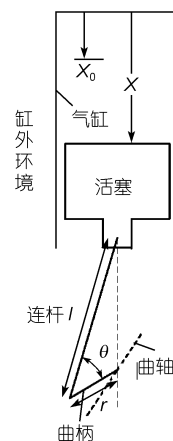


图 1 活塞式气缸模型

1.2 其他各项损失^[58,59,78]

实际热机中, 摩擦损失约占热机总功率的 20%, 其中 75% 是由于活塞环和气缸壁之间的摩擦引起的,

另外 25% 是由曲轴轴承的摩擦带来的^[79]. 仅考虑前一项摩擦损失, 而不考虑后一项摩擦损失. 假设摩擦力 f 与活塞运动速度 v 成正比, 则活塞运动所产生的摩擦力为

$$f = \mu v, \quad (2)$$

式中 μ 为活塞与气缸壁之间的摩擦系数. 因此 t 时间内活塞运动所产生的摩擦损失为

$$W_f = \int_0^t \mu v^2 dt, \quad (3)$$

在功率冲程中, 活塞的上端面需承受内部工质的巨大压力作用, 因此功率冲程中的摩擦力应该大于其他非功率冲程. 通常假定其他非功率冲程的摩擦系数为 μ , 那么功率冲程的摩擦系数就为 2μ .

实际热机的进气冲程中, 当气体通过进气阀时由于黏性引起压降而产生的损失, 这一压降与速度成正比关系^[79], 所以这一损失可以包含在进气冲程的摩擦损失项中. 假定进气冲程中包含压降损失的等效摩擦系数为 3μ .

此外, 对于功率冲程的燃油燃烧引起的时间损失、排气冲程结束前排气阀提前开启造成的排气损失, 由于它们与传热和摩擦损失相比很小, 可以忽略.

1.3 传统热机活塞运动规律^[80]

图 1 所示为典型的活塞式气缸结构, X_0 为活塞上死点位置, l 为连杆长度, r 为曲柄长度, θ 为曲柄旋转角度. 那么活塞的运动方程可以写为

$$v = \dot{X} = (2\pi\Delta X / \tau)(\sin\theta) \times \{1 + r \cos\theta[1 - (r/l)^2 \sin^2\theta]^{1/2}\}, \quad (4)$$

式中 $\theta = 4\pi t / \tau$, $\Delta X = 2r$, τ 为循环的总时间. 若活塞的下死点位置为 X_f , 显然有 $X_f = X_0 + 2r$. 当 $t = 0$ 时, $X = X_0$. 如果 $r/l = 0$, 活塞的运动为纯正弦运动规律, $r/l \neq 0$ 时活塞的运动称之为修正正弦运动, r/l 通常在 $[0.16, 0.40]$ 之间并且其值变化对结果影响很小.

2 优化方法

这里的优化问题是要在固定耗油量和循环时间的情况下使循环的熵产生最小, 因此优化后的热机和传统热机的唯一区别在于活塞的运行规律不同. 两种传热规律下的优化方法完全相同, 优化过程由

两部分组成: 首先找出每个冲程的活塞最优运动路径, 然后优化循环周期在各个冲程的时间分配. 由于传热损失在非功率冲程中可以忽略不计, 因此对于非功率冲程的优化相对简单, 可以将进气、压缩和排气 3 个冲程作为一个整体在固定的非功率冲程时间 t_{np} 下进行优化. 首先以熵产生最小为目标优化单个非功率冲程的活塞运动规律, 然后以非功率冲程总的熵产生最小为目标优化非功率冲程时间 t_{np} 在各个非功率冲程的时间分配. 对于功率冲程同样是以熵产生最小为目标, 在进一步考虑传热损失的情况下优化功率冲程的活塞运动规律. 最后对于整个循环以熵产生最小为目标优化循环周期在非功率冲程和功率冲程之间的时间分配.

2.1 非功率冲程优化

由于非功率冲程中不考虑传热损失, 因此两种传热规律下的非功率冲程活塞运动的最优构型是相同的. 按如下步骤进行优化:

(i) 以熵产生最小为目标优化每个非功率冲程的活塞运动规律. 单个非功率冲程在冲程时间 t_1 内由于摩擦损失产生的熵产生为

$$\Delta S_{f,t_1} = \frac{W_{f,t_1}}{T_0} = \frac{\int_0^{t_1} \mu v^2 dt}{T_0}. \quad (5)$$

由于式中 T_0 为环境温度, 是一个常数, 因此以熵产生最小为目标优化每个非功率冲程的活塞运动规律等效为以摩擦损失最小优化非功率冲程的活塞运动规律. 由文献[58~61]的非功率冲程优化结果可知, 当无加速度约束时, 非功率冲程的活塞最优运动规律为: 整个冲程活塞匀速运行, 速度为冲程长度 ΔX 与该冲程所耗时间 t_1 之比; 当限制加速度为 a_m 时, 活塞运动的最优规律变为: 从初速度 $v=0$ 开始, 以最大加速度 a_m 加速运行直到某一时间 t_a , 然后以速度 $v = a_m t_a$ 运行直到时刻 $t_1 - t_a$, 最后再以最大加速度 $-a_m$ 减速运行到终点同时 $v=0$. 对于限制加速度条件下的非功率冲程活塞最优运动规律, 时间 t_a 以及熵产生 $\Delta S_{f,t_1}$ 按如下方法计算. 时间 t_1 内活塞的运行距离为

$$\Delta X = a_m t_a^2 + a_m t_a (t_1 - 2t_a), \quad (6)$$

解得

$$t_a = t_1(1 - y_1)/2, \quad (7)$$

式中 $y_1 = (1 - 4\Delta X / a_m t_1^2)^{1/2}$, 对(5)式分段积分可得

$$\Delta S_{f,t_1} = (\mu/T_0) \left[2 \int_0^{t_a} (a_m t)^2 dt + \int_{t_a}^{t_1-t_a} (a_m t_a)^2 dt \right], \quad (8)$$

将(7)式代入(8)式求解得

$$\Delta S_{f,t_1} = \mu a_m^2 t_1^3 (1+2y_1)(1-y_1)^2 / (12T_0). \quad (9)$$

(ii) 以 3 个非功率冲程总的熵产生 $\Delta S_{f,t_{np}}$ 最小

为目标优化非功率冲程总时间 t_{np} 在各个非功率冲程的时间分配. 由于排气冲程和压缩冲程的摩擦系数相同均为 μ , 所以这两个冲程消耗的时间是一样的均为 t_1 . 进气冲程的摩擦系数为 3μ , 假设其冲程消耗的时间为 t_2 , 则 3 个非功率冲程的总时间为 $t_{np}=2t_1+t_2$. 由(9)式可得 3 个非功率冲程总的熵产生为

$$\Delta S_{t_{np}} = \mu a_m^2 [2t_1^3 (1+2y_1)(1-y_1)^2 + 3t_2^3 (1+2y_2)(1-y_2)^2] / (12T_0). \quad (10)$$

由极值条件 $\partial \Delta S_{t_{np}} / \partial t_2 = 0$ 可得

$$t_1^2 (1-y_1)^2 = 3t_2^2 (1-y_2)^2, \quad (11)$$

给定非功率冲程总时间 t_{np} , 由(11)式通过数值计算可求得 t_1 和 t_2 .

对于无加速度约束也即 $a_m \rightarrow \infty$ 的情形, (11)式变为

$$t_2 = \sqrt{3}t_1. \quad (12)$$

此时 3 个非功率冲程总的熵产生(10)式变为

$$\Delta S_{t_{np}} = \mu(2+\sqrt{3})^2 (\Delta X)^2 / (t_{np} T_0). \quad (13)$$

2.2 功率冲程优化

功率冲程不仅存在摩擦损失而且还存在传热损失, 因此功率冲程中的熵产生是由摩擦损失和传热损失共同产生的. 两种传热规律下摩擦损失产生的熵产生相同, 而传热损失产生的熵产生则不同, 但是两种传热规律下功率冲程的优化方法是相同的.

直接求解功率冲程无加速度约束情形下活塞运动最优构型比较复杂, 故先求出无时间约束情形下的最优解, 为无加速度约束情形下的数值求解确定合理的初值.

