



论文

正弦平方势与应变超晶格位错动力学

罗诗裕^{①*}, 邵明珠^②, 罗晓华^{②③}

① 东莞理工大学电子工程学院, 东莞 523106;

② 重庆交通大学图书馆, 重庆 400074;

③ 重庆大学电气工程学院, 重庆 400044

* E-mail: bgluoshy@dgut.edu.cn

收稿日期: 2009-11-29; 接受日期: 2010-01-05

广东省自然科学基金资助项目(编号: 9151065005000008)

摘要 引入正弦平方势描述了应变超晶格系统的弹性势能, 并在经典力学框架内和 Seeger 方程基础上, 讨论了超晶格界面附近的位错动力学行为, 指出了系统的分叉或混沌将导致位错的运动与堆积, 造成超晶格的分层或断裂. 首先, 引入阻尼项, 在小振幅近似下, 把描述一般位错运动的 Seeger 方程化为了超晶格系统的广义 Duffing 方程. 利用 Jacobian 椭圆函数和椭圆积分分析了无扰动系统的相平面特征, 并解析地给出了系统的解和粒子振动周期. 其次, 利用 Melnikov 方法分析了异宿轨道和周期轨道的分叉性质与进入 Smale 马蹄意义下的混沌行为, 找到了系统的全局分叉与系统进入混沌的临界条件. 结果表明, 系统的临界条件与它的物理参数有关, 只需适当调节这些参数就可以原则上避免、控制分叉或混沌的出现, 保证了超晶格的完整性和性能的稳定性.

关键词位错动力学
稳定性
超晶格
分叉
混沌

所谓应变超晶格就是将两种晶格常数不同的材料交替生长而成的多层薄膜结构. 比如, 将材料 GaAs 和 $\text{Ga}_{1-x}\text{Al}_x\text{As}$ 交替生长形成的多层结构就是典型的应变超晶格. 超晶格的特殊几何结构, 引起了人们极大兴趣, 为人们寻找新材料和新光源开辟了全新领域. 事实上, 基于这一概念, 半导体材料的光电性能得到了大大改善; 基于这一概念, 人们先后找到了光子晶体和声子晶体; 也是基于这一概念, 带电粒子同物质相互作用有了全新的研究方向——超晶格的沟道效应和沟道辐射^[1-11]. 由于两种材料的晶格常数在生长方向上失配, 沿生长方向各层在界面处将交替产生伸长和压缩形变, 导致晶面(比如(110)面)方向发生变化. 特别是, 在超晶格材料的生长过程中, 由于晶格常数不匹配或外延条件不够理想, 超晶格

会出现分层或断裂, 而这种现象很可能就是系统的分叉或混沌导致位错的运动和堆积造成的. 对超晶格界面附近的位错动力学进行研究, 可为超晶格制备提出更符合实际的物理要求, 也可为进一步改善超晶格材料的性能(比如机械性能、光电性能等)提供新的思考.

本文从经典的 Seeger 方程出发, 引入正弦平方势描述超晶格系统的弹性势能, 并在经典力学框架内, 讨论了超晶格界面附近的位错动力学行为, 指出了系统的分叉或混沌将导致

致位错的运动与堆积, 造成超晶格的分层或断裂. 首先, 在 Seeger 方程基础上^[12]和小振幅近似下, 引入阻尼项, 把描述位错运动的 Seeger 方程化为广义 Duffing 方程; 利用 Jacobian 椭圆函数和椭圆积分

分析了无扰动系统的相平面特征, 并解析地给出了系统的解和位错运动周期. 其次, 利用 Melnikov 方法分析了异宿轨道和周期轨道的分叉性质与进入 Smale 马蹄的混沌行为, 找到了系统进入分叉和混沌的临界条件. 结果表明, 系统的临界条件与它的物理参数有关, 只需适当调节这些参数就可以原则上避免、控制分叉或混沌的出现, 保证应变超晶格的完整性和性能的稳定性.

