

珠穆朗玛峰的高程测定

朱 亮

摘 要

珠穆朗玛峰(以下简称珠峰)是世界第一高峰,它的精确海拔高程,历来为人们所注意。近百年来,国外对它进行过多次测定,但由于珠峰地区特殊自然地理条件的限制,测定时都未能在峰顶设立测量标志和量取覆雪厚度,并且为测定珠峰高程而进行的各种测量工作都没有达到距离珠峰很近的地区,以致各次测定结果差异很大,精度较低。

1975 年我国登山队首次在珠峰峰顶树立了测量觇标和量取了覆雪厚度。我国测绘工作者在珠峰附近地区,按周密设计的方案,进行了大量的水准、三角、天文和重力等测量珠峰高程的工作,距珠峰最近的重力点只有 1.9 公里。本文对这次珠峰高程测定的外业和计算结果作了详细介绍,并对与珠峰高程测定有关的大气折光、垂线偏差、重力和大地水准面等问题,进行了比较详尽的阐述。最后,论证了 1975 年我国所测定的珠峰海拔高程 **8848.13 米**,是世界迄今为止最为精确的数据。

珠穆朗玛峰是世界第一高峰。它位于我国和友好邻邦尼泊尔的边界上。它的北坡在我国西藏境内,南坡在尼泊尔境内。它的精确高程,历来为各国测量和地理工作者所注意。近百年来,国外曾对它的高程进行过多次测定,但一直未能获得较为满意的结果。这是由于珠峰地区

特殊自然地理条件的限制。在珠峰高程测定时,难于在峰顶设立测量标志,量取覆雪厚度,难于使重力和天文测量接近珠峰,以便取得归算观测结果所必需的可靠数据,因此无论在观测和归算方面都不易获得精确的结果。

1966—1968 年及 1975 年,在毛主席无产阶级革命路线指引下,我国对珠峰进行了两次高程测定。1975 年在毛主席关于理论问题重要指示的指引下,从 3 月至 5 月我国登山队以“无高不可攀”的革命英雄气概,再次



图 1 测绘工作者在 6120 米对珠峰进行交会观测

登上珠峰,并首次将红色测量觇标树立在珠峰峰顶。我国测绘战士满怀革命豪情,同我国登山队运动员一起,不怕苦,不怕死,战胜了高山缺氧、暴风雪、高寒等恶劣的自然条件,将测定珠峰高程的各种测量工作推进到峭壁千仞、冰川纵横的峰顶附近,最高的重力点距珠峰只有 1.9 公里。这次测量基本上克服了过去没有精确照准觇标、量取覆雪深度和峰顶附近测量数据不足的缺点,测得了迄今最为精确的珠峰高程结果。图 1 为测绘工作者在海拔 6120 米的水准点上观测珠峰顶峰。

一、我国两次测定珠峰高程的概况和特点

我们测定珠峰高程的方法是:将国家三角网和水准网扩展到尽可能接近珠峰的地区,选择适当数目的三角点或导线点,对珠峰进行水平角和天顶距的观测,确定珠峰的平面位置和测站与珠峰之间的高差,最后根据珠峰地区的天文和重力测量数据,将高程测量的结果归算为珠峰的海拔高程(正高)。

1966—1968 年期间,我国测绘工作者首次从珠峰北坡对珠峰进行了高程测定。在那次测定中,从定日国家一等导线的一条边起,向珠峰方向布设了一条长约 60 公里的二等三角锁。在二等锁的南端,沿东、中、西绒布三条冰川布设了三条三等三角锁,作为测定珠峰高程的平面控制。又从定日的一个国家水准点起,布设了一条二等水准路线到绒布寺南,并用水准测量联测了离珠峰 13.6 公里、高程为 5680 米的 III₇ 三角点,以它作为测定珠峰高程的起算点。还在珠峰测区测定了九个天文点和二条三角边的天文方位角,用以推算测站的垂线偏差和控制三角网的方位角。此外,还测量了 13 个重力点,以便取得归算高程所必需的重力数据。在那次测定中,观测珠峰的测站数达 34 个,它们距珠峰的距離由 8 公里至 77 公里。由于当时未能在珠峰峰顶设置觇标和量测覆雪厚度,只能观测珠峰山头,不免带来较大的误差,测定结果仍不能认为十分精确。

1975 年 5 月 27 日北京时间 14 时 30 分,我国登山队再次登上了地球之巅——珠穆朗玛峰,并且史无前例地在珠峰峰顶牢固地树立起 3.51 米高的红色金属觇标(见图 2),同时还量测了当时珠峰顶峰上觇标标心处的覆雪厚度,由于登山队的这种英雄壮举,和测量队的积极努力,终于取得了最精确的珠峰高程数据。

