

# 特种截面传输线特性阻抗计算的一种方法

曾 令 儒

(成都电讯工程学院)

## 摘 要

本文提出用圆或椭圆图形“逼近”多角形边界、计及其角形外导体边界的电荷角效应影响和取截面边界尺寸上、下限几何平均值的方法,计算了特种截面传输线特性阻抗. 得到了矩形外导体-椭圆内导体、椭圆外导体-矩形内导体、圆形外导体-正三边形内导体、圆形外导体-正五边形内导体、圆形外导体-正六边形内导体等五种新型传输线和九种现有传输线特性阻抗的初等函数计算公式. 将所得计算数值与有关文献的精确值做比较,证实了本文方法及其特性阻抗计算公式的实用性.

## 一、引 言

近二十年来,在特种截面传输线特性阻抗的计算中,准确的保角变换法,虽然能在有限范围内解决一些特种截面边界问题<sup>[1,2]</sup>,但总是给出繁杂的椭圆函数积分运算,而对复杂截面边界问题却受到限制. 近似的数值算法<sup>[5,6]</sup>,遇到的困难<sup>[7]</sup>是有限差分公式不能严格应用于导体角,因为导体角处的电位梯度是奇异的,泰勒定理不成立. 有限元法也遇到类似问题. 而且数值算法给不出具有普遍性的公式,也不能对准确度进行估计. 因此,上述方法对于某些新型特种截面传输线求解就难于进行.

近代微波理论与技术的迅速发展及其广泛应用,促使人们探求新型特种截面传输线 and 新的计算方法. 本文在文献 [3, 4] 的启示和指导下,提出了求解特种截面传输线特性阻抗的方法,得出了五种新型传输线和九种现有传输线的计算公式.

## 二、矩形外导体-椭圆内导体同轴传输线

矩形外导体-椭圆内导体同轴传输线如图 1 所示,内椭圆  $S_2$  的长半轴为  $a_2$ , 短半轴为  $b_2$ . 外矩形  $ABCD$  的尺寸为  $2a_1 \times 2b_1$ . 选取以矩形的内切共焦椭圆和外接共焦椭圆“逼近”矩形,其矩形的内切椭圆  $S_1$  的长半轴为  $a_1$ , 短半轴为  $b_1$ , 矩形的外接共焦椭圆  $S_3$  的长半轴为  $a_3$ , 短半轴为  $b_3$ , 已知  $A$  (或  $B, C, D$ ) 点坐标为  $(a_1 + jb_1)$ , 由椭圆方程可得

$$a_3 = \sqrt{a_1(a_1 + b_1)}, \quad b_3 = \sqrt{b_1(a_1 + b_1)}. \quad (1)$$

其焦距

$$c_1 = \sqrt{a_1^2 - b_1^2} = \sqrt{a_3^2 - b_3^2},$$

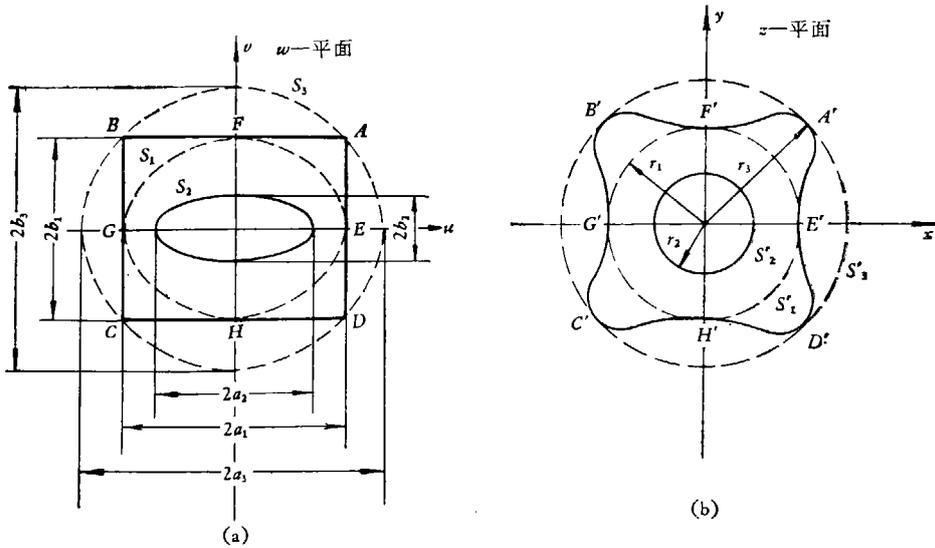


图 1 矩形外导体-椭圆内导体同轴传输线横截面及保角变换图

内椭圆半焦距

$$c_2 = \sqrt{a_2^2 - b_2^2}. \quad (2)$$

对图 1(a) 取变换函数

$$z = (w \pm \sqrt{w^2 - c^2})/c. \quad (3)$$

于是,  $w$  平面上的椭圆变成  $z$  平面上的圆, 椭圆  $S_1$  对应于圆  $S'_1$ , 椭圆  $S_2$  对应于圆  $S'_2$ , 椭圆  $S_3$  对应于圆  $S'_3$ . 圆  $S'_1$  的半径是

$$r_1 = \sqrt{(a_1 + b_1)/(a_1 - b_1)}. \quad (4)$$

圆  $S'_2$  的半径是

$$r_2 = \sqrt{(a_2 + b_2)/(a_2 - b_2)}, \quad (5)$$

圆  $S'_3$  的半径是

$$r_3 = (\sqrt{a_1} + \sqrt{b_1})/\sqrt{a_1 - b_1}. \quad (6)$$

$w$  平面上矩形的 8 个点:  $w_A, w_B, w_C, w_D, w_E, w_F, w_G, w_H$  之值分别对应于  $z$  平面上的 8 个点之值:

$$\left\{ \begin{array}{l} z_{A'} = \frac{\sqrt{a_1} + \sqrt{b_1}}{\sqrt{a_1 - b_1}} e^{i\theta_{A'}}, \\ z_{B'} = \frac{\sqrt{a_1} + \sqrt{b_1}}{\sqrt{a_1 - b_1}} e^{i\theta_{B'}} = \frac{\sqrt{a_1} + \sqrt{b_1}}{\sqrt{a_1 - b_1}} e^{i(\pi - \theta_{A'})}, \\ z_{C'} = \frac{\sqrt{a_1} + \sqrt{b_1}}{\sqrt{a_1 - b_1}} e^{i\theta_{C'}} = \frac{\sqrt{a_1} + \sqrt{b_1}}{\sqrt{a_1 - b_1}} e^{i(\pi + \theta_{A'})}, \\ z_{D'} = \frac{\sqrt{a_1} + \sqrt{b_1}}{\sqrt{a_1 - b_1}} e^{i\theta_{D'}} = \frac{\sqrt{a_1} + \sqrt{b_1}}{\sqrt{a_1 - b_1}} e^{-i\theta_{A'}}. \end{array} \right. \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \theta_{A'} &= \operatorname{tg}^{-1} \frac{b_1 + \sqrt{a_1 b_1}}{a_1 + \sqrt{a_1 b_1}}, & \theta_{B'} &= \operatorname{tg}^{-1} \frac{b_1 + \sqrt{a_1 b_1}}{-(a_1 + \sqrt{a_1 b_1})}, \\ \theta_{C'} &= \operatorname{tg}^{-1} \frac{-(b_1 + \sqrt{a_1 b_1})}{-(a_1 + \sqrt{a_1 b_1})}, & \theta_{D'} &= \operatorname{tg}^{-1} \frac{-(b_1 + \sqrt{a_1 b_1})}{a_1 + \sqrt{a_1 b_1}}, \\ \begin{cases} z_{E'} = \sqrt{(a_1 + b_1)/(a_1 - b_1)} e^{j0}, & z_{F'} = \sqrt{(a_1 + b_1)/(a_1 - b_1)} e^{j\pi/2}, \\ z_{G'} = \sqrt{(a_1 + b_1)/(a_1 - b_1)} e^{j\pi}, & z_{H'} = \sqrt{(a_1 + b_1)/(a_1 - b_1)} e^{-j\pi/2}. \end{cases} \end{aligned} \quad (8)$$

由 (7) 和 (8) 式可知,  $|z|_{\max} = |z_{A'}| = |z_{B'}| = |z_{C'}| = |z_{D'}| = r_3 = (\sqrt{a_1} + \sqrt{b_1})/\sqrt{a_1 - b_1}$ ,  $|z|_{\min} = |z_{E'}| = |z_{F'}| = |z_{G'}| = |z_{H'}| = r_1 = \sqrt{(a_1 + b_1)/(a_1 - b_1)}$ , 即  $A', B', C', D'$  四点都在圆  $S_3'$  的圆周上,  $E', F', G', H'$  四点则都在另一圆  $S_1'$  的圆周上.  $w$  平面上的矩形, 通过保角变换, 变成  $z$  平面上的近似于矩形的一闭合曲线, 满足四点匹配.

在传输线内导体是无角效应的圆形或椭圆形的情况下, 外导体折角处的电荷角效应较为明显, 不仅与折角的角度有关, 还和内导体的圆心位置和半径有关. 图 1 中, 由于电荷的角效应, 分布在  $E, F, G, H$  (对应  $z$  平面上  $E', F', G', H'$ ) 四个点附近地区的电荷密度大, 与内导体之间的相对单位面积电容大; 分布在  $A, B, C, D$  四个直角顶点 (对应  $z$  平面上  $A', B', C', D'$  四个近于直角的顶点) 附近地区的电荷密度小, 与内导体之间的相对单位面积电容小. 根据作者大量的经验计算, 对于传输线外导体内角 90 度, 每一直角顶点处外接无角效应的圆弧或椭圆弧与内导体之间的电容, 比该直角处与内导体之间的真实电容约大  $8.110239 \times 10^{-12}$  法, 故四个直角处外接圆弧与内导体之间的总电容约大  $32.440957 \times 10^{-12}$  法, 因此外接圆半径应相应地缩短 0.18 倍, 即外接圆有效半径

$$r_{3e} = 0.82 r_3. \quad (9)$$

此时,  $z$  平面上半径为  $r_1$  的圆  $S_1'$  和半径为  $r_{3e}$  的圆  $S_3'$  分别为近似于矩形闭合曲线的最小值和最大值. 根据文献 [9] 提出的方法, 可取

$$r_{\text{egm}} = \sqrt{r_1 \cdot r_{3e}} = \sqrt{0.82(\sqrt{a_1} + \sqrt{b_1})\sqrt{a_1 + b_1}/(a_1 - b_1)}, \quad (10)$$

故传输线单位长度电容及上、下限值

$$C_0 = 2\pi\epsilon/\ln(r_{\text{egm}}/r_2), \quad (11)$$

$$C_{\max} = 2\pi\epsilon/\ln(r_1/r_2), \quad (11a)$$

$$C_{\min} = 2\pi\epsilon/\ln(r_{3e}/r_2), \quad (11b)$$

式中  $\epsilon$  为媒质的介电常数.

