中国科学: 地球科学 2010 年 第 40 卷 第 4 期: 503 ~ 510
www.scichina.com earth.scichina.com
《中国科学》杂志社
SCIENCE CHINA PRESS

论 文

数值模拟定量探索地形起伏及浮力在驱动地下水流中的相对重要性

杨建文[①②*], 冯佐海[①], 罗先熔[①], 陈远荣[①]

① 桂林理工大学地球科学学院, 桂林 541004;
② Department of Earth and Environmental Sciences, University of Windsor, Ontario, N9B 3P4, Canada
* E-mail: jianweny@uwindsor.ca

收稿日期: 2009-06-02; 接受日期: 2009-12-03
广西人才小高地创新计划、加拿大国家自然科学基金(批准号: RGPIN261283)和中国国家自然科学基金(批准号: 40772126)资助

摘要 地形起伏及浮力两者都可以驱动地下水流动, 然而它们之间的相互作用仍然知之甚少. 利用数值模拟方法, 针对变密度流体及热传导问题, 探讨了它们之间的相对重要性. 二维有限元数值模拟结果表明地下水流的形态主要取决于单由地形驱动的流速和单由浮力驱动的流速的相对大小. 当潜水面坡度较大而导致地形起伏产生的流速大于浮力产生的流速时, 地形驱动的"强迫"对流会完全掩盖浮力驱动的"自由"对流. 当潜水面坡度较小而导致地形产生的流速小于浮力产生的流速时, 会出现混合"自由"及"强迫"对流现象, 在这种情况下, 虽然自由对流占主导地位, 但不能忽略地形影响. 这是因为地形驱动流体可以推动自由对流单元向坡下滚动, 因而热液流体随时间呈周期性变化, 不存在稳态解. 近表存在的低透水性岩层可以抑制地形起伏对下伏自由对流的影响.

关键词
热液流体
自由对流
强迫对流
地形
浮力
有限元模拟

地下水流在很多地质过程中都起着重要的作用(如矿床成矿、油气运移、板块构造、地热传导、成岩及变质作用等)[1]. 它在环境方面也有同样的重要性, 因为地下水可以控制污染物质在水圈的迁移[2]. 影响地下水流动的机制有多种[3], 其中, 地形起伏和浮力这两种驱动因素在现实中较常遇到, 特别在大尺度的地下水流动系统中. 地形起伏使得潜水面的高程及水的势能发生变化, 从而导致地下水从高处向低处流动, 地形起伏所驱动的地下水流通常被称为"强迫"对流. 流体温度及盐度在空间和时间上的变化会导致其密度发生变化, 从而产生浮力, 浮力所驱动的地下水流通常被称为"自由"对流[4].

通常认为地形驱动作用大于浮力驱动作用, 因为前者一般可使流速达到 1~10 m/a[3], 而后者通常只能达到 1 m/a[5]. 然而, 在某些条件下, 浮力驱动的流体可以改变或削弱地形驱动的流体, 这一观点已经被许多沉积盆地中长期存在的蒸发盐和卤水所证实[6,7]. 迄今为止, 这两个驱动力之间的关系尚未完全清楚, 因此有必要做进一步的研究.

Toth[8,9]针对加拿大阿尔伯塔省中部的沉积盆地, 推导了地形起伏驱动地下水流的解析解, 但没有考虑浮力的影响. 在解释海底热流变化及海洋地壳中的热液循环时, 许多研究者探讨了海底及基岩起伏对流体的影响. 例如, Hartline 和 Lister[10]利用实验模

引用格式: Yang J W, Feng Z H, Luo X R, et al. Numerically quantifying the relative importance of topography and buoyancy in driving groundwater flow. Sci China Earth Sci, 2010, 53: 64–71, doi: 10.1007/s11430-009-0185-x

拟方法研究了海底起伏对地壳中热液循环的汇聚作用, 他们发现只有当 Rayleigh 数小于其临界值时, 海底起伏才有影响. Fisher 和 Becker[11]的数值模拟结果表明海底基岩起伏控制海洋地壳中的热液循环, 并且基岩起伏波长与海底热流异常波长一致. Wang 等[12]数值模拟了稳态条件下不同 Rayleigh 值范围内海底基岩起伏对洋中脊热液循环的影响. 然而, 所有这些研究都是针对海底条件, 因而假定潜水面水平.

近来的数值模拟研究表明, 在某些条件下地形驱动的流体和浮力驱动的流体可以共存. 例如, Lopez 和 Smith[13]研究了陡倾断层内热驱动的自由对流与围岩中地形起伏驱动的流体之间的相互关系. Stanislavsky 和 Gvirtzman[14]针对死海盆地进行了水力学模拟, 他们的结果表明当由于蒸发而盐浓度抬高的海水向下渗透时, 浮力和地形驱动的流体可以共存. 长期以来, 地形起伏一直被认为是后期隆升沉积盆地中地下水流的主要驱动力, 但是 Thornton 和 Wilson[15]的数值模拟研究却表明浮力在这类盆地中对驱动流体也有着重要作用. 然而, 所有这些数值研究都假定稳态对流条件, 这在现实中并不总是合理, 尤其是地形驱动的流体可以导致浮力驱动的自由对流圈向下坡方向滚动, 因而稳态解通常并不存在(这一点将在下面详细讨论). 此外, 先前的数值模拟研究都是针对某种特定的情况, 因而无法轻易推广到一般条件.