2.2.1 无时间约束情形

两种传热规律下功率冲程中摩擦损失产生的熵产生为

$$\Delta S_{f,t_p} = \frac{\int_0^{t_p} 2\mu v^2 dt}{T_0}. \quad (14)$$

牛顿传热规律和线性唯象传热规律时, 功率冲程中传热损失产生的熵产生分别为

$$\Delta S_{q,t_p} = \frac{\int_0^{t_p} k\pi b(b/2+X)(T-T_w)dt}{T_0}, \quad (15a)$$

$$\Delta S_{q,t_p} = \frac{\int_0^{t_p} k\pi b(b/2+X)(T_w^{-1}-T^{-1})dt}{T_0}. \quad (15b)$$

用活塞位置 X 代替时间, 就不需要对功率冲程的时间范围作出特殊的限定. 为了使功率冲程熵产生 ΔS_p 最小, 相应的优化问题变为

$$\begin{aligned} \min \Delta S_{t_p} &= \Delta S_{f,t_p} + \Delta S_{q,t_p} \\ &= \frac{\int_{X_0}^{X_f} 2\mu v dX}{T_0} + \frac{\int_{X_0}^{X_f} (k\pi b/v)(b/2+X)(T-T_w) dX}{T_0} \\ &= \frac{\int_{X_0}^{X_f} [2\mu v + (k\pi b/v)(b/2+X)(T-T_w)] dX}{T_0}, \end{aligned} \quad (16a)$$

$$\begin{aligned} \min \Delta S_{t_p} &= \Delta S_{f,t_p} + \Delta S_{q,t_p} \\ &= \frac{\int_{X_0}^{X_f} 2\mu v dX}{T_0} + \frac{\int_{X_0}^{X_f} (k\pi b/v)(b/2+X)(T_w^{-1}-T^{-1}) dX}{T_0} \\ &= \frac{\int_{X_0}^{X_f} [2\mu v + (k\pi b/v)(b/2+X)(T_w^{-1}-T^{-1})] dX}{T_0}. \end{aligned} \quad (16b)$$

根据热力学第一定律有

$$\frac{dT}{dX} = -\frac{1}{NC} \left[\frac{NRT}{X} + \frac{k\pi b(b/2+X)(T-T_w)}{v} \right], \quad (17a)$$

$$\frac{dT}{dX} = -\frac{1}{NC} \left[\frac{NRT}{X} + \frac{k\pi b(b/2+X)(T_w^{-1}-T^{-1})}{v} \right], \quad (17b)$$

式中 N 为工质的摩尔数, R 为气体常数, C 为工质的比热.

分别建立哈密顿函数如下:

$$\begin{aligned} H &= \frac{2\mu v + (k\pi b/v)(b/2+X)(T-T_w)}{T_0} \\ &\quad - \frac{\lambda}{NC} \left[\frac{NRT}{X} + \frac{k\pi b(b/2+X)(T-T_w)}{v} \right]. \end{aligned} \quad (18a)$$

$$\begin{aligned} H &= \frac{2\mu v + (k\pi b/v)(b/2+X)(T_w^{-1}-T^{-1})}{T_0} \\ &\quad - \frac{\lambda}{NC} \left[\frac{NRT}{X} + \frac{k\pi b(b/2+X)(T_w^{-1}-T^{-1})}{v} \right]. \end{aligned} \quad (18b)$$

上面两个哈密顿函数对应的正则方程为(17)式以及下式

$$\frac{d\lambda}{dX} = -\frac{\partial H}{\partial T} = \frac{\lambda R}{CX} + \frac{k\pi b}{v}(b/2 + X)\left(\frac{\lambda}{NC} - \frac{1}{T_0}\right), \quad (19a)$$

$$\frac{d\lambda}{dX} = -\frac{\partial H}{\partial T} = \frac{\lambda R}{CX} + \frac{k\pi b}{vT^2}\left(\frac{b}{2} + X\right)\left(\frac{\lambda}{NC} - \frac{1}{T_0}\right). \quad (19b)$$

由极值条件 $\partial H/\partial v = 0$ 可得

$$v = \left[\frac{k\pi b(b/2 + X)(T - T_w)(1 - \lambda T_0 / (NC))}{2\mu} \right]^{1/2}, \quad (20a)$$

$$v = \left[\frac{k\pi b(b/2 + X)(T_w^{-1} - T^{-1})(1 - \lambda T_0 / (NC))}{2\mu} \right]^{1/2}, \quad (20b)$$

两种传热规律下边界条件相同为

$$T(X_0) = T_{0p}, \quad \lambda(X_f) = 0, \quad (21)$$

式中 T_{0p} 为功率冲程初始点时气缸内工质温度. 上述方程无解析解, 需用数值方法计算, 具体算法 3.2 节.

2.2.2 无加速度约束情形

该情形下优化问题变为求解对应于时间 t_p 内功率冲程熵产生 ΔS_{t_p} 最小时的活塞运动最优路径, 即

$$\min \Delta S_{t_p} = \frac{\int_0^{t_p} [2\mu v^2 + k\pi b(b/2 + X)(T - T_w)] dt}{T_0}, \quad (22a)$$

$$\min \Delta S_{t_p} = \frac{\int_0^{t_p} [2\mu v^2 + k\pi b(b/2 + X)(T_w^{-1} - T^{-1})] dt}{T_0}. \quad (22b)$$

$$\dot{v} = \frac{k\pi b[CX(T - T_w)(NC + \lambda T_0) - R(b/2 + X)(TNC + \lambda T_w T_0)]}{4\mu NXC^2}, \quad (27a)$$

$$\dot{v} = \frac{k\pi b[(1 - T^{-1}T_w)(NTXC^2 + \lambda T_0 TCX) - R(b/2 + X)(2\lambda T_0 T_w + NCT_w - \lambda TT_0)]}{4\mu NXTT_w C^2}, \quad (27b)$$

$$\dot{\lambda} = \frac{\lambda Rv}{CX} + k\pi b\left(\frac{b}{2} + X\right)\left(\frac{1}{T_0} + \frac{\lambda}{NC}\right), \quad (28a)$$

$$\dot{\lambda} = \frac{\lambda Rv}{CX} + k\pi b\left(\frac{b}{2} + X\right)\left(\frac{1}{T_0} + \frac{\lambda}{NC}\right)\frac{1}{T^2}. \quad (28b)$$

此外还有约束条件

$$\dot{X} = v. \quad (29)$$

(23a), (27a), (28a)和(29)式组成了牛顿传热规律下功率冲程无加速度约束时最优构型的微分方程组, 而(23b), (27b), (28b)和(29)式则组成了线性唯象传热规律下功率冲程无加速度约束时最优构型的微分方

(17)式相应变为

$$\dot{T} = -\frac{1}{NC}\left[\frac{NRT\dot{X}}{X} + k\pi b\left(\frac{b}{2} + X\right)(T - T_w)\right], \quad (23a)$$

$$\dot{T} = -\frac{1}{NC}\left[\frac{NRT\dot{X}}{X} + k\pi b\left(\frac{b}{2} + X\right)(T_w^{-1} - T^{-1})\right], \quad (23b)$$

式中 $\dot{T} = dT/dt$, 以下参数上带点也表示参数对时间的导数.

对于(22)式的最优控制问题, 建立变更的拉格朗日函数

$$L = \frac{[2\mu v^2 + k\pi b(b/2 + X)(T - T_w)]}{T_0} + \lambda \left[\dot{T} + \frac{RT\dot{X}}{CX} + \frac{k\pi b}{NC}(b/2 + X)(T - T_w) \right], \quad (24a)$$

$$L = \frac{[2\mu v^2 + k\pi b(b/2 + X)(T_w^{-1} - T^{-1})]}{T_0} + \lambda \left[\dot{T} + \frac{RT\dot{X}}{CX} + \frac{k\pi b(b/2 + X)(T_w^{-1} - T^{-1})}{NC} \right], \quad (24b)$$

式中 λ 为拉格朗日乘子. (22)式取得最小值的必要条件为如下的欧拉-拉格朗日方程

$$\frac{\partial L}{\partial X} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{X}}\right) = 0, \quad (25)$$

$$\frac{\partial L}{\partial T} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{T}}\right) = 0. \quad (26)$$

将(24a)和(24b)式分别代入(25)和(26)式得

程组, 两组微分方程组的边界条件是相同的, 均为

$$X(0) = X_0, \quad X(t_p) = X_f, \quad (30)$$

$$T(0) = T_{0p}, \quad \partial L / \partial T \Big|_{t=t_p} = \lambda(t_p) = 0.$$

上述两组微分方程组确定了最优问题的解, 可求出作为时间 t_p 函数的最小熵产生 ΔS_{t_p} 与功率冲程活塞运动最优路径即 v - X 最优关系. 上述微分方程组无解析解, 同样需要数值方法求解, 具体算法见 3.2 节.

