



论文

大变形条件下纤维增强复合材料的有效性能

杨庆生*, 刘夏, 刘健

北京工业大学机械工程与应用电子技术学院, 北京 100124

*E-mail: qsyang@bjut.edu.cn

收稿日期: 2009-10-21; 接受日期: 2010-04-18

国家自然科学基金(批准号: 10872011)和北京市自然科学基金(批准号: 3092006)资助项目

摘要 纤维增强树脂基复合材料具有优异的力学性能, 其应用领域十分广阔. 在其中的许多应用中, 复合材料会发生大变形. 本文建立了大变形条件下纤维增强树脂基复合材料的细观力学模型和均匀化方法, 计算了复合材料在不同应变情况下的有效切线模量, 研究了纤维性能、体分比和组成方式对复合材料有效性能的影响. 研究表明, 在大变形条件下, 复合材料的有效切线性能随着纤维性能和体分比的提高而显著提高, 而纤维束增强复合材料的有效切线性能要优于单丝纤维增强复合材料的有效切线性能.

关键词 复合材料, 均匀化, 大变形, 超弹性, 细观力学

PACS: 21.10.Jx, 46.90.+s, 46.15.-x

纤维增强树脂基复合材料具有低密度, 高强度, 高模量以及耐腐蚀等特点, 因而其力学性能优越, 在各行各业都得到了广泛的应用. 纤维增强树脂基复合材料在外力作用下, 通过作为连续相的树脂基体将应力传递给作为增强相的纤维, 于是纤维是外力的主要承担者, 起着增强材料的作用. 因此, 纤维的性能、体分比和分布形式决定了复合材料的宏观有效性能^[1].

计算复合材料宏观有效性能的均匀化方法有多种^[2], 例如直接均匀化方法, 间接均匀化方法和二尺度展开法. 直接均匀化法基于场量的表面或体积平均直接计算有效应力和应变, 并根据宏观应力和应变二者之间的关系, 求得宏观有效性能, 可以用数值方法进行细观场量的直接平均^[3,4]. 间接均匀化法的理论基础是关于无限大基体材料中嵌入单一夹杂问题的弹性力学解^[5]. Wang 等人^[6]通过引入新的特征函数, 用均匀的积分方程代替了传统的非均匀积分方

程. 因此, 特征函数的计算就不再受初始应变的影响, 而简化为只承受简单的位移边界条件的问题, 文献[7]用这种方法分析了非连续碳纳米管呈规则和交错两种排列情况下, 纳米管沿管长方向的应力分布规律.

二尺度展开法是一个新近发展起来的方法^[8], 特别是与有限元法结合以后, 其适用范围变得更广. 现在二尺度展开法已经被成功地应用于复合材料的均匀化, 例如, Yang 和 Becker^[9]用应力-应变的直接均匀化方法、应变能的均匀化方法以及二尺度展开法, 分别计算了多相复合材料的有效性能, 并着重分析了这三种方法在原理和计算结果上的区别. 研究发现, 两种直接均匀化方法的原理和数值结果都相同; 二尺度展开法的原理与两种直接均匀化方法相同, 只是公式形式不同, 因此得到的结果与两种直接均匀化方法得到的结果差别不大. 此外, Yang 和 Qin^[10]讨论了求复合材料宏观性能的直接均匀化方法和间接均匀化方法, 并分别用两种方法分析了各向异性复

合材料. 研究表明, 尽管两种方法的数学形式和过程不同, 但得到的复合材料的刚度相同.

对于含有周期性细观结构的复合材料, 细观尺度和宏观尺度上所有的物理量都关于细观尺度呈现周期性, 求解单胞的局部问题, 就可以得到结构的宏观性能. 因此, 均匀化通常是在复合材料的代表体元或单胞模型上进行的, 并且需要引入联系代表体元和整个复合材料的尺度参数^[11]. 关于周期性复合材料有效性能预测的研究很多, 而且, 大多数的有效性能求解都是基于有限元方法和边界元方法^[12-17]. 其中, Yang 和 Qin^[16]讨论了边界元方法在计算复合材料单胞模型的有效性能的应用, 建立了具有周期分布的非均匀单胞模型, 分析了两相复合材料的整体常数. Yang 和 Qin^[17]在单丝纤维复合材料(SFC)的单胞模型基础上, 建立了纤维束复合材料(FBC)的平面应变单胞模型, 得到了含三束或四束纤维的硼/铝基复合材料的弹塑性应力应变行为. 研究表明纤维束对复合材料的塑性变形, 横向拉伸和剪切刚度系数都有显著的影响.

上述研究工作都是在小变形假设下完成的, 没有涉及复合材料的大变形情况, 然而实验表明, 纤维增强树脂基复合材料在大应变条件下表现出明显的非线性性能^[18,19], 因此, 为了更确切的表征复合材料的宏观性能, 必须将大变形公式引入到二尺度展开法的计算过程. 目前对于大变形复合材料的有效性能研究仍然十分有限. DeBotton 等人^[20]将纤维和基体都取为不可压缩非胡克材料, 并根据这种材料的特点和纤维的空间分布情况, 发展了复合材料的有效能量密度函数, 计算了发生大变形时, 含正交各向异性纤维复合材料的响应. Moraleda 等人^[21]建立了纤维增强复合材料的平面模型, 并认为纤维是不可压缩的刚体, 均匀地分布在超弹性的基体中. 但是该文中, 认为纤维是随机均匀地分布在基体中, 没有考虑纤维的分布方式对与大变形条件下复合材料有效性能的影响. 此外, 将纤维取为刚体, 与实际情况存在差异. Yang 和 Xu^[22]建立了细观力学模型, 并根据有限变形理论研究了纤维增强复合材料的宏观超弹性性能. 文中假设纤维和基体都是超弹性介质并且都发生有限变形, 根据超弹性有限变形法计算了代表体元的局部应力, 应变场, 并根据均匀化方法得到了均匀布应力和应变, 得到了宏观应力-应变关系曲线. Takano 等人^[23]给出了大变形情况下的复合材料均匀

化的一般公式, 用大变形有限元计算了单胞的变形, 但是并没有研究复合材料的有效性能.

本文根据纤维增强树脂基复合材料的微结构特性和大变形特点, 并参考文献^[22]中的模型, 分别建立了单丝纤维增强树脂基复合材料和纤维束增强树脂基复合材料的平面应变模型, 将二尺度展开法推广到大变形情况, 计算了纤维增强树脂基复合材料在不同应变下的有效切线模量, 研究了纤维的性能和含量以及组成方式对复合材料宏观性能的影响.