本文的目的是探讨地形及浮力在驱动地下水流中的相对重要性, 一系列二维有限元数值模拟实验被用来确定在什么条件下二者可以共存, 在什么条件下其中一种驱动力占主导地位.

1 二维理论模型及数值模拟方法

为了简化所涉及的物理过程, 我们仅仅考虑山峰(分水岭)与相邻山谷(谷底)之间的一段截面. 如图 1 所示, 该二维理论模型由位于谷底(右侧)和分水岭(左侧)的两个垂直边界及位于基底之上的一个水平边界所定义. 顶部边界代表潜水面, 假定它由分水岭到谷底呈线性倾斜, 这在地形坡度小于 1°时是合理的[8].

从数学上讲, 热液流体是由流体连续性方程和热能守恒方程所控制的, 这两个方程通过 Darcy 定律耦合在一起. 如果多孔介质是不可形变的, 且在液相

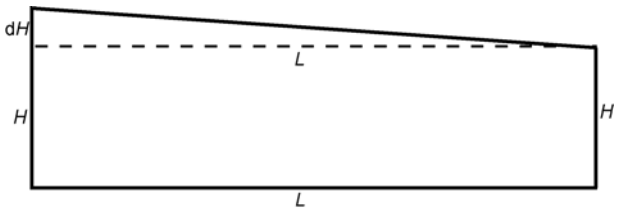

图 1 模拟分水岭和毗邻谷底之间横截面的二维理论模型

和固相间存在热平衡, 那么在 x-z 坐标系统下流体方程和热能守恒方程可以表达如下:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(K\frac{\partial h}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(K\frac{\partial h}{\partial z}+K\rho_r\right)=S_s\frac{\partial h}{\partial t}, \tag{1}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda_m\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda_m\frac{\partial T}{\partial z}\right)-\frac{\partial}{\partial x}(c_w\rho_w q_x T)-\frac{\partial}{\partial z}(c_w\rho_w q_z T)=c_m\rho_m\frac{\partial T}{\partial t}, \tag{2}$$

其中, $q_x=-K(\partial h/\partial x)$, $q_z=-K(\partial h/\partial z+\rho_r)$ 分别代表 x 及 z 方向上的 Darcy 通量, h 为等价纯水水头[16], ρ_r 为相对液体密度, 定义为 $\rho_r=\rho_w/\rho_0-1$ (ρ_0 是纯水参考密度), S_s 为储水率, K 是渗透率($K=k\rho_0 g/\mu_w$), k 是渗透系数, g 是重力常数, $\lambda_m=\lambda_w^{\theta}\lambda_s^{(1-\theta)}$ (λ_w 和 λ_s 代表液相和固相的热传导率), θ 为孔隙度, $c_m\rho_m=c_w\rho_w\theta+c_s\rho_s(1-\theta)$, c_w 和 c_s 分别为液相和固相的热容, ρ_w 和 ρ_s 分别为液相和固相的密度, t 为时间, T 为温度. 这些控制方程本身不足以描述一个完整的热液循环系统, 还必须定义流体的密度和黏度对温度和压力的依赖性. 我们可以利用多项式插值函数去拟合实验数据得到这种关系的经验公式, 并轻易的结合到计算机程序中(例如, Yang[17]). 但是, 在本文的研究中我们假定流体黏度是一个常数, 流体密度是温度的线性函数(如方程(3)所示), 以便引入一个无量纲参数, Rayleigh 数:

$$\rho_w=\rho_0(1-\alpha T), \tag{3}$$

其中, α 是流体热膨胀系数. 当温度变化范围较小时(像本文考虑的那样), 上述假定是合理的.

本文采用标准的 Galerkin 有限元法计算这些方程的数值解. 简言之, 从初始温度和流体条件出发, 我们首先用前一步得到的最新温度数据来计算新的流体密度; 然后解流体连续性方程求得纯水水头分布; 再基于 Darcy 定律和新的流体参数计算流体速度; 最后, 通过求解热能守恒方程来确定温度场分布,

上述这些步骤重复进行直到满足预设的收敛准则. 具体计算方法及步骤可以参见文献[17, 18].