1975 年珠峰高程测定之所以能够取得精确结果,主要由于下列几个特点。

1. 在珠峰顶峰设置了测量觇标,同时量取了峰顶测量觇标处的覆雪厚度为 0.92 米。

国内外历次测定珠峰高程都是直接照准珠峰山头。由于珠峰峰顶是一个东西十余米长,南北一米左右宽的较为平坦的地形,因此由低处从不同方位向山头观测时,必然照准到它的不同边缘点,交会误差很大,观测所得的高程将会系统地偏高。再加上未能扣除覆雪厚度,也使高程偏高。根据我国 1975 年与 1966—1968 年两次测定的结果比较,如果两次测定时覆雪厚度相同,则上述两项误差合计,约达 1.5 米左右。因此我们有理由认为,照准山头的测定结果只能作为概略高程,

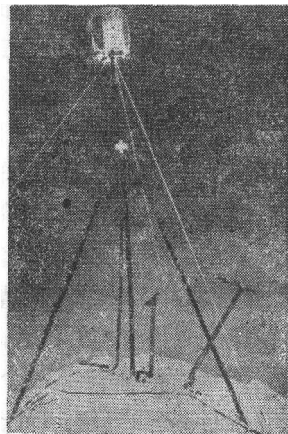


图 2 在珠峰峰顶竖立的
三米高的觇标

而只有照准觇标并扣除覆雪厚度,才能求得珠峰的精确定高。

2. 在距珠峰极近的地区,进行了充分的天文和重力测量,从而可以把水准测量和三角高程测量的结果,精确地归算到大地水准面,得出珠峰的精确正高。

由于珠峰周围地势陡峭多变,起伏特大,以致该处的水准面形状异常复杂,表现在地面垂线偏差和重力值的变化十分急剧。众所周知,在用三角高程测量方法测定珠峰高程时,必须知道各测站的垂线偏差;在求高程异常差时,还要知道更多点的垂线偏差,以便进行天文水准的计算。除此之外,由于珠峰地区高程特高,起伏很大,地面以下垂线弯曲的影响也必然较大,必须进行相当数量的重力测量,才能精确地求出大地水准面起伏。国外较近一次测定珠峰高程时,虽然也顾及了大地水准面的起伏,但由于天文点距珠峰太远,珠峰的大地水准面差距只能从 30 公里以外的点外推,精度必然较差,同时也完全没有顾及珠峰及其附近地区的重力异常影响。根据我们这次测定经验,重力异常对珠峰高程计算结果的影响总共达 2.5 米之巨(参阅后面表 2 第 5 栏和式(11)),这是不能忽略的。我们这次测定,事先作了较为周密的设计,在距珠峰极近的地区,进行了充分的天文和重力测量,使求得珠峰正高的可靠性和精确度大大提高。

3. 较为可靠地测定了折光系数。应用三角高程测量方法测定珠峰高程时,如何确定观测时的大气折光系数,是一个历来受到重视的问题。为了较好地解决这个问题,我们采取的第一项措施,是使观测站尽量接近珠峰以减少折光误差的影响。我们采取的第二项措施是对这个世界屋脊上的大气折光情况作了试验和分析,并在测定珠峰高程的期间,在测区进行了高空气象探测,取得了为计算折光系数所必不可少的高空大气实际温度梯度。由于采取了以上两项措施,就把大气折光对这次高程测定结果的影响减弱到很小的程度。

二、外业实施情况

1975 年测定珠峰高程的外业测量工作,是以 1966—1968 年在珠峰地区建立的大地控制网为基础的。

1966—1968 年珠峰测区的大部分三等三角点位于冰川边缘,其标石经过九年可能发生了位移。因此,1975 年以二等三角锁为基础,重新在东绒布冰川布设了一条三等三角锁,在西绒布冰川布设了一条微波测距导线。在三角锁和导线的端点,都测定了拉伯拉斯方位角作为控制(见图 3)。就在这些三角点和导线点上,选取了离珠峰 7—21 公里的十个点作为观测珠峰的测站,但当树立觇标后,发现只有九个点能看到觇标。这九个测站分布在以珠峰为中心的 69° 的扇形区域内,离珠峰的距离为 8.5 公里至 21.2 公里,平均为 12.8 公里,高程为 5600 米至 6240 米。为了提高求得各测站和天文水准路线上一些点的垂线偏差的精度,除 1966—1968 年在测区已有的九个天文点外,1975 年又在距珠峰更近处增测了四个天文点。离珠峰最近的天文点距离只有 5 公里,高程为 6336 米。其次,在珠峰附近,特别是沿天文水准路线,又增测了若干重力点,最高二个重力点位于由北坳到峰顶的登山路线上,高程分别为 7050 米和 7790 米,后者离珠峰只有 1.9 公里,创造了测绘史上重力点高程的最高纪录。它们对提高推求珠峰高程的精度起着重要的作用。