2.2.3 限制加速度情形

此外, 必须考虑活塞在功率冲程的两个端点的

速度为零, 同时加速度限定在有限值. 这种情形下两种传热规律时的优化问题的目标函数和无加速度限制时相同, 依然为(22a)和(22b)式, 而对应的约束条件除了(23a), (23b)和(29)式外, 增加了下面两个

$$\dot{v} = a, \quad (31)$$

$$-a_m \leq a \leq a_m, \quad (32)$$

式中 a 为活塞运动的加速度, $\pm a_m$ 为加速度的极值.

建立如下哈密顿函数

$$H = \frac{2\mu v^2 + k\pi b(b/2 + X)(T - T_w)}{T_0} - \frac{\lambda_1}{NC} \left[\frac{NRTv}{X} + k\pi b(b/2 + X)(T - T_w) \right] + \lambda_2 v + \lambda_3 a, \quad (33a)$$

$$H = \frac{2\mu v^2 + k\pi b(b/2 + X)(T_w^{-1} - T^{-1})}{T_0} - \frac{\lambda_1}{NC} \left[\frac{NRTv}{X} + k\pi b\left(\frac{b}{2} + X\right)(T_w^{-1} - T^{-1}) \right] + \lambda_2 v + \lambda_3 a. \quad (33b)$$

哈密顿函数(33)式对应的 3 个协态方程中前两个不同, 分别为

$$\dot{\lambda}_1 = -\frac{\partial H}{\partial T} = k\pi b \left(\frac{b}{2} + X \right) \left(\frac{\lambda_1}{NC} - \frac{1}{T_0} \right) + \frac{\lambda_1 Rv}{CX}, \quad (34a)$$

$$\dot{\lambda}_1 = -\frac{\partial H}{\partial T} = k\pi b \left(\frac{b}{2} + X \right) \left(\frac{\lambda_1}{NC} - \frac{1}{T_0} \right) \frac{1}{T^2} + \frac{\lambda_1 Rv}{CX}, \quad (34b)$$

$$\dot{\lambda}_2 = -\frac{\partial H}{\partial X} = k\pi b(T - T_w) \left(\frac{\lambda_1}{NC} - \frac{1}{T_0} \right) - \frac{\lambda_1 RTv}{CX^2}, \quad (35a)$$

$$\dot{\lambda}_2 = -\frac{\partial H}{\partial X} = k\pi b(T_w^{-1} - T^{-1}) \left(\frac{\lambda_1}{NC} - \frac{1}{T_0} \right) - \frac{\lambda_1 RTv}{CX^2}. \quad (35b)$$

而后一个是相同的, 即为

$$\dot{\lambda}_3 = -\frac{\partial H}{\partial v} = -\frac{4\mu v}{T_0} + \frac{\lambda_1 RT}{CX} - \lambda_2. \quad (36)$$

由极值条件 $\partial H / \partial a = 0$ 得

$$\lambda_3 = 0, \quad (37)$$

如果(37)式不仅在加速度区间 $[-a_m, a_m]$ 上某个孤立点成立, 可得

$$\dot{\lambda}_3 = 0. \quad (38)$$

通过(35), (36)和(38)式消去 λ_2 , 就可以得到两组与相应无加速度约束情形相同的微分方程组. 因此, 两种传热规律下加速度约束时功率冲程活塞运动的最优路径均由两个边界运动(最大加速初段和最大减速末段)和与它们相连的中间段组成. 牛顿传热规律下限制加速度情形时中间段满足的方程组为(23a), (27a), (28a)和(29)式组成的方程组, 而线性唯象传热规律下限制加速度情形时中间段满足的方程组为(23b), (27b), (28b)和(29)式组成的方程组. 对于加速度约束情形下的最优解只能求其数值解, 具体计算方法见 3.3 节.

3 数值算例和讨论

3.1 计算参数和常数的确定

计算熵产生时环境温度取为 $T_0 = 300$ K, 其他参数根据文献[58,59,78]确定如表 1.

在以下数值计算中 $v_{\max}$ 为功率冲程活塞运动的最大速度, T_f 为功率冲程结束时工质的温度.

3.2 无加速度约束条件下的数值算例

两种传热规律下最优解的算法完全相同, 下面以牛顿传热规律为例介绍具体的算法. 直接求解功率冲程无加速度约束情形下活塞运动最优构型比较复杂, 应该先求出无时间约束条件下的最优解, 为无加速度约束情形下的数值求解确定合理的初值. 无时间约束情形时最优解算法: 首先猜测一个初始 $\lambda(X_0)$, 由式(17a), (19a)和(20a)式迭代计算 $\lambda(X_f)$,

表 1 常数和参数的选取

名称	数值	名称	数值
初始位置	$X_0 = 1$ cm	摩擦系数	$\mu = 12.9$ kg/s
终点位置	$X_f = 8$ cm	传热系数	$k = 1305$ W · K ⁻¹ · m ⁻² (牛顿传热规律), $k = 1.41 \times 109$ W · K · m ⁻² (线性唯象传热规律)
冲程长度	$\Delta X = 7$ cm	循环周期	$\tau = 33.3$ ms, 对应的转速为 $n = 3600$ r/min
气缸内径	$b = 7.98$ cm	气体摩尔数	压缩冲程 $N_C = 0.0144$, 功率冲程 $N_P = 0.0157$
气体常数	$R = 8.314$ J/(mol · K)	工质初始温度	压缩冲程 $T_{0C} = 333$ K, 功率冲程 $T_{0P} = 2795$ K
缸壁温度	$T_w = 600$ K	工质定容比热	压缩冲程 $C_{vC} = 2.5$ R, 功率冲程 $C_{vP} = 3.35$ R

然后改变 $\lambda(X_0)$ 的值, 直到 $\lambda(X_f)=0$, 这样就可以得到无时间约束情形时功率冲程活塞运动的最优运动规律.

有了无时间约束情形时的最优解, 就可以计算无加速度约束情形时的最优解. 具体算法: (i) 首先将无时间约束时活塞的初始速度 v_0 和加速度 a_0 代入 (27a) 式得到 λ_0 , 再将 v_0, a_0 和 λ_0 带入微分方程组 (23a), (27a), (28a) 和 (29), 进行迭代计算, 直到满足边界条件 (30) 式, 由此可以得到一个无加速度约束条件下功率冲程的时间 t_p 和功率冲程的熵产生 ΔS_{t_p} , 根据 $t_{np} = \tau - t_p = 2t_1 + t_2$ 以及 (10) 和 (11) 式可以计算得到非功率冲程的时间分配和熵产生 $\Delta S_{t_{np}}$, 最后可以计算整个循环的熵产生 $\Delta S = \Delta S_{t_p} + \Delta S_{t_{np}}$; (ii) 增大 v_0 , 重复第一个步骤计算直到 ΔS 最小同时满足 $t_p < \tau$ 即为所求. 表 2 给出了两种传热规律时无加速度约束条件下各种情形选取的一些参数 (两种传热规律下只是传热系数不同, 其他参数不变).

表 3 给出了这些参数下传统运动规律和最优运动规律相应的计算结果, 其中传统运动规律取为修正正弦规律 ($r/l = 0.25$). 从表 3 的计算结果可以很清楚地看出各参数变化对活塞运动最优构型的影响. 各种情形下, 优化后活塞运动最大速度 $v_{\max}$ 值大于对应的传统运动规律下的值, 功率冲程的时间 t_p 值小于对应的传统运动规律下的值, 功率冲程末端温度 T_f 值高于对应的传统运动规律下的值. 优化后功率冲程时间 t_p 的减小会产生两方面的影响, (i) t_p 的减小, 会使非功率冲程的时间增加, 非功率冲程活塞的平均运行速度减小, 从而使优化后非功率冲程中摩擦损失产生的熵产生减小, 这个结果可以从 $\Delta S_{t_{np}}$ 的变化来验证; (ii) t_p 的减小会使功率冲程高温工质同缸外环境接触的时间变短, 从而使功率冲程中传热损失造成的熵产生减小, 这个结果可以从 $\Delta S_{q,t_p}$ 的变化看出. 优化后活塞最大速度的增加、功率冲程时间的

减小会使功率冲程中摩擦损失产生的熵产生增加, 这个结果可以从 $\Delta S_{f,t_p}$ 的变化看出. 而从 ΔS_{t_p} 的变化可以看出: 优化后功率冲程中摩擦损失产生的熵产生增加值小于传热损失产生的熵产生减小值, 因此优化后功率冲程的总熵产生减小. 优化后非功率冲程和功率冲程的熵产生均是减小的, 因此整个循环过程的熵产生在优化后是减小的. 此外, 随着摩擦、传热损失的增加, 循环的熵产生增加; 随着循环周期的增加, 循环的熵产生减小.

