两有限势库内可逆广义机最大广义输出的最优构型

夏少军¹, 陈林根^{2,3*}, 冯辉君^{2,3}

1. 海军工程大学动力工程学院, 武汉 430033;

2. 武汉工程大学热科学与动力工程研究所, 武汉 430205;

3. 武汉工程大学机电工程学院, 武汉 430205

* E-mail: lingenchen@hotmail.com; lgchen@163.com

收稿日期: 2019-04-18; 接受日期: 2019-09-17; 网络版发表日期: 2020-01-19

国家自然科学基金(批准号: 51576207, 51606218)资助项目

摘要 寻求普适的优化结果是广义热力学优化理论研究的重要目标之一. 前人对于热机、化学机、电池做功电路和商业机等循环的动态优化研究均仅限于具体学科的研究对象, 研究结论有其独特的学科适用范围, 无法揭示这些不同学科内研究对象和研究结论之间的共性规律. 本文在回顾现有热力化学循环动态优化研究文献的基础上, 基于广义热力学优化理论的研究思路, 首先建立了两有限势库内可逆广义机的物理模型, 形成了相应的动态优化问题, 即在广义位移守恒方程约束下求解广义机循环广义输出最大化及与之对应的循环最优构型. 然后, 分别应用欧拉-拉格朗日方程和平均最优控制理论导出了普适的优化结果, 并基于普适结果得到了广义流率和广义速率间满足3种特定关系时更为简化的优化结果. 接着, 进一步讨论了上述研究结果和结论在热力循环、等温化学循环、电池做功电路和商业机循环等特例中的应用. 最后, 提出了不可逆循环“广义热力学动态优化”的研究思想. 本文研究丰富和完善了广义热力学优化理论.

关键词 广义热力学优化, 内可逆有限势库广义机循环, 广义输出最大化, 最优构型, 热力循环, 化学机循环, 电池做功电路, 商业机

1 引言

确定给定优化目标下循环最优构型是有限时间热力学^[1-10]的重要研究内容之一. 1979年, Rubin^[11]将热源与工质间有限速率传热为循环唯一不可逆性的热机称为内可逆热机. 1983年, Ondrechen^[12]研究了变温热源下内可逆热机循环, 考虑传热规律为牛顿传热

$[q \propto \Delta(T)]$, 以最大输出功为目标进行了优化, 结果表明循环最优构型为: 若热源热容有限, 则相应侧热源与工质温度之比为常数, 且均随时间呈指数规律变化; 若热源热容无限, 则相应侧热源温度与工质温度均保持为常数; 除上述工质与两个热源间传热分支外, 循环构型还包括两个瞬时绝热分支. 在文献^[12]的基础上, 陈林根等人^[13]考虑了两热源间直接传热即旁通热漏对

引用格式: 夏少军, 陈林根, 冯辉君. 两有限势库内可逆广义机最大广义输出的最优构型. 中国科学: 技术科学, 2020, 50: 276-286

Xia S J, Chen L G, Feng H J. Optimal configurations for maximizing generalized output of two-finite-potential-reservoir endoreversible generalized engine cycles (in Chinese). Sci Sin Tech, 2020, 50: 276-286, doi: [10.1360/SST-2019-0152](https://doi.org/10.1360/SST-2019-0152)

最大输出功时循环最优构型的影响. Salamon和Nitzan^[14]研究了不同优化目标对循环最优构型影响, 包括热效率、功率、焓效率、熵产率和利润率等性能目标. 杨爱波等人^[15]则以焓损失最大为目标优化了变温热源内可逆热机循环. 一些学者进一步研究了不同传热规律对变温热源热机循环最优构型的影响, 包括线性唯象 $[q \propto \Delta(T^{-1})]$ ^[16,17]、广义辐射 $[q \propto \Delta(T^n)]$ ^[18]、广义对流 $[q \propto (\Delta T)^m]$ ^[19]、混合热阻 $[吸热 q \propto \Delta(T^{-n})]$ 、放热 $q_1 \propto \Delta(T^n)$, $n=1$ 或 -1]^[17]、普适传热 $\{q \propto [\Delta(T^n)]^m\}$ ^[20]等热阻模型. 夏少军等人^[21]在不考虑具体传热规律的前提下, 研究了两有限热源热机循环最优构型, 得到了热机循环的普适研究结果.

温差产生热流, 浓度差或者化学势差产生质量流, 质量传递与热量传递间具有较强的相似性, 可以做类比研究. 1991年, De Vos^[22~28]注意到了这一相似性, 最早构建了一类“类热机”的等温内可逆化学机物理模型, 并据此研究化学反应、太阳能电池的最优性能. Gordon和Orlov^[29]考虑线性传质规律 $[g \propto \Delta(\mu)]$, 以最大输出功为目标, 首先优化了两无限势库等温内可逆化学机循环性能, 接着优化了有限势库等温内可逆化学机循环构型. 在文献^[29]的基础上, 夏少军等人^[30,31]深入探讨了有限势库的物理模型及其与化学机工质间的传质机理, 以最大输出功为目标, 对有限势库等温内可逆化学机循环构型进行了优化^[30], 进一步研究了传质规律的影响^[31].

1998年, 陈林根等人^[32,33]将热力学优化的研究思想与Radcenco的广义热力学理论^[34]结合, 提出把对传热传质过程与热力学化学循环的有限时间热力学分析方法和思路拓广到自然界和工程界中各种存在广义势差和广义位移的非传统热力过程、系统和装置, 采用内可逆模型以突出分析主要不可逆性, 建立起设计和运行优化理论, 即“广义热力学优化理论”. 广义热力学优化理论是有限时间热力学的深化与发展^[35], 已在流体流动过程^[33,36]、导电过程^[37]和经济过程^[38~44]中获得广泛应用.

前人对于热机、化学机、电池做功电路和商业机等循环的动态优化研究均仅限于具体学科的研究对象, 研究结论有其独特的学科适用范围, 无法揭示这些不同学科内研究对象和研究结论之间的共性规律. 寻求普适的优化结果是广义热力学优化理论的重要目标之一. 在回顾现有文献在传热、传质、电容器充电、

经济贸易过程等不可逆过程动态优化研究工作的基础上^[35], 夏少军等人^[30,31]基于广义热力学优化理论的研究思路, 通过定义广义势、广义力、广义流、广义势容、广义耗散、广义耗散力等物理量, 建立了一类广义流传递过程的广义热力学物理模型, 形成了相应的动态优化问题, 即在广义流守恒方程约束下求解广义流传递过程广义耗散最小化及与之对应的过程最优构型.