参看图 1, 上部边界的水头从分水岭的 H+dH 呈线性降低到谷底的 H, 水头的垂向梯度在其他边界上等于零. 至于热边界条件, 两侧垂直边界假定为绝热, 上部边界温度固定为 20℃, 下部边界温度稍高, 取决于深度 H 和地热梯度. 假定 H=200 m 和 L=800 m, 选择不同的 dH 以反映不同的潜水面坡度, 根据典型的地热梯度 30℃/km, 确定下部边界温度为 26℃. 计算区域在 x 和 z 方向上用 40 行和 10 列的二维非直角四边形进行剖分. 此外, 假定该二维多孔介质是均匀各向同性的, 且设定以下物性参数以反映典型砂质含水层的特征: c_w=4174 J/(kg·℃), c_s=800 J/(kg·℃), k=10^{-11} m^2, α=5.0×10^{-4}/℃, μ_w=1.787 kg/(m·s), g=9.8 m/s^2, λ_s=2.0 W/(m·℃), λ_w=0.5 W/(m·℃), ρ_s=2630 kg/m^3, ρ_o=1000 kg/m^3, θ=10%.

2　数值模拟结果

我们针对不同潜水面的坡度和其他条件, 进行了一系列数值模拟计算.

模型 1: 潜水面完全水平(dH＝0 m), 说明没有地形影响, 浮力是地下水流动的唯一驱动力. 根据上述的物性参数和模型尺寸, 无量刚 Rayleigh 数等于 35, 大于临界值 27.1[19], 因此自由对流可以发生并能得以保持. 图 2 显示了稳态条件下温度场和流体速度矢量分布, 从中可以看到已经形成了 4 个纵横比为一的对流单元, 最大流体速度为 5.45×10^{-7} m/s.

模型 2: 潜水面的坡度为 0.001 m/m (dH＝0.8 m). 首先只考虑地形影响, 我们假定流体密度不随温度变化, 且有一个恒值 1000 kg/m^3 以消除浮力的影响. 图 3 所示为稳态条件下温度场和流体速度矢量分布. 与 Toth[8]先前的研究结果类似, 地形驱动的流体以分水岭和谷底之间的中线呈反对称分布, 从分水岭到中线之间的区域代表流体补给区, 从中线到谷底之间的区域代表流体泄出区, 流体流速最大值为 1.11×10^{-6} m/s. 在分水岭附近(补给区)温度梯度随深度增高, 而在谷底附近(泄出区)温度梯度随深度减小(图 3(a)), 这由如图 3(b)所示的流体运动所致. 下面我们仅仅考虑自由对流的情况, 这时流体密度随温度呈线性变化, 如方程(3)所示, 但水头在顶部边界固定为 200 m 以消除潜水面坡度产生的影响. 在这种情况下, 温度场和流体速度矢量与图 2 所示的几乎一样, 浮力驱动流体的最大速度为 5.45×10^{-7} m/s. 显然, 单由地形驱动的地下水流速大于单由浮力驱动的自由对流流速. 注意到这一点, 现在我们同时考虑地形

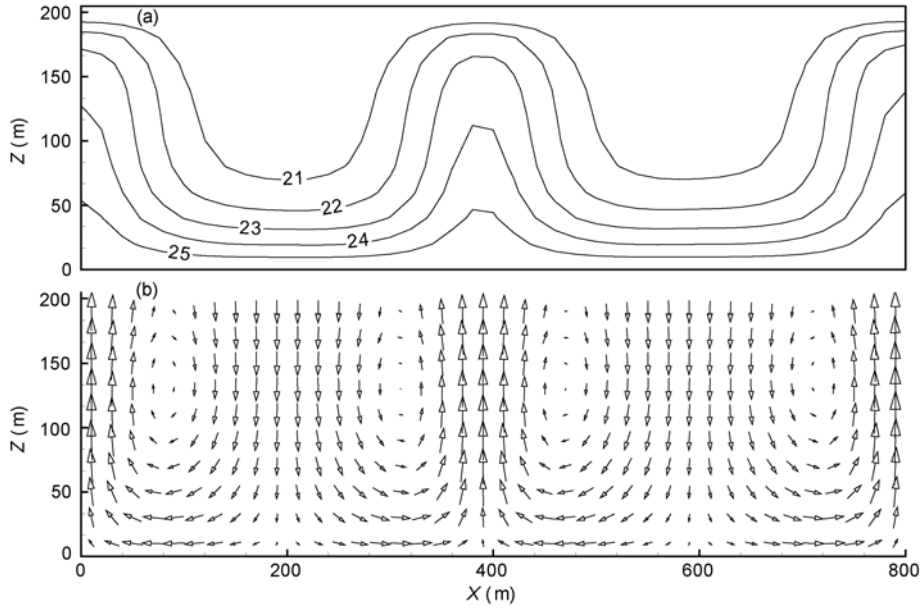

图 2　数值模拟 1

对应于潜水面完全水平的情形. (a) 稳态条件下温度等值线; (b) 稳态条件下流体速度矢量(最大流速为 5.45×10^{-7} m/s). 注意形成了 4 个对流单元