为了检查 1966 年施测的水准点高程有无变化,1975 年又对定日到绒布寺南一段二等水准路线进行了复测。结果表明,九年来这些水准点的高程没有发生明显的变化。所以,在 1975

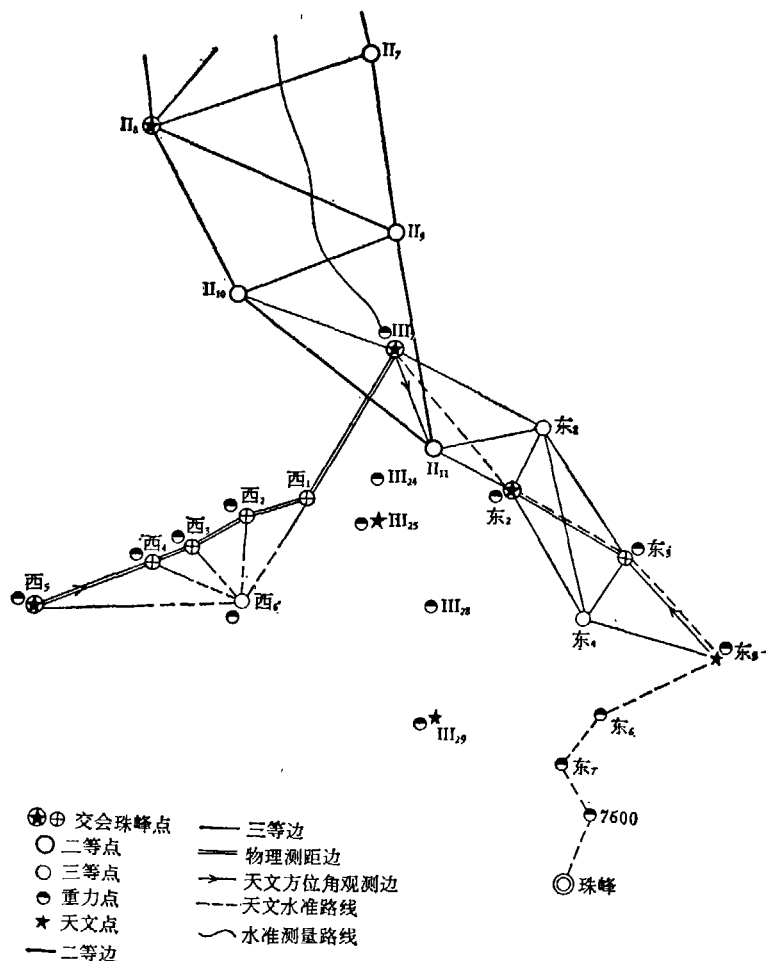


图 3 1975 年珠穆朗玛峰高程测定实施总图

年的珠峰高程测定中, 仍将 III_7 点的高程作为测定珠峰高程的起算值。

为了推求各个测站的高程, 在三等三角锁和导线边上, 都进行了对向天顶距观测。为了精确求定观测珠峰时的折光系数, 在观测珠峰的前后几天内, 在测站附近进行了高空气象探测。当红色测量觇标在珠峰顶峰树立之后, 各个观测珠峰的测站同时对珠峰觇标连续进行了三天的天顶距观测。

珠峰测量觇标的高度是根据 1960 年登上珠峰顶峰的我国登山运动员所提供的有关峰顶的情况, 参考珠峰地区航摄像片, 按照预定观测珠峰的各测站的位置和高程而设计的, 觇标高度定为 3.5 米。考虑到峰顶为白色的覆雪, 背景为明亮的天空, 因此觇标和照准圆笼都选用红色, 以便于精确照准。为了便于登山携带, 同时又要保证在峰顶经受强风的吹袭下有足够的强度, 觇标材料采用高强度的轻合金, 标杆设计成伸缩式的, 照准圆笼设计成折叠式的, 总重量只有 3.74 公斤。除觇标的中心标杆和三条腿可以深插在覆雪底部外, 还用三条尼龙绳拉紧, 绳的终端牢固系在用冰镐打入地下的“锚”上。这样在十级甚至更大风力下, 都能保证测量觇标的稳固性。实践证明, 这次设计和制造的珠峰测量觇标是适用的。由于重量轻, 而且能伸缩折

叠成较小体积,登山运动员经过艰苦的努力,顺利地把觇标带到峰顶,并在半小时左右把它牢固地树立起来。尽管峰顶经常括强风,直到6月上旬登山队胜利撤离大本营时,还可以由望远镜清楚地看到红色的觇标牢固地屹立在珠峰的峰顶。