与对广义流传递过程的研究类似^[45], 在回顾现有热力和化学循环动态优化研究文献的基础上^[46], 本文将基于广义热力学优化理论的研究思路, 建立两有限势库内可逆广义机的物理模型, 形成相应的动态优化问题, 即在广义位移守恒方程约束下求解广义机循环广义输出最大化及与之对应的循环最优构型, 寻求其统一的优化方法, 得到普适的优化结果.

2 物理模型

关于广义机、广义势、广义势库、广义势容、广义流量、广义流率等物理量的定义可见文献^[45]. 考虑图1所示两有限势库内可逆广义机. 内可逆即表示广义机工质与广义势库间广义流传递为循环的唯一不可逆性, 忽略了广义机工质的内部过程不可逆性损失和高低广义势库间旁通广义流漏的影响. 高势库广义势容和广义势分别为 C_{X_1} 和 X_1 , 低势库广义势容和广义势分别为 C_{X_2} 和 X_2 , 工质吸收和释放的广义流量分别为 Q_1 和 Q_2 , 广义势容 C_{X_i} ($i=1,2$)和广义流量 Q_i 间满足关系 $C_{X_i} = dQ_i / dX_i$, 广义势 $X_1(t)$ 和 $X_2(t)$ 随着广义机吸收广义流会发生变化; 广义机工质工作的广义势为 $X(t)$, 对应于高低广义势库的广义势分别为 $X_1(t)$ 和 $X_2(t)$; 广义机循环周期为 τ ; 循环的广义输出和广义效率分别为 $W = Q_1 - Q_2$ 和 $\eta = W / Q_1$. 设广义机循环中工质与高低广义势库间的广义流率分别为 $J_1(X_1, X_1')$ 和 $J_2(X_2, X_2')$, 其中 $J_i(X_i, X_i')$ 满足条件: (1) 当 $X_i > X_i'$ 时, 有 $J_i(X_i, X_i') > 0$; (2) 当 $X_i < X_i'$ 时, 有 $J_i(X_i, X_i') < 0$; (3) 当 $X_i = X_i'$ 时, 有 $J_i(X_i, X_i') = 0$. 则有

$$Q_1 = \int_0^\tau \theta_1(t) J_1(X_1, X_1') dt, \quad (1)$$

$$Q_2 = \int_0^\tau \theta_2(t) J_2(X_2, X_2') dt, \quad (2)$$

图 1 两有限势库内可逆广义机模型

Figure 1 Model of an endoreversible generalized engine with two finite potential reservoirs.

式中, $\theta_1(t)$ 和 $\theta_2(t)$ 为广义机吸收和释放广义流开关函数, 分别为

$$\theta_1(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t \leq t_1, \\ 0, & t_1 \leq t < \tau, \end{cases} \quad (3)$$

$$\theta_2(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t \leq t_1, \\ 1, & t_1 \leq t < \tau, \end{cases} \quad (4)$$

式中, t_1 为广义机中工质的广义流 J 吸收过程进行的时间. 高低广义势库势容均为有限的, 即有

$$C_{X_1} \frac{dX_1}{dt} = -\theta_1(t) J_1(X_1, X_1'), \quad (5)$$

$$C_{X_2} \frac{dX_2}{dt} = \theta_2(t) J_2(X_2, X_2'). \quad (6)$$

广义机循环是内可逆的, 即广义位移守恒, 有

$$L_1 - L_2 = \int_0^\tau [\theta_1(t) J_1'(X_1, X_1') - \theta_2(t) J_2'(X_2, X_2')] dt = 0. \quad (7)$$

此处的广义速率 $J'_i = dL_i / dt$ 与文献[45]的广义流率 J_i 是不同的, 但两者间存在一定联系, 例如对于内可逆热机, 广义流率 J_i 和广义速率 J'_i 分别为热流率 q_i 和熵流率 $s_i = q_i / X_i$; 对于等温内可逆化学机, 广义流率 J_i 和广

义速率 J'_i 均为质流率 g_i , 同时对于等温内可逆化学机, 既存在熵平衡方程, 也存在质量守恒方程, 但熵平衡方程主要用于推导出化学机的功率输出, 在约束中可不予考虑, 在优化时主要考虑质量守恒方程作为约束条件; 对于内可逆商业机, 广义流率 J_i 和广义速率 J'_i 均为商品流率 n_i ; 对于内可逆电机, 广义流率 J_i 和广义速率 J'_i 均为电流 I_i . 经过对上述研究对象的归纳, 广义机的广义输出 W 可统一写为

$$W = \int_0^\tau [\theta_1(t) J_1'(X_1, X_1') X_1 - \theta_2(t) J_2'(X_2, X_2') X_2] dt. \quad (8)$$

3 优化结果

本节先将结论以定理的形式给出, 其严格的数学证明在本文附录中给出.

定理 在式(5)~(7)的约束下, 式(8)中 W 取最大值的必要条件为

$$J_1^2 \frac{\partial [J_1'(X_1 + \lambda) / J_1]}{\partial X_1'} / \frac{\partial J_1}{\partial X_1'} = \text{const}, \quad 0 \leq t \leq t_1, \quad (9)$$

$$J_2^2 \frac{\partial [J_2'(X_2 + \lambda) / J_2]}{\partial X_2'} / \frac{\partial J_2}{\partial X_2'} = \text{const}, \quad t_1 \leq t < \tau. \quad (10)$$

该必要条件与广义势容 C_{X_1} 和 C_{X_2} 无关. 即此时内可逆广义机最大广义输出时循环最优构型由4个分支构成, 即高低势侧广义势库与广义机工质广义势间关系分别满足式(9)和(10)的两个广义流传递分支, 两个广义流传递分支之间由两个瞬时绝广义流交换分支连接.

将具体的广义流传输规律 $J_1(X_1, X_1')$ 和 $J_2(X_2, X_2')$ 代入式(9)和(10), 然后联立式(5), (6), (9)和(10)求解得广义势 X_i 和 X_i' ($i=1, 2$)的最佳时间路径和最优时间分配 $t_{1,\text{opt}}$ 和 $t_{2,\text{opt}}$. 特别地, 当广义流率 J_i 和广义速率 J'_i 间满足一定关系时, 可得到更为简化的结果.

推论1 当广义流率 J_i ($i=1, 2$)和广义速率 J'_i 间满足关系 $J'_i = J_i / X_i$ 时, 例如对于内可逆热机, 广义流率 J_i 和广义速率 J'_i 分别为热流率 q_i 和熵流率 $s_i = q_i / X_i$, 式(9)和(10)分别变为

$$\frac{J_1^2}{X_1'^2} / \frac{\partial J_1}{\partial X_1'} = \text{const}, \quad 0 \leq t \leq t_1, \quad (11)$$

$$\frac{J_2^2}{X_2^2} / \frac{\partial J_2}{\partial X_2} = \text{const}, \quad t_1 \leq t < \tau. \quad (12)$$

证明: 将 $J'_i = J_i / X_i$ 分别代入式(9)和(10)易得式(11)和(12).

