

基于耦合量子点-纳米机械振子系统的马约拉纳费米子探测

陈华俊*, 方贤文, 陈昌兆, 李洋

安徽理工大学大学理学院, 淮南 232001

*联系人, E-mail: chenphysics@126.com

收稿日期: 2016-03-20; 接受日期: 2016-04-13; 网络出版日期: 2016-07-12

国家自然科学基金资助(编号: 11404005, 51502005, 61272153, 61572035)项目

摘要 理论提出一种光学探测马约拉纳费米子的方法, 该方法完全不同于当前基于隧穿谱电学测量马约拉纳费米子的方案。该光学探测方案包含由两束光场驱动的量子点-纳米机械振子复合系统。当量子点与马约拉纳费米子耦合时, 相干光学谱中的信号表明铁磁原子链中明确的马约拉纳费米子迹象。引入测量量子点-马约拉纳费米子耦合强度的方法, 为该耦合强度的测定提出一种直观的全光学测量方法。进一步研究了量子点-纳米机械振子系统中纳米机械振子在探测马约拉纳费米子过程中所起的作用, 纳米机械振子表现出声子腔的行为显著地增强了激子共振谱, 提高了对马约拉纳费米子探测的灵敏度。该光学方法为马约拉纳费米子的探测方案提供了一种潜在的补充, 也为实现基于铁磁链中马约拉纳费米子的量子信息处理提供理论基础。

关键词 马约拉纳费米子, 量子点, 纳米机械振子, 光学探测

PACS: 42.50.Gy, 71.10.Pm, 63.22.-m, 78.67.Hc

近些年来, 零能级模马约拉纳费米子在凝聚态物理系统中受到了研究者的广泛关注, 尽管它的提出最初是来源于高能粒子物理学^[1]。马约拉纳费米子也是费米子, 但它的反粒子是它本身。该独特的粒子遵循非阿贝尔统计, 因此可以通过编制算符来实现对它的操控以便实现拓扑量子计算及量子信息处理^[2-5]。这些显著的应用前景使得当下寻找和探测马约拉纳费米子成为研究的热点。过去几年中, 拓扑超导体中可能存在马约拉纳费米子的提议受到关注^[1,2]。最近的研究发现由于超导邻近效应, 一些方案如拓扑绝缘体^[6,7], 半

导体纳米线^[8,9], 原子链^[10-14]等系统中也会存在马约拉纳费米子。尽管大量理论方案相继被提出, 然而目前实验观测确凿的马约拉纳费米子迹象仍然是一个挑战。

由于马约拉纳费米子是它们自身的反粒子, 可以通过隧穿谱实验来证明它们是否存在, 它们会在隧穿谱中的零偏压处出现一个电导峰值^[15,16]。理论预测的零偏压电导峰在半导体纳米线/超导体复合结构中已经为实验所证实, 并且该零偏压电导峰被解释为马约拉纳费米子存在的迹象^[17-21]。Nadj-Perge等人^[22]最近设计把一条铁磁原子链放到具有较强自旋-轨道耦合相

引用格式: 陈华俊, 方贤文, 陈昌兆, 等. 基于耦合量子点-纳米机械振子系统的马约拉纳费米子探测. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2016, 46: 087811
Chen H J, Fang X W, Chen C Z, et al. Majorana fermions detection based on a coupled quantum dot-nanomechanical resonator system (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2016, 46: 087811, doi: [10.1360/SSPMA2016-00163](https://doi.org/10.1360/SSPMA2016-00163)

互作用的s-波铅超导体上,通过扫描隧道显微镜在铁磁原子链的两端观测到了显著的零偏压电导峰,为马约拉纳零模的存在提供了直接的证据.然而上述一些实验报道中也没能给出明确的证据证明在凝聚态系统中存在马约拉纳费米子,而且实验上如何区别马约拉纳费米子信号与常规的费米亚带态依然是一个主要困难.第一个原因是相似的电导峰也可能是由其他物理机制所引起^[23,24],比如近藤物理效应^[21,25]和半导体纳米线的混乱或者带隙弯曲^[26]所引起.第二个原因是磁场中的安德列夫束缚态也会引起类似的电导峰特征^[27,28].目前,马约拉纳束缚态存在的实验证据在很大程度上依赖于隧穿电导的测量,而基于电学方法观测到的马约拉纳费米子迹象仍然存在争论.证明马约拉纳费米子的存在仅通过隧穿谱实验在某种程度上也是有问题的.为了得到更确凿的马约拉纳费米子的证据,可供选择的探测马约拉纳费米子的装置或提议也是很有必要的.本文将呈现一种可供选择的全光学探测马约拉纳费米子的方法.

近年来,纳米结构如半导体量子点和纳米机械振子在现今纳米科学与技术上得到了长足的发展.量子点是一种具有较好光学特性的人造原子^[29],有着许多潜在的应用^[30].纳米机械振子具有高频率和较大的品质因子等基本特性.如果把量子点与纳米机械振子耦合形成复合系统^[31,32],量子点的相干光学特性将会显著增强,该复合结构也可构成一个超灵敏的探测系统.虽然通过量子点探测马约拉纳费米子的方案已经提出^[33-37],然而这些方案大多基于电学测量.本文提出用两束光^[38]驱动的耦合量子点-纳米机械振子复合系统来探测铁磁原子链/铅超导体^[22]复合系统中的马约拉纳费米子.

光学探测马约拉纳费米子方法中,复合的量子点-纳米机械振子系统与铁磁原子链/铅超导体之间无接触,能有效避免其他信号的引入,减少对马约拉纳费米子信号探测的干扰.该方法中量子点被看作是一个二能级系统而不是电学测量方案中的无自旋单态^[33-37].当马约拉纳费米子出现在铁磁原子链的两端并与量子点耦合时,可在相干光学谱中观测到马约拉纳费米子迹象.相干光学谱中的信号作为马约拉纳费米子迹象是铁磁原子链中存在马约拉纳费米子的另一个潜在证据.光学探测方案提供了另一种方法来探测马约拉纳费米子,该方法与隧穿实验中的零偏压峰探测马

约拉纳费米子的方法完全不同^[17-22].进一步引入激子共振谱来研究纳米机械振子对马约拉纳费米子探测的影响.结果表明纳米机械振子的振动表现出声子腔的行为,显著增强了激子共振谱,使得马约拉纳费米子更容易被探测到.