1 运动方程

1.1 无阻尼情况下的 Seeger 方程

假设位错是一段直的刃型位错, 位错线与 x 轴(超晶格相邻两晶面的交线)平行, 如图 1 所示(x 轴垂直于纸面, 图中未画出, a 是超晶格周期). 设在滑移面内, 位错垂直于 x 方向的“横向”位移为 $\psi(x, t)$, 则位移 $\psi(x, t)$ 满足经典的 Seeger 方程^[12]:

$$E(\psi) \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \frac{\partial E(\psi)}{\partial \psi} - b\sigma(t) + m \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}, \quad (1)$$

其中 b 是 Burgers 矢量, m 是单位位错长度的有效质量, $\sigma(t)$ 是单位位错长度.

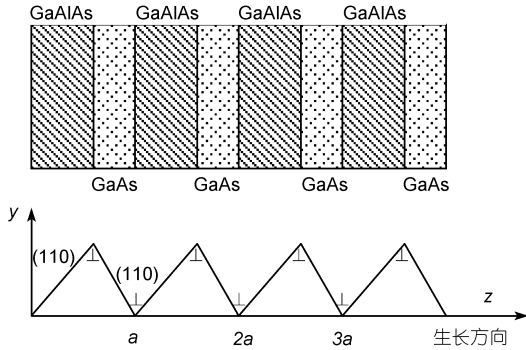


图 1 应变超晶格(上)和界面处晶面偏折、位错堆积(下)示意图

所受的(应)力; 而 $E(\psi)$ 是与应变有关的弹性(势)能. Peierls 指出, 弹性(势)能是晶格常数的周期函数, 如图 2 所示. Seeger 在文献[12]中使用这个势(能)成功描述了金属内耗. 我们假设这个势能具有正弦平方

$$E(\psi) = E_0 \sin^2 \frac{\pi \psi}{d} \quad (2)$$

形式, 其中 d 是晶格常数, E_0 是弹性势能的幅值(激活能). 图 2 还给出了周期势场中, 位错线处于势能最低

位置(沿密排方向). 注意到 $\frac{\partial E(\psi)}{\partial \psi} = \frac{\pi E_0}{d} \sin \frac{2\pi \psi}{d}$, 方程(1)化为

$$E(\psi) \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \frac{\pi E_0}{d} \sin \frac{2\pi \psi}{d} - b\sigma(t) + m \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}, \quad (3)$$

这是一个描写位错形状与位错形状随时间变化的“波动”方程.

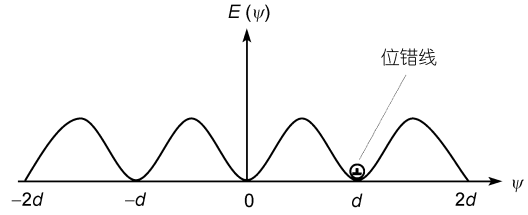


图 2 应变超晶格的正弦平方势及其位错线

下面分稳态和瞬态两种情况讨论.

(1) 稳态情形

注意到稳态情形是与时间无关的情形(比如, 外延生长的超晶格放置较长时间以后), 则 $\psi(x, t)$ 退化为 $\psi(x)$, 而 $\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = 0$, $\sigma(t) = \sigma_0$ 为常数. 于是, 偏微分方程(3)可化为如下形式

$$E(\psi) \frac{d^2 \psi}{dx^2} = \frac{\pi E_0}{d} \sin \frac{2\pi \psi}{d} - b\sigma_0 \quad (4)$$

的波形方程.

(2) 瞬态情形

假设在滑移面内位错线的运动是均匀的, 则系统状态与 x 无关(比如, 生长过程中或退火状态下), 于是, $\psi(x, t)$ 退化为 $\psi(t)$, 而 $\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = 0$, 偏微分方程(3)

化为如下形式

$$m \frac{d^2 \psi}{dt^2} + \frac{\pi E_0}{d} \sin \frac{2\pi \psi}{d} = b\sigma(t) \quad (5)$$

的振动方程. 这是一个无阻尼的位错动力学方程, 描写了位错线的整体运动行为, 也描写了位错在超晶格生长过程中或退火状态下的瞬态行为.