和浮力的影响. 稳态条件下的数值模拟结果与图 3 所示的基本相同, 除了地下水流速最大值 1.6×10^{-6} m/s 稍高以外(这是由地形和浮力同时都起作用所致). 在这种情况下, 不产生自由对流单元, 且地形驱动的流体似乎已经完全抑制了浮力驱动的自由对流, 这显然是由于地形驱动的流速超过了浮力驱动的流速所

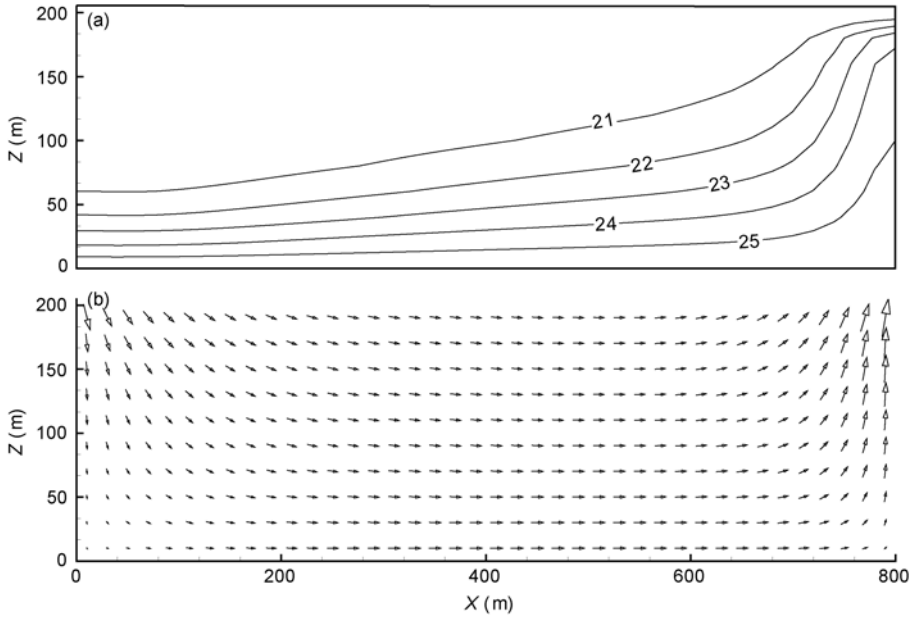

图 3　数值模拟 2

对应于潜水面坡度为 0.001 m/m, 且流体密度为常数的情形. (a) 稳态条件下温度等值线; (b) 稳态条件下流体速度矢量(最大流速为 1.11×10^{-6} m/s, 大于图 2 中浮力驱动的最大值)

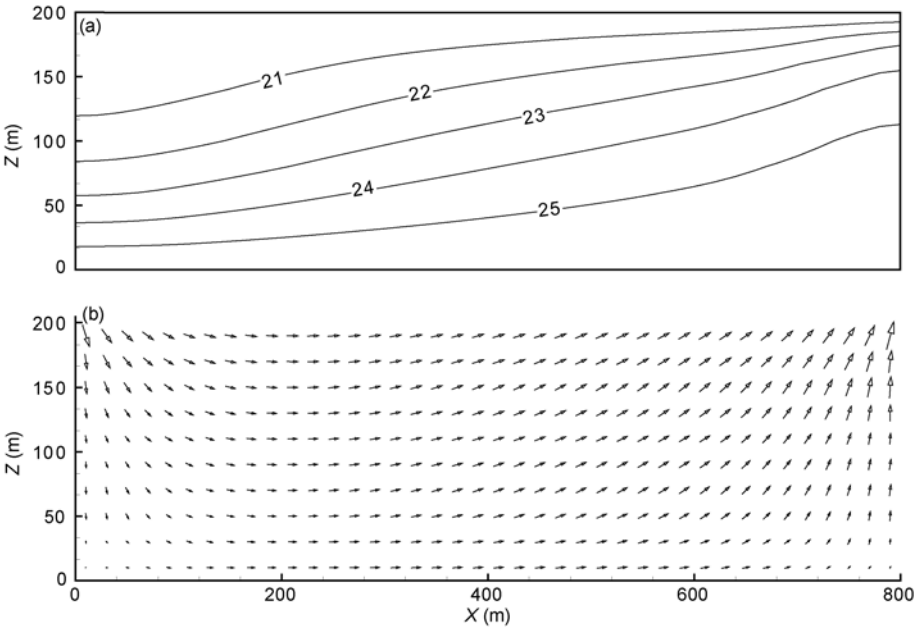

图 4　数值模拟 3

对应于潜水面坡度为 0.00025 m/m, 且流体密度为常数的情形. (a) 稳态条件下温度等值线; (b) 稳态条件下流体速度矢量(最大流速为 2.76×10^{-7} m/s, 小于图 2 中浮力驱动的最大值)

致. 类似的结论已由 Raffensperger 和 Vlassopoulos[20] 获得, 他们在热对流系统中叠加了一水平流体后发现, 当水平流体的速度大于自由对流的流速时, 水平流体将完全掩盖自由对流运动. 当潜水面坡度超过 0.001 m/m 时, 我们的数值模拟结果(这里没有显示)表明地形驱动力总是超过浮力.