1 大变形条件下的均匀化理论

文献[23]给出了大变形条件下二尺度展开法的率形式的公式, 为了方便编制程序, 本文采用增量形式重新列出这些公式. 用 S 表示第二 P-K 应力, f 表示体力. 根据平衡方程和散度定理, 可以得到用增量形式表达的虚功方程:

$$\int_{\Omega} \frac{\partial \delta u_i}{\partial X_j} (D_{ijkl} + \delta_{ik} S_{jl}) \frac{\partial \Delta u_k}{\partial X_l} d\Omega = \int_{\Omega} \delta u_i \Delta f_i d\Omega + \int_{\Gamma} \delta u_i \Delta t_i d\Gamma, \quad (1)$$

式中, D_{ijkl} 是复合材料中各组成成分的刚度系数, δu_i 是任意虚位移, Δu_k 是局部均匀化区域的位移增量. 假设复合材料含有一系列周期性细观结构, 且其周期性在复合材料大变形过程保持不变, 如图 1 所示. 考虑复合材料的宏观尺度坐标系 X 和细观尺度坐标系 Y , 它们是通过标度比值 ε 相关联的:

$$Y = X/\varepsilon, \quad (2)$$

其中, 标度比值 ε 是非常小的正数.

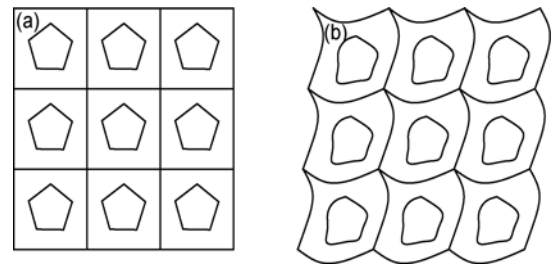


图 1 周期性细观结构示意图

(a) 变形前; (b) 变形后

在宏观坐标系 X 下描述的均匀化区域的位移增量可以表示为

$$\Delta u_i^H(\mathbf{X}) = \Delta \alpha_{ij}^H X_j + \Delta u_i^H(0), \quad (3)$$

式中 $\Delta \alpha_{ij}^H$ 为常数, $\Delta u_i^H(0)$ 为宏观坐标系 $\mathbf{X}$ 原点处的位移增量.

考虑细观结构的非均匀性及标度比值 ε 的影响, 可以将宏观坐标系下描述的均匀化区域的实际位移增量 Δu_i^ε 表示为

$$\Delta u_i^\varepsilon = \Delta u_i^H(\mathbf{X}) + \varepsilon \Delta u_i^1(\mathbf{Y}), \quad (4)$$

其中, $\Delta u_i^1(\mathbf{Y})$ 是由于细观结构的非均匀性引起的扰动位移增量, 将(2)式的两边乘以 $\Delta \alpha_{ij}^H$, 并假设宏观坐标系与细观坐标系的原点重合. 若只考虑细观结构变形, 则细观坐标系 $\mathbf{Y}$ 原点处的位移增量等于零, 则(3)式可以表示为

$$\Delta u_i^H(\mathbf{X}) = \varepsilon \Delta \alpha_{ij}^H Y_j. \quad (5)$$

在方程(4), 由于 ε 非常小, 在宏观尺度坐标下, 宏观位移为

$$\Delta U_i^{ma}(\mathbf{X}) \cong \Delta u_i^H(\mathbf{X}). \quad (6)$$

那么, 细观尺度坐标 $\mathbf{Y}$ 下描述的宏观位移增量为

$$\begin{aligned} \Delta U_i^{mi}(\mathbf{Y}) &= \Delta u_i^\varepsilon(\mathbf{Y}) = \frac{1}{\varepsilon} \Delta u_i^\varepsilon(\mathbf{X}) \\ &= \frac{1}{\varepsilon} \Delta u_i^H(\mathbf{X}) + \Delta u_i^1(\mathbf{Y}) \\ &= \Delta \alpha_{ij}^H Y_j + \Delta u_i^1(\mathbf{Y}) \\ &= \frac{\partial \Delta u_i^H(\mathbf{X})}{\partial X_j} y_j + \Delta u_i^1(\mathbf{Y}). \end{aligned} \quad (7)$$

根据(6)和(7)式, 忽略其中应变增量二次项, 得到宏观和细观的格林应变增量:

$$\begin{aligned} \Delta E_{ij}^{ma}(\mathbf{X}) &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \Delta U_i^{ma}(\mathbf{X})}{\partial X_j} + \frac{\partial \Delta U_j^{ma}(\mathbf{X})}{\partial X_i} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \Delta u_i^H(\mathbf{X})}{\partial X_j} + \frac{\partial \Delta u_j^H(\mathbf{X})}{\partial X_i} \right), \quad (8) \\ \Delta E_{ij}^{mi}(\mathbf{Y}) &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \Delta U_i^{mi}(\mathbf{Y})}{\partial Y_j} + \frac{\partial \Delta U_j^{mi}(\mathbf{Y})}{\partial Y_i} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial Y_j} (\Delta \alpha_{ik}^H Y_k) + \frac{\partial}{\partial Y_i} (\Delta \alpha_{jk}^H Y_k) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial \Delta u_i^1(\mathbf{Y})}{\partial Y_j} + \frac{\partial \Delta u_j^1(\mathbf{Y})}{\partial Y_i} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \Delta u_i^H(\mathbf{X})}{\partial X_j} + \frac{\partial \Delta u_j^H(\mathbf{X})}{\partial X_i} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial \Delta u_i^1(\mathbf{Y})}{\partial Y_j} + \frac{\partial \Delta u_j^1(\mathbf{Y})}{\partial Y_i} \right). \end{aligned} \quad (9)$$

将(4)式代入(1)式, 可以将虚功方程改写为

$$\begin{aligned} &\int_{\Omega} \left(\frac{\partial}{\partial X_j} \delta(u_i^H(\mathbf{X}) + \varepsilon u_i^1(\mathbf{Y})) \right) \\ &\times \left(\frac{\partial}{\partial X_i} (\Delta u_k^H(\mathbf{X}) + \varepsilon \Delta u_k^1(\mathbf{Y})) \right) \\ &\times (D_{ijkl}^\varepsilon + \delta_{ik} S_{jl}^\varepsilon) d\Omega \\ &= \int_{\Omega} \delta(u_i^H(\mathbf{X}) + \varepsilon u_i^1(\mathbf{Y})) \Delta f_i d\Omega \\ &\quad + \int_{\Gamma} \delta(u_i^H(\mathbf{X}) + \varepsilon u_i^1(\mathbf{Y})) \Delta t_i d\Gamma. \end{aligned} \quad (10)$$

使标度比值 ε 的极限趋近于零, 用均匀化位移梯度来表示宏观尺度和细观尺度之间的联系:

$$\Delta u_i^1(\mathbf{Y}) = -\psi_i^{kl}(\mathbf{Y}) \left(\frac{\partial \Delta u_k^H(\mathbf{X})}{\partial X_l} \right). \quad (11)$$