1 模型和理论推导

图1(c)所示为本文的模型图,其中铁磁原子链放在铅超导体表面^[22],铁磁链具有较大的磁矩,其作用和纳米线试验中的磁场所起的作用类似^[17].与Mourik等人的实验不同的是该磁场局域在铁磁链上而很少漏到外面,并且沿着铁磁链的超导特性没有被破坏.该实验设计中,铁原子的交换耦合能级尺度远大于纳米线/超导体复合结构中的Rashba自旋-轨道耦合和超导配对.图1(a)表明一个量子点植入到纳米机械振子中形成复合的量子点-纳米机械振子系统.图1(b)给出该系统中的两种耦合相互作用,分别为量子点-马约拉纳费米子耦合和量子点-纳米机械振子耦合.接下来将分别详细地讨论该复合系统中的这两种耦合相互作用.

在复合的量子点-纳米机械振子系统中,量子点可以看做是一个二能级系统,包括基态 $|g\rangle$ 和单个激发态 $|e\rangle$ ^[39,40].二能级激子可用算符 S^+ 和 S^- 来描述,其对

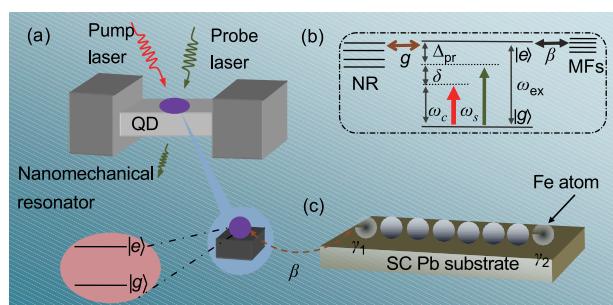


图1 (网络版彩图)光学探测马约拉纳费米子方法示意图.(a)一个量子点植入到纳米机械振子中并由两束光驱动;(b)量子点与马约拉纳费米子和机械振子耦合的能量级图;(c)铁磁原子链铺到铅超导体上,在铁磁原子链的两端出现一对马约拉纳费米子,邻近马约拉纳费米子与复合的量子点-纳米机械振子相耦合

Figure 1 (Color online) Sketch of the proposed setup for optically detecting Majorana Fermions (MFs). (a) a quantum dot (QD) embedded in a nanomechanical resonator (NR) driven by two-tone fields; (b) the energy-level diagram of a QD coupled to MFs and NR, (c) the iron chains on the superconducting Pb surface, and a pair of MFs appear in the ends of the iron chains. The nearby MF is coupled to the hybrid QD-NR system.

易关系式为 $[S^z, S^\pm] = \pm S^\pm$ 和 $[S^+, S^-] = 2S^z$. 二能级激子的哈密顿量可以描述为 $H_{\text{QD}} = \hbar\omega_e S^z$, 激子的频率为 ω_e . 纳米机械振子结构中, 纳米振子的厚度远大于其宽度, 最低振子能量的振动模式对应其基本的振动模^[31] 为纳米机械振子的基本振动模式. 采用量子简谐振子哈密顿量来描述振子的能量 $H_m = \hbar\omega_m(b^+b + 1/2)$, ω_m 是振子的频率, b 是振子的湮灭算符. 纳米机械振子结构中的弯曲引起振子的延伸和压缩^[41], 通过形变势耦合, 纵向应变将会对量子点中的电子态能级做修饰, 进而与机械振子耦合. 量子点与机械振子之间的耦合可以描述为 $\hbar\omega_m\eta S^z(b^+ + b)$, η 是量子点与振子模的耦合强度^[31]. 耦合的复合量子点-纳米机械振子系统的哈密顿量为

$$H_{\text{QD-NR}} = \hbar\omega_e S^z + \hbar\omega_m(b^+b + 1/2) + \hbar\omega_m\eta S^z(b^+ + b). \quad (1)$$

对于量子点-马约拉纳费米子耦合, 由于马约拉纳费米子是它自身的反粒子, 引入描述马约拉纳费米子的算符 γ , 有关系式 $\gamma^\dagger = \gamma$ 和 $\gamma^2 = 1$. 假定量点与铁磁链中的邻近的马约拉纳费米子 γ_1 耦合, 哈密顿量可以写成^[33-37]

$$H = i\varepsilon_M\gamma_1\gamma_2/2 + i\hbar\beta(S^- - S^+)\gamma_1. \quad (2)$$

为了方便探测马约拉纳费米子, 通过引入一个变换把马约拉纳算符转换到通常的费米子算符: $\gamma_1 = f^+ + f$ 和 $\gamma_2 = i(f^+ - f)$, f 和 f^+ 是费米湮灭和产生算符, 有对易关系式 $\{f, f^+\} = 1$. 在旋转波近似下^[42], 方程(2)可写为

$$H_{\text{MF-QD}} = \varepsilon_M(f^+f - 1/2) + i\hbar\beta(Sf^+ - S^+f), \quad (3)$$

式中右边第一项是马约拉纳费米子的能量, 频率为 ω_M , $\varepsilon_M = \hbar\omega_M \sim e^{-l/\xi}$, 其中 l 是纳米线的长度, ξ 是铅超导体的相干长度. 当纳米线很长时, 该项将变得很小而趋近于零. 将分别讨论这两种情况, 即 $\varepsilon_M \neq 0$ 和 $\varepsilon_M = 0$, 分别定义为耦合马约拉纳模式($\varepsilon_M \neq 0$)和无耦合马约拉纳模式($\varepsilon_M = 0$). 上式中第二项描述邻近马约拉纳费米子与量子点的耦合, 耦合强度为 β . 该耦合强度是可以调节的, 它与复合量子点-纳米机械振子与铁磁链之间的距离有关. 事实上方程(3)中忽略了能量不守恒项, 即 $i\hbar\beta(Sf^+ - S^+f^+)$. 数值结果发现该项引起的效应非常微弱而可以被忽略, 尤其在计算量子点的非线性光学特性时.