若外导体矩形截面与内导体椭圆截面共焦, 即  $a_1^2 - b_1^2 = a_2^2 - b_2^2$ , 由 (4—6) 及 (11) 式可得矩形外导体-椭圆内导体同轴传输线特性阻抗,

$$Z_0 = \frac{59.952}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln \frac{\sqrt{0.82(a_1 + b_1)^{3/2}(\sqrt{a_1} + \sqrt{b_1})}}{a_2 + b_2}. \quad (12)$$

特性阻抗上、下限值

$$Z_{\max} = \frac{59.952}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln \frac{0.82(\sqrt{a_1} + \sqrt{b_1})\sqrt{a_1 + b_1}}{a_2 + b_2}, \quad (12a)$$

$$Z_{\min} = \frac{59.952}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln \frac{a_1 + b_1}{a_2 + b_2}, \quad (12b)$$

式中  $\epsilon_r$  为媒质的相对介电常数。

若外导体矩形截面与内导体椭圆截面同轴, 但不共焦, 即  $a_1^2 - b_1^2 \neq a_2^2 - b_2^2$ , 则非共焦矩形外导体-椭圆内导体同轴传输线特性阻抗:

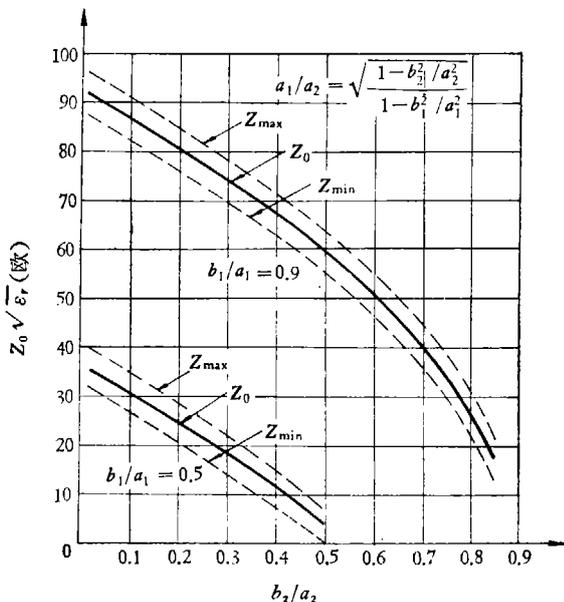


图 2 矩形外导体-椭圆内导体同轴传输线特性阻抗曲线 (共焦)

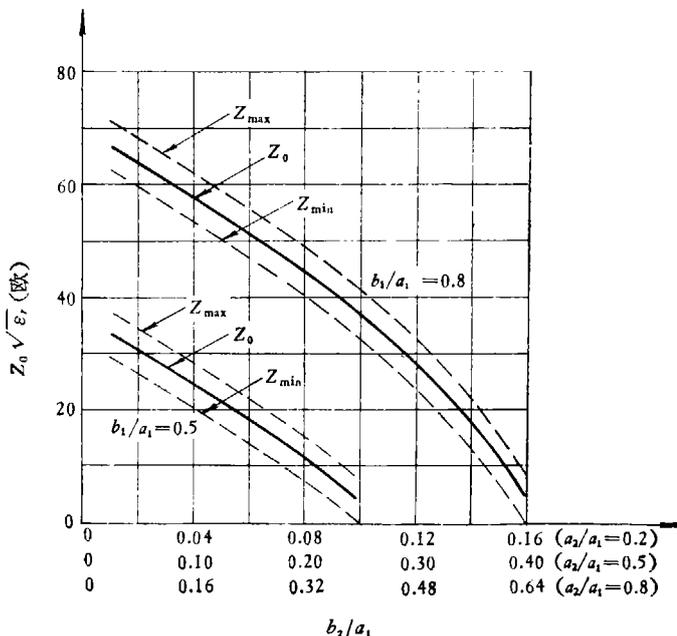


图 3 矩形外导体-椭圆内导体同轴传输线特性阻抗曲线 (非共焦)

$$Z_0 = \frac{59.952}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln \sqrt{\frac{0.82 \sqrt{a_1 + b_1} (\sqrt{a_1} + \sqrt{b_1}) (a_2 - b_2)}{(a_2 + b_2)(a_1 - b_1)}}, \quad (13)$$

特性阻抗上、下限值:

$$Z_{\max} = \frac{59.952}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln \frac{0.82 (\sqrt{a_1} + \sqrt{b_1})}{\sqrt{a_1 - b_1}} \sqrt{\frac{a_2 - b_2}{a_2 + b_2}}, \quad (13a)$$

$$Z_{\min} = \frac{59.952}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln \sqrt{\frac{(a_1 + b_1)(a_2 - b_2)}{(a_1 - b_1)(a_2 + b_2)}}. \quad (13b)$$

图 2 和图 3 给出了这种传输线的特性阻抗值曲线, 此种传输线未见文献报道过, 故无其他方法的计算结果与之直接比较, 下面通过它的两种极限情况, 即矩形外导体-零厚度微带内导体同轴传输线和方形外导体-圆形内导体同轴传输线的特性阻抗值与文献[3, 4, 10]给出的同种传输线的准确值进行比较, 验证其准确性.

### 三、矩形外导体-微带内导体同轴传输线

图 1 中, 当  $b_2 = 0$  时, 矩形外导体-椭圆内导体同轴传输线蜕变为矩形外导体-微带内导体同轴传输线(图 4). 由(12)和(12a, b)式, 可得矩形外导体-微带内导体同轴传输线特性阻抗及上、下限值:

$$Z_0 = 59.952 \epsilon_r^{-1/2} \ln \{ [0.82(a_1 + b_1)^{3/2} (a_1^{1/2} + b_1^{1/2})]^{1/2} a_2^{-1} \}, \quad (14)$$

$$Z_{\max} = 59.952 \epsilon_r^{-1/2} \ln \{ 0.82(a_1^{1/2} + b_1^{1/2}) \times (a_1 + b_1)^{1/2} a_2^{-1} \}, \quad (14a)$$

$$Z_{\min} = 59.952 \epsilon_r^{-1/2} \ln \{ (a_1 + b_1) a_2^{-1} \}. \quad (14b)$$

将具体尺寸代入(14)式算出的特性阻抗值, 与文献[10]得到的精确值比较, 结果见表 1. 从表 1 数值看出, 本文方法计算的该种传输线特性阻抗值与文献[10]得到的值符合.