三、珠峰高程的计算

在一般地区进行单向三角高程测量时,通常假定大地水准面的曲率与参考椭球面的曲率是相同的,因而用观测的天顶距所计算得的高差,即可认为是两点水准面间的高差(正高高差)。但珠峰附近地形都在海拔五千米以上,珠峰又耸起达三千多米,因而珠峰周围大地水准面形状较为复杂,不能认为与参考椭球面的曲率相同,如仍按一般办法处理,必然引起较大的误差。为了严格处理,在计算珠峰地区的所有三角高程测量时,都是按照严格的理论,先将观测的天顶距根据测站的垂线偏差归算到以椭球面为基准面的大地天顶距。同时把起算高程也改化为大地高程,然后以椭球面为基准面进行计算,直至求得珠峰的大地高。接着,再根据天文和重力数据,用天文水准方法求出珠峰的高程异常,将大地高转化为正常高。最后再根据珠峰的重力值和周围地形,将珠峰的正常高转化为正高。

将观测天顶距加上垂线偏差改正,化为大地天顶距,然后按照三角高程测量公式严格计算大地高差,这是比较容易理解的。为什么在将珠峰的大地高化为正高时,要通过正常高作为媒介,则有必要在此作如下解释。如所周知,大地高为正高与大地水准面差距之和。求定大地水准面的差距,需要知道大地水准面上的垂线偏差值,才可按简单的天文水准公式直接推算。为了求得大地水准面上的垂线偏差值,必须在观测的天文经纬度上加入从地面到大地水准面的垂线曲率改正。事实上垂线的曲率与地下物质的分布有关,不可能精确求得。当高程不大时,一般就按正常重力场的力线曲率进行改正,这样做尽管从理论上来说不算严格,但由于曲率改正本身数值不大,也不会引起很大误差。可是如果高程很大,也就是垂线长度很长,按正常曲率改正就会引起较大的误差。所以在珠峰地区进行高程计算时,为了避免这项误差,我们采用正常高系统作为媒介。正常高的特点是它可以不必对地下物质分布作任何假定,只要有充足的地面重力数据,就可以严格计算求得。对正常高系统来说,大地高等于正常高和高程异常之和。正常高可以从水准测量高差加上有关重力的改正而求得,高程异常可以用地面的垂线偏差值和重力值,按天文水准公式计算求得。所以按照我们所采用的计算方法,直到计算出珠峰的正常高为止,都不必对地下物质分布作任何假定。由于计算公式是严格的,所以计算结果的精度只依赖于所使用的各种实测数据的观测误差和内插误差,而不存在理论假定的误差。只有最后把珠峰的正常高化为正高时,计算珠峰地面至大地水准面沿垂线的平均重力值 gm ,才对地面以下物质密度进行假定。据估计,由于这种假定不可能完全符合实际,给珠峰的正常高带来大约 ± 0.25 米的误差。如果我们不采用正常高系统作为媒介,则由水准测量高差化为正高高差和用天文水准求大地水准面差距,每项计算都必须依赖于各种假定,不能严格计算,此种误差积累必然会远远超过上述数值。根据我们这次计算,各项计算中与重力异常有关各项改正数之和就有2.5米左右。也就是说,如果我们不作重力测量,假定重力异常为零,计算珠峰高程的误差,仅此一项就要达到2.5米。这一数据就可充分说明我们所采用的施测和计算方案的正确性和必要性。如前所述,与历次国外测定方案比较,这是此次测定珠峰高程的重要特点之一。

现将整个计算步骤介绍如下:

1. 高程起算点 III_7 的正常高

III_7 点是通过国家水准网与我国水准原点 O 相连的. 为了求得 III_7 点的正常高 $H_{III_7}^n$, 必须由 O 至 III_7 的水准测量高差之和 $\sum_0^{III_7} \Delta h$ 上, 按下式加入两项改正,

$$H_{III_7}^n = \sum_0^{III_7} \Delta h + \sum_0^{III_7} \varepsilon + \sum_0^{III_7} \frac{g - \gamma}{\gamma} \Delta h \quad (1)$$

式中右方第二项为沿整个水准路线的近似正高改正(或称为扁球的正高改正)之和, 第三项为重力异常改正之和.

2. III_7 点的大地高

任一点的大地高(即超出参考椭球面的高程) H^e , 是该点的正常高 H^n 与高程异常 ζ 之和. 对 III_7 来说, 即

$$H_{III_7}^e = H_{III_7}^n + \zeta_{III_7}. \quad (2)$$

在计算珠峰正常高的过程中, ζ_{III_7} 值只是起过渡作用, 如下面(9)式所表明, 它的误差对珠峰的最后高程并不产生直接影响, 所以只要知道概略值就行了.

3. 各三角点(导线点)的大地高

大地高是以参考椭球面为基准面的, 因此, 若在三角高程测量的观测天顶距中, 加入测站上的垂线偏差改正, 化为大地天顶距, 然后按三角高程计算得的结果就是大地高差.