用两束光场驱动量子点-纳米机械振子系统, 量子

点与两束光场的耦合哈密顿量为

$$H_{\text{P-QD}} = -\mu \sum_{j=\text{pu,pr}} E_i(S^+e^{-i\omega_j t} + S^-e^{i\omega_j t}),$$

其中 μ 是激子的电偶极矩, E_i 对应两束光强, 两束光场分别为泵浦场和探测场, 频率分别为 ω_{pu} 和 ω_{pr} . 以频率 ω_{pu} 为参考系, 得到系统的总的哈密顿量为

$$\begin{aligned} H = & \hbar\Delta_{\text{pu}}S^z + \hbar\omega_m(b^+b + 1/2) + \hbar\omega_n g S^z(b^+ + b) \\ & + \hbar\Delta_M(f^+f - 1/2) + i\hbar\beta(Sf^+ - S^+f) \\ & - \hbar\Omega_{\text{pu}}(S^+ + S^-) - \mu E_{\text{pr}}(S^+e^{-i\delta t} + S^-e^{i\delta t}), \end{aligned} \quad (4)$$

其中 $\Delta_{\text{pu}} = \omega_e - \omega_{\text{pu}}$ 是激子频率与泵浦场频率的失谐, $\delta = \omega_{\text{pr}} - \omega_{\text{pu}}$ 是探测场与泵浦场之间的失谐. $\Delta_M = \omega_M - \omega_{\text{pu}}$ 是马约拉纳频率与泵浦场频率之间的失谐. $\Omega_{\text{pu}} = \mu E_{\text{pu}} / \hbar$ 是泵浦场的拉比频率. 上面的讨论中忽略了普通费米子比如电子与量子点之间的相互作用. 为了描述普通电子与量子点中的激子的相互作用, 引入一个紧束缚哈密顿量^[43].

由海森堡运动方程, 加上相应的阻尼项和耗散项, 得到郎之万方程

$$\begin{aligned} \dot{S}^z = & -\Gamma_1(S^z + 1/2) - \beta(S^-f^+ + S^+f) \\ & + i\Omega_{\text{pu}}\left(S^+ - S^-\right) + \frac{i\mu E_{\text{pr}}}{\hbar}\left(S^+e^{-i\delta t} - S^-e^{i\delta t}\right), \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \dot{S}^- = & -[i(\Delta_{\text{pu}} + \omega_n g Q) + \Gamma_2]S^- \\ & + 2\left[\beta f - i\Omega_{\text{pu}}\right]S^z - \frac{2i\mu S^z E_{\text{pr}}}{\hbar}e^{-i\delta t} + \hat{\tau}(t), \end{aligned} \quad (6)$$

$$\dot{f} = -(i\Delta_M + \kappa_M/2)f + \beta S^- + \hat{\zeta}(t), \quad (7)$$

$$\ddot{Q} + \gamma_n \dot{Q} + \omega_n^2 Q = -2\omega_n^2 g S^z + \hat{\zeta}(t), \quad (8)$$

其中 $\Gamma_1(\Gamma_2)$ 是激子的自发辐射率(弛豫速率), $Q = b^+ + b$ 是位置算符, $\gamma_n(\kappa_M)$ 是纳米机械振子(马约拉纳费米子)的衰减率. $\hat{\tau}(t)$ 是 δ 关联的郎之万噪声算符, 平均值 $\langle \hat{\tau}(t) \rangle = 0$, 且有关联函数 $\langle \hat{\tau}(t)\hat{\tau}^+(t') \rangle \sim \delta(t-t')$. 机械振子受一个随机力的影响并且布朗随机力的平均值为零, 它的关联函数为

$$\langle \hat{\zeta}^+(t)\hat{\zeta}(t') \rangle = \frac{\gamma_n}{\omega_n} \int \frac{d\omega}{2\pi} \omega e^{-i\omega(t-t')} \left[1 + \coth\left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T}\right) \right], \quad (9)$$

其中 k_B 和 T 分别是玻尔兹曼常数和该耦合系统的库温度. 马约拉纳费米子也受到与机械振子相同的随机力,

其关联函数为

$$\langle \hat{\zeta}^+(t) \hat{\zeta}(t') \rangle = \frac{\kappa_M}{\omega_M} \int \frac{d\omega}{2\pi} \omega e^{-i\omega(t-t')} \left[1 + \coth\left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T}\right) \right]. \quad (10)$$

方程(9)和(10)中, 纳米机械振子和马约拉纳模式都将受到热布朗随机力和非马尔科夫过程^[44]. 在低温条件下, 只有条件 $\omega_M / \kappa_M \gg 1$ 和 $\omega_n / \gamma_n \gg 1$ 满足时, 马约拉纳模式和纳米机械振子模式的量子效应才能被观测到. 在此条件下, 系统与热库的弱耦合使得布朗热过程看做一个马尔科夫过程. 此外相比于量子点-马约拉纳费米子耦合与量子点-纳米机械振子耦合, 热库与系统的耦合相对较弱. 考虑到二阶近似条件^[44], 最终得到如方程(9)和(10)中的热库分别与纳米机械振子模式和马约拉纳模式耦合的形式.