推论2 当广义流率 $J_i (i=1, 2)$ 和广义速率 J'_i 间满足关系 $J'_i = J_i$ 时, 例如对于等温内可逆化学机, 广义流率 J_i 和广义速率 J'_i 均为质流率 g_i ; 对于内可逆商业机, 广义流率 J_i 和广义速率 J'_i 均为商品流率 n_i ; 对于内可逆电机, 广义流率 J_i 和广义速率 J'_i 均为电流 I_i , 式(9)和(10)分别变为

$$J_1^2 / \frac{\partial J_1}{\partial X_1} = \text{const}, \quad 0 \leq t \leq t_1, \quad (13)$$

$$J_2^2 / \frac{\partial J_2}{\partial X_2} = \text{const}, \quad t_1 \leq t < \tau. \quad (14)$$

证明: 将 $J'_i = J_i$ 分别代入式(9)和(10)易得式(13)和(14).

推论3 当广义流率 $J_i (i=1, 2)$ 和广义速率 J'_i 间满足关系 $J'_i = J_i$ 且 $J_i = \phi(X_i - X_{i'})$ 时, 例如对于传质服从线性传质规律 $[g \propto \Delta(\mu)]$ 的等温内可逆化学机, 电荷传输服从欧姆定律 $[I \propto \Delta(U)]$ 的内可逆电机, 商品传输服从线性传输规律 $[n \propto \Delta(P)]$ 的内可逆商业机, 广义势库和相应侧广义机工质间的广义势差 $X_i - X_{i'}$ 和广义流率 J_i 均保持为常数.

证明: 将 $J_i = \phi(X_i - X_{i'})$ 分别代入式(13)和(14)易得推论3.

4 应用

4.1 两有限热源内可逆热机最优构型

考虑图2所示的两有限热源内可逆热机, 广义势分别为 $X_i = T_i (i=1, 2)$ 和 $X_{i'} = T_{i'}$, 广义流率为 $J_i(X_i, X_{i'}) = q_i(T_i, T_{i'})$, 广义速率为 $J'_i(X_i, X_{i'}) = s_{i'}(T_i, T_{i'}) = q_i(T_i, T_{i'}) / T_{i'}$, 广义势容为 $C_{X_i} = C_{T_i}$. 因为 $s_{i'}(T_i, T_{i'}) = q_i(T_i, T_{i'}) / T_{i'}$, 由推论1得内可逆热机最大输出功时的必要条件为

$$\frac{q_1^2}{T_1^2} / \frac{\partial q_1}{\partial T_1} = \text{const}, \quad 0 \leq t \leq t_1, \quad (15)$$

图2 两有限热容热源内可逆热机模型

Figure 2 Model of an endoreversible heat engine with two finite thermal capacity reservoirs.

$$\frac{q_2^2}{T_2^2} / \frac{\partial q_2}{\partial T_2} = \text{const}, \quad t_1 \leq t < \tau. \quad (16)$$

式(15)和(16)为两有限热源热机最大输出功时的最优性条件^[21], 此时热机循环最优构型由4个分支构成, 即高低温侧热源与工质温度间关系分别满足式(15)和(16)的两个传热分支, 两个传热分支之间由两个瞬时绝热分支连接. 由于式(15)和(16)形式相同, 下面仅以式(15)为例讨论各种具体传热规律特例下的研究结果. De Vos^[47]研究了广义辐射传热规律 $[q \propto \Delta(T^n)]$ 下内可逆卡诺热机最大功率输出时的效率问题, 这里 n 为传热指数, 当 $n=-1$ 时, 传热服从线性不可逆热力学中的线性唯象传热规律, 此时传热系数称为动力学系数^[48,49], 在低温条件下的金属导热中服从这一特殊传热规律; 当 $n=1$ 时, 传热服从牛顿传热规律, 如传热学常见的傅里叶导热定律和对流传热中的牛顿冷却定律; 当 $n=2$ 时, 传热服从平方传热规律, 一维范围内的辐射传热过程适用于这一规律, 传热系数为 $\pi^2 k^2 / (6h)$, 其中 h 为Planck常数, k 为Stefan-Boltzmann常数^[47]; 当 $n=3$ 时, 传热服从立方传热规律, 二维范围内的辐射传热过程适用于这一规律^[47]; 当 $n=4$ 时, 传热服从热辐射规律, 此时传热系数与Stefan-Boltzmann常数有关.

当热源与工质间传热服从牛顿传热规律 $[q \propto \Delta(T)]$ 时, 由式(15)可得

$$T_1/T_1' = \text{const.} \quad (17)$$

此时热源与工质温度之比为常数, 联立式(5)和(17)进一步得在定比热容热源条件下热源温度 T_1 与工质温度 T_1' 均随时间呈指数规律变化, 即为文献[12,13,17~20,50]的研究结果.

当热源与工质间传热服从线性唯象传热规律 $[q \propto \Delta(T^{-1})]$ 时, 由式(15)可得

$$\frac{1}{T_1'} - \frac{1}{T_1} = \text{const.} \quad (18)$$

此时热源与工质温度倒数之差为常数, 联立式(5)和(18)进一步得在定比热容热源条件下热源温度 T_1 随时间呈线性规律变化, 而工质温度 T_1' 随时间呈非线性规律变化, 即为文献[17,18,20,50]的研究结果.

当热源与工质间传热服从辐射传热规律 $[q \propto \Delta(T^4)]$ 时, 由式(15)可得

$$\frac{T_1^4 - T_1'^4}{T_1'^{5/2}} = \text{const.} \quad (19)$$

此时热源与工质温度的4次方之差与工质温度的5/2次幂之比为常数, 此时在定比热容热源条件下热源温度 T_1 与工质温度 T_1' 不存在解析解, 需要联立式(5)和(19)通过数值方法求解, 此即文献[18,20]的研究结果.

当热源与工质间传热服从广义辐射传热规律 $[q \propto \Delta(T^n)]$ 时, 由式(15)可得

$$\frac{T_1^n - T_1'^n}{T_1'^{(n+1)/2}} = \text{const.} \quad (20)$$

此时热源与工质温度的 n 次方之差与工质温度的 $(n+1)/2$ 次幂之比为常数, 即为文献[18,20]的研究结果.