将(10)式拆分为两个方程, 即用于描述细观结构的虚功方程(12)和用于描述宏观结构的虚功方程(13):

$$\begin{aligned} &\int_Y \frac{\partial \delta u_i^1(\mathbf{Y})}{\partial Y_j} (D_{ijmn}^\varepsilon + \delta_{im} S_{jn}^\varepsilon) \frac{\partial \psi_m^{kl}(\mathbf{Y})}{\partial Y_n} dY \\ &= \int_Y \frac{\partial \delta u_i^1(\mathbf{Y})}{\partial Y_j} (D_{ijkl}^\varepsilon + \delta_{ik} S_{jl}^\varepsilon) dY \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} &\int_{\Omega} \frac{\partial \delta u_i^H(\mathbf{X})}{\partial X_j} \frac{\partial \Delta u_k^H(\mathbf{X})}{\partial X_l} \frac{1}{|\mathbf{Y}|} \\ &\times \int_Y \left\{ (D_{ijkl}^\varepsilon + \delta_{ik} S_{jl}^\varepsilon) - (D_{ijmn}^\varepsilon + \delta_{im} S_{jn}^\varepsilon) \right. \\ &\quad \left. \times \frac{\partial \psi_m^{kl}(\mathbf{Y})}{\partial Y_n} \right\} dY d\Omega \end{aligned} \quad (13)$$

$$= \int_{\Omega} \delta u_i^H(\mathbf{X}) \Delta f_i d\Omega + \int_{\Gamma} \delta u_i^H(\mathbf{X}) \Delta t_i d\Gamma.$$

由细观方程(12)可以解得特征位移 $\psi_m^{kl}(\mathbf{Y})$, 于是有效切线刚度可定义如下

$$D_{ijkl}^H = \frac{1}{|\mathbf{Y}|} \int_Y \left\{ D_{ijkl}^\varepsilon - \frac{\partial \psi_m^{kl}(\mathbf{Y})}{\partial Y_n} D_{ijmn}^\varepsilon \right\} dY. \quad (14)$$

从而宏观方程(13)可以简化为

$$\int_{\Omega} \frac{\partial \delta u_i^H(\mathbf{X})}{\partial X_j} (D_{ijkl}^H + S_{ijkl}^H) \frac{\partial \Delta u_k^H(\mathbf{X})}{\partial X_l} d\Omega$$

$$= \int_{\Omega} \delta u_i^H(\mathbf{X}) \Delta f_i d\Omega + \int_{\Gamma} \delta u_i^H(\mathbf{X}) \Delta t_i d\Gamma. \quad (15)$$

由(15)式可以求解得到位移增量 Δu_i^H , 将结果代入式(11)可以求解出扰动位移增量 $\Delta u_i^1(\mathbf{Y})$, 最终由式(7)求解出在细观尺度坐标 $\mathbf{Y}$ 下描述的宏观位移增量 $\Delta U_i^{mi}(\mathbf{Y})$.

2 大变形复合材料的细观力学模型及有效性能分析

本文中, 取纤维为常见的玻璃纤维和碳纤维, 并看做可压缩非胡克超弹性材料, 取树脂基为主轴超弹性材料, 且纤维在树脂基中均匀分布并呈周期性排列. 取一个代表体元, 其边界条件由材料细观结构的对称性和周期性以及它与周围材料的变形协调性确定. 认为纤维之间的接触是光滑点接触, 即在界面上位移条件是连续的.

2.1 单纤维复合材料

认为纤维在轴向无限长, 因此可将复合材料简化为平面应变问题, 并根据以上假设, 建立单丝纤维增强树脂基复合材料(SFC)代表体元的单胞模型. 如图 2(a)所示, 此模型边长为 1 mm, 包含一根纤维和周围的树脂基体. 图 2(b)表示代表体元承受拉压变形时的边界条件, 图 2(c)表示代表体元承受剪切变形时的边界条件.

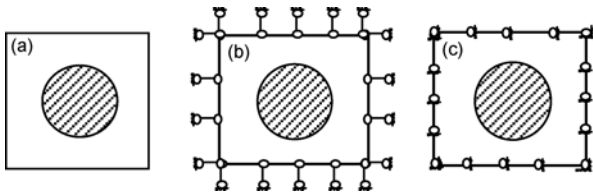


图 2 SFC 代表体元和边界条件

(a) 代表体元; (b) 法向变形的边界条件; (c) 纯剪切变形的边界条件

本文选取玻璃纤维和碳纤维两种增强相材料, 材料参数分别为: 树脂基体的杨氏模量 $E_m = 3.45$ GPa, 泊松比 $\nu_m = 0.35$; 玻璃纤维增强相的杨氏模量 $E_f = 73.1$ GPa, 泊松比 $\nu_f = 0.22$; 碳纤维增强相的杨氏模量 $E_f = 230$ GPa, 泊松比 $\nu_f = 0.28$. 设纤维的体分比分别为 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6 和 0.7.

假设代表体元是横观各向同性的, 采用二尺度展开法可以直接求出有效切线刚度 $\bar{\mathbf{D}}$, 有效切线模量, 泊松比和剪切模量可用如下公式计算:

$$\begin{aligned} E &= \frac{\bar{D}_{11}(1+\nu)(1-2\nu)}{(1-\nu)}, \\ \nu &= \frac{\bar{D}_{12}}{\bar{D}_{11} + \bar{D}_{12}}, \\ G &= \bar{D}_{66}. \end{aligned} \quad (16)$$

图 3 给出了含两种不同纤维的树脂基复合材料的有效切线刚度 $\bar{D}_{11}$, $\bar{D}_{12}$ 和 $\bar{D}_{66}$ 随纤维体分比的变化曲线. 从图中可以看出, SFC 的有效切线刚度 $\bar{D}_{11}$, $\bar{D}_{12}$ 和 $\bar{D}_{66}$ 随着纤维体分比的增大而增大; 且纤维体分比相同时, 碳纤维树脂基复合材料(CFC)的切线刚度 $\bar{D}_{11}$, $\bar{D}_{12}$ 和 $\bar{D}_{66}$ 大于玻璃纤维树脂基复合材料(GFC)的相应切线刚度, 其中 $\bar{D}_{11}$ 差别较大, $\bar{D}_{12}$ 和 $\bar{D}_{66}$ 差别较小. 这表明, 纤维的存在增大了复合材料的有效切线刚度; 且纤维性能越强, 复合材料的有效切线刚度提高越明显.

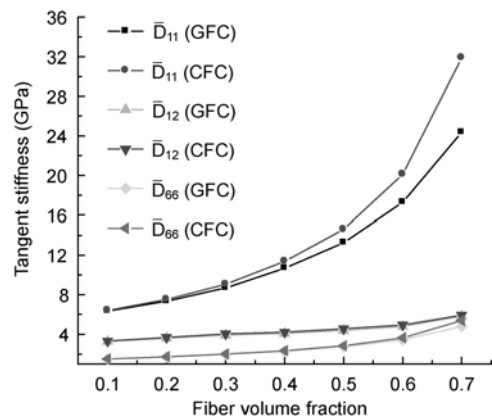


图 3 有效刚度系数随纤维体分比变化曲线

下面研究大变形的拉压和剪切条件下, 纤维性能以及体分比对复合材料宏观有效性能的影响. 在代表体元的右边界 x 方向施加 30% 的拉应变, 图 4 和 5 分别给出了两种复合材料的平均拉应力随平均应变的变化曲线.