3.3 加速度约束条件下的数值算例

加速度约束条件下功率冲程活塞运动的最优构型由三段组成, 因此加速度约束条件下的数值算例同无加速度约束时的正向数值计算方法不同, 采用逆向计算 (即将活塞末态位置作为计算的初始点). 以牛顿传热规律为例, 介绍具体的计算方法如下: (i) 最大减速段的计算, 选取合理的最大减速段时间, 猜测一个功率冲程末端温度 T_f , 通过 (23a), (29) 和 (31a) 式计算得到最大减速段初始点的各参数; (ii) 中间微分方程组运动段的计算, 以最大减速段初始点的各参数作为计算的初始值, 联立 (23a), (27a), (28a) 和 (29) 式进行迭代计算, 由于中间微分方程组运动段的初始点是最大加速段的末端, 因此中间微分方程组运动段的初始速度同活塞的位置有关. 最大加速段中活塞运动的位移与速度成抛物线关系这个条件将作为第二步计算结束的终止条件, 这样就可以得到中间微分方程组运动段的初始参数; (iii) 以中间微分方程组运动段的初始参数, 作为最大加速段的计算初始值, 通过 (23a), (29) 和 (31a) 式计算得到最大加速段的初始参数也就是功率冲程开始时的参数, 将计算得到的功率冲程开始的工质温度和已知的 T_{0p} 进行比较, 若不等则改变第一步中末端温度 T_f 直到两者相等为止, 若相等则计算出功率冲程的熵产生 ΔS_{t_p} ; (iv) 根据第三步计算得到的功率冲程时间 t_p ,

表 2 无加速度约束条件下各种情形选取的计算参数值

情形	$\mu (\text{kg} \cdot \text{s}^{-1})$	k		$\tau (\text{ms})$	$n (r \cdot \text{min}^{-1})$
		牛顿传热规律 ($\text{W} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$)	线性唯象传热规律 ($\times 10^9$) ($\text{W} \cdot \text{K} \cdot \text{m}^{-2}$)		
1	12.9	1305	1.41	33.33	3600
2	8.5	1320	1.00	33.33	3600
3	17.5	1290	1.80	33.33	3600
4	12.9	1305	1.41	25.00	4800
5	12.9	1305	1.41	50.00	2400

表 3 牛顿传热规律和线性唯象传热规律时无加速度约束条件下的计算结果

情形		$v_{\max}$ (m/s)	t_p (ms)	$\Delta S_{t_{np}}$ (J · K ⁻¹)	$\Delta S_{f,t_p}$ (J · K ⁻¹)	$\Delta S_{q,t_p}$ (J · K ⁻¹)	ΔS_{t_p} (J · K ⁻¹)	ΔS (J · K ⁻¹)	T_f (K)
1	传统	13.3	8.33	0.1561	0.0624	0.6012	0.6636	0.8197	1098
	最优	37.3	1.95	0.0936	0.2111	0.2026	0.4137	0.5073	1385
2	传统	13.3	8.33	0.1029	0.0412	0.6051	0.6463	0.7492	1096
	最优	49.9	1.58	0.0610	0.1734	0.1674	0.3408	0.4018	1404
3	传统	13.3	8.33	0.2118	0.0847	0.5969	0.6816	0.8934	1103
	最优	35.6	2.28	0.1283	0.2453	0.2324	0.4777	0.6060	1368
4	传统	17.7	6.25	0.2080	0.0746	0.5088	0.5834	0.7914	1179
	最优	37.4	1.94	0.1273	0.2122	0.2026	0.4148	0.5411	1385
5	传统	8.86	12.5	0.1040	0.0416	0.7480	0.7896	0.8936	969
	最优	35.5	2.06	0.0612	0.1998	0.2135	0.4133	0.4745	1379
情形		$v_{\max}$ (m/s)	t_p (ms)	$\Delta S_{t_{np}}$ (J · K ⁻¹)	$\Delta S_{f,t_p}$ (J · K ⁻¹)	$\Delta S_{q,t_p}$ (J · K ⁻¹)	ΔS_{t_p} (J · K ⁻¹)	ΔS (J · K ⁻¹)	T_f (K)
1	传统	13.3	8.33	0.1585	0.0634	0.6998	0.7632	0.9217	1062
	最优	40.7	1.94	0.0936	0.2143	0.2038	0.4181	0.5117	1384
2	传统	13.3	8.33	0.1044	0.0418	0.5483	0.5901	0.6945	1183
	最优	51.2	1.48	0.0608	0.1858	0.1119	0.2977	0.3585	1431
3	传统	13.3	8.33	0.2150	0.0860	0.8012	0.8872	1.1022	960
	最优	38.7	2.05	0.1274	0.2752	0.2726	0.5478	0.6752	1345
4	传统	17.7	6.25	0.2111	0.0844	0.5728	0.6558	0.8683	1164
	最优	41.2	1.91	0.1271	0.2175	0.2008	0.4183	0.5454	1385
5	传统	8.86	12.5	0.1056	0.0422	0.8585	0.9007	1.0063	888
	最优	39.5	2.02	0.0612	0.2060	0.2118	0.4178	0.4790	1380

计算非功率冲程的时间分配和熵产生 $\Delta S_{t_{np}}$ ，从而得到循环过程的总熵产生 ΔS ；(v) 改变第一步中最大减速段的时间，重复前面的 4 个步骤直到所有可能的减速段时间循环完为止；(vi) 比较各减速段时间条件下的循环熵产生 ΔS 取其最小值即为所求解。

根据文献 [58,59] 确定的加速度变化范围为 $[5 \times 10^3 \text{ m/s}^2, 5 \times 10^4 \text{ m/s}^2]$ ，在摩擦系数 $\mu = 12.9 \text{ kg/s}$ 和 $\tau = 33.3 \text{ ms}$ 情况下分别计算加速度无约束、加速度约束 $a_m = 2 \times 10^4 \text{ m/s}^2$ 、加速度约束 $a_m = 5 \times 10^4 \text{ m/s}^2$ 时功率冲程活塞运动的最优构型以及传统活塞运动规律。表 4 给出了计算结果，图 2(a)和(b)分别给出了各种约束条件下活塞运动的最优构型。从图 2(a)和(b)中可以看出，最大加速度限制为 $5 \times 10^4 \text{ m/s}^2$ 时两种传热规律性下活塞运动最优构型的中间段与无加速度约束时活塞运动的最优构型相似，这是因为这两段运动段所需满足的微分方程组是一样的，只是边界条件不同。两者在活塞运行的初态和末态不同，这是因为无加速度约束时，活塞在初态和末态位置时的速度可以实现瞬时突变，而加速度约束时，活塞在初态和末态位置时的速度不能实现瞬时突变，活塞在初态位置时速度必须从零开始逐渐加，在末态位置速度

必须从某个值逐渐减小为零，这要消耗一定的时间。图 3(a)和(b)给出了一个循环周期内活塞运动的最优构型，其加速度限制为 $a_m = 2 \times 10^4 \text{ m/s}^2$ 。实现这种最优构型可有多种途径，如采用特殊轮廓线设计的凸轮轴机械传动，或采用电磁联轴节^[81]。