由于探测场强度远弱于泵浦场, 采用标准的量子光学方法, 海森堡算符可以重新写成稳态平均值和一个小的涨落之和 $O = O_0 + \delta O$ ($O = S^z, S^-, f, Q$). 泵浦场决定了稳态平均值, 探测场决定了小的涨落. 稳态平均值决定了激子的粒子数反转($\omega_0 = 2S_0^z$):

$$\begin{aligned} & \Gamma_1(\omega_0 + 1)[(\Delta_M^2 + \kappa_M^2/4)(\Delta_{pu}^2 + \Gamma_2^2 + \omega_n^2 g^4 \omega_0^2 \\ & - 2\omega_n \Delta_{pu} g^2 \omega_0) + \beta^2 \omega_0 (\beta^2 - 2\omega_n \Delta_M g^2 \\ & + 2\Delta_{pu} \Delta_M - \Gamma_2 \kappa_M)] + 4\Omega_{pu}^2 \omega_0 \Gamma_2 (\Delta_M^2 + \kappa_M^2/4) = 0, \end{aligned} \quad (11)$$

对于小的涨落的方程组, 只保留涨落算符的线性项, 做变换 $\langle \delta O \rangle = O_+ e^{-i\delta t} + O_- e^{i\delta t}$, 得到线性光学磁化率 $\chi_{eff}^{(1)}(\omega_{pr}) = \mu S_+(\omega_{pr}) / E_{pr} = Z \chi^{(1)}(\omega_{pr})$, 其中 $Z_1 = \mu^2 / \hbar \Gamma_2$, 得到 $\chi^{(1)}(\omega_{pr})$ 的表达式为

$$\chi^{(1)}(\omega_{pr}) = \frac{[(\Pi_4^* + \Lambda_1 \Pi_3^*) \Pi_1 \Lambda_3 - i\omega_0 \Pi_4^*]}{\Pi_2 \Pi_4^* - \Lambda_1 \Lambda_2 \Pi_1 \Pi_3^*} \Gamma_2, \quad (12)$$

其中

$$\Sigma_1 = \frac{\beta}{i(\Delta_M - \delta) + \kappa_M/2},$$

$$\Sigma_2 = \frac{\beta}{-i(\Delta_M + \delta) + \kappa_M/2},$$

$$\eta = \frac{2g\omega_n^2}{\delta^2 + i\delta\gamma_n - \omega_n^2},$$

$$\Lambda_1 = \frac{i\Omega_{pu} - \beta(f_0 + S_0 \Sigma_2^*)}{\Gamma_1 - i\delta},$$

$$\Lambda_2 = \frac{-i\Omega_{pu} - \beta(f_0^* + S_0^* \Sigma_1)}{\Gamma_1 - i\delta},$$

$$\Lambda_3 = \frac{iS_0^*}{\Gamma_1 - i\delta},$$

$$\Pi_1 = 2(\beta f_0 - i\Omega_{pu}) - i\omega_n g S_0 \eta,$$

$$\Pi_2 = i(A_{pu} - \delta + \omega_n g Q_0) + \Gamma_2 - \beta \omega_0 \Sigma_1 - \Lambda_2 \Pi_1,$$

$$\Pi_3 = 2(\beta f_0 - i\Omega_{pu}) - i\omega_n g S_0 \eta^*,$$

$$\Pi_4 = i(\Delta_{pu} + \delta + \omega_n g Q_0) + \Gamma_2 - \beta \omega_0 \Sigma_2 - \Lambda_2 \Pi_3.$$

$\chi^{(1)}(\omega_{pr})$ 的虚部和实部分别代表吸收和耗散. 进一步得到量子点激子态的平均布局数为

$$S_+^z = \frac{(\Lambda_1 \Pi_3^* + \Pi_4^*) [(\Pi_2 + \Lambda_2 \Pi_1) \Lambda_3 - i\omega_0 \Lambda_2]}{\Pi_2 \Pi_4^* - \Lambda_1 \Lambda_2 \Pi_1 \Pi_3^*}. \quad (13)$$

2 数值结果与讨论

为阐述数值结果, 考虑复合的量子点-纳米机械振子系统^[31]和铁原子链-铅超导体系统^[22]. 对于复合的量子点-纳米机械振子系统中的InAs量子点, 其参数为^[31]: 激子的弛豫率 $\Gamma_1=0.3$ GHz, 激子的去相干率 $\Gamma_2=0.15$ GHz. GaAs纳米机械振子的参数为 $(\omega_n, M, Q_f) = (1.2$ GHz, 5.3×10^{-15} , $3 \times 10^4)$, 其中 ω_n , M 和 Q_f 分别是纳米机械振子的频率、有效质量和品质因子. 纳米机械振子与量子点之间的耦合强度为 $\beta=0.06$, 振子的衰减率 $\gamma_m = \omega_n / Q = 4 \times 10^{-5}$ GHz. 对于马约拉纳费米子, 其寿命以及与量子点的耦合强度目前还没有具体的实验数据. 然而根据最近的一些实验报道^[17-22], 马约拉纳费米子的衰减率在 $\kappa_M = 0.1$ MHz 是合理的. 由于量子点与邻近马约拉纳费米子之间的耦合强度与距离有关, 设定耦合强度为 $\beta=0.05$ GHz.

图2(a)表明无任何耦合时(即 $\beta=0$ 和 $g=0$), 在失谐 $\Delta_{pr}=0$ 时, 量子点的吸收特性作为探测-激子失谐 $\Delta_{pr} = \omega_{pr} - \omega_e$ 的函数, 谱线展现出通常的吸收峰. 图2(b)中考虑了量子点-纳米机械振子耦合($g=0.06$)而没考虑量子点-马约拉纳费米子耦合($\beta=0$), 发现在吸