从图 4 和 5 中可以看出, SFC 的变形是非线性的, 随着变形的增大, 材料的刚性减小, 且纤维的体分比越大, 材料刚性减小得越明显, 为了更为直观地观察

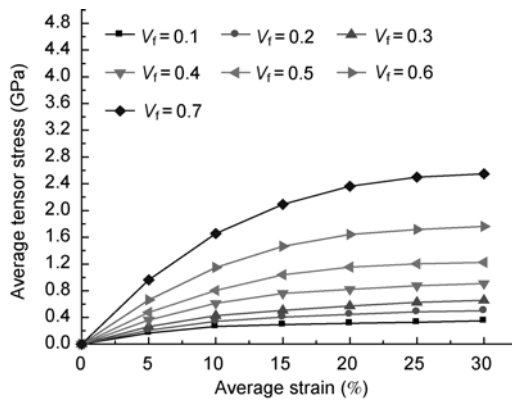


图 4 SGFC 平均拉应力

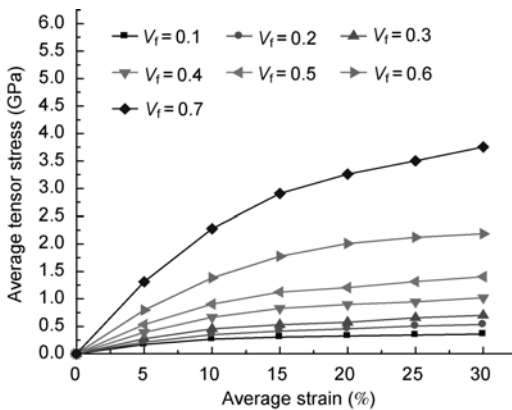


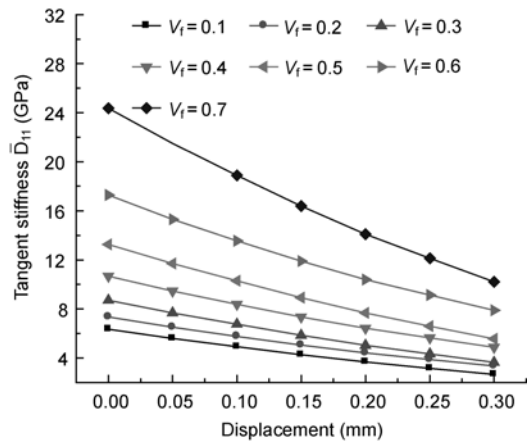
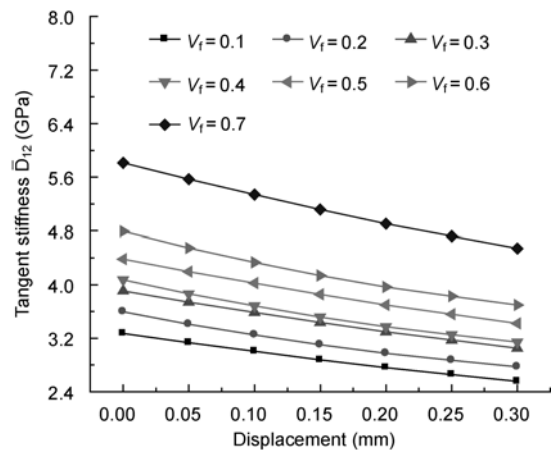
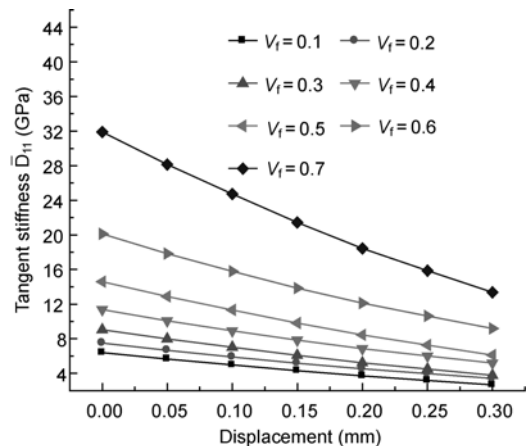
图 5 SCFC 平均拉应力

材料有效切线刚度随变形的变化情况, 图 5~8 分别给出了两种复合材料的有效切线刚度 $\bar{D}_{11}$ 和 $\bar{D}_{12}$ 随位移的变化曲线,

Florent 等人^[24]对长径比很高的含碳纳米纤维增强的复合材料进行拉伸实验, 观察由不同类型的含碳纤维增强的复合材料在大变形条件下的力学行为. 通过与实验结果对比发现, 本文的应力应变曲线与文献[24]中的应力应变曲线变化趋势相同, 证实了本文计算结果的正确性. 应力应变曲线随着应变的增大而斜率减小, 且减小幅度受到碳纤维体分比影响, 体分比越高, 减小幅度越大.

由图 6~9 可以看出: 纤维的体分比越大, SFC 的有效切线刚度 $\bar{D}_{11}$ 和 $\bar{D}_{12}$ 越大, 这一结论在大变形的过程中始终成立. SFC 的有效切线刚度 $\bar{D}_{11}$ 和 $\bar{D}_{12}$ 随变形程度的增大而减小; 在相同纤维体分比的前提下, SCFC 的有效切线刚度 $\bar{D}_{11}$ 和 $\bar{D}_{12}$ 要大于 SGFC 的相应

有效切线刚度, 且纤维体分比越大, 碳纤维对于复合材料的增强效果越明显.