模型 3: 潜水面坡度为 0.00025 m/m(dH=0.2 m). 当只考虑地形因素时, 稳态条件下数值模拟结果如图 4 所示. 在这种情况下, 最大流速为 2.76×10^{-7} m/s, 小于潜水面坡度较大的模型 2(0.001 m/m)中的最大流速值, 因而地下水流对温度场的影响变弱(对比图 3(a)和 4(a)可见). 类似于前述数值计算, 当仅仅考虑浮力时, 温度场和流体速度场与图 2 所示的基本一致, 最大流速值为 5.45×10^{-7} m/s. 因此, 在这种情况下, 单由地形起伏引起的流速小于单由浮力引起的流速. 我们发现在这种条件下, 热液流体总是随时间呈周期性变化, 因而不存在稳态解. 图 5 和 6 分别揭示了温度场和流体速度场在总模拟时间 50 万天内每 5 万天的变化情况, 从中可以清楚地看到在整个模拟时间内, 随时间变化的热液系统存在 3 个演化周期: 第一周期为阶段(b), (c)和(d), 第二个周期为阶段(e), (f)和(g), 第三个周期为阶段(h), (i)和(j). 同样清楚的

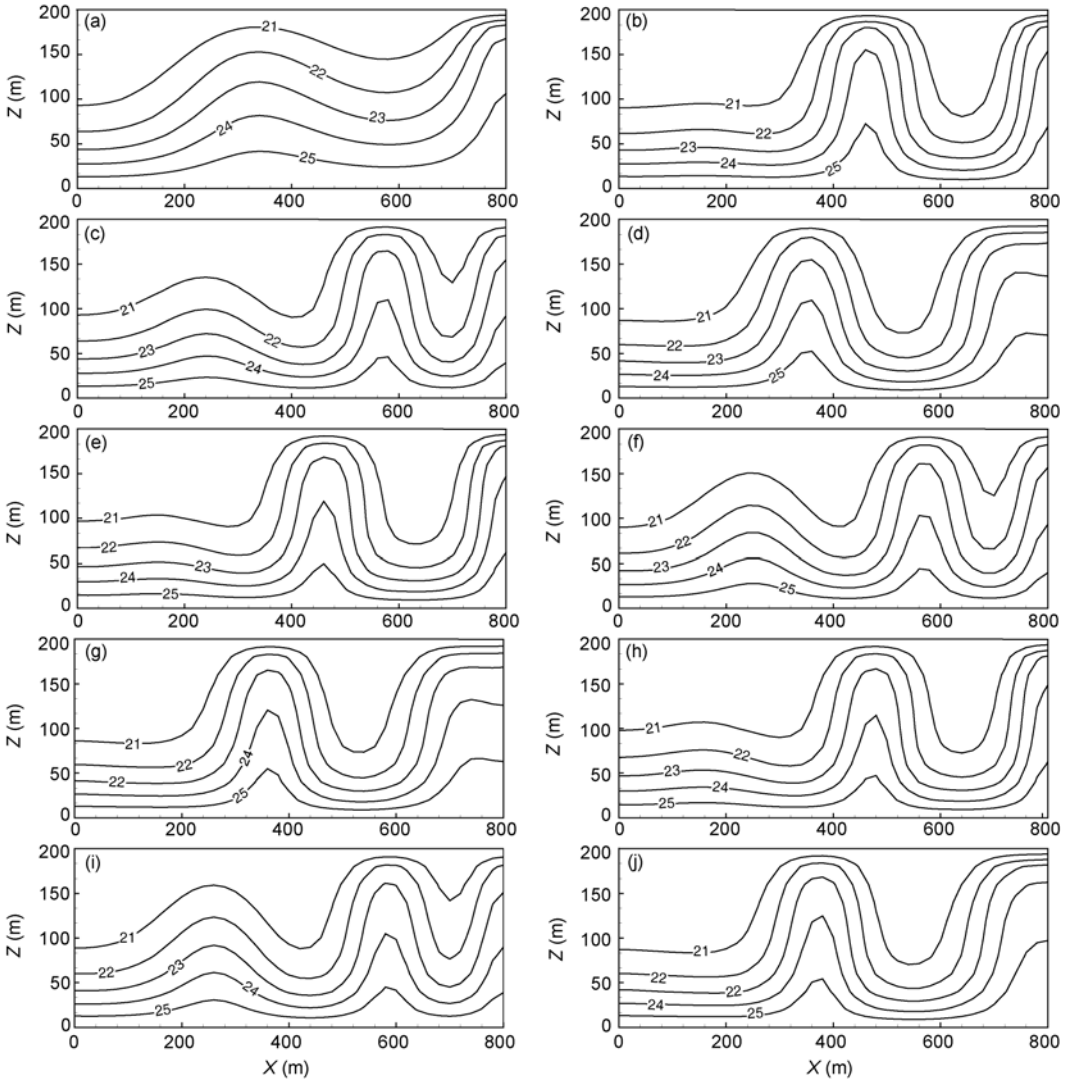

图 5　数值模拟 3 温度等值线随时间的演化