3.4 活塞运动最优构型与传统运动规律的比较

表 5 分别给出了牛顿传热规律和线性唯象传热规律时各种条件下活塞运动最优构型与传统运动规律的比较。由表 5 中 $\Delta S_{t_{np}}$ 和 $\Delta S_{f,t_p}$ 减小量可见两种传热规律时无论是限制加速度还是无加速度约束情形，优化活塞运动规律后非功率冲程中摩擦损失产生的熵产生 $\Delta S_{t_{np}}$ 减小的量小于功率冲程中摩擦损失产生的熵产生 $\Delta S_{f,t_p}$ 增加的量，因此优化后整个循环过程中由摩擦损失产生的熵产生是增加的，虽然优化后摩擦损失产生的熵产是增加的，但过程总的熵产是减小的。从表 5 中 $\Delta S_{q,t_p}$ 减小量的值来看，优化后整个循环中传热产生的熵产生的减小量远大于摩擦产生的熵产生的增加量，因此整个的优化过程主要是通过减小功率冲程初始阶段传热损失产生的熵产生

表 4 牛顿传热规律和线性唯象传热规律时限制加速度条件下的计算结果

情形	$v_{\max}$ (m/s)	t_p (ms)	ΔS_{tp} (J·K ⁻¹)	$\Delta S_{f,fp}$ (J·K ⁻¹)	$\Delta S_{q,fp}$ (J·K ⁻¹)	ΔS_{tp} (J·K ⁻¹)	ΔS (J·K ⁻¹)	T_f (K)
传统	13.30	8.33	0.1561	0.0624	0.6012	0.6636	0.8197	1098
限制加速度值 5×10^4	35.71	2.7	0.0959	0.2014	0.2055	0.4069	0.5028	1393
$a_{\max}$ (m·s ⁻²) 2×10^4	29.97	3.8	0.0995	0.1309	0.2321	0.3630	0.4625	1360
加速度无约束	37.30	1.95	0.0936	0.2111	0.2026	0.4137	0.5073	1385

情形	$v_{\max}$ (m/s)	t_p (ms)	ΔS_{tp} (J·K ⁻¹)	$\Delta S_{f,fp}$ (J·K ⁻¹)	$\Delta S_{q,fp}$ (J·K ⁻¹)	ΔS_{tp} (J·K ⁻¹)	ΔS (J·K ⁻¹)	T_f (K)
传统	13.30	8.33	0.1585	0.0634	0.6998	0.7632	0.9217	1062
限制加速度值 5×10^4	38.96	2.7	0.0959	0.1907	0.2793	0.4700	0.5659	1343
$a_{\max}$ (m·s ⁻²) 2×10^4	35.96	3.7	0.0991	0.1497	0.3780	0.5277	0.6268	1289
加速度无约束	40.73	1.94	0.0936	0.2143	0.2038	0.4181	0.5117	1384

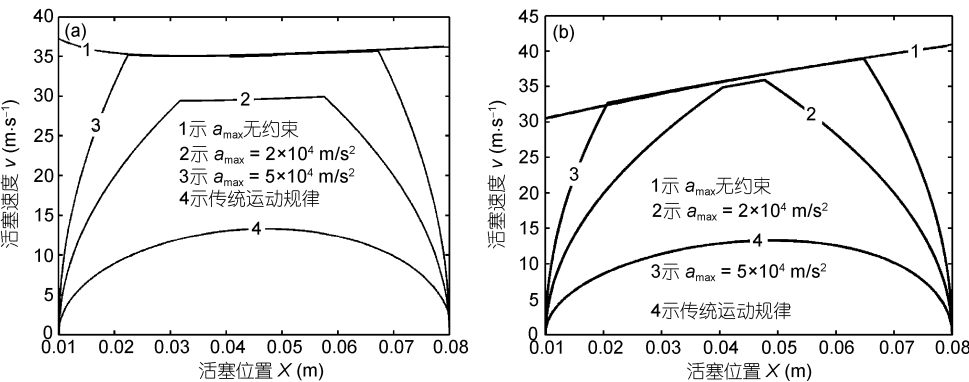


图 2

(a) 牛顿传热规律时各种约束条件下功率冲程活塞运动的最优构型; (b) 线性唯象传热规律时各种约束条件下功率冲程活塞运动的最优构型

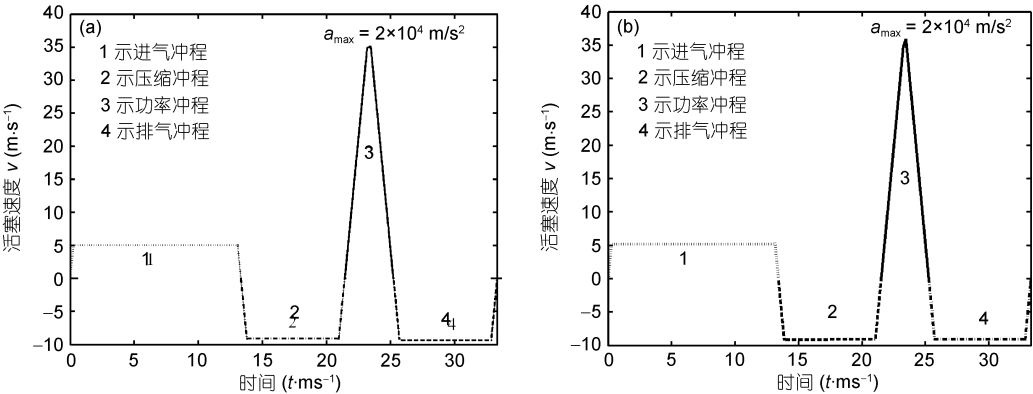


图 3

(a) 牛顿传热规律时一个循环周期内活塞运动的最优构型; (b) 线性唯象传热规律时一个循环周期内活塞运动的最优构型

来实现的. 通过无加速度约束的 1, 4 和 5 三种情形的优化效果比较, 可以看出循环的周期越大, 优化效果越明显. 通过无加速度约束的 1, 2 和 3 三种情形的优化效果比较, 可以看出牛顿传热规律下摩擦系数、传热系数越小, 优化效果越明显, 而线性唯象传热规律

下情况相反.

3.5 不同传热规律下活塞运动最优构型的比较

图 4 给出了两种不同目标、不同传热规律情况下功率冲程无加速度约束时活塞运动的最优构型, 其

表 5 牛顿传热规律和线性唯象传热规律时各种条件下活塞运动最优构型与传统运动规律的比较结果

情形		$\Delta S_{i_{np}}$ 减小量	$\Delta S_{f,i_{np}}$ 减小量	$\Delta S_{q,i_p}$ 减小量	ΔS_{i_p} 减小量	ΔS 减小量
限制加速度值	5×10^4	0.0602	-0.139	0.3957	0.2657	0.3159
	2×10^4	0.0566	-0.0685	0.3691	0.2996	0.3572
	1	0.0625	-0.1487	0.3986	0.2499	0.3124
	2	0.0419	-0.1322	0.4377	0.3055	0.3474
无加速度约束	3	0.0835	-0.1606	0.3645	0.2039	0.2874
	4	0.0807	-0.1376	0.3062	0.1686	0.2493
	5	0.0428	-0.1582	0.5345	0.3763	0.4191

情形		$\Delta S_{i_{np}}$ 减小量	$\Delta S_{f,i_{np}}$ 减小量	$\Delta S_{q,i_p}$ 减小量	ΔS_{i_p} 减小量	ΔS 减小量
限制加速度值	5×10^4	0.0626	-0.1273	0.4205	0.2932	0.3558
	2×10^4	0.0594	-0.0863	0.3218	0.2355	0.2949
	1	0.0649	-0.1509	0.4960	0.3451	0.4100
	2	0.0436	-0.1440	0.4364	0.2924	0.3360
无加速度约束	3	0.0876	-0.1892	0.5286	0.3394	0.4270
	4	0.0840	-0.1331	0.3720	0.2389	0.3229
	5	0.0444	-0.1638	0.6467	0.4829	0.5273