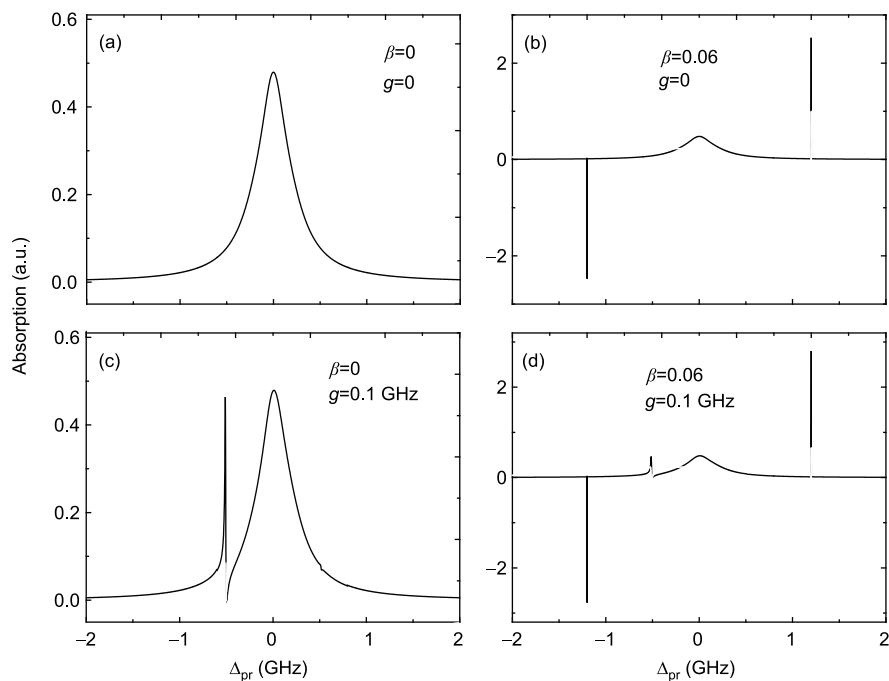


图2 吸收谱作为探测失谐 Δ_{pr} 函数. (a) 不考虑系统中的任何耦合, 即 $g=0$ 和 $\beta=0$; (b) 量子点-纳米机械振子耦合强度 $g=0.06$ 和 $\beta=0$; (c) 量子点-马约拉纳费米子耦合强度 $\beta=0.05$ GHz 和 $g=0$; (d) 考虑了量子点-纳米机械振子耦合和量子点-马约拉纳费米子耦合, 即 $g=0.06$ 和 $\beta=0.05$ GHz

Figure 2 The absorption spectra of probe field as a function of the probe detuning Δ_{pr} under different conditions. (a) Without considering any coupling, i.e., $g=0$ and $\beta=0$; (b) the QD-NR coupling strength is $g=0.06$ and $\beta=0$; (c) the QD-MF coupling strength is $\beta=0.05$ GHz and $g=0$; (d) considering both the QD-NR coupling and QD-MF coupling, i.e., $g=0.06$ and $\beta=0.05$ GHz.

收谱线中出现两个尖锐的峰, 并且尖锐峰出现的位置正对应于纳米机械振子的振动频率. 这是由于纳米机械振子振动引起的相干布局数振荡, 当泵浦-探测失谐等于纳米机械振子频率时, 机械振子与通过量子点的两束光场的拍频产生量子干涉^[45]. 这表明当泵浦场与激子共振时, 用探测场扫描频谱, 就可在相干光学谱中立刻得到两个尖锐的峰, 这同时也给出一种测量纳米机械振子频率的方法. 在该系统中量子点-纳米机械振子耦合起着重要的作用, 当不考虑该耦合时, 上述现象完全消失. 相反, 在图2(c)中, 考虑量子点-马约拉纳费米子耦合($\beta=0.05$ GHz)而忽略量子点-纳米机械振子耦合($g=0$). 由于马约拉纳费米子出现在铁磁原子链的两端并与量子点耦合, 在失谐 $\Delta_M = -0.5$ GHz时吸收谱中呈现了显著的马约拉纳费米子迹象. 这是由于量子点与马约拉纳费米子之间的相干相互作用所引起, 引入修饰态理论可以解释该现象. 量子点与邻近马约拉纳费米子耦合后诱导激发态能级 $|e\rangle$ 分裂为 $|e, n_M\rangle$ 和 $|e, n_M + 1\rangle$, 其中 n_M 是马约拉纳费米子数态.

吸收谱中左边的峰值代表 $|g\rangle$ 到 $|e, n_M\rangle$ 的跃迁, 而右边的峰值则是 $|g\rangle$ 到 $|e, n_M + 1\rangle$ 之间的跃迁^[43]. 为了确定吸收谱中的迹象是马约拉纳费米子而不是通常的电子与量子点相互作用, 引入了一个紧束缚哈密顿量来描述整个铁磁链中的电子. 数值结果表明吸收谱中没有任何信号, 这也证明收谱中观测到的分裂的确是由于量子点与邻近马约拉纳费米子耦合引起的^[46]. 图2(d)中进一步考虑两种耦合都存在时的情况, 即量子点-纳米机械振子耦合($g=0.06$)和量子点-马约拉纳费米子耦合($\beta=0.05$ GHz). 吸收谱线中不仅出现由纳米机械振子振动诱导的出现在 $\Delta_{\text{pr}}=\pm 1.2$ GHz位置处的尖锐峰, 而且也出现了由于量子点-马约拉纳费米子耦合所诱导的出现在失谐 $\Delta_M=-0.5$ GHz位置处的马约拉纳费米子信号.

在方程(3)中, 由于 ε_M 与铁磁链的长度和铅超导体的相干长度有关, 需要考虑 $\varepsilon_M \neq 0$ 和 $\varepsilon_M = 0$ 这两种情况, 分别定义为耦合马约拉纳模式和无耦合马约拉纳模式. 图3(a)中给出在耦合马约拉纳模式(实线)和无耦合马

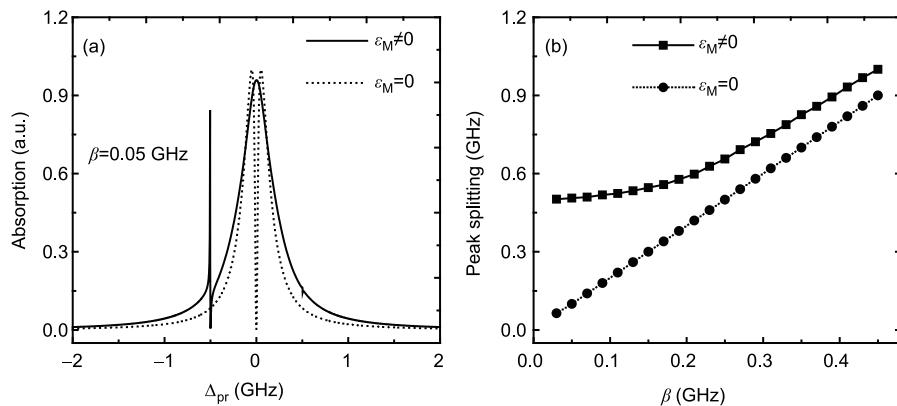


图3 (a) 探测吸收谱在 $\varepsilon_M \neq 0$ (实线)和 $\varepsilon_M = 0$ (虚线)的情况下; (b) 两峰值之间的距离与量子点-马约拉纳费米子耦合强度之间的线性关系

Figure 3 (a) The probe absorption spectrum under $\varepsilon_M \neq 0$ (the solid line) and $\varepsilon_M = 0$ (the dashed line), respectively; (b) the linear relationship between the distance of peak splitting and the coupling strength β .