对应于潜水面坡度为 0.00025 m/m, 且流体密度随温度呈方程(3)所示的线性变化. (a) 5×10^4 d; (b)10^5 d; (c) 1.5×10^5 d; (d) 2×10^5 d; (e) 2.5×10^5 d; (f) 3×10^5 d; (g) 3.5×10^5 d; (h) 4×10^5 d; (i) 4.5×10^5 d; (j) 5×10^5 d. 注意在整个模拟时间内存在 3 个演化周期

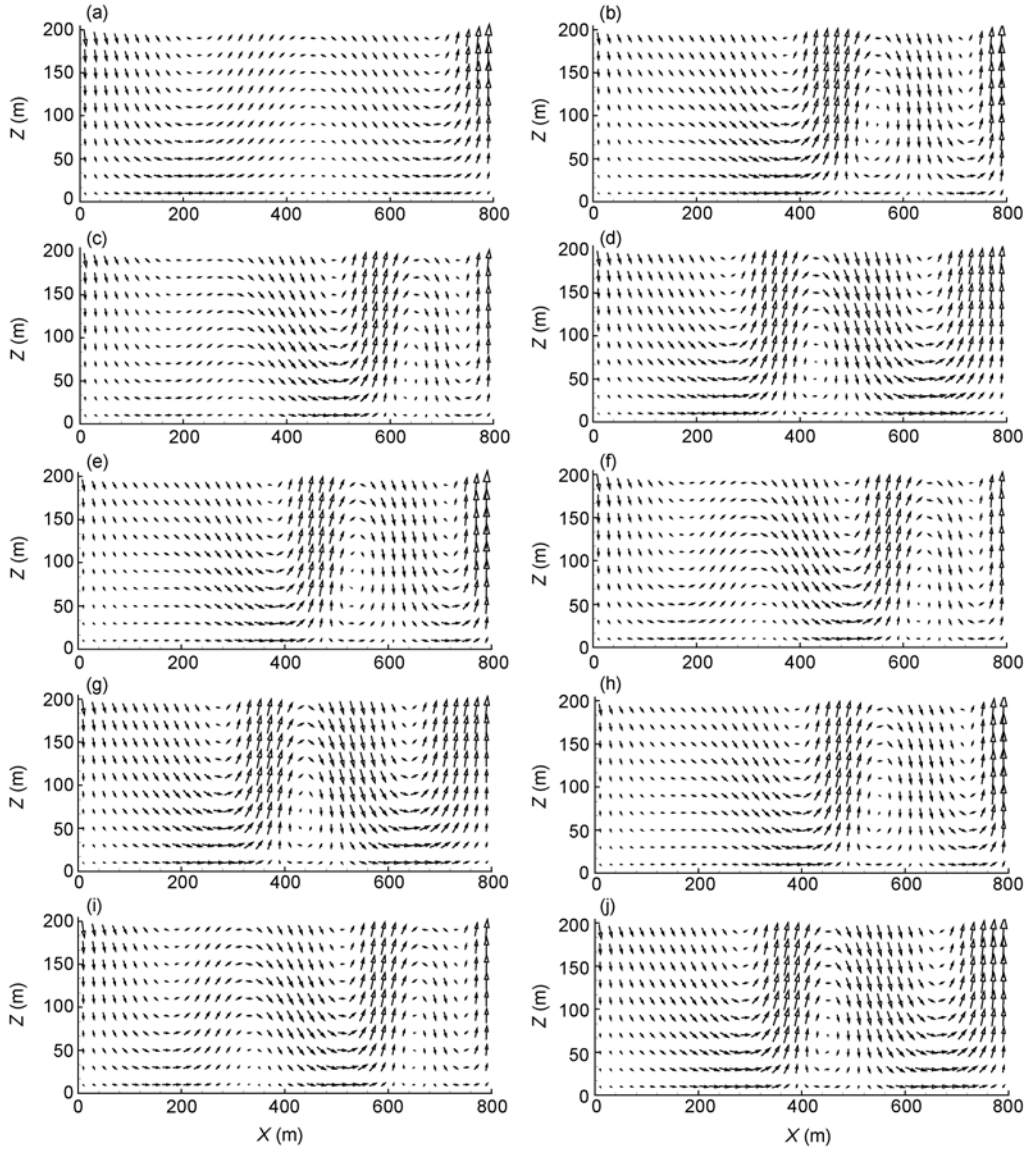

图 6　数值模拟 3 的流体速度矢量随时间的演化

对应于潜水面坡度为 0.00025 m/m, 且流体密度随温度呈方程(3)所示的线性变化. 最大流速 8.38×10^{-7} m/s. (a) 5×10^{4} d; (b) 10^{5} d; (c) 1.5×10^{5} d; (d) 2×10^{5} d; (e) 2.5×10^{5} d; (f) 3×10^{5} d; (g) 3.5×10^{5} d; (h) 4×10^{5} d; (i) 4.5×10^{5} d; (j) 5×10^{5} d. 注意在整个模拟时间内存在 3 个演化周期