III_7 点是珠峰测区的高程起算点, 通过三角高程测量结果, 就可以计算所有三角(导线)点的大地高, 例如对于任一测站 i , 可写出

$$H_i^e = H_{III_7}^e + \Delta h_{III_7, i}. \quad (3)$$

上式右方第二项为由三角高程测量推求得的 III_7 点与 i 测站之间的大地高差.

4. 珠峰的大地高

同理, 各测站对珠峰观测的天顶距, 加入测站的垂线偏差改正后, 按下面高精度的三角高程测量公式计算, 就可求得珠峰(用 Q 表示)与测站 i 之间的大地高差 $\Delta h_{Q, i}$,

$$\Delta h_{Q, i} = S_i \left(1 + \frac{H_Q}{R} \right) \operatorname{tg} \alpha_i' + (\Delta_H + \Delta_K) S_i^2 + i_i - a_Q. \quad (4)$$

式中

$$\Delta_H = \frac{H_Q}{3R_i^2} + \frac{H_i}{6R_i^2}, \quad \Delta_K = \frac{1}{2R_i} \left(1 - \frac{k_i}{\cos \alpha_i'} \right),$$

i_i 为测站仪器高, a_Q 为珠峰觇标高, S_i 为测站至珠峰在椭球面上的距离, R_i 为测站至珠峰方向的法截弧曲率半径, α_i' 为测站至珠峰方向的垂直角(已经垂线偏差改正); k_i 为测站至珠峰方向的折光系数. 而珠峰的大地高为:

$$H_Q^e = H_i^e + \Delta h_{Q, i}. \quad (5)$$

由各测站观测所得结果列于表 1.

命各测站结果之权与距离的平方成反比, 求得珠峰大地高的权平均值为:

$$H_Q^e = 8845.03 \text{ 米}. \quad (6)$$

5. 珠峰的正常高

表 1 各 测 站 观 测 结 果

测 站	距 离 S_i (公里)	测站高程 H_i^* (米)	折 光 系 数 k_i	珠峰大地高 $H_{Q_i}^I$ (米)
II ₈	21.2	6120.66	0.0744	8844.39
III ₇	13.6	5683.19	0.0810	8844.77
东 2	10.0	6242.07	0.0758	8845.06
东 3	8.5	6168.51	0.0761	8844.49
西 1	11.3	5602.03	0.0793	8844.57
西 2	11.7	5748.25	0.0772	8845.54
西 3	12.0	5750.19	0.0828	8845.79
西 4	12.5	5772.63	0.0804	8845.81
西 5	14.7	5798.77	0.0820	8845.03

珠峰的正常高与大地高的关系,可由(2)式写出

$$H_Q^N = H_Q^* - \zeta_Q,$$

或可写成

$$H_Q^N = H_Q^* - \zeta_{III_7} - (\zeta_Q - \zeta_{III_7}). \quad (7)$$

式中 ζ_Q 为珠峰处的高程异常值, $(\zeta_Q - \zeta_{III_7})$ 为 III₇ 点至珠峰 Q 的高程异常差。虽然 III₇ 点至珠峰的距离只有 13.6 公里,但高差达 3000 米,高程异常差势必较大。计算高程异常差的天文水准公式为:

$$\zeta_Q - \zeta_{III_7} = \sum_{III_7}^Q us - \sum_{III_7}^Q \Delta E, \quad \Delta E = \frac{g - \gamma}{\gamma} \Delta H. \quad (8)$$

上面第一式右方第一项为垂线偏差项,第二项为重力异常项。通常天文水准只计算第一项而忽略第二项,由表 2 可以看出,当高差大时,第二项影响总是超过第一项,绝对不能忽略。

表 2

线 路	S (米)	H (米)	US (米)	ΔE (米)	$US - \Delta E$ (米)
III ₇		5683			
东 2	4279	6242	-0.012	+0.180	-0.192
东 3	2656	6168	-0.008	-0.026	+0.018
东 5	3042	6301	-0.117	+0.047	-0.164
东 6	2819	6565	-0.091	+0.101	-0.192
北坳	1329	7050	-0.058	+0.200	-0.258
7600 号	1394	7790	-0.065	+0.321	-0.386
珠峰	1947	8849	-0.176	+0.475	-0.651
总和			-0.527	+1.298	-1.825

在表 2 所列天文水准路线中,除珠峰一点外,沿线各点的重力值都是实测值,特别是 7600 号重力点离珠峰只有 1.9 公里。对于可靠地外插珠峰重力值起了重要作用。另外,沿线各点的垂线偏差值,除 III₇, 东 2, 东 5 三点由天文观测求得外,其它各点是用地形均衡垂线偏差内插求得,中误差为 $\pm 2''$ 。加之各点间距离很近,因此所推求得的 $(\zeta_Q - \zeta_{III_7})$ 值的精度还是相当高