图 6 SGFC 有效切线刚度 $\bar{D}_{11}$ 图 7 SGFC 有效切线刚度 $\bar{D}_{12}$ 图 8 SCFC 有效切线刚度 $\bar{D}_{11}$

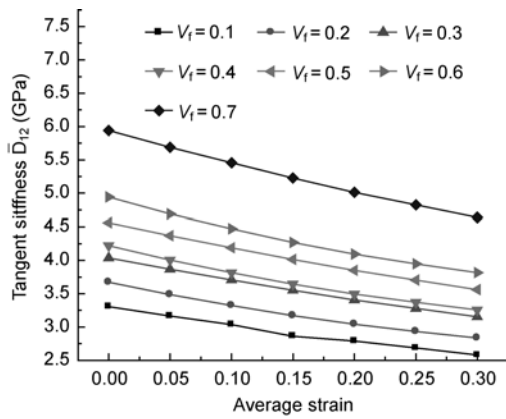


图9 SCFC 有效切线刚度 $\bar{D}_{12}$

将拉压条件改为剪切条件, 即在代表体元的上边界 x 方向施加 30% 的剪应变, 图 10 和 11 分别给出两种复合材料的平均剪应力随平均应变的变化曲线, 图 12 和 13 则分别直观地给出两种纤维增强树脂基复合材料的有效刚度系数 $\bar{D}_{66}$ 随位移的变化曲线。

由图 10~13 可以得到如下结论: SFC 的有效切线刚度 $\bar{D}_{66}$ 随着变形程度的增大而减小, 但总体变化幅度不大, 在剪切变形初始阶段 $\bar{D}_{66}$ 几乎不变, 随着变形程度的增大, $\bar{D}_{66}$ 减小的幅度才逐渐有所增加。此外, 纤维的体分比越大, 复合材料的有效切线刚度 $\bar{D}_{66}$ 也越大, 这一结论在大变形的过程中也始终成立。且在相同纤维体分比的前提下, SCFC 的有效刚度系数 $\bar{D}_{66}$ 要大于 SGFC 的相应有效切线刚度, 纤维体分比越大, 碳纤维对于复合材料的增强效果越明显。