当热源与工质间传热服从Dulong-Petit传热规律 $[q \propto (\Delta T)^{1.25}]$ 时, 在自然对流传热过程中服从这一传热规律. 由式(15)可得

$$\frac{T_1 - T_1'}{T_1'^{8/9}} = \text{const.} \quad (21)$$

此时热源与工质温度之差与工质温度的8/9次幂之比为常数, 此时在定比热容热源条件下热源温度 T_1 与工质温度 T_1' 也不存在解析解, 需要联立式(5)和(21)通过

数值方法求解, 即为文献[19,20]的研究结果.

当热源与工质间传热服从广义对流传热规律 $[q \propto (\Delta T)^m]$ 时, $m=1$ 表示牛顿传热定律; $m=1.25$ 即为Dulong-Petit传热规律, 适用于自然对流传热过程; $m=4/3$ 适用于强迫对流传热过程. 由式(15)可得

$$\frac{T_1 - T_1'}{T_1'^{2/(m+1)}} = \text{const.} \quad (22)$$

此时热源与工质温度之差与工质温度的 $2/(m+1)$ 次幂之比为常数, 即为文献[19,20]的研究结果.

当热源与工质间传热服从普适传热规律 $\{q \propto [\Delta(T^n)]^m\}$ [20] 时, 此普适传热规律是前述各种特殊传热规律的高度理论概括, 一方面, m 和 n 取不同值时可变为上述各种特殊的传热规律; 另一方面, 借助于这一普适化的传热规律可实现不同传热规律下优化研究结果的集成. 由式(15)可得

$$\frac{T_1^n - T_1'^n}{T_1'^{(n+1)/(m+1)}} = \text{const.} \quad (23)$$

此时热源与工质温度的 n 次幂之差与工质温度的 $(n+1)/(m+1)$ 次幂之比为常数, 即为文献[20]的研究结果.

对于变比热容热源和各种传热规律下热源温度和工质温度随时间变化规律的结果可参见文献[21]的讨论. 以不同优化目标优化热机性能也是热力学优化理论的重要内容, 在热机优化中, 最大输出功率反映了追求热机技术性能最佳的短期目标, 熵产生直接表征系统可用能的损失, 熵产生最小化旨在将系统可用能或做功能力的损失降到最低, 从而使系统保有最大的做功能力^[51], 反映了追求节约能源的长期目标, “熵产生最小”和“最大输出功率”两种目标优化结果仅在一些极其特殊的条件下才存在等价关系, 与研究对象类型、系统边界划分等因素有关, 具体讨论可见文献[14,51~59]. 而对于热机最优构型研究, 具体优化时一般可分两个步骤: 第一步是求解高低温侧热源温度与工质温度随时间的最佳变化规律; 第二步是在循环周期 τ 一定时求解工质吸放热时间的最佳分配. 对于本文的两有限热容热源内可逆热机, 以最大输出功率和以最小熵产生为目标优化, 第一步因为两种不同优化目标下的优化问题在数学上互为对偶问题, 所以得出的热源温度与工质温度随时间的最佳变化规律是相同的, 而第二步与牛顿传热规律下恒温热源内可逆热机

最大输出功与最小熵产生性能优化类似, 得出的工质吸放热时间最佳分配的优化结果是不同的, 同时, 上述优化问题仅在牛顿和线性唯象两种特殊传热规律下才存在解析解, 对于其他传热规律下仅存在数值解, 需要通过数值方法进行计算. 对于牛顿传热规律下恒温热源内可逆热机最大输出功与最小熵产生两种不同目标下优化结果的比较与讨论可参见文献[52], 本文此处不再赘述.

4.2 两有限势库等温内可逆化学机最优构型

在文献[30,31]有限高势库等温内可逆化学机物理模型的基础上, 进一步考虑两有限势库等温内可逆化学机. 本节的低化学势库为有限势库, 除此外, 其他条件与文献[30,31]相同. 广义势为 $X_i = \mu_i$ 和 $X_{i'} = \mu_{i'}$ ($i=1, 2$), 广义流率为 $J_i(X_i, X_{i'}) = g_i(\mu_i, \mu_{i'})$, 广义速率为 $J'_i(X_i, X_{i'}) = g_i(\mu_i, \mu_{i'})$, 广义势容为 $C_{X_i} = C_{\mu_i}$. 因为广义流率 $J_i(X_i, X_{i'})$ 和广义速率 $J'_i(X_i, X_{i'})$ 相同均为 $g_i(\mu_i, \mu_{i'})$, 由推论2得等温内可逆化学机最大输出功时的必要条件为

$$g_1^2 / \frac{\partial g_1}{\partial \mu_1} = \text{const}, 0 \leq t \leq t_1, \quad (24)$$

$$g_2^2 / \frac{\partial g_2}{\partial \mu_2} = \text{const}, t_1 \leq t \leq \tau. \quad (25)$$

此时等温化学机循环最优构型由4个分支构成, 即高低势侧化学势库与化学机工质化学势间关系分别满足式(24)和(25)的两个传质分支, 两个传质分支之间由两个瞬时绝质交换分支连接. 由于式(24)和(25)形式相同, 下面仅以式(24)为例讨论各种具体传质规律特例下的研究结果.

当高势侧化学势库与工质间传质服从线性传质规律 $[g \propto \Delta(\mu)]$ 时, 由式(24)可得

$$\mu_1 - \mu_{1'} = \text{const}. \quad (26)$$

此时化学势库与工质关键组分的化学势之差为常数, 即为文献[30]的研究结果. 若进一步考虑理想溶液, 其组分化学势与浓度间满足关系 $\mu = \mu_0(T, p) + RT \ln c$, 代入式(26)得

$$c_1 / c_{1'} = \text{const}. \quad (27)$$

此时化学势库与工质关键组分的浓度之比为常数.

当高势侧化学势库与工质间传质服从扩散传质规

律 $[g \propto \Delta(c)]$ 时, 考虑理想溶液关系式 $\mu = \mu_0(T, p) + RT \ln c$, 由式(24)可得

$$\frac{(c_1 - c_{1'})^2}{c_{1'}} = \text{const}. \quad (28)$$

此时化学势库与工质关键组分浓度之差的平方与工质关键组分浓度之比为常数, 即为文献[31]的研究结果.