的。

根据(6)式和(7)式得珠峰的正常高值 H_D^r 为:

$$H_D^r = 8846.85 \text{ 米.}$$

若将(5), (3), (2)式相继代入(7)式, 不难得到

$$H_D^r = H_{m,i}^r + \Delta h_{m,i} + \Delta h_{iD} - (\zeta_D - \zeta_{m,i}). \quad (9)$$

由上式可以知道, $\zeta_{m,i}$ 的误差对 H_D^r 不产生直接的影响。

6. 珠峰的正高

根据正常高和正高的定义, 可以写出珠峰正常高 H_D^r 与正高 H_D^s 之间的关系式为:

$$H_D^s = \frac{\gamma_m}{g_m} H_D^r. \quad (10)$$

式中 γ_m 为相应于该点正常高的正常重力平均值(沿正常重力场的力线), g_m 为相应于该点正高的实际重力平均值(沿实际重力场的垂线)。 γ_m 可以根据珠峰正常高值严格求得。实际重力平均值 g_m 的求定方法, 将在下面作专门叙述。

根据式(10)算得珠峰的正高与正常高之差为 1.28 米, 即:

$$H_D^s - H_D^r = +1.28 \text{ 米.} \quad (11)$$

这就是说, 在珠峰下面的似大地水准面高出于大地水准面 1.28 米。

因此得, 珠峰的正高值为超出黄海平均海水面 8848.13 米, 即:

$$H_D^s = H_D^r + 1.28 = 8848.13 \text{ 米,}$$

这是世界迄今为止最精确的珠峰海拔高程值。

四、珠峰高程测定中所涉及的几个问题

1. 大气垂直折光

为了正确认识珠峰这个特殊地区大气垂直折光的一些规律, 1968 年我们在珠峰地区进行了一次试验, 得到珠峰地区大气垂直折光具有如下几点规律:

1. 折光系数 k 最小和最稳定的时刻是在地方时 12^h—15^h 之间, 这是天顶距观测最有利的时问。

2. 对于三角边, 12^h—15^h 期间的平均折光系数约为 0.10。

3. 对于三角边, 折光系数 k 的周日变化幅度最大达 0.20, 平均为 0.07。对于珠峰视线, 折光系数的周日变化幅度在 0.03 以内, 平均为 0.017 左右, 即为一般地面视线变化幅度的四分之一左右。换言之, 珠峰视线折光系数比较稳定。

珠峰视线的折光系数, 是根据观测时空空探测所测定的珠峰地区气温垂直梯度 τ 和测站上的气压 P 和气温 T 按下式计算得的,

$$k = 6706 \frac{P}{T^2} (3.42 + \tau) \left[1 - \frac{1}{3} (3.42 + 2\tau) \frac{\Delta H}{T} \right] \sin z, \quad (12)$$

式中气压 P 是以水银柱高度毫米为单位, 温度 T 为绝对温度 ($^{\circ}\text{K}$), 大气温度垂直梯度 τ 以 $^{\circ}\text{C}/\text{百米}$ 为单位, 高差 ΔH 以百米为单位, z 为观测天顶距。

(12)式是根据自由大气的物理定律, 假定大气中的温度垂直梯度 τ 是常数的条件下推导而得的, 因此适用于超障很高受地面影响很小的珠峰视线。1966—1968 年我国测定珠峰高程

时,按(12)式计算折光系数,由 8—77 公里不同长度视线所得的珠峰高程间的互差不大,且不存在与视线长度相关的系统差异,证明了该式的适用性。因此,1975 年还是用(12)式根据实测气象数据求定珠峰视线的 k 值。其结果见表 1 第 4 栏。由该栏数值可见,在六千米左右高程的测站上, k 值约为 0.08 左右。

2. 垂线偏差

在珠峰高程计算中,需要知道所有测站和珠峰及其附近一些点上的天文大地垂线偏差值。但是由于这次测站都十分接近珠峰,它们的海拔高程都在六千米上下,测量装备都得用人力运输,山高路险,低温缺氧,运输条件极为困难,再加之夜间天气条件更为恶劣,严寒大风,给天文作业带来更大的困难。在这样的条件下,不可能在每一个测站上都进行天文测量。因此,凡是没有进行天文观测的各个点上的天文大地垂线偏差值,都是通过地形均衡垂线偏差和已知点上的天文大地垂线偏差内插转化求得。在地形均衡垂线偏差计算中,最外积分半径取 670 公里,均衡补偿深度取 113.7 公里。根据转化计算得出内插垂线偏差分量的中误差为 $\pm 2''.8$ 。