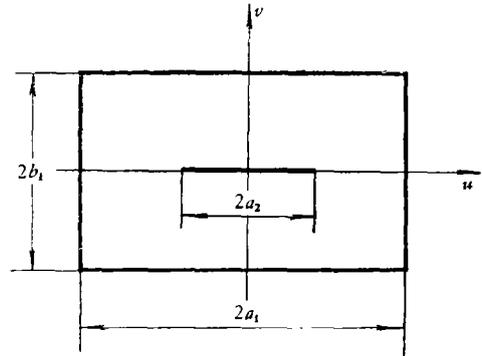


图 4 矩形外导体-微带内导体同轴传输线横截面图

表 1 本文方法和文献[10]的矩形外导体-微带内导体同轴传输线特性阻抗值比较

$$(a_2/a_1 = \sqrt{1 - (b_1/a_1)^2})$$

$b_1/a_1$	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
$Z_0 \sqrt{\epsilon_r}$ (欧)(本文(14)式)	14.5960	21.7683	29.0976	36.9373	45.7558	56.3185	70.2577	92.6922
$Z_0 \sqrt{\epsilon_r}$ (欧)(文献[10])	15.2647	22.2492	29.4415	37.1893	45.9430	56.4525	70.2968	92.2078
两者差值(欧)	-0.6687	-0.4809	-0.3439	-0.2520	-0.1872	-0.1340	-0.0391	+0.4844

### 四、方形外导体-圆形内导体同轴传输线

图 1 中, 当  $a_1 = b_1 = a$ , 则矩形外导体蜕变为正方形外导体, 若  $a_2 = b_2 = R$ , 则椭圆内导体变为圆形内导体, 即变为方形外导体-圆形内导体同轴传输线(图 5), 其特性阻抗及上、下限

值公式,便由 (12) 和 (12a、b) 式导出

$$Z_0 = 59.952 \epsilon_r^{-1/2} \ln(\sqrt{0.82} \sqrt{2} a/R), \quad (15)$$

$$Z_{\max} = 59.952 \epsilon_r^{-1/2} \ln(0.82 \sqrt{2} a/R), \quad (15a)$$

$$Z_{\min} = 59.952 \epsilon_r^{-1/2} \ln(a/R). \quad (15b)$$

将 (15) 式算出的特性阻抗值与文献 [3, 4] 给出的最准确数值比较结果,列于表 2. 从表 2 可知,用本文方法算出的这种传输线特性阻抗值与文献 [3, 4] 给出的最准确值基本一致.

上述两种传输线特性阻抗值与有关文献的精确值和最准确值基本符合,说明本文的方法及其上述三种传输线特性阻抗计算公式的实用性.

方形外导体-圆形内导体同轴传输线,除上述极限情况导出外,还可直接由本文方法求解. 用圆  $S_1$  和  $S_3$  分别以内切和外接方式“逼近”方形,考虑外导体的四个内直角的电荷角效应影响,由 (9) 式外接圆  $S_3$  的有效半径  $r_{3e} = 0.82r_3$ , 由文献 [9] 的方法可取

$$r_{\text{cgm}} = \sqrt{r_1 \cdot r_{3e}} = \sqrt{0.82} \sqrt{2} a, \quad (16)$$

由此得到的特性阻抗公式与 (15) 和 (15a、b) 式完全一样.

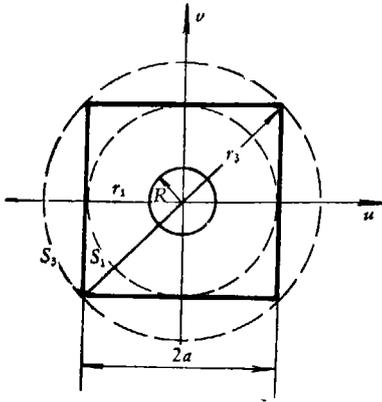


图 5 正方形外导体-圆形内导体同轴传输线横截面图

表 2 本文方法和文献 [3, 4] 算出的方形外导体-圆形内导体同轴传输线特性阻抗值

$R/a$	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45
$Z_0 \sqrt{\epsilon_r}$ (欧) (本文 (15) 式)	184.04	142.49	118.18	100.93	87.55	76.62	67.38	59.37	52.31
$Z_0 \sqrt{\epsilon_r}$ (欧) (文献 [3, 4])	184.14	142.59	118.28	101.03	87.65	76.72	67.48	59.48	52.41
两者差值 (欧)	-0.10	-0.10	-0.10	-0.10	-0.10	-0.10	-0.10	-0.11	-0.10
$R/a$	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80	0.85	0.90
$Z_0 \sqrt{\epsilon_r}$ (欧) (本文 (15) 式)	46.00	40.28	35.07	30.27	25.82	21.69	17.82	14.18	10.76
$Z_0 \sqrt{\epsilon_r}$ (欧) (文献 [3, 4])	46.10	40.38	35.16	30.35	25.90	21.73	17.81	14.07	10.41
两者差值 (欧)	-0.10	-0.10	-0.09	-0.08	-0.08	-0.04	+0.01	+0.11	+0.35

### 五、椭圆外导体-矩形内导体同轴传输线

该种传输线在文献 [8] 中,已用本文方法求解出它的特性阻抗初等函数计算公式,并推导出椭圆外导体-微带内导体、圆形外导体-方形内导体、圆形外导体-矩形内导体和圆形外导体-微带内导体等同轴传输线的特性阻抗初等函数计算公式.