1.2 阻尼情况下的 Seeger 方程

Peierls 指出, 位错可通过势垒翻越实现滑移面内的“横向”运动; Shockley 指出, 在退火状态下, 位错可以通过打结完成这种运动. Seeger 进一步指出,

位错的势垒翻越一般不是整体翻越, 而是由于热涨落, 某一部分位错可能获得较多能量, 于是这部分位错将率先翻越势垒, 带动两侧位错运动, 并在两侧势垒处形成弯结(对). 如果弯结(对)之间的距离小于临界距离, 已经翻越势垒的那段位错将被拉回, 弯结对湮灭, 运动中止; 如果弯结对之间的距离大于临界距离, 相邻位错将被带到新的位置完成翻越, 实现位错在滑移面内的运动. 弯结对的形成和湮灭直接影响着位错的运动. 而弯结对的形成和运动必须克服介质对它的阻力, 阻力的大小正比于“速度” $\frac{d\psi(x)}{dt}$. 引

入阻尼项 $2m\mu_0 \frac{d\psi(x)}{dt}$, 并假设 $\sigma(t) = \sigma_0 \cos \Omega t$, 方程(5)可化为

$$m \frac{d^2 \psi}{dt^2} + 2m\mu_0 \frac{d\psi}{dt} + \frac{\pi E_0}{d} \sin \frac{2\pi \psi}{d} = b\sigma_0 \cos \Omega t, \quad (6)$$

其中 μ_0 是阻尼系数, Ω 是应力场频率. 令

$$\xi = 2\pi\psi/(\sqrt{6}d), \quad \omega_0^2 = \frac{4\pi^2 E_0}{md^2}, \quad \alpha = \omega_0^2/6, \quad (7)$$

$$f = \frac{2\pi b\sigma_0}{\sqrt{6}md\omega_0^2}, \quad \mu = \frac{\mu_0}{\omega_0}, \quad \omega = \frac{\Omega}{\omega_0}.$$

在小振幅近似下 $\sin x \approx x - \frac{x^3}{6}$, 方程(6)可化为

$$\frac{d^2 \xi}{d\tau^2} + 2\mu \frac{d\xi}{d\tau} + \xi - \xi^3 = f \cos \omega \tau \quad (8)$$

或等价形式

$$\frac{d\xi}{d\tau} = \zeta, \quad (9)$$

$$\frac{d\zeta}{d\tau} = -\xi + \xi^3 + \varepsilon(-2\mu\zeta + f \sin \omega \tau),$$

其中 ε 是小参数, 表示伴随它的项为 $O(\varepsilon)$ 量级. 系统(8)或(9)是一个广义的 Duffing 方程, 具有典型的分叉与混沌行为. 首先, 对无扰动系统的相平面特征进行分析.

2 无扰动系统的相平面特征

对于无扰动系统 ($\varepsilon = 0$), 方程(9)化为

$$\frac{d\xi}{d\tau} = \zeta, \quad (10)$$

$$\frac{d\zeta}{d\tau} = -\xi + \xi^3,$$

方程(10)是一个不含时间的哈密顿系统, 积分一次可得系统哈密顿量

$$H = \frac{\zeta^2}{2} + \frac{\xi^2}{2} - \frac{\xi^4}{4} = h. \quad (11)$$

从方程(10)可以看出, 在相平面 (ξ, ζ) 上, 系统有三个不动点, 其中一个是中心 $(0,0)$, 另外两个是鞍点 $(1,0)$ 和 $(-1,0)$, 如图 3 所示. 当 $h=1/4$ 时系统存在两条异宿(分支)轨道

$$\xi(\tau)_{\pm} = \pm th(\sqrt{2}\tau/2), \quad (12)$$

$$\zeta(\tau)_{\pm} = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \operatorname{sech}^2(\sqrt{2}\tau/2).$$

当 $0 < h < 1/4$ 时, 存在一族围绕中心 $(0,0)$ 的周期轨道

$$\xi_{\kappa} = \frac{\sqrt{2}\kappa}{\sqrt{1+\kappa^2}} \operatorname{sn}\left(\frac{\tau}{\sqrt{1+\kappa^2}}, \kappa\right), \quad (13)$$

$$\zeta_{\kappa} = \frac{\sqrt{2}\kappa}{\sqrt{1+\kappa^2}} \operatorname{cn}\left(\frac{\tau}{\sqrt{1+\kappa^2}}, \kappa\right) \operatorname{dn}\left(\frac{\tau}{\sqrt{1+\kappa^2}}, \kappa\right),$$