4.3 两电容器RC电路做功过程最优构型

考虑图3所示的RC电路, 广义势分别为 $X_i = U_i$ 和 $X_{i'} = U_{i'} (i=1, 2)$, 广义流率为 $J_i(X_i, X_{i'}) = I_i(U_i, U_{i'})$, 广义速率为 $J'_i(X_i, X_{i'}) = I_i(U_i, U_{i'})$, 广义势容 $C_{X_i} = C_{U_i}$, 因为此时广义流率 $J_i(X_i, X_{i'})$ 和广义速率 $J'_i(X_i, X_{i'})$ 相同均为 $I_i(U_i, U_{i'})$, 由推论2得RC电路最大输出功时的必要条件为

$$I_1^2 / \frac{\partial I_1}{\partial U_{1'}} = \text{const}, 0 \leq t \leq \tau, \quad (29)$$

$$I_2^2 / \frac{\partial I_2}{\partial U_{2'}} = \text{const}, 0 \leq t \leq \tau. \quad (30)$$

当电阻 R_1 和 R_2 均为常数时即电流传输规律服从欧姆定律, 将 $I_1 = (U_1 - U_{1'}) / R_1$ 和 $I_2 = (U_2 - U_{2'}) / R_2$ 代入式(29)和(30)得

$$U_1 - U_{1'} = \text{const}, 0 \leq t \leq \tau, \quad (31)$$

$$U_2 - U_{2'} = \text{const}, 0 \leq t \leq \tau. \quad (32)$$

由式(31)和(32)可见, 欧姆定律下RC电路最大输出功时的电路中的电压差 $U_i - U_{i'}$ 和电流 $I = I_1 = I_2$ 为常数. 若电流传输服从一类“差函数”形式的电流传输规律

图3 两电容器RC电路模型

Figure 3 Model of a RC electrical circuit with two electrical capacitors.

即 $I_i = \phi(U_i - U_{i'})$. 由推论3可知, 此时RC电路最大输出功率时的电压差 $U_i - U_{i'}$ 和电流 $I = I_1 = I_2$ 均保持为常数. 若电流传输服从一类“函数差”形式的电流传输规律 $I_1 = \psi(U_1) - \psi(U_{1'})$ 和 $I_2 = \psi(U_2) - \psi(U_{2'})$, 即

$$\psi(V) = \psi_0 \ln^2 \left[1 + \exp \left(\frac{V - V_{Th}}{V_{T2}} \right) \right]. \quad (33)$$

将式(33)代入式(29)得

$$\begin{aligned} & \left\{ \ln^2 \left[1 + \exp \left(\frac{U_1 - V_{Th}}{V_{T2}} \right) \right] - \ln^2 \left[1 + \exp \left(\frac{U_{1'} - V_{Th}}{V_{T2}} \right) \right] \right\}^2 \\ & \times \left[1 + \exp \left(\frac{U_{1'} - V_{Th}}{V_{T2}} \right) \right] \\ & \frac{\ln \left[1 + \exp \left(\frac{U_{1'} - V_{Th}}{V_{T2}} \right) \right] \exp \left(\frac{U_{1'} - V_{Th}}{V_{T2}} \right)}{\ln \left[1 + \exp \left(\frac{U_{1'} - V_{Th}}{V_{T2}} \right) \right] \exp \left(\frac{U_{1'} - V_{Th}}{V_{T2}} \right)} \\ & = \text{const}. \end{aligned} \quad (34)$$

由式(34)可见, 此时电容器充放电过程电流 $I = I_1 = I_2$ 随时间 t 不再保持为常数^[37].

4.4 两有限经济库内可逆商业机最优构型

在文献[40,60]有限低价经济库内可逆商业机的基础上, 进一步考虑两有限经济库内可逆商业机. 本节的高价经济库为有限容量经济库, 除此外, 其他条件与文献[40]相同. 广义势为 $X_i = P_i$ 和 $X_{i'} = P_{i'} (i=1, 2)$, 广义流率为 $J_i(X_i, X_{i'}) = n_i(P_i, P_{i'})$, 广义速率为 $J'_i(X_i, X_{i'}) = n_i(P_i, P_{i'})$, 广义势容 $C_{X_i} = C_{P_i}$. 因为广义流率 $J_i(X_i, X_{i'})$ 和广义速率 $J'_i(X_i, X_{i'})$ 相同均为 $n_i(P_i, P_{i'})$, 由推论2得内可逆商业机最大利润输出时的必要条件为

$$n_1^2 / \frac{\partial n_1}{\partial P_{1'}} = \text{const}, \quad 0 \leq t \leq t_1, \quad (35)$$

$$n_2^2 / \frac{\partial n_2}{\partial P_{2'}} = \text{const}, \quad t_1 \leq t < \tau. \quad (36)$$

将 $n_1 = \alpha_1(P_{1'}^{m_1} - P_1^{m_1})$ 和 $n_2 = \alpha_2(P_2^{m_2} - P_{2'}^{m_2})$ ^[38] 分别代入式(35)和(36)得

$$(P_{1'}^{m_1} - P_1^{m_1}) / P_{1'}^{(m_1-1)/2} = \text{const}, \quad (37)$$

$$(P_2^{m_2} - P_{2'}^{m_2}) / P_{2'}^{(m_2-1)/2} = \text{const}. \quad (38)$$

式(37)和(38)包括了传输规律 $[n \propto \Delta(P^m)]$ 下对称商品流 ($m_1 = m_2$)^[61] 和混合商品流阻 ($m_1 \neq m_2$)^[40] 两有限经济库内可逆商业机最大利润输出时的优化结果.

5 结论

前人对于热机、化学机、电池做功电路和商业机等循环的动态优化研究均仅限于具体学科的研究对象, 研究结论有其独特的学科适用范围, 无法揭示这些不同学科内研究对象和研究结论之间的共性规律. 本文在回顾理论热力与化学循环动态优化前期研究工作的基础上^[9], 基于广义热力学优化理论的研究思路, 建立了一类两有限势库内可逆广义机物理模型, 形成了相应的动态优化问题, 分别应用欧拉-拉格朗日方程和平均最优控制理论导出了普适的优化结果, 并进一步基于普适结果得到了一些新推论, 讨论了这些研究结果在热力循环、化学循环、电池做功电路和商业机循环中的应用. 结果表明: (1) 在广义势库广义势容有限和广义位移守恒约束条件下, 内可逆广义机最大广义输出时循环最优构型由四个分支构成, 即高低势侧广义势库与广义机工质广义势间关系分别满足式(9)和(10)的两个广义流传递分支, 两个广义流传递分支之间由两个瞬时绝广义流交换分支连接, 该结论与广义势库的广义势容均无关; (2) 当广义流率 $J_i (i=1, 2)$ 和广义速率 J'_i 间满足关系 $J'_i = J_i / X_{i'}$ 时, 式(9)和(10)分别变为式(11)和(12)的简洁形式; (3) 当广义流率 $J_i (i=1, 2)$ 和广义速率 J'_i 间满足关系 $J'_i = J_i$ 时, 式(9)和(10)分别变为式(13)和(14)的简洁形式; (4) 当广义流率 $J_i (i=1, 2)$ 和广义速率 J'_i 间满足关系 $J'_i = J_i$ 且 $J_i = \phi(X_i - X_{i'})$ 时, 广义势库和相应侧广义机工质间的广义势差 $X_i - X_{i'}$ 和广义流率 J_i 均保持为常数.