### 六、正多边形外导体-圆形内导体同轴传输线

正三、五、六边形外导体-圆形内导体同轴传输线(图 6—8)在文献 [11] 中,用“最小加权二

次幂不变性变形”原理进行求解，得到的特性阻抗公式很复杂。现用本文方法求解，将得到简便的特性阻抗表达式。

### 1. 正三角形外导体-圆形内导体同轴传输线

外正三角形的每边长为  $a$ ，内圆半径为  $R$ ，用圆  $S_1$  内切和圆  $S_2$  外接正三角形边界，则内切和外接圆半径分别为  $r_1 = a\sqrt{3}/6, r_2 = a/\sqrt{3}$ 。如前所述计及电荷的角效应影响，根据作者大量的经验计算，外导体 60 度内角，顶点处与内圆之间的真实电容比它的外接无角效应的圆弧与内圆之间的电容约小  $20.79775 \times 10^{-12}$  法，三个 60 度内角顶点处的外接圆弧与内圆之间的总电容应约大  $62.39325 \times 10^{-12}$  法，因此外接圆半径应相应缩短 0.41 倍，即外接圆有效半径为

$$r_{2e} = 0.59r_2. \quad (17)$$

据文献[9]，取外接圆有效半径和内切圆半径的几何平均值，可得正三角形对应的等效圆半径

$$r_{egm} = \sqrt{0.59/6}a. \quad (18)$$

由此可得，正三角形外导体-圆形内导体同轴传输线特性阻抗及其上、下限值，

$$Z_0 = (59.952/\sqrt{\epsilon_r}) \ln(\sqrt{1.18} D/d), \quad (19)$$

$$Z_{max} = (59.952/\sqrt{\epsilon_r}) \ln(1.18D/d), \quad (19a)$$

$$Z_{min} = (59.952/\sqrt{\epsilon_r}) \ln(D/d), \quad (19b)$$

式中  $D = 2\sqrt{3} a/6$  为正三角形内切圆直径， $d = 2R$  为圆形内导体直径。

### 2. 正五边形外导体-圆形内导体同轴传输线

该种传输线的横截面如图 7 所示，正五边形的每边长为  $a$ ，内圆半径为  $R$ ，正五边形的内切圆半径

$$r_1 = a\sqrt{(5+2\sqrt{5})}/5/2,$$

外接圆半径

$$r_2 = a\sqrt{(10+2\sqrt{5})}/5/2.$$

以内切圆  $S_1$  和外接圆  $S_2$  “逼近”正五边形边界，计及电荷角效应的影响，根据作者大量的经验计算，外导体内角 108 度顶角处，外接无角效应的圆弧与内圆之间的电容比该角处与内圆之间的真实电容约大  $4.831935 \times 10^{-12}$  法，对于五个 108 度内角，则外接圆弧与内圆之间的总电容约大  $24.159675 \times 10^{-12}$  法，因此，外接圆半径应相应缩小 0.1 倍，即外接圆有效半径为

$$r_{2e} = 0.9a\sqrt{(10+2\sqrt{5})}/5/2. \quad (20)$$

取  $r_{2e}$  和  $r_1$  的几何平均值，即

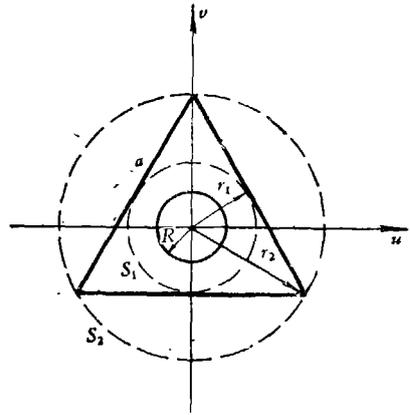


图 6 正三角形外导体-圆形内导体同轴传输线横截面图

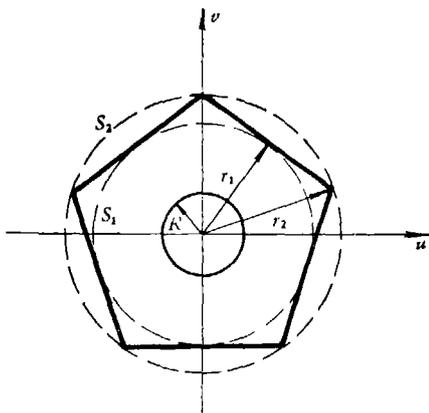


图 7 正五边形外导体-圆形内导体同轴传输线横截面图

$$r_{cgm} = a \sqrt{0.18} \sqrt[4]{(5 + 2\sqrt{5})(10 + 2\sqrt{5})}/2. \quad (21)$$

因此,可得正五边形外导体-圆形内导体同轴传输线特性阻抗及其上、下限值,

$$Z_0 = (59.952/\sqrt{\epsilon_r}) \ln(\sqrt{0.9} \sqrt[4]{(10 + 2\sqrt{5})}/(5 + 2\sqrt{5}) D/d), \quad (22)$$

$$Z_{max} = (59.952/\sqrt{\epsilon_r}) \ln(0.9 \sqrt{(10 + 2\sqrt{5})}/(5 + 2\sqrt{5}) D/d), \quad (22a)$$

$$Z_{min} = (59.952/\sqrt{\epsilon_r}) \ln(D/d), \quad (22b)$$

式中  $D = 2r_1, d = 2R$ .

### 3. 正六边形外导体-圆形内导体同轴传输线

该传输线如图 8 所示,正六边形的每边长  $a$ , 内切圆半径  $r_1 = a\sqrt{3}/2$ , 直径  $D = \sqrt{3}a$ . 内圆半径  $R$ , 直径  $d$ . 以内切圆和外接圆逼近正六边形边界, 根据作者大量经验计算, 外导体 120 度内角顶点处的外接无电荷角效应的圆弧与内圆之间的电容比该角处与内圆之间的真实电容约大  $3.486540 \times 10^{-12}$  法, 六个 120 度内角的外接圆弧与内圆之间的总电容应约大  $20.91924 \times 10^{-12}$  法, 因此, 外接圆半径应缩短 0.07 倍, 即外接圆有效半径

$$r_{2e} = 0.93a, \quad (23)$$

由上述方法,可得正六边形对应的等效圆半径

$$r_{cgm} = \sqrt{0.93} \sqrt{3}/2 a. \quad (24)$$

由此可得,正六边形外导体-圆形内导体同轴传输线特性阻抗及其上、下限值:

$$Z_0 = (59.952/\sqrt{\epsilon_r}) \ln(\sqrt{1.86/\sqrt{3}} D/d), \quad (25)$$

$$Z_{max} = (59.952/\sqrt{\epsilon_r}) \ln[(1.86/\sqrt{3})D/d], \quad (25a)$$

$$Z_{min} = (59.952/\sqrt{\epsilon_r}) \ln(D/d). \quad (25b)$$

将(19),(22)和(25)式的计算值和由文献[11]的复杂公式给出的精确值<sup>[4]</sup>,列于表 3—5 中. 从表 3—5 中的数值比较看出,用本文方法算出的数值与文献[4,11]给出的值一致. 而且,用本文方法得到的计算公式比文献[11]的计算公式简单得多.