其中 $\operatorname{sn}(u)$, $\operatorname{cn}(u)$, $\operatorname{dn}(u)$ 是雅可比椭圆函数, κ 是椭圆函数的模, 且 $0 < \kappa < 1$, 而 $h^2(\kappa) = \kappa/(1+\kappa^2)$, 相应的轨道周期为

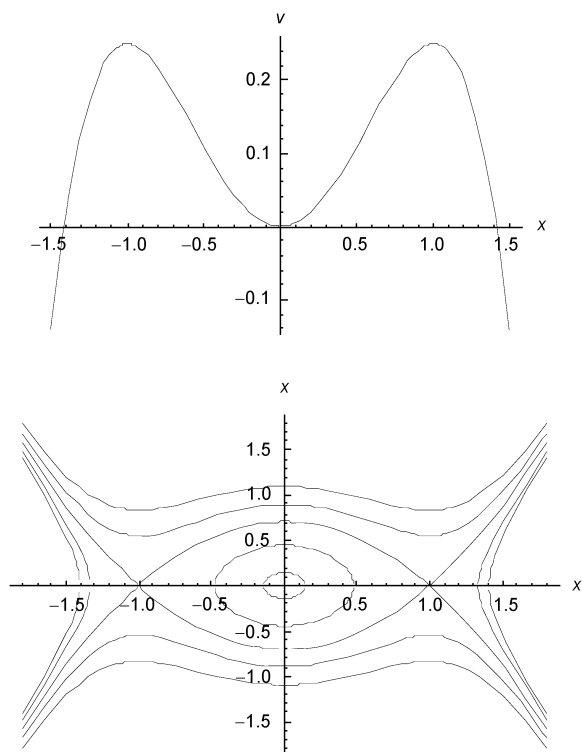


图 3 系统的有效势(上)和它的相平面特征(下), 其中参数 (从内到外) $h = 0.01; 0.1; 0.25; 0.4; 0.6$

$$T = 4\sqrt{1+\kappa^2} K(\kappa), \quad (14)$$

其中 $K(\kappa)$ 是第一类完全椭圆积分。

图 3 给出了无扰动系统(10)的有效势与系统的相平面特征。由图 3 可以看出, 异宿轨道 ($h=1/4$) 把相平面分成了两部分, 在异宿轨道内部 ($0 < h < 1/4$), 相轨道是闭合的, 对应于位错绕平衡位置的周期振荡; 在异宿轨道外部 ($h > 1/4$), 相轨道是开放的, 当时间趋于无穷时, 坐标 ξ (因而 ψ) 也趋于无穷, 描写了位错不稳定运动行为。

3 异宿轨道的 Melnikov 函数与 Smale 马蹄混沌

3.1 异宿轨道的 Melnikov 函数

对于异宿轨道(12), 可构造如下形式的 Melnikov 函数^[10,11]

$$M_{\pm}(\tau_0, \delta, f) = \int_{-\infty}^{\infty} \zeta_{\pm}(\tau) [-2\mu\zeta_{\pm}(\tau) + f \cos \omega(\tau + \tau_0)] d\tau \\ = -2\mu I_1 + f I_2 \cos \omega\tau_0, \quad (15)$$

其中 $\zeta_{\pm}$ 由式(12)的第二式给出; 而

$$I_1 = \frac{2\sqrt{2}}{3}, \quad I_2 = \sqrt{2}\pi\omega \cos \omega\tau_0 \operatorname{cosech}(\sqrt{2}\pi\omega/2). \quad (16)$$

3.2 Smale 马蹄混沌及其物理意义

由式(15)可以看出, 在参数(f, μ)平面上, 如果条件

$$\left| \frac{2\mu}{f} \right| < \frac{3\pi\omega \cos \omega\tau_0}{2} \operatorname{cosech}(\sqrt{2}\pi\omega/2) \quad (17)$$