在这次测定中,观测珠峰的测站共有九个,其中四个测站上的垂线偏差值是由天文观测求得,其它五个测站是通过地形均衡垂线偏差转化求得。这些测站离珠峰的平均距离约为 11.5 公里,按内插垂线偏差分量的中误差为 $\pm 2''.8$ 估算,一个测站上的垂线偏差误差对珠峰高程的影响约为 ± 0.16 米,各测站测定结果取平均后,对珠峰最后高程的影响不过 ± 0.05 米。内插垂线偏差分量中误差 $\pm 2''.8$ 对 III₇ 至珠峰的天文水准结果所产生的影响,约为 ± 0.09 米。由此看来,在起伏这样大的高山区采用地形均衡垂线偏差内插求定天文大地垂线偏差的精度虽然不高,但对这里的最后结果的影响并不算大。

关于计算地形均衡垂线偏差时所采用的补偿深度,我们也做了一些试验。结果表明,不顾及均衡补偿,由内插求得天文大地垂线偏差的中误差较大,采用 113.7 公里作为补偿深度,比较合适。

3. 重力

由表 2 第 5 栏可以看出,在 III₇ 至珠峰的天文水准结果中,重力异常一项的影响竟达 1.3 米。又从(10)式可以知道,当珠峰峰顶上的重力值差 1 毫伽时,对珠峰正高值的影响约为 1 厘米。由此可知,重力测量在珠峰高程计算中是占有十分重要的地位。特别是珠峰顶上的重力值的精度,尤为重要。

在这次测定中,天文水准路线上所需的重力数据,基本上都是实测的,只有珠峰峰顶一点未能实测,是采用内插法求得的。我们知道,线性内插法的精度是同内插区域内被插元素的变化幅度有关。变化幅度越小,内插精度越高。我们对珠峰附近的 20 个实测重力点分别计算了它们的空间异常、布格异常、加地形改正的布格异常和均衡异常。在这些异常值中,空间异常变化最为剧烈,布格异常次之,加地形改正的布格异常更次之,均衡异常变化最小,最大幅度约 40 毫伽。由此可见,采用均衡异常内插重力值,在这个地区可以达到 ± 20 毫伽的精度。珠峰峰顶的重力值,就是通过均衡重力异常内插求得的。在计算重力均衡异常时,最外积分半径取 166.7 公里,均衡补偿深度取 113.7 公里。

为了估计珠峰峰顶内插重力值的精度,我们作了一个试验:将离珠峰峰顶最近、高程最高的 2 个实测重力点北坳(高程 7050 米)和 7600 号(高程 7790 米)除外,根据高程较低的实测重力点利用均衡异常内插这二个点的重力值,与实测值比较,其差值分别为:北坳 15 毫伽,7600

号点 19 毫伽。由此也可得出: 珠峰峰顶内插重力值的中误差约为 ± 20 毫伽。

对于珠峰峰顶,除内插其地面重力值外,还要计算由地面至大地水准面的平均重力值 g_m 。地下重力值是无法实测求得的,所以我们也是利用地形图,借助于地形均衡假说计算出来的。对于珠峰地下物质的密度,采用有关单位根据许多岩石标本得到的珠峰地区岩石平均密度的数值。计算时将珠峰顶峰至大地水准面的铅垂线等分为 n 段,得 $0, 1, 2, \dots, \dots (n-1), n$, 共 $(n+1)$ 个点(见图 5), 计算每点的重力值 g_i (g_n 为峰顶的重力值)。命 A_i 和 B_i 分别为珠峰周围地形和均衡补偿对铅垂线上第 i 点的引力在铅垂线方向上的分量,向下为正; H_0^g 为珠峰的正高; Δg_i 为珠峰顶峰至 i 点的重力空间改正,用顾及二次项的公式计算,即

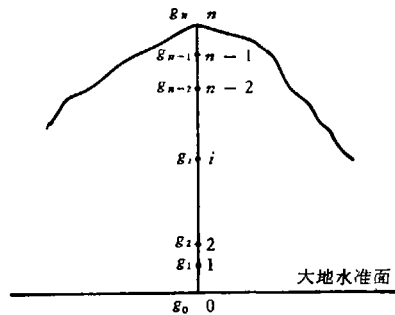


图 4 珠峰至大地水准面的铅垂线等分

$$\Delta g_i = 0.3086 \left[(n-i) \frac{H_0^g}{n} \right] - 0.72 \times 10^{-7} \left[(n-i) \frac{H_0^g}{n} \right]^2. \quad (13)$$

于是第 i 点的重力值 g_i 为:

$$g_i = g_n - A_n + A_i + B_n - B_i + \Delta g_i, \quad (14)$$

在这次计算时把垂线分成 50 段,即 $n = 50$ 。

按下式求平均重力值 g_m :

$$g_m = g_n - A_n + A_m + B_n - B_m + 0.1543 H_0^g - 0.12 \times 10^{-7} H_0^g \left(2H_0^g + \frac{H_0^g}{n} \right), \quad (15)$$