表 3 本文方法与文献[4,11]算出的正三角形外导体-圆形内导体同轴传输线特性阻抗值

$d/D$	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50
$Z_0\sqrt{\epsilon_r}$ (欧)(本文(19)式)	184.56	143.01	118.70	101.45	88.07	77.14	67.90	59.89	52.83	46.52
$Z_0\sqrt{\epsilon_r}$ (欧)(文献[4,11])	184.32	142.58	118.16	100.86	87.46	76.55	67.36	59.42	52.45	46.24
两者差值(欧)	+0.24	+0.43	+0.54	+0.59	+0.61	0.59	+0.54	+0.47	+0.38	+0.28
$d/D$	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80	0.85	0.90	0.94	
$Z_0\sqrt{\epsilon_r}$ (欧)(本文(19)式)	40.80	35.59	30.79	26.34	22.21	18.34	14.70	11.28	8.67	
$Z_0\sqrt{\epsilon_r}$ (欧)(文献[4,11])	40.64	35.55	30.86	26.52	22.45	18.59	14.87	11.17	8.07	
两者差值(欧)	+0.16	+0.04	-0.07	-0.18	-0.24	-0.25	-0.17	+0.11	+0.60	

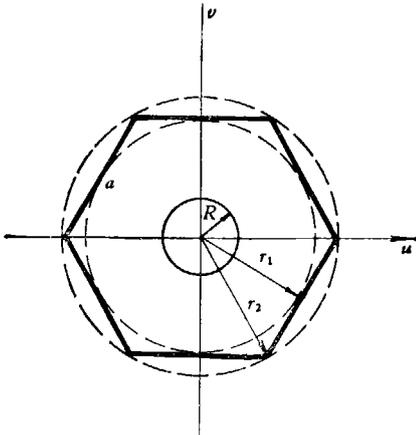


图 8 正六边形外导体-圆形内导体同轴传输线横截面图

表 4 本文方法与文献[4, 11]算出的正五边形外导体-圆形内导体同轴传输线特性阻抗值

$d/D$	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50
$Z_0\sqrt{\epsilon_r}$ (欧)(本文(22)式)	182.79	141.24	116.93	99.68	86.31	75.38	66.13	58.13	51.07	44.75
$Z_0\sqrt{\epsilon_r}$ (欧)(文献[4,11])	182.58	140.92	116.55	99.26	85.85	74.91	65.66	57.65	50.60	44.30
两者差值(欧)	+0.21	+0.32	+0.38	+0.42	+0.46	+0.47	+0.47	+0.48	+0.47	+0.45

$d/D$	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80	0.85	0.90	0.94	
$Z_0\sqrt{\epsilon_r}$ (欧)(本文(22)式)	39.04	33.82	29.02	24.58	20.44	16.57	12.94	9.51	6.90	
$Z_0\sqrt{\epsilon_r}$ (欧)(文献[4,11])	38.61	33.42	28.65	24.24	20.13	16.26	12.60	9.06	6.23	
两者差值(欧)	+0.43	+0.40	+0.37	+0.34	+0.31	+0.31	+0.34	+0.45	+0.67	

表 5 本文方法与文献[4, 11]算出的正六边形外导体-圆形内导体同轴传输线特性阻抗值

$d/D$	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50
$Z_0\sqrt{\epsilon_r}$ (欧)(本文(25)式)	181.74	140.18	115.87	98.63	85.25	74.32	65.08	57.07	50.01	43.69
$Z_0\sqrt{\epsilon_r}$ (欧)(文献[4,11])	181.64	140.01	115.66	98.38	84.98	74.04	64.79	56.79	49.74	43.43
两者差值(欧)	+0.10	+0.17	+0.11	+0.25	+0.27	+0.28	+0.29	+0.28	+0.27	+0.26

$d/D$	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80	0.85	0.90	0.94	
$Z_0\sqrt{\epsilon_r}$ (欧)(本文(25)式)	37.98	32.76	27.96	23.52	19.38	15.51	11.88	8.45	5.85	
$Z_0\sqrt{\epsilon_r}$ (欧)(文献[4,11])	37.73	32.53	27.76	23.34	19.22	15.37	11.73	8.25	5.52	
两者差值(欧)	+0.25	+0.23	+0.20	+0.18	+0.16	+0.14	+0.15	+0.20	+0.33	

### 七、圆形外导体-正多边形内导体同轴传输线

这种类型的传输线如图 9—12 所示,由于电荷的角效应,多边形内导体顶角(稜角)处电荷密度大,而每边中点处的电荷密度小。在圆形外导体的情况下,无电荷角效应的内切圆弧与外圆之间的电容比各中点(切点)处与外圆之间的真实电容大,而顶角处的无电荷角效应的外接圆弧与外圆之间的电容比顶角处与外圆之间的真实电容小,对于用内切圆和外接圆边界尺寸取几何平均来“逼近”多边形内导体边界,由于一电容增大,一电容减小,对计算的总平均电容来说,电荷角效应带来的净影响不大。在文献[8]中未考虑内导体稜角的电荷角效应,求解出的圆形外导体-方形内导体同轴传输线特性阻抗之值与文献[12]的准确值一致,也证实了这一点。因此,用本文方法计算这种类型的传输线电容时,可以忽略内导体稜角的电荷角效应影响。