本文所得研究结果具有较强的包容性, 已有研究中有关两库内可逆热力循环、等温化学循环、电池做功电路和商业机循环的相关优化结果均为本文特例. 本文的研究表明, 基于广义热力学优化理论, 可以将热力循环、等温化学循环、电池做功电路和商业机循环等多学科对象进行统一处理, 抽出共性, 突出本质, 建立统一的广义热力学物理模型, 形成统一的动态优化问题, 采用统一的优化方法, 获得具有一般意义上普适性的优化结果, 得到各种广义热力学循环优化新构型, 建立统一的设计优化理论体系, 这种统一的优化研究思路即为不可逆循环“广义热力学动态优化”^[9] 的研究思想.

熵产直接表征系统可用能的损失, 熵产最小化旨在将系统可用能或做功能力的损失降到最低, 从而使

系统保有最大的做功能力^[59]. 在实际传热系统与热功转换系统优化设计中, 通常会面临最大传热速率、最大温差最小、基于焓耗散的平均当量热阻最小^[61~70]、系统质量最小、最大输出功率、最大热效率、功率密度(输出功率对系统最大比容的平均)最大、最优热经济性能、最大焓损失^[61~70]等多种不同的设计目标, 这些目标不一定都关注降低系统可用能或做功能力损失, 同时面临的研究对象、系统边界和约束条件也不尽相同就会出现最优性能与最小熵产率不相对应情况^[58,59,61~70]. 因此, 在对系统进行优化设计时, 研究对象、系统边界、约束条件和优化目标等均需要详细予以界定.

值得指出的是, 对于实际广义机, 以热机为例, 除了高低势侧广义机工质与广义势库间广义流传递不可逆外, 还会存在高广义势库和低广义势库间直接广义流传递不可逆性即旁通热漏的影响, 以及回热、再热、非等熵压缩、膨胀等因素导致的内部不可逆性, 若考虑上述旁通热漏和热机内部不可逆性, 本文的研

究结果将不再适用. 此外, 以热机为例, 为了提高热机的能源综合利用效率, 热电联产是重要的手段, 即更为普适的广义机模型应该是包括多种不同形式广义输出的物理模型. 因此, 对于广义热力学循环的热力学动态优化研究方兴未艾, 类似于有限时间热力学对于热力循环的研究思路, 在广义机的不可逆性细化深入与拓展、广义机多形式广义输出的拓展、研究对象的拓展等方面均有待开展进一步的深入研究, 例如以本文的研究工作为基础, 可进一步基于不可逆循环“广义热力学动态优化”的研究思想, 首先通过对已有的存在旁通热漏的有限热源不可逆热机^[13,17]进行抽象、概括、简化, 然后建立高低广义势库间存在旁通广义流漏的两库不可逆广义机循环广义热力学模型, 接着以最大广义输出为优化目标, 应用最优控制理论导出普适的优化结果, 最后将这一结果进一步拓展到不可逆等温热机、不可逆电池做功电路、不可逆商业机等具体研究对象的优化应用中, 这将是本文作者下一步工作的研究内容.

致谢 两位审稿人对本文提出了细心、无私和充满建设性的意见, 在此致以诚挚的谢意!

补充材料

本文的补充材料见网络版techcn.scichina.com. 补充材料为作者提供的原始数据, 作者对其学术质量和内容负责.

参考文献

- Andresen B, Berry R S, Ondrechen M J, et al. Thermodynamics for processes in finite time. *Acc Chem Res*, 1984, 17: 266–271
- Chen L G, Wu C, Sun F R. Finite time thermodynamic optimization or entropy generation minimization of energy systems. *J Non-Equilib Thermodyn*, 1999, 24: 327–359
- Berry R S, Kazakov V A, Sieniutycz S, et al. Thermodynamic Optimization of Finite Time Processes. Chichester: Wiley, 1999
- Andresen B. Current trends in finite-time thermodynamics. *Angew Chem Int Ed*, 2011, 50: 2690–2704
- Ge Y L, Chen L G, Sun F R. Progress in finite time thermodynamic studies for internal combustion engine cycles. *Entropy*, 2016, 18: 139
- Chen L G, Xia S J. Generalized Thermodynamic Dynamic-Optimization of Irreversible Processes (in Chinese). Beijing: Science Press, 2017 [陈林根, 夏少军. 不可逆过程的广义热力学动态优化. 北京: 科学出版社, 2017]
- Badescu V. Optimal Control in Thermal Engineering. New York: Springer, 2017
- Feidt M, Costea M. From finite time to finite physical dimensions thermodynamics: The Carnot engine and Onsager's relations revisited. *J Non-Equilib Thermodyn*, 2018, 43: 151–161
- Chen L G, Xia S J. Generalized Thermodynamic Dynamic-Optimization of Irreversible Cycles: Thermodynamic and Chemical Theoretical Cycles (in Chinese). Beijing: Science Press, 2018 [陈林根, 夏少军. 不可逆循环的广义热力学动态优化: 热力与化学理论循环. 北京: 科学出版社, 2018]