式中

$$A_m = \frac{1}{n+1} \sum_0^n A_i, \quad B_m = \frac{1}{n+1} \sum_0^n B_i. \quad (16)$$

计算 A_i 和 B_i 时,最外积分半径取 167 公里,均衡补偿深度取 113.7 公里。图 5 表示地形引力 A_i 随高度变化的情况,由图 5 可以明显地看出,在这样的高峰下,沿铅垂线的重力值不是线性变化的。如果按线性变化计算,将会产生约 100 毫伽的误差。

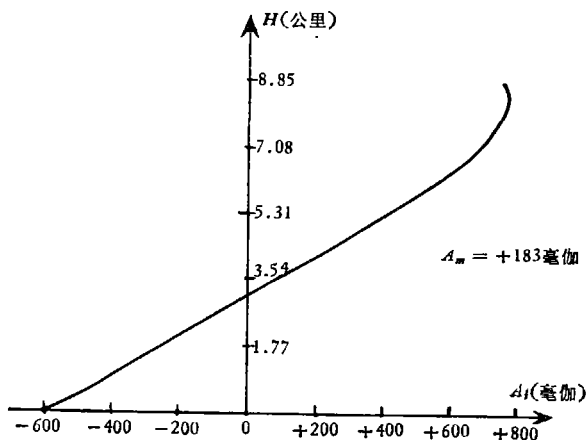


图 5 地形引力随高度的变化

由上法求得的 g_m 值的误差, 主要有下面两个来源: 地面重力值 g_n 的误差和按地形均衡假说推求 g_m 的误差. 对于前者, 前面已经给出内插中误差约为 ± 20 毫伽. 对于后者, 如果理解为重力沿垂直方向用地形均衡内插的误差, 也可认为其中误差约 ± 20 毫伽. 联合这二项误差, 得 g_m 的中误差约为 ± 28 毫伽.

五、测定珠峰高程的精度

根据以上所述测定和计算珠峰高程的整个过程, 可以看出这次测定珠峰高程的总误差, 是由以下几项误差所组成: 1. 水准测量误差, 2. 三角高程求定珠峰大地高的误差, 3. 天文水准的误差, 4. 归算为正高的误差. 现在分别讨论如下:

1. 水准测量误差 由国家水准原点起至珠峰地区 III_7 点的一、二等精密水准测量误差和归算为正常高的误差, 估算为:

$$m_{III_7}^r = \pm 0.14 \text{ 米}$$

2. 三角高程求珠峰大地高的误差 根据表 1 求珠峰大地高权平均值 H_0^* 的中误差为:

$$m_{H_0^*} = \pm 0.18 \text{ 米},$$

其中已包括三角高程测量的观测误差, 垂线偏差误差和大气折光误差的综合影响.

3. 天文水准的误差 根据前面讨论中所给出的有关内插垂线偏差和重力异常的中误差, 估算得由天文水准求定高程异常差 $(\zeta_0 - \zeta_{III_7})$ 的中误差为:

$$m_{(\zeta_0 - \zeta_{III_7})} = \pm 0.10 \text{ 米},$$

4. 归算为正高的误差 在前面重力部分已经给出珠峰的 g_m 值的误差为 ± 28 毫伽, 这对珠峰正常高转化为正高的影响约为:

$$m_{0\gamma g} = \pm 0.25 \text{ 米}.$$

联合上述四项误差, 可以得出这次测定珠峰正高的中误差为 ± 0.35 米.

从以上几项中误差数据可以看出, 将珠峰正常高归算为正高的误差占最大成分, 这一误差主要是由于不可能实测珠峰地下重力平均值 g_m , 而只能利用地形均衡假说推算所引起的. 因此可以说, 是无法克服的. 如果只计算珠峰的正常高, 那么从理论上来说, 计算都是严格的, 这时, 由观测误差所引起的珠峰正常高的中误差只有 ± 0.25 米.

关于这次测定结果与国外历次测定结果的比较, 这里有必要指出, 由于国外历次测定都是从远处照准珠峰山头并且不知道当时峰顶的覆雪深度, 因此所得结果不仅精度较差, 而且也不便直接比较. 除此以外, 国外在处理测量成果时, 都没有利用重力测量数据. 因此结果也是不严格的. 我们这次测定已把珠峰高程精度提高到中误差仅为 ± 0.35 米, 最大误差不会超过 ± 1 米的程度, 这对于测定世界最高峰的高程来说, 不能不算是很高的精度了.

毛主席教导我们: “在生产斗争和科学实验范围内, 人类总是不断发展的, 自然界也总是不断发展的, 永远不会停止在一个水平上.” 由于地球内部和外部矛盾诸方面的斗争, 地壳总是在运动着, 因此精确测定珠峰高程, 对于研究这个地区的地壳运动也具有重要科学意义. 从这个角度来说, 我们还应当继续努力, 把测定高程的精度进一步提高.