满足, 则对于充分小的 ε , 系统(8)的 Poincare 映射在两个不动点 ($\pm 1, 0$) 的稳定流形和不稳定流形将横向交截, Poincare 映射具有 Smale 马蹄变换意义下的混沌行为。

将式(7)代入式(17), 不等式(17)可用系统的原始参数进一步表示为

$$\left| \frac{2\mu_0}{b\sigma_0} \right| < \frac{\sqrt{6}\pi^2 \Omega \cos \frac{\Omega}{\omega_0} \tau_0}{md\omega_0^2} \operatorname{cosech} \frac{\sqrt{2}\pi\Omega}{2\omega_0}, \quad (18)$$

条件(18)满足时, 系统出现 Smale 马蹄混沌, 而混沌就意味着不稳定, 适当调节系统参数, 可以避免这种情况出现。从式(18)可以看出:

(1) 应力越小, 条件越不容易满足, 系统越稳定。当它达到

$$(b\sigma_0)_c = \frac{2\mu_0 md\omega_0^2}{\sqrt{6}\pi^2 \Omega \cos(\Omega\tau_0/\omega_0)} \operatorname{sh} \frac{\sqrt{2}\pi\Omega}{2\omega_0} \quad (19)$$

时, 系统处于临界状态, 当 $b\sigma_0 < (b\sigma_0)_c$ 系统是稳定的, 否则系统存在 Smale 马蹄意义上的混沌行为。

(2) 当系统阻尼系数 ($2\mu_0$) 越小时, 条件越容易满足, 系统越不稳定; 换句话说, 仅当阻尼足够强时才可能抑制混沌的发生。其临界值可表示为

$$(2\mu_0)_c = \frac{\sqrt{6}\pi^2 b\sigma_0 \Omega \cos \frac{\Omega}{\omega_0} \tau_0}{md\omega_0^2} \operatorname{cosech} \frac{\sqrt{2}\pi\Omega}{2\omega_0}, \quad (20)$$

也就是说, 当阻尼系数满足条件 $2\mu_0 > (2\mu_0)_c$ 时, 系统是稳定的。注意到 $\omega_0^2 = \frac{4\pi E_0}{md^2}$, 上式表明, 材料的势垒高度 E_0 越低或晶格常数 d 越大, 材料的临界阻尼就越大, 稳定性条件越强, 系统越稳定。事实上, 如果势垒高度比较低, 位错就容易翻越。位错越容易翻越就越容易释放能量, 系统就显得越稳定。

4 周期轨道的次谐分叉

4.1 周期轨道的 Melnikov 函数

对于任意的互质正整数 m, n , 存在唯一的一个

$\kappa_{m/n} \in (0, 1)$, 使得 $T(\kappa_{m/n}) = 4K(\kappa_{m/n}) = \frac{m}{n}T = \frac{2\pi m}{n\omega}$, 构造这族周期轨道(13)的 Melnikov 函数, 可得

$$M_{\pm}^{m/n}(\tau_0) = \int_{-\infty}^{\infty} \zeta_{\pm}(\tau) [-2\mu\zeta_{\pm}(\tau) + f \cos \Omega(\tau + \tau_0)] d\tau \\ = -2\mu J_1 + f J_2 \cos \Omega\tau_0, \quad (21)$$

其中 $\zeta_{\pm}$ 由式(13)的第二式给出; 而

$$J_1 = \frac{8n}{3(1+\kappa^2)^{3/2}} \left[(1-\kappa^2)K(\kappa) - (1+\kappa^2)E(\kappa) \right], \\ J_2 = \begin{cases} 0, & n \neq 1 \text{ 或 } m \text{ 是偶数,} \\ 2\sqrt{2}\pi\omega \operatorname{cosech}(\pi m K'/2K), & n = 1 \text{ 和 } m \text{ 是奇数.} \end{cases} \quad (22)$$

4.2 周期轨道的次谐分叉及其物理意义

由式(21)和(22)可以看出, 当 $n=1$ 和 m 为奇数时,

在参数 (f, μ) 平面上, 如果条件

$$\left| \frac{2\mu}{f} \right| < \frac{3\sqrt{2}(1+\kappa^2)^{3/2} \pi \omega \cos \omega \tau_0}{4[(1-\kappa^2)K(\kappa) - (1+\kappa^2)E(\kappa)]} \operatorname{cosech} \left(\frac{\pi m K'}{2K} \right) \quad (23)$$

满足, 则对于充分小的 ε , 系统(8)存在奇阶次谱分叉, 且可通过“无限”次级联分叉后进入混沌. 其中 $K'(\kappa) = K(\kappa')$, $\kappa' = (1-\kappa^2)^{1/2}$ 是椭圆函数的补模, $E(\kappa)$ 是第二类椭圆积分.