- 10 Chen L G, Xia S J. Generalized Thermodynamic Dynamic-Optimization of Irreversible Cycles: Engineering Thermodynamic Plants and Generalized Engine Cycles (in Chinese). Beijing: Science Press, 2018 [陈林根, 夏少军. 不可逆循环的广义热力学动态优化: 工程热力装置与广义机循环. 北京: 科学出版社, 2018]
- 11 Rubin M H. Optimal configuration of a class of irreversible heat engines. I. *Phys Rev A*, 1979, 19: 1272–1276
- 12 Ondrechen M J, Rubin M H, Band Y B. The generalized Carnot cycle: A working fluid operating in finite time between finite heat sources and sinks. *J Chem Phys*, 1983, 78: 4721–4727
- 13 Chen L G, Zhou S B, Sun F R, et al. Optimal configuration and performance of heat engines with heat leak and finite heat capacity. *Open Syst Inf Dyn*, 2002, 09: 85–96
- 14 Salamon P, Nitzan A. Finite time optimizations of a Newton's law Carnot cycle. *J Chem Phys*, 1981, 74: 3546–3560
- 15 Yang A B, Chen L G, Xia S J, et al. The optimal configuration of reciprocating engine based on maximum entransy loss. *Chin Sci Bull*, 2014, 59: 2031–2038
- 16 Yan Z J, Chen J C. Optimal performance of a generalized Carnot cycle for another linear heat transfer law. *J Chem Phys*, 1990, 92: 1994–1998
- 17 Chen L G, Sun F R, Wu C. Optimal configuration of a two-heat-reservoir heat-engine with heat-leak and finite thermal-capacity. *Appl Energy*, 2006, 83: 71–81
- 18 Xiong G H, Chen J C, Yan Z J. Effect of heat transfer law on performance of generalized Carnot cycles (in Chinese). *J Xiamen Univ (Nat Sci)*, 1989, 28: 489–493 [熊国华, 陈金灿, 严子浚. 热传递规律对广义卡诺循环性能的影响. 厦门大学学报(自然科学版), 1989, 28: 489–493]
- 19 Chen L G, Zhu X Q, Sun F R, et al. Optimal configuration and performance for a generalized Carnot cycle assuming the heat-transfer law $Q \propto (\Delta T)^m$. *Appl Energy*, 2004, 78: 305–313
- 20 Li J, Chen L G, Sun F R. Optimal configuration for a finite high-temperature source heat engine cycle with the complex heat transfer law. *Sci China Ser G-Phys Mech Astron*, 2009, 52: 587–592
- 21 Xia S J, Chen L G, Xie Z H, et al. Optimal cycle configuration for the maximum work output of an endoreversible heat engine with two finite thermal capacity reservoirs (in Chinese). In: Academic Conference on Engineering Thermodynamics and Energy Utilization of Chinese Society of Engineering Thermophysics. Dalian, 2018. 181258 [夏少军, 陈林根, 谢志辉, 等. 两有限热源内可逆热机最大功输出循环最优构型. 见: 中国工程热物理学会工程热力学与能源利用学术会议. 大连, 2018. 181258]
- 22 De Vos A. Endoreversible Thermodynamics of Solar Energy Conversion. Oxford: Oxford University, 1992
- 23 De Vos A. Thermodynamics of Solar Energy Conversion. Weinheim: Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2008
- 24 De Vos A. Endoreversible thermodynamics and chemical reactions. *J Phys Chem*, 1991, 95: 4534–4540
- 25 De Vos A, Landsberg P T, Baruch P, et al. Entropy fluxes, endoreversibility, and solar energy conversion. *J Appl Phys*, 1993, 74: 3631–3637
- 26 De Vos A. Is a solar cell an endoreversible engine? *Sol Cells*, 1991, 31: 181–196
- 27 De Vos A. The endoreversible theory of solar energy conversion: A tutorial. *Sol Energy Mater Sol Cells*, 1993, 31: 75–93
- 28 De Vos A. Thermodynamics of photochemical solar energy conversion. *Sol Energy Mater Sol Cells*, 1995, 38: 11–22
- 29 Gordon J M, Orlov V N. Performance characteristics of endoreversible chemical engines. *J Appl Phys*, 1993, 74: 5303–5309
- 30 Xia S J, Chen L G, Sun F R. Optimal configuration of a finite mass reservoir isothermal chemical engine for maximum work output with linear mass transfer law. *Rev Mex Fis*, 2009, 55: 399–408
- 31 Xia S J, Chen L G, Sun F R. Maximum work configurations of finite potential capacity reservoir chemical engines. *Sci China Chem*, 2010, 53: 1168–1176
- 32 Chen L G, Sun F R, Wu C. Finite time thermodynamic theory and applications: State of the arts (in Chinese). *Prog Phys*, 1998, 18: 395–422 [陈林根, 孙丰瑞, Wu C. 有限时间热力学理论和应用的发展现状. 物理学进展, 1998, 18: 395–422]
- 33 Chen L G, Bi Y H, Wu C. The influence of nonlinear flow resistance relations on the power and efficiency from fluid flow. *J Phys D-Appl Phys*, 1999, 32: 1346–1349
- 34 Radcenco V. Generalized Thermodynamics. Bucharest: Editura Tehnica, 1994
- 35 Chen L G, Xia S J. Progress in generalized thermodynamic dynamic-optimization of irreversible processes (in Chinese). *Sci Sin Tech*, 2019, 49: 981–1022 [陈林根, 夏少军. 不可逆过程广义热力学动态优化研究进展. 中国科学: 技术科学, 2019, 49: 981–1022]
- 36 Hu W Q, Chen J. General performance characteristics and optimum criteria of an irreversible fluid flow system. *J Phys D-Appl Phys*, 2006, 39: 993–997
- 37 Xia S J, Chen L G. Theoretical and experimental investigation of optimal capacitor charging process in RC circuit. *Eur Phys J Plus*, 2017, 132:

- 38 Xia S J, Chen L G, Sun F R. Optimization for capital dissipation minimization in a common of resource exchange processes. *Math Comput Model*, 2011, 54: 632–648
- 39 Xia S J, Chen L G. Capital dissipation minimization for a class of complex irreversible resource exchange processes. *Eur Phys J Plus*, 2017, 132: 201
- 40 Chen Y R. Maximum profit configurations of commercial engines. *Entropy*, 2011, 13: 1137–1151
- 41 De Vos A. Endoreversible thermoeconomics. *Energy Convers Manage*, 1995, 36: 1–5
- 42 De Vos A. Endoreversible economics. *Energy Convers Manage*, 1997, 38: 311–317
- 43 De Vos A. Endoreversible thermodynamics versus economics. *Energy Convers Manage*, 1999, 40: 1009–1019
- 44 Tsirlin A M. Extremal principles and the limiting capabilities of open thermodynamic and economic macrosystems. *Autom Remote Control*, 2005, 66: 449–464
- 45 Xia S J, Chen L G. Generalized dissipation minimization for generalized flow transfer processes (in Chinese). *Sci Sin Tech*, 2019, 49: 501–517 [夏少军, 陈林根. 广义流传递过程的广义耗散最小化. 中国科学: 技术科学, 2019, 49: 501–517]
- 46 Chen L G, Xia S J, Feng H J. Progress in generalized thermodynamic dynamic-optimization of irreversible cycles (in Chinese). *Sci Sin Tech*, 2019, 49: 1223–1267 [陈林根, 夏少军, 冯辉君. 不可逆循环的广义热力学动态优化研究进展. 中国科学: 技术科学, 2019, 49: 1223–1267]
- 47 De Vos A. Efficiency of some heat engines at maximum-power conditions. *Am J Phys*, 1985, 53: 570–573
- 48 Callen H B. Thermodynamics and an Introduction to Thermostatistics. New York: Wiley, 1985
- 49 Zeng D L. Engineering Non-equilibrium Thermodynamics (in Chinese). Beijing: Science Press, 1991 [曾丹苓. 工程非平衡热力学. 北京: 科学出版社, 1991]
- 50 Chen L G, Zhu X Q, Sun F R, et al. Effect of mixed heat-resistances on the optimal configuration and performance of a heat-engine cycle. *Appl Energy*, 2006, 83: 537–544
- 51 Cheng X T, Liang X G. Discussion on the application of entropy generation minimization to the optimizations of heat transfer and heat-work conversion (in Chinese). *Acta Phys Sin*, 2016, 65: 180503 [程雪涛, 梁新刚. 熵产生最小化理论在传热和热功转换优化中的应用探讨. 物理学报, 2016, 65: 180503]
- 52 Salamon P, Hoffmann K H, Schubert S, et al. What conditions make minimum entropy production equivalent to maximum power production? *J Non-Equilib Thermodyn*, 2001, 26: 73–83
- 53 Salamon P, Nitzan A, Andresen B, et al. Minimum entropy production and the optimization of heat engines. *Phys Rev A*, 1980, 21: 2115–2129
- 54 Bejan A. The equivalence of maximum power and minimum entropy generation rate in the optimization of power plants. *J Energy Resour Tech*, 1996, 118: 98–101
- 55 Liu X B, Meng J A, Guo Z Y. Entropy generation extremum and entransy dissipation extremum for heat exchanger optimization (in Chinese). *Chin Sci Bull*, 2009, 53: 3026–3029 [柳雄斌, 孟继安, 过增元. 换热器参数优化中的熵产极值和焓耗散极值. 科学通报, 2009, 53: 3026–3029]
- 56 Feidt M. Does minimum entropy generation rate correspond to maximum power or other objectives? In: 12th Joint European Thermodynamics Conference. Brescia, 2013. 16–20
- 57 Bispo H, Silva N, Brito R, et al. On the equivalence between the minimum entropy generation rate and the maximum conversion rate for a reactive system. *Energy Convers Manage*, 2013, 76: 26–31
- 58 Cheng X T, Liang X G. Applicability of the minimum entropy generation method for optimizing thermodynamic cycles. *Chin Phys B*, 2013, 22: 010508
- 59 Bejan A. Models of power plants that generate minimum entropy while operating at maximum power. *Am J Phys*, 1996, 64: 1054–1059
- 60 Tsirlin A M, Kazakov V. Optimal processes in irreversible microeconomics. *Interdiscipl Descrip Complex Syst*, 2006, 4: 102–123
- 61 Guo Z Y, Zhu H Y, Liang X G. Entransy—A physical quantity describing heat transfer ability. *Int J Heat Mass Transfer*, 2007, 50: 2545–2556
- 62 Chen L G. Progress in entransy theory and its applications. *Chin Sci Bull*, 2012, 57: 4404–4426
- 63 Chen Q, Liang X G, Guo Z Y. Entransy theory for the optimization of heat transfer—A review and update. *Int J Heat Mass Transfer*, 2013, 63: 65–81
- 64 Cheng X T, Liang X G. Entransy, entransy dissipation and entransy loss for analyses of heat transfer and heat-work conversion processes. *J Thermal Sci Tech*, 2013, 8: 337–352
- 65 Chen L G. Progress in optimization of mass transfer processes based on mass entransy dissipation extremum principle. *Sci China Tech Sci*, 2014,

57: 2305–2327

- 66 Kostic M M. Entropy concept and controversies: A critical perspective within elusive thermal landscape. *Int J Heat Mass Transfer*, 2017, 115: 340–346
- 67 Cheng X T, Liang X G. Analyses of coupled steady heat transfer processes with entropy generation minimization and entransy theory. *Int J Heat Mass Transfer*, 2018, 127: 1092–1098
- 68 Cheng X T, Xu X H, Liang X G. Theoretical analyses of the performance of a concentrating photovoltaic/thermal solar system with a mathematical and physical model, entropy generation minimization and entransy theory. *Sci China Tech Sci*, 2018, 61: 843–852
- 69 Chen X, Zhao T, Zhang M Q, et al. Entropy and entransy in convective heat transfer optimization: A review and perspective. *Int J Heat Mass Transfer*, 2019, 137: 1191–1220
- 70 Liang X G, Chen Q, Guo Z Y. *Entransy Theory for Heat Transfer Analyses and Optimizations* (in Chinese). Beijing: Science Press, 2019 [梁新刚, 陈群, 过增元. 传热熵理论及其应用. 北京: 科学出版社, 2019]

Optimal configurations for maximizing generalized output of two-finite-potential-reservoir endoreversible generalized engine cycles

XIA ShaoJun¹, CHEN LinGen^{2,3} & FENG HuiJun^{2,3}

¹ College of Power Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China;

² Institute of Thermal Science and Power Engineering, Wuhan Institute of Technology, Wuhan 430205, China;

³ School of Mechanical & Electrical Engineering, Wuhan Institute of Technology, Wuhan 430205, China

Universal optimization is a primary objective of the study of generalized thermodynamic optimization theory. Previously, research into dynamic optimization of cyclic processes such as heat engines, chemical engines, battery power circuits, and commercial engines was limited to the research objectives of the specific discipline involved; conclusions were unique to the scope of each application, making it impossible to reveal any commonality between the research objectives and conclusions of these different disciplines. Following a review of the existing literature on dynamic optimization of thermodynamic and chemical cycles, and research into the concept of generalized thermodynamic optimization theory, a physical model of an endoreversible generalized engine with two generalized finite potential reservoirs is established, and the corresponding dynamic optimization problem is formulated solving the generalized output maximization of a generalized engine cycle and its corresponding optimal cycle configuration with the constraint of generalized displacement conservation. Subsequently, universal optimization results are derived applying the Euler-Lagrange equation and average optimal control theory, and simplified optimization results are obtained based on the universal results when generalized flow rate and generalized speed satisfy three specific relationships. Application of the above findings to thermodynamic and isothermal chemical cycles, battery power circuits, and commercial engine cycles is discussed and the concept of generalized thermodynamic dynamic optimization for irreversible cycles is proposed. The work in this paper enriches and completes the generalized thermodynamic optimization theory.

generalized thermodynamic optimization, endoreversible finite potential reservoir generalized engine cycle, generalized output maximization, optimal configuration, thermodynamic engine cycle, chemical engine cycle, battery power circuit, commercial engine

doi: [10.1360/SST-2019-0152](https://doi.org/10.1360/SST-2019-0152)