约拉纳模式(虚线)的情况. 与耦合马约拉纳模式相比, 无耦合马约拉纳模式下, 量子点-马约拉纳费米子耦合哈密顿量约化为 $H_{MF-QD} = i\hbar\beta(S^z f^+ - S^z f)$ 类似于标准模型的J-C哈密顿量. 量子点-马约拉纳费米子耦合强度为 $\beta=0.05$ GHz时, 在耦合马约拉纳模式和无耦合马约拉纳模式下, 吸收谱分别展现出不对称和对称的谱线分裂现象. 该结果进一步表明相关光学谱中的马约拉纳费米子迹象, 也表明该光学探测方法在耦合马约拉纳模式和无耦合马约拉纳模式下都适用. 进一步比较这两种情况, 发现吸收谱中呈现类似电磁诱导透明的现象^[47]. 图3(a)中, 吸收谱在 $\Delta_{pr}=0$ 和 $\Delta_{pr}=-0.5$ GHz处吸收趋于零, 意味着输入的探测场被系统无吸收的透射出去. 这是由于马约拉纳模式与两束光场的拍频引起的破坏性量子干涉效应所引起的. 当两束光场的拍频 $\delta = \omega_{pr} - \omega_{pu}$ 接近马约拉纳费米子的共振频率, 马约拉纳模式开始产生相干共振, 诱导出斯托克斯散射光($\Delta_s = \omega_{pu} + \omega_M$)和反斯托克斯散射光($\Delta_{AS} = \omega_{pu} + \omega_M$). 当马约拉纳费米模式与激子非共振时, 斯托克斯散射光被强烈抑制, 而反斯托克斯光与近共振探测场产生干涉并且对探测场产生修饰. 在该系统中, 马约拉纳模式起着重要的作用, 类似于原子系统中的电磁诱导透明, 我们称该现象为马约拉纳模式诱导透明.

另一方面, 我们提出一种通过测量吸收谱线中两尖峰的分裂宽度来测量量子点-马约拉纳费米子耦合强度的方法. 图3(b)表明在耦合马约拉纳费米子($\varepsilon_M \neq 0$)

和无耦合马约拉纳费米子($\varepsilon_M=0$)的条件下峰值分裂宽度和量子点与马约拉纳费米子之间的耦合强度的线性关系. 起初两条线性曲线有少许偏离, 随着耦合强度的增强, 两曲线越来越接近. 为了得到明显的峰值分裂需要增强耦合强度, 可通过调节量子点与马约拉纳费米子之间的距离来实现. 这样通过测量探测吸收谱中两峰值之间的分裂宽度便可以直接测出量子点与马约拉纳费米子之间的耦合强度.

图4中引入了激子共振谱来研究量子点-纳米机械振子系统中纳米机械振子所起的作用, 激子共振谱有

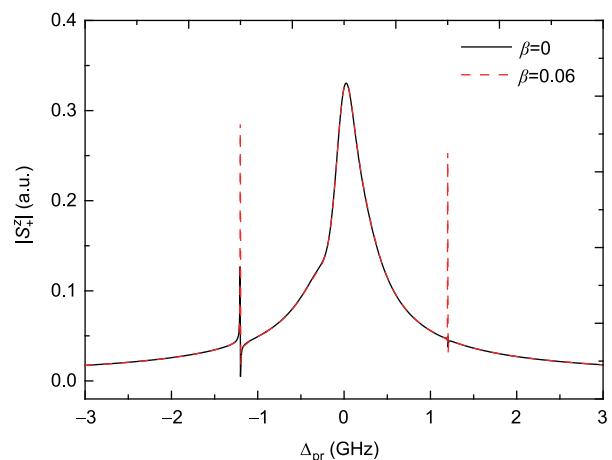


图4 (网络版彩图)量子点-马约拉纳费米子耦合强度 $\beta=0.1$ GHz时, 在有($g=0.06$)和无($g=0$)量子点-纳米机械振子耦合时, 激子共振谱作为失谐 Δ_{pr} 的函数

Figure 4 (Color online) The exciton resonance spectrum as a function of Δ_{pr} with $g=0$ and $g=0.06$ at the QD-MF coupling strength $\beta=0.1$ GHz.

益于读出量子点的激发态。调节失谐从 $\Delta_{MF} = -0.5$ GHz 到 $\Delta_{MF} = -1.2$ GHz, 量子点与马约拉纳费米子耦合引起的两个边带尖峰就会和纳米机械振子振动诱导出的两个尖锐峰相重合, 两个尖峰产生共振使量子点与马约拉纳费米子之间的相干相互作用增强。如图4所示, 在耦合马约拉纳模式下, 失谐 $\Delta_p = -0.05$ GHz时激子共振谱作为探测失谐的函数。在量子点-马约拉纳费米子耦合强度 $\beta = 0.1$ GHz时, 黑色曲线和红色曲线分别对应于 $g=0$ 和 $g=0.06$ 时的情况。很显然纳米机械振子使得激子共振谱线更尖锐而且增强了激子共振谱的强度, 这时纳米机械振子作为一个声子腔将会增强对马约拉纳费米子探测的灵敏度。