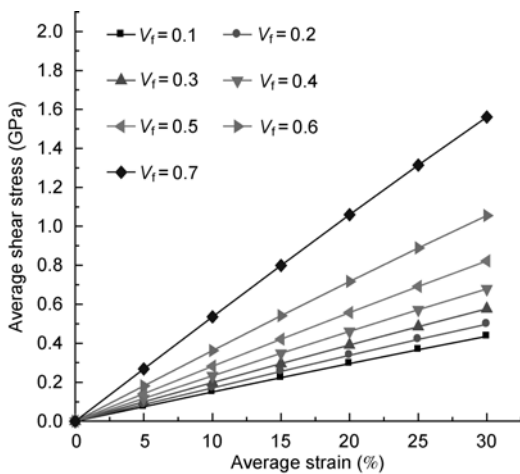


图10 SGFC 平均剪应力

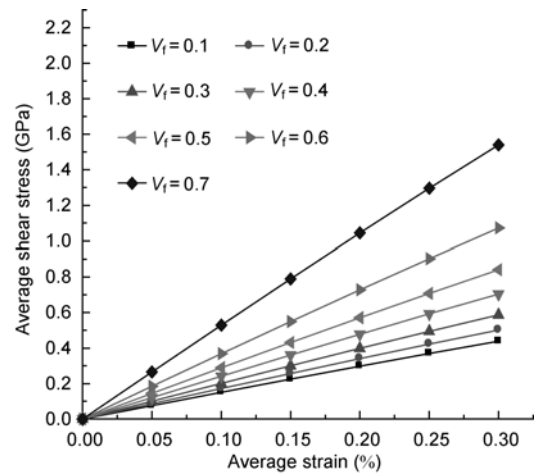


图11 SCFC 平均拉应力

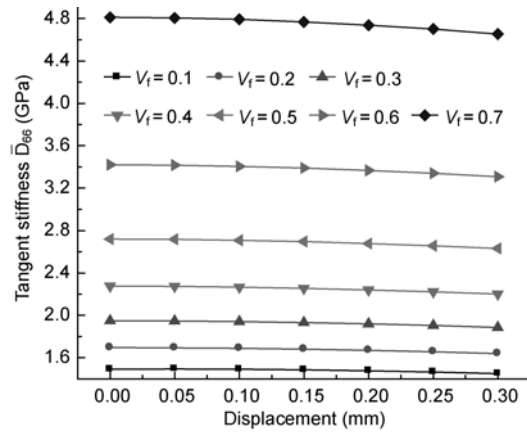


图12 SGFC 刚度系数 $\bar{D}_{66}$

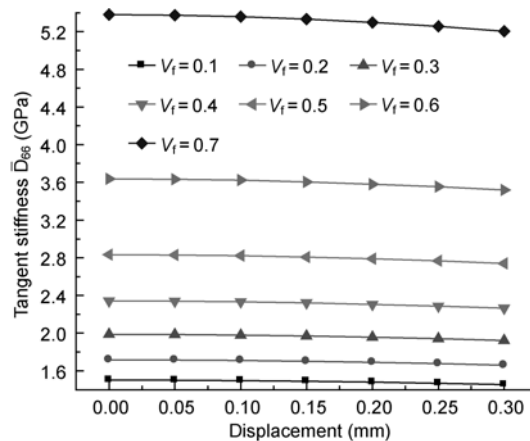


图13 SCFC 刚度系数 $\bar{D}_{66}$

下面考察大变形对复合材料的有效切线模量及泊松比的影响。图 14~17 分别给出了 SCFC 和 SGFC

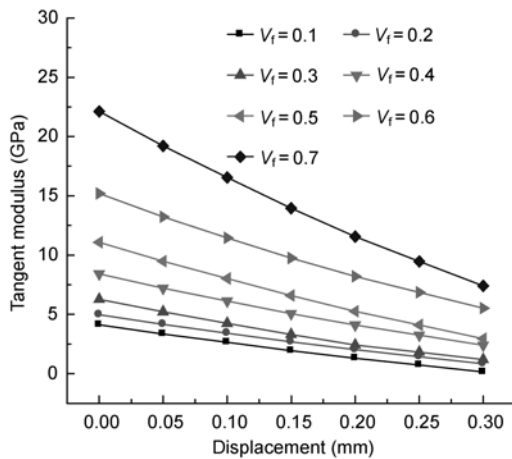


图 14 SGFC 有效切线模量

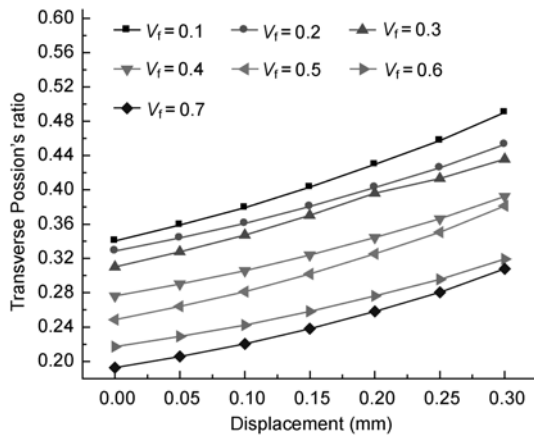


图 15 SGFC 的泊松比

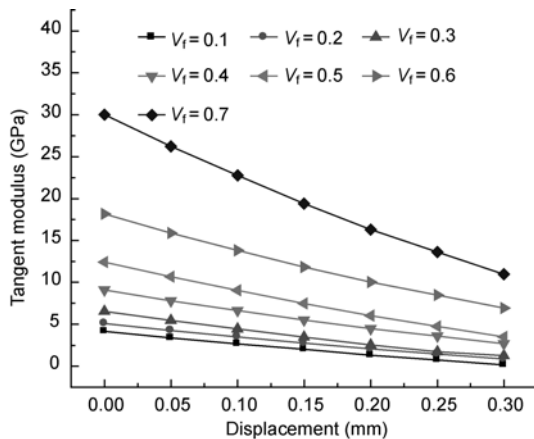


图 16 SCFC 有效切线模量

的有效切线模量和泊松比随位移的变化曲线。

由图 14~17 可得出如下结论: SFC 的有效切线模

量随变形程度的增大而减小, 且纤维的体分比越大, 复合材料的有效切线模量越大, 在大变形过程中减小的幅度也就越大; SFC 的泊松比随变形程度的增大而增大, 且纤维的体分比越大, 复合材料的泊松比越小。在相同纤维体分比的前提下, SCFC 的有效切线模量略大于 SGFC 的有效切线模量, 而 SCFC 的泊松比却略小于 SGFC 的泊松比。当纤维体分比较小小时, 这两种复合材料的有效切线模量和泊松比差别不大, 随着纤维体分比的增大, 两者的差距才逐渐显现出来。

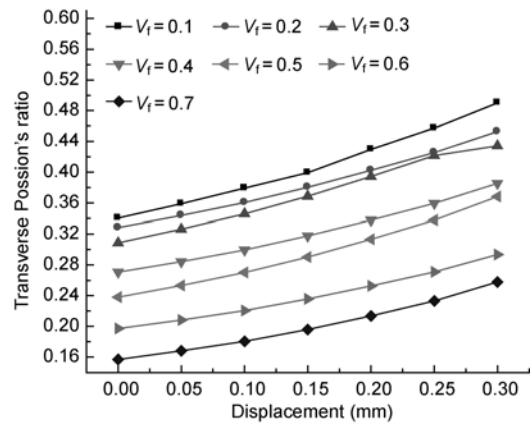


图 17 SCFC 的泊松比

2.2 纤维束增强复合材料

建立纤维束增强树脂基复合材料(FBC)代表体元的模型, 其边长为 1 mm, 如图 18(a)所示。此代表体元包含四根束纤维和周围的树脂基体, 图 17(b)为代表体元拉压变形时的边界条件, 图 17(c)为代表体元剪切变形时的边界条件。

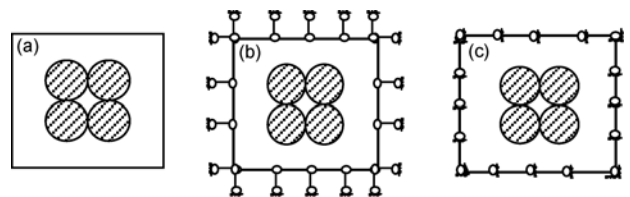


图 18 FBC 代表体元和边界条件

(a) 代表体元; (b) 法向变形的边界条件; (c) 纯剪切变形的边界条件

下面比较小变形情况下纤维组成方式对复合材料有效性能的影响。将组成方式不同的同种纤维复合材料进行比较, 对于复合材料有效杨氏模量 E 和

剪切模量 G , 可以采用 Voigt 近似公式算出其下限值.

$$\frac{1}{E} = \frac{V_f}{E_f} + \frac{V_m}{E_m}; \quad \frac{1}{G} = \frac{V_f}{G_f} + \frac{V_m}{G_m}. \quad (17)$$

图 19 和 20 给出了玻璃纤维束复合材料(GBFC)和碳纤维束复合材料(CBFC)的有效切线模量随纤维体分比的变化曲线; 图 21 和 22 给出了 FBC 的泊松比随纤维体分比的变化曲线; 图 23 和 24 给出了 FBC 的剪切模量随纤维体分比的变化曲线.

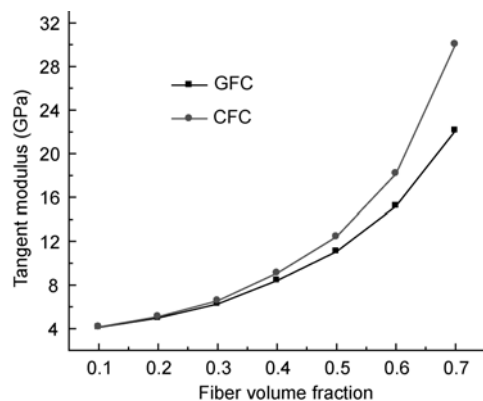


图 19 GBFC 有效切线模量

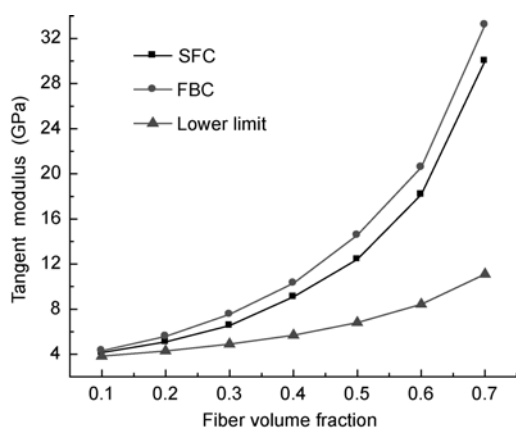


图 20 CBFC 有效切线模量

从图 19~24 中可以看出, FBC 的有效切线模量和剪切模量随着纤维体分比的增大而增大, 且在纤维体分比相同的前提下, FBC 的有效切线模量和剪切模量要大于 SFC 的有效切线模量和剪切模量, 且都大于其下限值. 而复合材料的泊松比随着纤维体分比的增大而减小, 且在相同纤维体分比的前提下, FBC 的泊松比要小于 SFC 的泊松比.