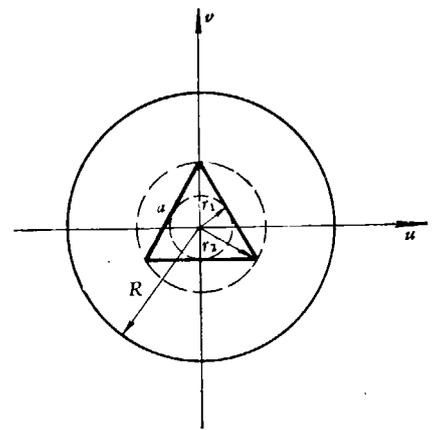


图 9 圆形外导体-正三角形内导体同轴传输线横截面图

#### 1. 圆形外导体-正三角形内导体同轴传输线

该传输线(图 9)的外圆半径  $R$ , 直径  $D$ , 内正三边

形的边长  $a$ , 内切圆半径  $r_1 = a\sqrt{3}/6$  为尺寸下限值, 外接圆半径  $r_2 = a\sqrt{3}$  为尺寸上限值. 据上述理由, 可直接取  $r_1$  和  $r_2$  的几何平均值<sup>[9]</sup>作为正三角形对应的等效圆的半径之值

$$r_{gm} = a/\sqrt{6}. \tag{26}$$

于是得到圆形外导体-正三角形内导体同轴传输线特性阻抗及其上、下限值:

$$Z_0 = (59.952/\sqrt{\epsilon_r}) \ln(\sqrt{1.5 D/a}), \tag{27}$$

$$Z_{max} = (59.952/\sqrt{\epsilon_r}) \ln(\sqrt{3 D/a}), \tag{27a}$$

$$Z_{min} = (59.952/\sqrt{\epsilon_r}) \ln(\sqrt{0.75 D/a}). \tag{27b}$$

表 6 圆形外导体-正三角形内导体同轴传输线特性阻抗值

$a/D$	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45
$Z_0\sqrt{\epsilon_r}$ (欧)(本文(27)式)	191.75	150.10	125.89	108.64	95.27	84.33	75.09	67.09	60.03
$a/D$	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80	0.85	
$Z_0\sqrt{\epsilon_r}$ (欧)(本文(27)式)	53.71	48.00	42.78	37.98	33.54	29.40	25.53	21.90	

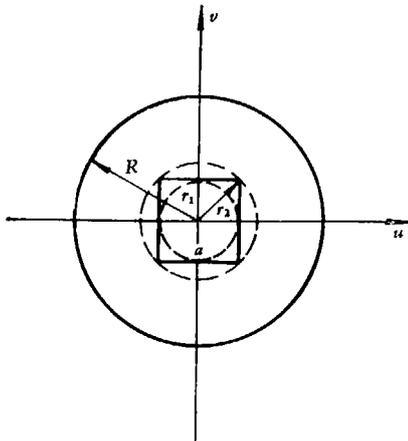


图 10 圆形外导体-正方形内导体同轴传输线横截面图

现将 (27) 式的计算数值列于表 6, 以供参考.

### 2. 圆形外导体-正方形内导体同轴传输线

该传输线(图 10)在文献[8]中, 已由椭圆外导体-矩形内导体同轴传输线, 在极限条件下导出了它的特性阻抗表达式. 现用本文方法直接求解.

外圆半径  $R$ , 直径  $D$ , 内正方形的边长  $a$ , 以内切圆和外接圆“逼近”正方形边界, 其内切圆半径  $r_1 = a/2$  为尺寸下限值, 外接圆半径  $r_2 = a/\sqrt{2}$  为尺寸上限值, 取  $r_1$  和  $r_2$  的几何平均值<sup>[9]</sup>作为正方形的等效半径

$$r_{gm} = a/\sqrt[4]{8}. \tag{28}$$

由此可得, 圆形外导体-正方形内导体同轴传输线特性阻抗及其上、下限值

$$Z_0 = (59.952/\sqrt{\epsilon_r}) \ln[D/(\sqrt[4]{2} a)]. \tag{29}$$

$$Z_{max} = (59.952/\sqrt{\epsilon_r}) \ln(D/a). \tag{29a}$$

$$Z_{min} = (59.952/\sqrt{\epsilon_r}) \ln[D/(\sqrt{2} a)]. \tag{29b}$$

(29)和(29a, b)式与文献[8]中导出的计算公式完全一样. 其数值的准确性在文献[8]中已证实, 而且表达式简单, 避免了冗繁的椭圆函数运算.

### 3. 圆形外导体-正五边形内导体同轴传输线

该传输线(图 11)的外圆半径  $R$ , 直径  $D$ , 内正五边形的边长  $a$ , 内切圆半径

$$r_1 = a\sqrt{(5 + 2\sqrt{5})}/5/2$$

为尺寸下限值, 外接圆半径

$$r_2 = a \sqrt{(10 + 2\sqrt{5})}/5/2$$

为尺寸上限值,取  $r_1$  和  $r_2$  的几何平均值<sup>[3]</sup>, 作为正五边形的等效圆的半径之值,即

$$r_{gm} = a \sqrt[4]{(5 + 2\sqrt{5})(10 + 2\sqrt{5})}/(2\sqrt{5}). \quad (30)$$

由此可得圆形外导体-正五边形内导体同轴传输线特性阻抗及其上、下限值,

$$Z_0 = (59.952\epsilon_r^{-1/2}) \times \ln\{5^{1/2}[(5 + 2\sqrt{5})(10 + 2\sqrt{5})]^{-1/4}Da^{-1}\}, \quad (31)$$

$$Z_{max} = (59.952\epsilon_r^{-1/2}) \ln[5(5 + 2\sqrt{5})^{-1/2}Da^{-1}], \quad (31a)$$

$$Z_{min} = (59.952\epsilon_r^{-1/2}) \ln[5(10 + 2\sqrt{5})^{-1/2}Da^{-1}]. \quad (31b)$$

现将 (31) 式的计算数值列于表 7, 供设计参考.