3 结论

通过耦合的量子点-纳米机械振子系统, 提出一

种全光学方法探测铁磁原子链-铅超导体中的马约拉纳费米子。相干光学谱中的信号表明马约拉纳费米子存在的迹象, 为探测马约拉纳费米子的方法提供潜在补充。由于纳米机械振子的振动, 激子共振谱变得更加显著, 增强了对马约拉纳费米子的灵敏探测。此外, 本系统中量子点-纳米机械振子耦合强度较弱, 文献[32]中呈现一种较强的量子点-纳米机械振子耦合, 该耦合强度可以达到千赫兹, 有益于对马约拉纳费米子的探测。另一方面, 如果考虑把量子点-金属纳米颗粒复合系统植入到纳米机械振子中, 金属纳米颗粒受激发后产生的表面等离子体将会显著增强量子点的相干光学特性, 也将会增强对马约拉纳费米子的探测。该全光学探测方法是基于量子点和纳米机械振子与两束光场拍频的量子干涉效应, 将为基于马约拉纳费米子全光学调制的拓扑量子计算上提供平台。

致谢 作者感谢上海交通大学朱卡的教授给予的讨论和建议。

参考文献

- 1 Alicea J. New directions in the pursuit of Majorana Fermions in solid state systems. *Rep Prog Phys*, 2012, 75: 076501. arXiv: [1202.1293](#)
- 2 Beenakker C W J. Search for Majorana Fermions in superconductors. *Annu Rev Condens Matter Phys*, 2013, 4: 113–136
- 3 Nayak C, Simon S H, Stern A, et al. Non-abelian anyons and topological quantum computation. *Rev Mod Phys*, 2008, 80: 1083–1159. arXiv: [0707.1889](#)
- 4 Elliott S R, Franz M. Colloquium: Majorana Fermions in nuclear, particle, and solid-state physics. *Rev Mod Phys*, 2015, 87: 137–163. arXiv: [1403.4976](#)
- 5 Chen H J, Zhu K D. All-optical scheme for detecting the possible Majorana signature based on QD and nanomechanical resonator systems. *Sci China-Phys Mech Astron*, 2015, 58: 050301
- 6 Fu L, Kane C L. Superconducting proximity effect and Majorana Fermions at the surface of a topological insulator. *Phys Rev Lett*, 2008, 100: 096407. arXiv: [0707.1692](#)
- 7 Fu L, Kane C L. Josephson current and noise at a superconductor/quantum-spin-Hall-insulator/superconductor junction. *Phys Rev B*, 2009, 79: 161408. arXiv: [0804.4469](#)
- 8 Lutchyn R M, Sau J D, Das Sarma S. Majorana Fermions and a topological phase transition in semiconductor-superconductor heterostructures. *Phys Rev Lett*, 2010, 105: 077001. arXiv: [1002.4033](#)
- 9 Oreg Y, Refael G, Von Oppen F. Helical liquids and majorana bound states in quantum wires. *Phys Rev Lett*, 2010, 105: 177002. arXiv: [1003.1145](#)
- 10 Ruby M, Pientka F, Peng Y, et al. End states and subgap structure in proximity-coupled chains of magnetic adatoms. *Phys Rev Lett*, 2015, 115: 197204. arXiv: [1507.03104](#)
- 11 Nadj-Perge S, Drozdov I K, Bernevig B A, et al. Proposal for realizing Majorana Fermions in chains of magnetic atoms on a superconductor. *Phys Rev B*, 2013, 88: 020407
- 12 Vazifeh M M, Franz M. Self-organized topological state with Majorana Fermions. *Phys Rev Lett*, 2013, 111: 206802. arXiv: [1307.2279](#)
- 13 Kim Y, Cheng M, Bauer B, et al. Helical order in one-dimensional magnetic atom chains and possible emergence of Majorana bound states. *Phys Rev B*, 2014, 90: 060401. arXiv: [1401.7048](#)
- 14 Peng Y, Pientka F, Glazman L I, et al. Strong localization of Majorana end states in chains of magnetic adatoms. *Phys Rev Lett*, 2015, 114: 106801. arXiv: [1412.0151](#)
- 15 Law K T, Lee P A, Ng T K. Majorana Fermion induced resonant Andreev reflection. *Phys Rev Lett*, 2009, 103: 237001. arXiv: [0907.1909](#)