将式(7)代入式(23), 不等式(23)可用系统的原始参数进一步表示为

$$\left| \frac{2\mu_0}{b\sigma_0} \right| < \frac{\sqrt{3}\pi^2(1+\kappa^2)^{3/2} \Omega \cos \omega \tau_0}{2md\omega_0^2 [(1-\kappa^2)K - (1+\kappa^2)E]} \times \operatorname{cosech} (m\pi K'/2K), \quad (24)$$

条件(24)满足时, 系统出现次谱分叉, 而分叉就意味着不稳定, 适当调节系统参数, 可以避免这种情况出现. 从条件(24)可以看出:

(1) 应力越小, 条件越不容易满足. 当它达到

$$(b\sigma_0)_c = \frac{4\mu_0 md \omega_0^2 [(1-\kappa^2)K - (1+\kappa^2)E]}{\sqrt{3}\pi^2(1+\kappa^2)^{3/2} \cos(\Omega \tau_0 / \omega_0)} \times \operatorname{sh}(m\pi K'/(2K)) \quad (25)$$

时, 系统处于临界状态, 当 $b\sigma_0 < (b\sigma_0)_c$ 系统是稳定的; 当 $b\sigma_0 > (b\sigma_0)_c$ 时, 条件(24)满足, 系统不稳定.

(2) 当系统阻尼系数 $(2\mu_0)$ 越小时, 条件越容易满足; 换句话说, 仅当阻尼足够强时才可能抑制分叉的发生. 其临界值可表示为

$$(2\mu_0)_c = \frac{\sqrt{3}\pi^2(1+\kappa^2)^{3/2} b\sigma_0 \cos(\Omega \tau_0 / \omega_0)}{2md\omega_0^2 [(1-\kappa^2)K - (1+\kappa^2)E]} \times \operatorname{cosech} (\pi m K'/(2K)), \quad (26)$$

也就是说, 当阻尼系数 $2\mu_0 > (2\mu_0)_c$ 时, 系统是稳定的.

振荡型周期轨道描写的是系统围绕稳定点做周期运动的情形, 其特点是随着时间增加, 它的坐标 ξ (因而 ψ) 和动量 ζ 始终围绕稳定点做周期运动, 具有 Liyapunov 意义和工程技术上的稳定性. 但是, 当阻尼系数 $2\mu_0 < (2\mu_0)_c$ 时, 系统是不稳定的. 注意到

$$\omega_0^2 = \frac{4\pi E_0}{md^2},$$

式(26)表明, 材料的势垒高度 E_0 越低或晶格常数 d 越大, 材料的临界阻尼就越大, 稳定性条件越强, 系统越稳定. 事实上, 如果势垒高度比较低, 位错就容易翻越. 而势垒容易翻越就越容易释放能量, 系统就显得越稳定.

5 结论

本文从经典的 Seeger 方程出发, 引入正弦平方势描述了超晶格系统的弹性势能, 并在经典力学框架内, 讨论了超晶格界面附近的位错动力学行为, 指出了系统的分叉或混沌将导致位错的运动与堆积, 造成超晶格的分层或断裂. 首先, 在经典力学框架内和 Seeger 方程基础上, 引入阻尼项, 把描述位错运动的 Seeger 方程化为了广义 Duffing 方程. 利用 Jacobian 椭圆函数和椭圆积分分析了无扰动系统的相平面特征, 并解析地给出了系统的解和位错运动周期; 其次, 利用 Melnikov 方法构造了异宿轨道和周期轨道的 Melnikov 函数, 分析了异宿轨道和周期轨道的分叉性质与进入 Smale 马蹄意义下的混沌行为, 找到系统进入分叉与混沌的临界条件. 结果表明, 系统的临界条件与它的物理参数有关, 只需适当调节这些参数就可以原则上避免、控制分叉或混沌的出现, 从而保证了系统的稳定性和超晶格的完整性.