表 7 圆形外导体-正五边形内导体同轴传输线特性阻抗值

$a/D$	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50	0.55	0.60
$Z_0\sqrt{\epsilon_r}$ (欧)(本文(31)式)	154.10	112.54	88.23	70.98	57.61	46.68	37.43	29.43	22.37	16.05	10.34	5.12

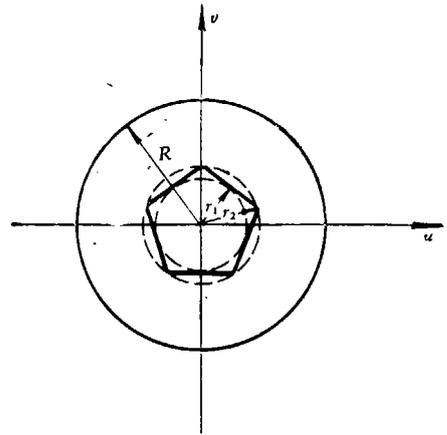


图 11 圆形外导体-正五边形内导体同轴传输线横截面图

#### 4. 圆形外导体-正六边形内导体同轴传输线

该传输线(图 12)的外圆半径  $R$ , 直径  $D$ . 内正六边形的边长  $a$ , 内切圆半径  $r_1 = a\sqrt{3}/2$  为尺寸下限值, 外接圆半径  $r_2 = a$  为尺寸上限值, 取其两者的几何平均值, 作为正六边形的等效圆半径之值, 即

$$r_{gm} = \sqrt{\sqrt{3}/2}a. \quad (32)$$

由此可得, 圆形外导体-正六边形内导体同轴传输线特性阻抗及其上、下限值,

$$Z_0 = (59.952/\sqrt{\epsilon_r}) \ln[D/(\sqrt{2\sqrt{3}}a)], \quad (33)$$

$$Z_{max} = (59.952/\sqrt{\epsilon_r}) \ln[D/(\sqrt{3}a)], \quad (33a)$$

$$Z_{min} = (59.952/\sqrt{\epsilon_r}) \ln[D/(2a)]. \quad (33b)$$

现将 (33) 式的计算数值列于表 8, 供设计参考.

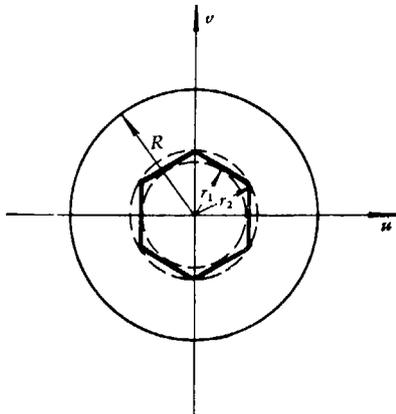


图 12 圆形外导体-正六边形内导体同轴传输线横截面图

上述 1, 3, 4 小节解出的三种传输线, 未见文献报道过, 其特性阻抗值无法与其他方法的数值结果比较, 但属于上述三种同系簇的传输线——圆形外导体-正方形内导体同轴传输线求解出的计算结果, 已在文献[8]中与文献[12]的准确值进行了比较, 两者数值的一致, 证实了本文方法及其特性阻抗计算公式的准确性. 因此, 可以初步认为, 用同样方法进行分析、推导的同系簇的上述三种新型传输线的特性阻抗计算公式应有同等程度的准确度.

表 8 圆形外导体-正六边形内导体同轴传输线特性阻抗值

$a/D$	0.05	0.07	0.10	0.15	0.20	0.23	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50
$Z_0\sqrt{\epsilon_r}$ (欧)(本文(33)式)	142.36	122.36	100.86	76.49	59.25	50.87	45.87	34.94	25.70	17.69	10.63	4.31

通过理论分析和数值比较, 本文的计算的数值是与有关文献[4, 10—12]给出的准确值和精确值大致相符合的, 因此证实了本文的方法及其五种新型传输线和九种现有传输线特性阻抗的初等函数计算公式是可实用的. 从而为研究传输线的理论计算和使用提供了一种途径. 本文方法及其特性阻抗计算值的最大误差, 可由文中给出的各种传输线特性阻抗上、下限值, 分别按<sup>[3]</sup>: 最大误差 (%) =  $[(Z_{\max} - Z_{\min}) / (2Z_{\min})] \times 100$  进行计算. 这有利于其计算值的准确度估计.

本文是在林为干教授的指导下完成的, 并得到张履谦高级工程师和薛良金老师的大力帮助, 在此致谢!

### 参 考 文 献

- [1] Riblet, H. J., *IEEE Trans, MTT*, MTT-27 (1979), Apr., 294.
- [2] Rao, J. S. & Das, B. N., *ibid.*, MTT-27 (1979), Apr., 299.
- [3] 林为干、钟祥礼, 物理学报, 19(1963), 249.
- [4] Gunston, M. A. R., *Microwave Transmission-Line Impedance Data*, VNR, London, 1972.
- [5] Special Issue on Computer-Oriented Microwave Practices, *IEEE Trans. MTT*, MTT-17 (1969), Aug.
- [6] Special Issue on Computer-Oriented Microwave Practices, *ibid.*, MTT-22 (1974), Mar.
- [7] Levy, R., *ibid.*, MTT-28 (1980), Apr., 369.
- [8] 林为干、曾令儒, 物理学报, 30 (1981), 12.
- [9] 曾令儒, 中国科学 A 辑, 1982, 6: 553.
- [10] Tippet, J. C. & Chang, D. C., *IEEE Trans. MTT*, MTT-24 (1976), Sept., 602.
- [11] Seshagiri, N., *ibid.*, MTT-15 (1967), Sept., 494.
- [12] Riblet, H. J., *ibid.*, MTT-23 (1975), Aug., 714.