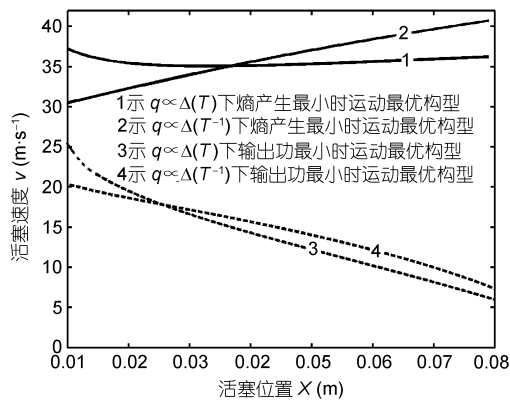


图 4 两种传热规律、不同优化目标下功率冲程活塞运动规律

中包括牛顿传热下最大输出功时的最优构型(文献[58,59]的结果)、线性唯象传热规律下最大输出功时的最优构型(文献[78]的结果)以及牛顿传热规律和线性唯象传热规律下最小熵产生时的最优构型(本文结果). 表 6 给出了对应于图 4 所示 4 种活塞运动规律下的数值计算结果. 表 6 中 ε 为循环输出功 W_r 与循环可逆功 W_R 之比, 也即第二定律效率^[82], W_q 为由传热损失造成的功损失, Q 为传热损失. 在考虑传热损失的情况下, 优化功率冲程活塞运动路径后实际 Otto 循环的膨胀过程所对应的可逆过程不再是可逆绝热膨胀过程而应该是可逆多变过程, 此时计算优化后循环实际过程所对应的可逆功为

$$W_R = N_p R(T_{0p} - T_f) / (n - 1) + N_c C_{vc} T_{0c} [1 - (X_f / X_0)^{R/C_{vc}}], \quad (39)$$

式中 n 为多变指数. (40) 式的前半部分

$$N_p R(T_{0p} - T_f) / (n - 1),$$

用于计算可逆多变过程循环的可逆膨胀功. 由于在对循环活塞运动路径进行优化时假设了循环压缩过程没有传热损失, 那么 4 种情形下优化后循环实际压缩过程所对应的可逆过程均为可逆绝热压缩过程, 所以(39)式后半部分 $N_c C_{vc} T_{0c} [1 - (X_f / X_0)^{R/C_{vc}}]$ 用于计算可逆绝热压缩过程的可逆压缩功. 根据文献[83], 多变指数在柴油机的膨胀过程中是变化的, 通常情况下柴油机膨胀过程的平均膨胀多变系数约为 $n = 1.22 \sim 1.28$, 本文计算时取 $n = 1.25$. 代入参数后可得 4 种情形下对应的循环可逆功如表 6 中 W_R 所示. 循环的输出功 W_r 等于功率冲程的输出功 W_p 减去非功率冲程的耗功以及非功率冲程的摩擦损失功 $W_{f,i_{np}}$.

比较图 4 中曲线 1, 2 和 3, 4 以及表 6 中的计算结果可以看出: 两种传热规律下以熵产生最小为目标的活塞运动最优构型与以最大输出功为目标的活塞运动最优构型完全不同, 相同传热规律下, 同以最大输出功为目标时活塞运动最优构型相比以熵产生最小为目标时活塞最优运动速度增加, 功率冲程时间减小, 功率冲程末端温度升高, 因此实际热机如果以熵产生最小为目标进行设计, 将对热机材料的耐高

表 6 两种目标、两种传热规律下加速度无约束时功率冲程活塞运动最优构型的计算结果

情形	目标	传热规律	$v_{\max}$ (m/s)	t_p (ms)	ΔS_{t_p} (J · K ⁻¹)	W_R (J)	W_P (J)	W_{τ} (J)	$\frac{W_{f,\tau} \text{ (J)}}{W_{f,j_{wp}} \quad W_{f,j_p}}$	W_q (J)	Q (J)	T_f (K)	ε
1	熵产生最小	$q \propto \Delta(T)$	37.3	1.95	0.4137	606.9	479.7	283.7	28.0 63.3	22.2	60.8	1385	0.466
2	熵产生最小	$q \propto \Delta(T^{-1})$	40.7	1.94	0.4181	607.4	481.7	285.7	28.1 64.3	19.2	61.1	1384	0.470
3	输出功最大	$q \propto \Delta(T)$	25.4	5.48	0.6236	703.5	518.0	307.0	33.4 24.6	21.0	156	1200	0.436
4	输出功最大	$q \propto \Delta(T^{-1})$	20.4	5.18	0.6371	716.0	516.0	317.0	31.3 26.6	22.7	164.8	1176	0.443

温性、抗冲击性以及活塞运动控制的精确性将提出更高的要求. 比较表 6 中情形 1 和 3 的计算结果可以看出: 在牛顿传热规律下以熵产生最小为目标时热机的熵产生和输出功分别比以最大输出功为目标时的熵产生和输出功减小了 41% 和 7.6%, 而效率增加了 6.9%.

比较图 4 中曲线 1 和 2 可以看出: 以熵产生最小为目标时线性唯象传热规律下活塞运动最优构型相比牛顿传热规律下活塞运动运动最优构型发生很大变化, v - X 曲线变得相对陡峭, 并且线性唯象传热规律时活塞运动初始速度小于牛顿传热规律时的活塞初始速度, 而随着位移增加到一定的值以后情况相反. 从表 6 中情形 1 和 2 的计算结果可以看出: 以熵产生最小为目标时牛顿传热规律下热机的熵产生、输出功以及效率比线性唯象传热规律下热机的熵产生、输出功以及效率减小了 1%, 0.7% 以及 0.77%. 两种传热规律下最大功输出时最优构型的异同点详见文献 [78], 不再赘述. 两种不同优化目标下, 不同传热规律时最优构型的功率冲程最佳时间 t_p 不同, 也使循环总时间 τ 在各个冲程的时间分配不同. 上述两个方面的差别均表明不同的优化目标、不同的传热规律影响活塞运动的最优构型.

限制加速度条件下两种不同目标、不同传热规律时的活塞最优运动规律的相同点是: 两种不同目标、不同传热规律下各冲程活塞运动的最优构型均由两个边界运动段(最大加速段和最大减速段)和一个中间运动段组成, 并且中间运动段均与对应的无加速度约束条件下的最优解满足的微分方程相同. 由图 4 可以看出, 不同优化目标和传热规律无加速度约束条件下的最优构型是不同的, 因此不同优化目标、不

同传热规律时限制加速度条件下的最优构型也是不同的. 图 3(a)和(b)分别给出牛顿传热规律和线性唯象传热规律时以熵产生最小为目标一个循环周期内活塞运动的最优构型, 与牛顿传热规律^[58,59]和线性传热规律^[78]下最大输出功时最优构型进行比较, 可以发现两种不同优化目标、不同传热规律下活塞运动的最优路径和循环总时间的分配值均不同, 相应地, 熵产生和输出功也均不同.

4 结论

本文在文献[58,59,78]的基础上, 以存在热漏、摩擦等内不可逆性的四冲程 Otto 循环热机为研究对象, 考虑工质和环境之间传热分别服从牛顿传热规律和线性唯象传热规律, 给定循环总时间和耗油量, 以循环熵产生最小为目标对整个循环活塞运动的最优构型进行了研究. 利用最优控制理论得到了无加速度约束和限制加速度条件下对应于循环最小熵产生时活塞运动的最优构型. 主要的结论有: (i) 优化后整个循环中传热损失产生的熵产生大大减小, 且远大于由摩擦损失产生的熵产生的增加量, 因此优化过程主要是通过减小功率冲程初始阶段传热损失产生的熵产生来实现的; (ii) 相同传热规律下, 与以最大输出功为目标时活塞运动最优构型相比, 以熵产生最小为目标时活塞运动最优构型的运动速度增加, 功率冲程时间减小, 功能冲程末端温度升高; (iii) 以熵产生最小为目标时, 与线性唯象传热规律下热机相比, 牛顿传热规律下热机的熵产生、输出功以及效率均是减小的; (iv) 优化目标和传热规律影响热机的最优构型. 本文的研究结果对内燃机的优化设计有一定的参考价值.

致谢 两位审稿人对本文提出了细心、无私和充满建设性的意见, 在此致以诚挚的谢意!