是地下水在分水岭附近得到补给, 这种地形驱动流体推动浮力驱动自由对流圈向右侧坡下滚动. 对流圈以 3.56×10^{-8} m/s 的速度从左侧横向迁移到右侧, 此速度略小于单由地形起伏驱动的流体速度. 当水平流体叠加到热驱动自由对流上时, 前人曾得到过类似的周期性变化现象(如, Combarbous 和 Bories[19], Prats[21]). 我们也针对 dH=0.4 m(即, 潜水面坡度为 0.0005 m/m)的条件进行了数值模拟计算(这里没有显示结果), 在这种条件下, 自由对流的流速略高于单由地形起伏引起的流速, 因此出现混合自由对流和强迫对流现象, 热液流体随时间也呈周期性变化, 其变化方式与上述的相似.

模型 4: 潜水面坡度为 0.001 m/m(dH=0.8 m), 与模型 2 的相同, 所不同的是在此模型中, 潜水面下 20 m 处有一个横跨整个模型的低透水性岩层, 厚度为 20 m, 其渗透率比围岩小 3 个数量级, 其他条件和以前的一样. 稳态条件下的温度等值线和流体速度场如图 7 所示. 可以看到该低渗透性岩层像一个屏障把

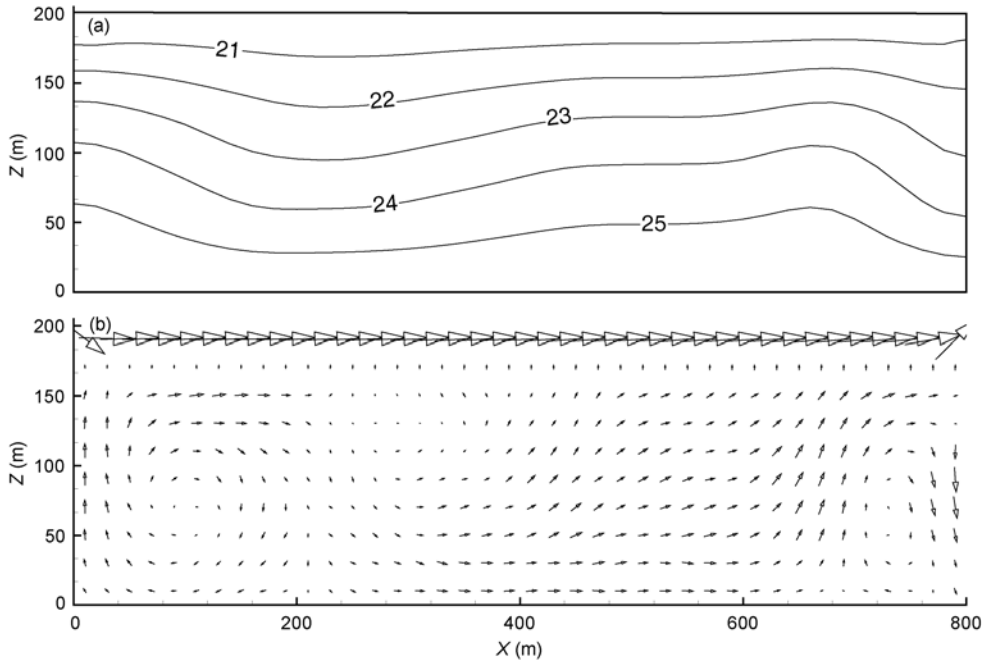

图 7　数值模拟 4

对应于潜水面坡度为 0.001 m/m, 且近表有一低透水性岩层的情形. (a) 稳态条件下温度等值线; (b) 稳态条件下流体速度矢量. 注意低渗透层像一个屏障, 在其上部流体由地形驱动(最大流速为 5.47×10^{-7} m/s), 在其下部流体由浮力驱动(最大流速为 1.68×10^{-7} m/s)

整个模型区域划分为两个流体系统, 在其上面的流体完全由地形起伏所驱动, 最大流速为 5.47×10^{-7} m/s; 而在其下面的流体完全由浮力所驱动, 最大流速为 1.68×10^{-7} m/s. 当潜水面坡度增高时, 数值模拟结果与上述相似(这里没有显示). 然而, 与模型 1 中的自由对流相比较, 可以发现在此情况下自由对流相对弱一些, 这一点可以从较小的等温线曲率和较低的流速中得到证实, 这是因为在这种情况下, 对流单元的垂直厚度减小, 所以 Rayleigh 值变小.