参考文献

- 1 Korol A V, Soloviyov A V, Greiner W. Photon emission in crystalline Undulator. Nucl Inst Methods Phys Res, 2008, B266: 1173—1176 [\[DOI\]](#)
- 2 Kubankin A S, Nasonov N N. On the possibility of using parametric X-ray radiation to study anisotropy of a crystal mosaic structure. J Surf Ingestig-X-Ray Synchro, 2008, 2: 317—320
- 3 Tabrizi M, Korol A V, Soloviyov A V, et al. Feasibility of an electron-based crystalline Undulator. Phys Rev Lett, 2007, 98: 164801 [\[DOI\]](#)
- 4 Korol A V, Soloviyov A V, Greiner W. Channeling of positrons through periodically bent crystals: On feasibility of crystalline Undulator and Gamma-Laser. Int J Mod Phys E, 2004, 13: 867—916 [\[DOI\]](#)
- 5 Korol A V, Andrey V, Soloviyov A V, et al. Total energy losses due to the radiation in an acoustically bended Undulator: The Undulator and

the channeling radiation included. *Int J Mod Phys E*, 2000, 9: 77—105

- 6 罗诗裕, 邵明珠. 电子的轴沟道辐射作为 γ -激光的可能性. *高能物理与核物理*, 2005, 29: 193—196
- 7 罗诗裕, 邵明珠. 周期弯曲晶体的摆动场辐射作为短波长激光的可能性. *中国激光*, 2009, 36: 1378—1382
- 8 罗诗裕, 邵明珠. 正弦平方势与正电子面沟道辐射的一般特征. *物理学报*, 2006, 55: 1324—1327
- 9 邵明珠, 罗诗裕. 正切平方势与平面沟道系统的本征值和本征函数. *物理学报*, 2005, 54: 4092—4096
- 10 邵明珠, 罗诗裕. 正弦平方势与带电粒子沟道效应的能带结构. *物理学报*, 2007, 56: 3407—3410
- 11 罗诗裕, 邵明珠. 形变超晶格的位错模型与粒子的退道效应. *半导体学报*, 2003, 24: 485—489
- 12 Seeger A. On the theory of the low-temperature internal friction peak observed metals. *Philos Mag*, 1956, 1: 651—657 [\[DOI\]](#)

The sine-squared potential and dislocation dynamics for strained superlattice

LUO ShiYu^{1*}, SHAO MingZhu¹ & LUO XiaoHua^{2,3*}

¹ College of Electronic Engineering, Dongguan University of Technology, Dongguan 523106, China;

² Library of Chongqing University of Communications, Chongqing 400074, China;

³ Electric Engineering College of Chongqing University, Chongqing 400044, China

Sine-squared potential is introduced to describe the elastic potential energy for the strained superlattice, the dynamic behavior in the vicinity of the interface for the superlattice is discussed in the classical mechanics frame based on Seeger equation. It is indicated that the motion and the accumulations of the dislocations by the bifurcation and chaos may give rise to the layer or the fracture of the superlattice. At first, by introducing damping term, the Seeger equation described the dislocation motion is reduced to the generalized duffing equation described superlattice in the small amplitude approximation. The properties of the phase plane for a non-perturbed system are analyzed by means of Jacobian elliptic function and the elliptic integral, and the solution of the equation and a period of the dislocation motion for this system are expressed exactly. Secondary, the bifurcation and a chaotic behaviors with the Smale horseshoe for the heteroclinic orbit and the periodic orbit in a phase plane are analyzed by Melnikov method. The critical condition of the system entering in a bifurcation or a chaos is found. The results show that the critical condition is related to the parameters of the system, then by regulating a parameters of the system, the bifurcation or the chaos can be avoided or controlled in principle, then the stabilities and the perfect of the superlattice materials may be further ensured.

dislocation dynamics, stabilities, superlattice, bifurcation, chaos