最后比较大变形条件下纤维组成方式对复合材

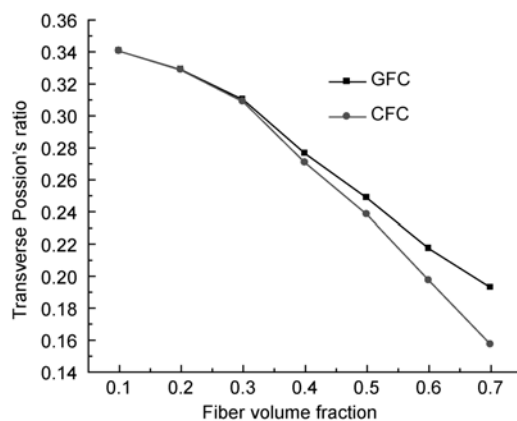


图 21 GBFC 泊松比

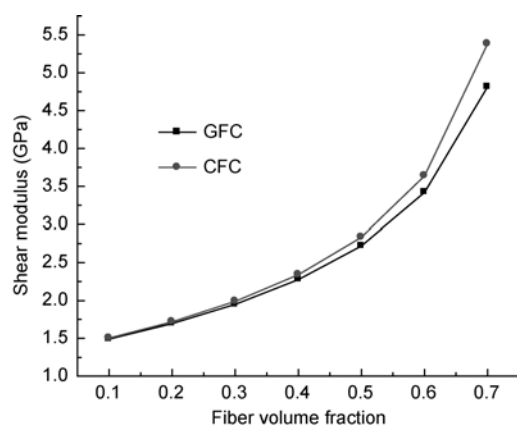


图 22 CBFC 泊松比

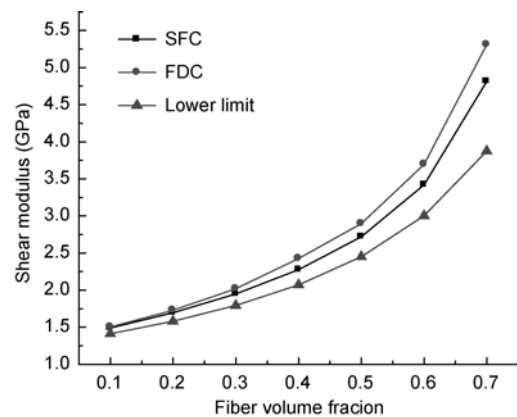


图 23 GBFC 剪切模量

料有效性能的影响. 分别取纤维为玻璃纤维和碳纤维的体分比为 0.2, 0.4 和 0.6, 将 SFC 和 FBC 的有效切线模量、泊松比和剪切模量的变化情况作比较. 图 25 和 26 给出了有效切线模量随位移的变化曲线; 图

27 和 28 给出了泊松比随位移的变化曲线; 图 29 和 30 给出了剪切模量随位移的变化曲线.

从图 25~30 可以看出, 在相同体分比前提下, 对

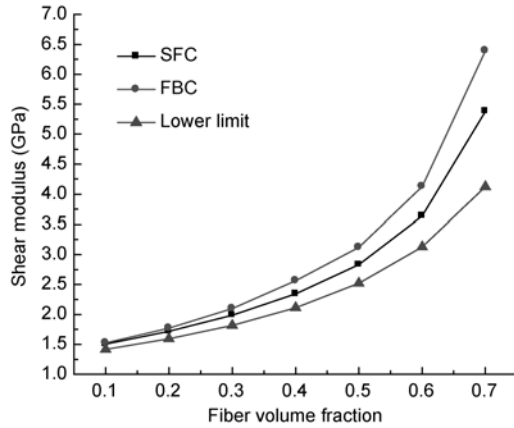


图 24 CBFC 剪切模量

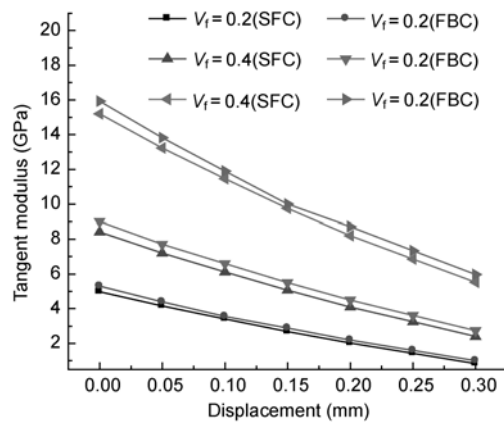


图 25 GBFC 有效切线模量

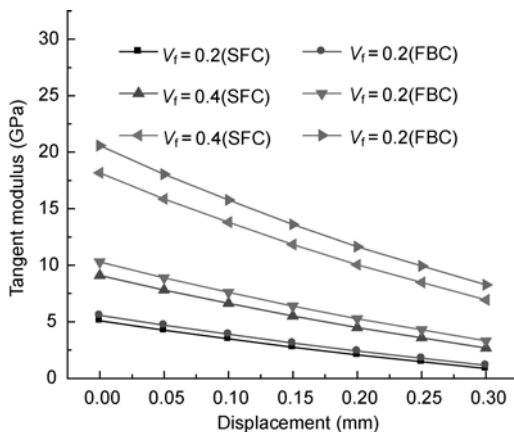


图 26 GBFC 有效切线模量

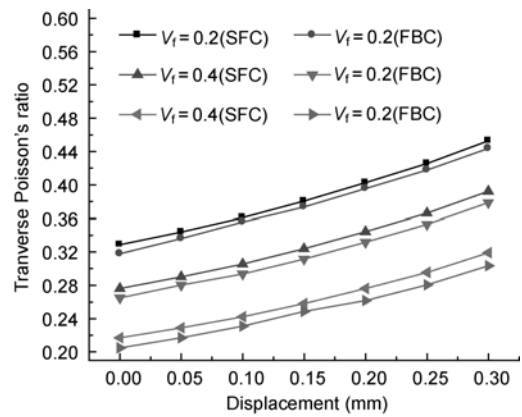


图 27 GBFC 泊松比

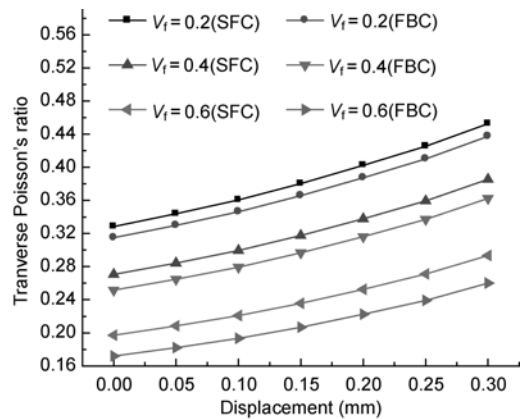


图 28 CBFC 泊松比

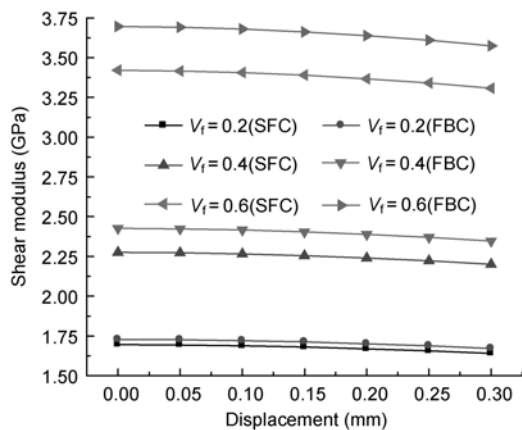


图 29 GBFC 剪切模量

于同种纤维, FBC 的有效切线模量和剪切模量略大于 SFC 的有效切线模量和剪切模量, 而 FBC 的泊松比则略小于单 SFC 的泊松比. 这说明, 在纤维体分比固定的前提下, 采用纤维束的增强形式比采用单丝纤

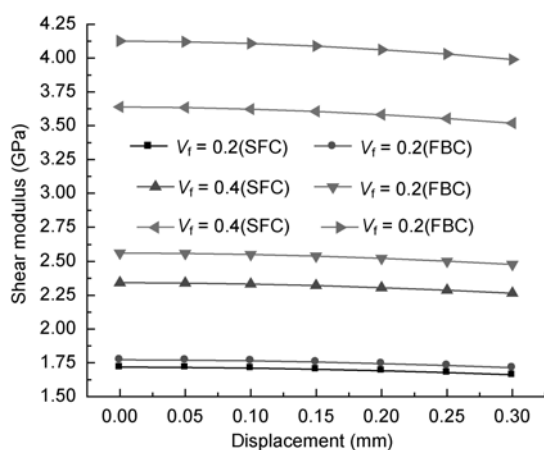


图 30 CBFC 剪切模量

维的增强形式对于复合材料有效性能的增强效果更为明显, 这进一步验证了在前面得出的结论, 且在发生大变形前后, 这个结论始终成立.