3　讨论与结论

本文通过一系列二维有限元数值模拟实验定量确定了浮力和地形起伏在驱动地下水流中的相对重要性. 我们的数值模拟结果表明当潜水面坡度较低(小于0.0005 m/m)而使得单由浮力驱动的地下水流速高于单由地形驱动的流速时, 自由对流和强迫对流可以共存, 自由对流占主导地位, 但地形的影响不可忽视. 这是因为地形引起的流体可以推动自由对流圈向坡下滚动, 因而热液流体随时间呈周期性变化, 不存在稳态解. 当潜水面坡度较高(超过 0.001 m/m)而使得单由地形驱动的地下水流速大于单由浮力驱动的流速时, 强迫对流完全掩盖自由对流, 仿佛热液流体完全由地形起伏所控制一样. 这些结果与 Prats[21]及 Comnarnous 和 Bories[19]先前的理论计算相一致, 他们的理论研究揭示水平流体的存在能导致温度和流体速度场随时间波动, 并且热液流体的形态取决于水平流体流速和浮力驱动流速的相对大小. 因此, 我们的数值模拟研究证实在驱动地下热液流体的迁移过程中, 地形起伏似乎比浮力更重要. 但是, 当近表存在一个低渗透性岩层时, 地表地形影响可以完全被屏蔽掉, 其下部热液流体迁移完全由浮力所控制.

致谢　作者向两位匿名评审人表示感谢.

参考文献

1　Ingebritsen S E, Sanford W E. Groundwater in Geologic Processes. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1999

2 Zhu K, Yang J. Time-dependent magnetometric resistivity anomalies of groundwater contamination: Synthetic results from computational hydro-geophysical modeling. Appl Geophys, 2008, 5: 322—330
3 Garven G. Continental-scale groundwater flow and geologic processes. Annu Rev Earth Planet Sci, 1995, 24: 89—117
4 Sharp J M, Fenstemaker T R, Simmons C T, et al. Potential salinity-driven free convection in a shale-rich sedimentary basin: Example from the Gulf of Mexico basin in south Texas. Am Assoc Pet Geol Bull, 2001, 85: 2089—2110
5 Evans D G, Nunn J A. Free thermohaline convection in sediments surrounding a salt column. J Geophys Res, 1989, 94: 12413—12422
6 Thornton M M, Wilson A M. Topography-driven flow versus buoyancy-driven flow in the U.S. midcontinent: Implications for the residence time of brines. Geofluids, 2007, 7: 69—78
7 Ranganathan V. The maintenance of high salt concentrations in interstitial waters above the New Albany Shale of the Illinois Basin. Water Resour Res, 1993, 29: 3659—3670
8 Toth J. A theory of groundwater motion in small drainage basins in Central Alberta, Canada. J Geophys Res, 1962, 67: 4375—4387
9 Toth J. A theoretical analysis of groundwater flow in small drainage basins. J Geophys Res, 1963, 68: 4795—4812
10 Hartline B K, Lister C R B. Topographic forcing of supercritical convection in a porous medium such as the oceanic crust. Earth Planet Sci Lett, 1981, 55: 75—86
11 Fisher A T, Becker K. Correlation between seafloor heat flow and basement relief: Observational and numerical examples and implications for upper crustal permeability. J Geophys Res, 1995, 100: 12641—12657
12 Wang K, He J, Davis E E. Influence of basement topography on hydrothermal circulation in sediment-buries igneous oceanic crust. Earth Planet Sci Lett, 1997, 146: 151—164
13 Lopez D L, Smith L. Fluid flow in fault zones: Analysis of the interplay of convective circulation and topographically driven groundwater flow. Water Resour Res, 1995, 31: 1489—1503
14 Stanislavsky E, Gvirtzman H. Basin-scale migration of continental-rift brines: Paleohydrologic modeling of the Dead Sea basin. Geology, 1999, 27: 791—794
15 Thornton M M, Wilson A M. Topography-driven flow versus buoyancy-driven flow in the U.S. midcontinent: Implications for the residence time of brines. Geofluids, 2007, 7: 69—78
16 Frind E O. Simulation of long-term transient density-dependent transport in groundwater. Adv Water Res, 1982, 5: 73—88
17 Yang J W. Finite element modeling of transient saline hydrothermal fluids in multifaulted sedimentary basins: Implications for ore-forming processes. Can J Earth Sci, 2006, 43: 1331—1340
18 Yang J, Latychev K, Edwards R N. Numerical computation of hydrothermal fluid circulation in fractured earth structures. Geophys J Int, 1998, 135: 627—649
19 Combarnous M A, Bories S A. Hydrothermal convection in saturated porous media. Adv Hydrosci, 1975, 10: 231—307
20 Raffensperger J P, Vlassopoulos D. The potential for free and mixed convection in sedimentary basins. Hydrol J, 1999, 7: 505—520
21 Prats M. The effect of horizontal fluid flow on thermally induced convection currents in porous mediums. J Geophys Res, 1966, 71: 4835—4838