参考文献

- Andresen B, Salamon P, Berry R S. Thermodynamics in finite time. *Phys Today*, 1984: 62—70
- 陈文振, 孙丰瑞, 陈林根. 热源间热机工作参数选择的有限时间热力学准则. *科学通报*, 1990, 35(3): 237—240
- 陈文振, 孙丰瑞, 陈林根. 两源制冷和泵热循环参数选择的有限时间热力学准则. *科学通报*, 1990, 35(11): 869—870
- 陈文振, 孙丰瑞, 陈林根. $q \propto T^n$ 时卡诺制冷机的最佳 ε 和 R . *科学通报*, 1990, 35(23): 1837
- 陈林根, 孙丰瑞, 陈文振. 两源间制冷机有限时间火用经济性能界限和优化准则. *科学通报*, 1991, 36(2): 156—157
- 陈林根, 孙丰瑞, 陈文振. 两源间热机有限时间火用经济性能界限和优化准则. *科学通报*, 1991, 36(3): 233—235
- 陈林根, 孙丰瑞, 陈文振. 不可逆热机的功率、效率特性: 以内热漏为例. *科学通报*, 1993, 38(5): 480
- Bejan A. Entropy generation minimization: The new thermodynamics of finite-size device and finite-time processes. *J Appl Phys*, 1996, 79(3): 1191—1218
- Berry R S, Kazakov V A, Sieniutycz S, et al. *Thermodynamic Optimization of Finite Time Processes*. Chichester: Wiley, 1999
- Chen L, Wu C, Sun F. Finite time thermodynamic optimization or entropy generation minimization of energy systems. *J Non-Equilib Thermodyn*, 1999, 24(4): 327—359
- Sieniutycz S. Hamilton-Jacobi-Bellman framework for optimal control in multistage energy systems. *Phys Rep*, 2000, 326(4): 165—285
- Hoffman K H, Burzler J, Fischer A, et al. Optimal process paths for endoreversible systems. *J Non-Equilib Thermodyn*, 2003, 28(3): 233—268
- Chen L, Sun F. *Advances in Finite Time Thermodynamics: Analysis and Optimization*. New York: Nova Science Publishers, 2004
- 陈林根. 不可逆过程和循环的有限时间热力学分析. 北京: 高等教育出版社, 2005
- 王建辉, 何济洲, 毛之远. 谐振子系统量子热机循环性能. *中国科学 G 辑: 物理学 力学 天文学*, 2006, 36(6): 591—605
- Andresen B. The need for entropy in finite-time thermodynamics and elsewhere. Meeting the Entropy Challenge: An International Thermodynamics Symposium in Honor and Memory of Professor Joseph H. Keenan. *AIP Conf Proc*, 2008, 1033: 213—218
- 伍文君, 陈林根, 孙丰瑞. 导热优化的“树网”构造法的改进. *中国科学 E 辑: 技术科学*, 2006, 36(7): 773—781
- 周圣兵, 陈林根, 孙丰瑞. 基于三角形单元体的气-固反应器构形优化. *中国科学 E 辑: 技术科学*, 2008, 38(5): 764—772
- 夏丹, 陈林根, 孙丰瑞. 广义不可逆四源等温化学势变换器的最优性能. *中国科学 B 辑: 化学*, 2008, 38(6): 492—503
- 宋汉江, 陈林根, 孙丰瑞. 辐射传热条件下一类内可逆热机最大效率时的最优构型. *中国科学 G 辑: 物理学 力学 天文学*, 2008, 38(8): 1083—1096
- Sieniutycz S, Jezowski J. *Energy Optimization in Process Systems*. Oxford, UK: Elsevier, 2009
- 舒礼伟, 陈林根, 孙丰瑞. 线性唯象传热规律下热驱动二元分离过程的最小平均耗热量. *中国科学 B 辑: 化学*, 2009, 39(2): 183—192
- 魏曙寰, 陈林根, 孙丰瑞. 基于矩形单元体的以焓耗散最小为目标的“体点”导热构形优化. *中国科学 E 辑: 技术科学*, 2009, 39(2): 278—285
- 李俊, 陈林根, 孙丰瑞. 复杂导热规律下有限高温热源热机循环的最优构型. *中国科学 G 辑: 物理学 力学 天文学*, 2009, 39(2): 255—259
- 何济洲, 何弦, 唐威. 不可逆谐振子量子 Otto 制冷循环性能特征. *中国科学 G 辑: 物理学 力学 天文学*, 2009, 39(8): 1046—1051
- 夏少军, 陈林根, 孙丰瑞. 线性唯象传热定律下具有非均匀工质的一类非回热不可逆热机最大功率输出. *中国科学 G 辑: 物理学 力学 天文学*, 2009, 39(8): 1081—1089
- 魏曙寰, 陈林根, 孙丰瑞. 以焓耗散最小为目标的电磁体多学科构形优化. *中国科学 E 辑: 技术科学*, 2009, 39(9): 1606—1613
- 谢志辉, 陈林根, 孙丰瑞. 以焓耗散最小为目标的空腔几何构形优化. *中国科学 E 辑: 技术科学*, 2009, 39(12): 1949—1957
- 刘晓威, 陈林根, 吴锋, 等. 不可逆谐振子卡诺热机生态学优化. *中国科学 G 辑: 物理学 力学 天文学*, 2009, 39(12): 1687—1698
- 夏少军, 陈林根, 孙丰瑞. 换热器焓耗散最小优化. *科学通报*, 2009, 54(15): 2240—2246
- 谢志辉, 陈林根, 孙丰瑞. T 形腔焓耗散最小构形优化. *科学通报*, 2009, 54(17): 2605—2612
- Xia S, Chen L, Sun F. Entransy dissipation minimization for liquid-solid phase processes. *Sci China Technol Sci*, 2010, 53(4): 960—968
- Wei S, Chen L, Sun F. Constructal optimization of discrete and continuous variable cross-section conducting path based on entransy dissipation rate minimization. *Sci China Technol Sci*, 2010, 53(6): 1666—1677
- 丁泽民, 陈林根, 孙丰瑞. 空间周期性温度场中布朗热泵的热力学特性. *中国科学: 物理学 力学 天文学*, 2010, 40(1): 16—25
- Ma K, Chen L, Sun F. Optimal paths for a light-driven engine with linear phenomenological heat transfer law. *Sci China Chem*, 2010, 53(4): 917—926
- 夏少军, 陈林根, 孙丰瑞. 有限势库化学机最大输出功时循环最优构型. *中国科学: 化学*, 2010, 40(5): 492—500
- Klein S A. An explanation for observed compression ratios in internal combustion engines. *Trans ASME J Eng Gas Turbine Pow*, 1991, 113(4): 511—513
- Angulo-Brown F, Fernandez-Betanzos J, Diaz-Pico C A. Compression ratio of an optimized air standard Otto-cycle model. *Eur J Phys*, 1994,