3 结论

本文建立了纤维增强树脂基复合材料的细观力学模型, 将均匀化方法推广到大变形情况, 计算了不同纤维性能, 体分比和组成方式下复合材料的有效切线刚度数, 切线模量, 泊松比和剪切模量, 得到了应力应变关系曲线. 研究结论如下:

(1) 纤维增强树脂基复合材料的变形是非线性的, 其有效刚度随着变形的增大而逐渐减小, 且纤维体分比越大, 有效刚度减小幅度越大;

(2) 在相同纤维体分比情况下, 碳纤维复合材料的有效性能高于玻璃纤维复合材料的有效性能; 纤维束复合材料的有效性能高于单丝纤维复合材料的有效性能;

(3) 在大变形纤维增强复合材料中, 纤维体分比越大, 复合材料的有效切线模量越大, 泊松比越小, 而剪切模量基本不变.

参考文献

- 1 梁军, 周振功, 杜善义. 树脂基材料的高温烧蚀变形. 复合材料学报, 2002, 19(3): 83—87
- 2 杨庆生. 复合材料细观结构力学与设计. 北京: 中国铁道出版社, 2000
- 3 Qin Q H, Yang Q S. Macro-micro Theory on Multifield Coupling Behavior of Heterogeneous Materials. Beijing: Higher Education Press, 2008
- 4 Yang Q S, Qin Q H. Micro-mechanical analysis of composite materials by BEM. Eng Anal Bound Elem, 2004, 28(8): 919—926
- 5 Bensoussan A, Lion H L, Papanicolaou G. Asymptotic Analysis of Inhomogeneous Systems. Amsterdam: North-holland, 1978
- 6 Wang W X, Luo D M, Yoshihiro T, et al. New solution method for homogenization analysis and its application to the prediction of macroscopic elastic constants of materials with periodic microstructures. Comput Struct, 2006, 84: 991—1001
- 7 罗冬梅, 汪文学, 高雄善裕. 均质化法在分析非连续碳纳米管增强复合材料微观应力分布规律中的应用. 复合材料学报, 2007, 24(3): 186—192
- 8 Sanchez P E. Non-Homogeneous Media and Vibration Theory. Lecture Notes in Physics. Berlin: Springer-Verlag, 1980. 127
- 9 Yang Q S, Becker W. A comparative investigation of different homogenization methods for prediction of the macroscopic properties of composites. CMES-Comput Model Eng Sci, 2004, 6(4): 319—332
- 10 Yang Q S, Qin Q H. On the homogenization concepts and macroscopic properties for orthotropic composites with non-symmetrically shaped inclusions. Key Eng Mater, 2006, 312: 117—122
- 11 Sigmund O. A new class of extremal composites. J Mech Phys Solids, 2000, 48: 397—428
- 12 Okada H, Fukui Y, Kumazawa N. Homogenization method for heterogeneous material based on boundary element method. Comput Struct, 2001, 79: 1987—2007
- 13 Peng X, Cao J. A dual homogenization and finite element approach for material characterization of textile composites. Compos Part B Eng, 2002, 33: 45—56
- 14 Kanit T, Forest S, Galliet I, et al. Determination of the size of the representative volume element for random composites: Statistical and numerical approach. Int J Solids Struct, 2003, 40: 3647—3679
- 15 Cluni F, Gusella V. Homogenization of non-periodic masonry structures. Int J Solids Struct, 2004, 41: 1911—23
- 16 Yang Q S, Qin Q H. Micro-mechanical analysis of composite materials by BEM. Eng Anal Bound Elem, 2004, 28(8): 919—926
- 17 Yang Q S, Qin Q H. Modelling the effective elasto-plastic properties of unidirectional composites reinforced by fibre bundles under

transverse tension and shear loading. *Mater Sci Eng*, 2003, 344(1-2): 140—145

- 18 Hu Y, Ellyin F, Xia Z. Processing and properties of polymeric nano-composites. *Polym Eng Sci*, 2001, 41(11): 2047—2060
- 19 Megnis M, Varna J. An experimental investigation of normal and shear. Stress interaction of an Expoy Resin and model predittions. *Compos Sci Technol*, 2003, 63: 19—31
- 20 DeBotton G, Hariton I, Socolsky E A. Neo-Hookean fiber-reinforced composites in finite elasticity. *J Mech Phys Solids*, 2006, 54: 533—559
- 21 Moraleda J, Segurado J, LLorca J. Finite deformation of incompressible fiber-reinforced elastomers: A computational micromechanics approach. *J Mech Phys Solids*, 2009, 57: 1596—1613
- 22 Yang Q S, Xu F. Effective hyperelastic behaviour of fiber reinforced polymer composite materials. *Key Eng Mater*, 2007, 334-335: 473—476
- 23 Takano N, Ohnishi Y, Zako M, et al. The formulation of homogenization method applied to large deformation problem for composite materials. *Int J Solids Struct*, 2000, 37: 6517—6535
- 24 Florent D, Laurent C, Catherine G, et al. Large deformation mechanical behavior of flexible nanofiber filled polymer nanocomposites, 2006, 47(8): 2802—2812

Effective properties of fiber-reinforced composites under large deformation

YANG QingSheng^{*}, LIU Xia & LIU Jian

College of Mechanical Engineering and Applied Electronics Technology, Beijing University of Technology

Fiber-reinforced resin matrix composites find a plenty of practical applications in engineering due to their distinctive mechanical properties in most of which the composites usually encounter a large deformation. Micro-mechanical model of large deformed single fiber-reinforced composite and fiber bundle-reinforced composite are presented here. Effective tangent moduli of the composites are calculated using homogenization method. Effect of properties, volume fractions and composition modes on the effective properties of the composites under different kinds of strain are studied. It is shown that the effective properties of the fiber-reinforced composite improve with the increase of volume fraction and properites of the fiber. A fiber bundle-reinforced composite has better properties than a single fiber-reinforced composite is demonstrated in present work.

composites, homogenization, large deformation, hyperelastic, micro-mechanics

PACS: 21.10.Jx, 46.90.+s, 46.15.-x