- 16 Flensberg K. Tunneling characteristics of a chain of Majorana bound states. *Phys Rev B*, 2010, 82: 180516. arXiv: [1009.3533](#)
- 17 Mourik V, Zuo K, Frolov S M, et al. Signatures of Majorana Fermions in hybrid superconductor-semiconductor nanowire devices. *Science*, 2012, 336: 1003–1007. arXiv: [1204.2792](#)
- 18 Das A, Ronen Y, Most Y, et al. Zero-bias peaks and splitting in an Al-InAs nanowire topological superconductor as a signature of Majorana fermions. *Nat Phys*, 2012, 8: 887–895. arXiv: [1205.7073](#)
- 19 Deng M T, Yu C L, Huang G Y, et al. Anomalous zero-bias conductance peak in a Nb-InSb nanowire-Nb hybrid device. *Nano Lett*, 2012, 12: 6414–6419
- 20 Churchill H O H, Fatemi V, Grove-Rasmussen K, et al. Superconductor-nanowire devices from tunneling to the multichannel regime: Zero-bias oscillations and magnetoconductance crossover. *Phys Rev B*, 2013, 87: 241401. arXiv: [1303.2407](#)
- 21 Finck A D K, Van Harlingen D J, Mohseni P K, et al. Anomalous modulation of a zero-bias peak in a hybrid nanowire-superconductor device. *Phys Rev Lett*, 2013, 110: 126406. arXiv: [1212.1101](#)
- 22 Nadj-Perge S, Drozdov I K, Li J, et al. Observation of Majorana fermions in ferromagnetic atomic chains on a superconductor. *Science*, 2014, 346: 602–607. arXiv: [1410.0682](#)
- 23 Liu J, Potter A C, Law K T, et al. Zero-bias peaks in the tunneling conductance of spin-orbit-coupled superconducting wires with and without Majorana end-states. *Phys Rev Lett*, 2012, 109: 267002. arXiv: [1206.1276](#)
- 24 Chang W, Manucharyan V E, Jespersen T S, et al. Tunneling spectroscopy of quasiparticle bound states in a spinful Josephson junction. *Phys Rev Lett*, 2013, 110: 217005. arXiv: [1211.3954](#)
- 25 Lee E J H, Jiang X, Aguado R, et al. Zero-bias anomaly in a nanowire quantum dot coupled to superconductors. *Phys Rev Lett*, 2012, 109: 186802. arXiv: [1207.1259](#)
- 26 Bagrets D, Altland A. Class D spectral peak in Majorana quantum wires. *Phys Rev Lett*, 2012, 109: 227005. arXiv: [1206.0434](#)
- 27 Franke K J, Schulze G, Pascual J I. Competition of superconducting phenomena and Kondo screening at the nanoscale. *Science*, 2011, 332: 940–944
- 28 Lee E J H, Jiang X, Houzet M, et al. Spin-resolved Andreev levels and parity crossings in hybrid superconductor-semiconductor nanostructures. *Nat Nanotech*, 2013, 9: 79–84. arXiv: [1302.2611](#)
- 29 Jundt G, Robledo L, Högele A, et al. Observation of dressed excitonic states in a single quantum dot. *Phys Rev Lett*, 2008, 100: 177401. arXiv: [0711.4205](#)
- 30 Urbaszek B, Marie X, Amand T, et al. Nuclear spin physics in quantum dots: An optical investigation. *Rev Mod Phys*, 2013, 85: 79–133. arXiv: [1202.4637](#)
- 31 Wilson-Rae I, Zoller P, Imamoğlu A. Laser cooling of a nanomechanical resonator mode to its quantum ground state. *Phys Rev Lett*, 2004, 92: 075507
- 32 Yeo I, De Assis P L, Gloppe A, et al. Strain-mediated coupling in a quantum dot-mechanical oscillator hybrid system. *Nat Nanotech*, 2013, 9: 106–110. arXiv: [1306.4209](#)
- 33 Liu D E, Baranger H U. Detecting a Majorana-Fermion zero mode using a quantum dot. *Phys Rev B*, 2011, 84: 201308. arXiv: [1107.4338](#)
- 34 Flensberg K. Non-abelian operations on Majorana Fermions via single-charge control. *Phys Rev Lett*, 2011, 106: 090503. arXiv: [1011.5467](#)
- 35 Leijnse M, Flensberg K. Scheme to measure Majorana fermion lifetimes using a quantum dot. *Phys Rev B*, 2011, 84: 140501. arXiv: [1012.4650](#)
- 36 Cao Y, Wang P, Xiong G, et al. Probing the existence and dynamics of Majorana fermion via transport through a quantum dot. *Phys Rev B*, 2012, 86: 115311. arXiv: [1205.0322](#)
- 37 Li J, Yu T, Lin H Q, et al. Probing the non-locality of Majorana fermions via quantum correlations. *Sci Rep*, 2014, 4: 4930–4935. arXiv: [1409.5554](#)
- 38 Xu X, Sun B, Berman P R, et al. Coherent optical spectroscopy of a strongly driven quantum dot. *Science*, 2007, 317: 929–932
- 39 Zrenner A, Beham E, Stufler S, et al. Coherent properties of a two-level system based on a quantum-dot photodiode. *Nature*, 2002, 418: 612–614
- 40 Stufler S, Ester P, Zrenner A, et al. Quantum optical properties of a single In_xGa_{1-x}As-GaAs quantum dot two-level system. *Phys Rev B*, 2005, 72: 121301
- 41 Graff K F. Wave Motion in Elastic Solids. New York: Dover, 1991
- 42 Ridolfo A, Di Stefano O, Fina N, et al. Quantum plasmonics with quantum dot-metal nanoparticle molecules: Influence of the fano effect on photon statistics. *Phys Rev Lett*, 2010, 105: 263601
- 43 Chen H J, Zhu K D. Surface plasmon enhanced sensitive detection for possible signature of Majorana Fermions via a hybrid semiconductor quantum dot-metal nanoparticle system. *Sci Rep*, 2015, 5: 13518
- 44 Gardiner C W, Zoller P. Quantum Noise. 2nd ed. New York: Springer, 2000, 425–433
- 45 Li J J, Zhu K D. All-optical mass sensing with coupled mechanical resonator systems. *Phys Rep*, 2013, 525: 223–254

- 46 Chen H J, Zhu K D. Possibility of Majorana signature detecting via a single-electron spin implanted in a suspended carbon nanotube resonator. *RSC Adv*, 2014, 4: 47587–47592
- 47 Fleischhauer M, Imamoglu A, Marangos J P. Electromagnetically induced transparency: Optics in coherent media. *Rev Mod Phys*, 2005, 77: 633–673

Majorana fermions detection based on a coupled quantum dot-nanomechanical resonator system

CHEN HuaJun^{*}, FANG XianWen, CHEN ChangZhao & LI Yang

School of Science, Anhui University of Science and Technology, Huainan 232001, China

Motivated by a recent experiment providing evidence for Majorana zero modes in iron (Fe) chains on the superconducting Pb surface, in the present work, an optical method for probing Majorana fermions is proposed theoretically, which is very different from the current tunneling spectroscopy experiments with electrical means. The optical detection proposal consists of a hybrid quantum dot-nanomechanical resonator system driven by one strong pump field and one weak probe field. With the optical means, the signal in the coherent optical spectrum indicates a distinct signature of Majorana fermions in the end of iron chains when the quantum dot coupled to Majorana fermions. In addition, an optical scheme for determining the coupling strength between Majorana fermions and the quantum dot is also introduced, which affords a straightforward method to measure such coupling. We further investigate the role of the nanomechanical resonator in the hybrid system. The vibration of the nanomechanical resonator behaving as a phonon cavity will enhance the exciton resonance spectrum, which is robust for the detection of Majorana fermions. This optical scheme affords a potential supplement to detect Majorana fermions and supports to use Majorana fermions in Fe chains as qubits for potential applications in quantum computing devices.

Majorana fermions, quantum dot, nanomechanical resonator, optical detection

PACS: 42.50.Gy, 71.10.Pm, 63.22.-m, 78.67.Hc

doi: [10.1360/SSPMA2016-00163](https://doi.org/10.1360/SSPMA2016-00163)