- 15(1): 38—42
- 39 Angulo-Brown F, Rocha-Martinez J A, Navarrete-Gonzalez I D. A non-endoreversible Otto cycle model: improving power output and efficiency. *J Phys D-Appl Phys*, 1996, 29(1): 80—83
- 40 Ge Y, Chen L, Sun F, et al. Thermodynamic simulation of performance of an Otto cycle with heat transfer and variable specific heats of working fluid. *Int J Therm Sci*, 2005, 44(5): 506—511
- 41 Ge Y, Chen L, Sun F, et al. The effects of variable specific heats of working fluid on the performance of an irreversible Otto cycle. *Int J Exergy*, 2005, 2(3): 274—283
- 42 Ge Y, Chen L, Sun F, et al. Effects of heat transfer and friction on the performance of an irreversible air-standard Miller cycle. *Int Commun Heat Mass Transfer*, 2005, 32(8): 1045—1056
- 43 Ge Y, Chen L, Sun F, et al. Effects of heat transfer and variable specific heats of working fluid on performance of a Miller cycle. *Int J Ambient Energy*, 2005, 26(4): 203—214
- 44 Abu-Nada E, Al-Hinti I, Al-Aarkhi A, et al. Thermodynamic modeling of spark-ignition engine: Effect of temperature dependent specific heats. *Int Commun Heat Mass Transfer*, 2006, 33(10): 1264—1272
- 45 Al-Sarkhi A, Al-Hinti I, Abu-Nada E, et al. Performance evaluation of irreversible Miller engine under various specific heat models. *Int Commun Heat Mass Transfer*, 2007, 34(7): 897—906
- 46 Zhao Y, Lin B, Chen J. Optimum criteria on the important parameters of an irreversible Otto heat engine with the temperature-dependent heat capacities of the working fluid. *ASME Trans. J Energy Res Tech*, 2007, 129(4): 348—354
- 47 Chen L, Ge Y, Sun F. Unified thermodynamic description and optimization for a class of irreversible reciprocating heat engine cycles. *Proc IMechE Part D-J Automob Eng*, 2008, 222(D8): 1489—1500
- 48 Ge Y, Chen L, Sun F. Finite time thermodynamic modeling and analysis for an irreversible Dual cycle. *Math Comput Model*, 2009, 50(1/2): 101—108
- 49 Ebrahimi R. Performance optimization of a Diesel cycle with specific heat ratio. *J Am Sci*, 2009, 5(8): 59—63
- 50 Caton J A. Comparisons of instructional and complete versions of thermodynamic engine cycle simulations for spark-ignition engines. *Int J Mech Engng Edu*, 2001, 29(4): 283—306
- 51 Caton J A. Illustration of the use of an instructional version of a thermodynamic cycle simulation for a commercial automotive spark-ignition engine. *Int J Mech Engng Edu*, 2002, 30(4): 283—297
- 52 Curto-Risso P L, Medina A, Calvo Hernández A. Theoretical and simulated models for an irreversible Otto cycle. *J Appl Phys*, 2008, 104(09): 094911
- 53 Curto-Risso P L, Medina A, Calvo Hernández A. Optimizing the operation of a spark ignition engine: Simulation and theoretical tools. *J Appl Phys*, 2009, 105(9): 094904
- 54 Orlov V N, Berry R S. Power output from an irreversible heat engine with a non-uniform working fluid. *Phys Rev A*, 1990, 42(6): 7230—7235
- 55 Orlov V N, Berry R S. Analytical and numerical estimates of efficiency for an irreversible heat engine with distributed working fluid. *Phys Rev A*, 1992, 45(10): 7202—7206
- 56 Orlov V N, Berry R S. Power and efficiency limits for internal combustion engines via methods of finite time thermodynamics. *J Appl Phys*, 1993, 74(7): 4317—4322
- 57 Chen L, Xia S, Sun F. Performance limits for a class of irreversible internal combustion engines. *Energy Fuels*, 2010, 24(1): 295—301
- 58 Mozurkewich M, Berry R S. Finite-time thermodynamics: Engine performance improved by optimized piston motion. *Proc Natl Acad Sci USA*, 1981, 78(4): 1986—1988
- 59 Mozurkewich M, Berry R S. Optimal paths for thermodynamic systems: The ideal Otto cycle. *J Appl Phys*, 1982, 53(1): 34—42
- 60 Hoffman K H, Berry R S. Optimal paths for thermodynamic systems: The ideal Diesel cycle. *J Appl Phys*, 1985, 58(6): 2125—2134
- 61 Blaudeck P, Hoffman K H. Optimization of the power output for the compression and power stroke of the Diesel engine. *Proc Int Conf ECOS'95*, Volume 2: 754, Istanbul, Turkey, 1995
- 62 Teh K Y, Edwards C F. Optimizing piston velocity profile for maximum work output from an IC engine. *Proc. IMECE2006, IMECE2006-13622*, 2006 ASME Int. Mech. Engng. Congress and Exposition, November 5-10, 2006. Chicago, Illinois, USA: ASME- PRESS, 2006
- 63 Teh K Y, Miller S L, Edwards C F. Thermodynamic requirements for maximum internal combustion engine cycle efficiency Part 1: optimal combustion strategy. *Int J Engine Res*, 2008, 9(6): 449—465
- 64 Teh K Y, Miller S L, Edwards C F. Thermodynamic requirements for maximum internal combustion engine cycle efficiency Part 2: Work

- extraction and reactant preparation strategies. *Int J Engine Res*, 2008, 9(6): 467—481
- 65 Teh K Y, Edwards C F. An optimal control approach to minimizing entropy generation in an adiabatic internal combustion engine. *Trans ASME J Dyn Syst Meas Control*, 2008, 130(4): 041008
- 66 Teh K Y, Edwards C F. An optimal control approach to minimizing entropy generation in an adiabatic IC engine with fixed compression ratio. *Proc. IMECE2006*, IMECE2006-13581, 2006 ASME Int. Mech. Engng. Congress and Exposition, November 5-10, 2006. Chicago, Illinois, USA: ASME-PRESS, 2006
- 67 de Vos A. Efficiency of some heat engines at maximum power conditions. *Am J Phys*, 1985, 53(6): 570—573
- 68 Huleihil M, Andresen B. Convective heat transfer law for an endoreversible engine. *J Appl Phys*, 2006, 100(1): 014911
- 69 Qin X, Chen L, Sun F. Performance of real absorption heat-transformer with a generalized heat transfer law. *Appl Thermal Eng*, 2008, 28(7): 767—776
- 70 Song H, Chen L, Li J, et al. Optimal configuration of a class of endoreversible heat engines with linear phenomenological heat transfer law. *J Appl Phys*, 2006, 100(12): 124907
- 71 Song H, Chen L, Sun F. Endoreversible heat engines for maximum power output with fixed duration and radiative heat-transfer law. *Appl Energy*, 2007, 84(4): 374—388
- 72 Song H, Chen L, Sun F. Optimal expansion of a heated working fluid for maximum work output with generalized radiative heat transfer law. *J Appl Phys*, 2007, 102(9): 094901
- 73 Chen L, Xia S, Sun F. Optimal paths for minimizing entropy generation during heat transfer processes with a generalized heat transfer law. *J Appl Phys*, 2009, 105(4): 044907
- 74 Xia S, Chen L, Sun F. Optimization for minimizing lost available work during heat transfer processes with complex heat transfer law. *Braz J Phys*, 2009, 39(1): 98—105
- 75 Chen L, Song H, Sun F, et al. Optimal configuration of heat engines for maximum efficiency with generalized radiative heat transfer law. *Riv Mexi Fis*, 2009, 55(1): 55—67
- 76 Burzler M J, Hoffman K H. Optimal piston paths for Diesel engines. Chapter 7 'Thermodynamics of energy conversion and transport', Sienuitycz S and De vos A, eds. New York: Springer, 2000
- 77 Burzler J M. Performance Optimal for Endoreversible Systems. Dissertation for the Doctoral Degree. Chemnitz: University of Chemnitz, 2002. 73—88
- 78 夏少军, 陈林根, 孙丰瑞. 线性唯象传热定律下 Otto 循环热机活塞运动的最优路径. *中国科学 G 辑: 物理学 力学 天文学*, 2009, 39(5): 698—708
- 79 Taylor C F. *The Internal Combustion Engine in Theory and Practice*. Volumes 1 and 2. Cambridge: MA, 1977
- 80 Biezeno C B, Grammel R. *Engineering Dynamics*. London: Blackie, 1955. 4: 2—5
- 81 Sieniutycz S, Salamon P. *Advances in Thermodynamics*. V4: Finite Time Thermodynamics and Thermoeconomics. New York: Taylor & Francis, 1990
- 82 Andresen B, Rubin M H, Berry R S. Availability for finite-time processes General theory and a model. *J Chem Phys*, 1983, 87(15): 2704—2713
- 83 沈维道, 蒋智敏, 董钧耕. *工程热力学*. 第三版. 北京: 高等教育出版社, 2000. 95—98

Optimal paths of piston motion of irreversible Otto cycle heat engines for minimum entropy generation

GE YanLin, CHEN LinGen* & SUN FengRui

Postgraduate School, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China

An Otto cycle heat engine with internal and external irreversibilities of heat transfer and friction, in which the heat transfer between the working fluid and the environment obeys Newton's heat transfer law [$q \propto \Delta(T)$] and linear phenomenological heat transfer law [$q \propto \Delta(T^{-1})$], respectively, is studied in this paper. The optimal piston motion trajectories for minimizing entropy generation per cycle are derived for the fixed total cycle time and fuel consumed per cycle. Optimal control theory is applied to determine the optimal piston trajectories for the cases of with and without piston acceleration constraint on each stroke and the optimal distribution of the total cycle time among the strokes with two heat transfer laws. The optimal piston motions with acceleration constraint for each stroke consist of three segments, including initial maximum acceleration and final maximum deceleration boundary segments, respectively. Numerical examples for optimal configurations are provided, and the results obtained are compared with those obtained when maximizing the work output with Newton's and linear phenomenological heat transfer laws. The results also show that optimizing the piston motion could reduce engine entropy generation by more than 30%. This is primarily due to the reduction of heat transfer loss on the initial portion of the power stroke.

Newton's heat transfer law, linear phenomenological heat transfer law, irreversible Otto cycle heat engine, minimum entropy generation, optimal piston trajectory, finite time thermodynamics

PACS: 05.70.-a, 05.70.Ln, 88.05.Bc