

平面障板对换能器指向性的影响

兰 军

(中国科学院声学研究所)

1982年5月10日收到

本文利用射线声学 and 虚源法,研究了无限大平面障板对换能器指向性的影响。对几种典型的障板做了数字计算和讨论,从中得出的一些规律,对障板的工程设计可能有指导作用。计算值与实验做了比较,二者基本符合。

一、引言

换能器及其基阵经常要和平面障板配合使用,这些平面障板有的是为了某种需要而加的,有的是基阵的一些机械结构可以等效地看成平面障板,有的则是基阵的某些阵元构成了另一些阵元的障板,例如紧密排列的平面阵就是这种情形。障板的存在会明显地改变换能器或基阵的指向性,因此研究障板对换能器指向性的影响有着十分重要的意义。

关于阻抗边界对声波传播的影响问题,很多人做过研究^[1-3],特别是布列霍夫斯基赫做过系统的研究^[4]。当研究换能器的远场指向性时,用射线声学方法比用波动声学方法简单得多,而且它的物理图象直观,更易于了解物理现象实质。布列霍夫斯基赫讨论了射线声学的适用范围,指出只要满足如下关系式(见文献[4], 203)

$$kz \gg m/\sqrt{m^2 - 1}$$

用射线声学计算的声场和按波动声学计算的基本相同。式中的 k 、 z 、 m 和 n 分别是波数、观察点到障板的垂直距离、障板和水的密度比以及障板对水的折射率。当我们研究换能器的远场特性时,只要入射角不接近 $\pi/2$, 上述条件是完全可以满足的。

本文在布列霍夫斯基赫工作的基础上,根

据射线声学 and 虚源法,给出了处在无限大平面障板前面点声源声场的计算公式,通过数字计算,得出了障板参数对换能器指向性影响的一些规律。

二、处在无限大平面障板前面点声源指向性函数的计算公式

将接收换能器 A 放在无限大平面障板之前, A 的尺寸远小于水中声波的波长,它与障板的距离为 d ,入射平面波与障板法线的夹角为 θ (见图 1),这时 A 除收到直达波外,还收到障板的反射波。

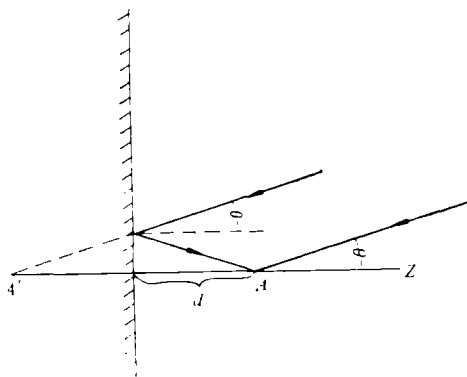


图 1 障板的作用等效一个虚源

根据文献[1],障板的反射声场可以用 A 的虚源 A' 的声场乘以障板的反射系数代替。设入射波声压为 p_1 ,虚源产生的声压为 p_2 ,总声

压为 p , 障板的反射系数为 v , 则有如下关系式

$$p = p_1 + vp_2$$

选 A 与 A' 连线的中点为计算的参考点。设 k 为水中的波数, p_0 是 A 点的自由场声压振幅, 则 p 可以写为

$$p = p_0 \exp(-jk d \cos \theta) + vp_0 \exp(jk d \cos \theta) \quad (1)$$

$$\text{设 } v = v_0 e^{j\varphi}, \text{ 则 } p = |p| e^{j\varphi} \quad (2)$$

其中

$$|p| = p_0 \sqrt{1 + v_0^2 + 2v_0 \cos(2kd \cos \theta + \varphi)}, \\ \phi = \varphi/2 + \text{tg}^{-1}\{(v_0 - 1) \sin(kd \cos \theta + \varphi/2) / [(v_0 + 1) \cos(kd \cos \theta + \varphi/2)]\}$$

公式(1)和(2)就是置于障板前面的点元换能器所接收到声压的计算公式。它适用于任意结构的平面障板, 对不同障板, 差别仅仅在于反射系数不同。下面给出几种典型障板的反射系数计算公式, 式中符号意义如下: R 为方向性函数, θ 为入射角, θ_2 和 γ_2 分别为障板与水接触界面上纵波和横波的折射角, k , k_1 和 k_2 分别是水中的波数、障板中纵波和横波的波数, l 是障板的厚度, ρ , c 是水的密度和声速, ρ_2 , c_2 和 b_2 分别为障板的密度、障板中纵波和横波的声速, σ 为泊松比。又设 $n_1 = c/c_2$, $n_2 = c/b_2$, $N_1 = \sqrt{|n_1^2 - \sin^2 \theta|}$, $N_2 = \sqrt{|n_2^2 - \sin^2 \theta|}$, $m = \rho_2/\rho$ 。

1. 刚性障板

$v = 1$, 代入(1)式得

$$p = 2p_0 \cos(kd \cos \theta) \quad (3)$$

$$R(\theta) = \cos(kd \cos \theta) \quad (4)$$

2. 绝对软障板

$v = -1$, 代入(1)式得

$$p = -j2p_0 \sin(kd \cos \theta) \quad (5)$$

$$R(\theta) = \sin(kd \cos \theta) \quad (6)$$

3. 障板为半无限介质.

根据文献[4], 这种障板的反射系数为

$$v = \frac{z_2 \cos^2(2\gamma_2) + z_1 \sin^2(2\gamma_2) - z}{z_2 \cos^2(2\gamma_2) + z_1 \sin^2(2\gamma_2) + z} \quad (7)$$

$$\text{其中 } z_2 = \frac{\rho_2 c_2}{\cos \theta_2}, z_1 = \frac{\rho_2 b_2}{\cos \gamma_2}, z = \frac{\rho c}{\cos \theta}$$

当入射角大于障板中纵波或横波的全反射角时, $\cos \theta_2$ 和 $\cos \gamma_2$ 会变成虚数, 因此(7)式在实际使用中是很不方便的。为此, 令 $s' = (\sin \theta/n_2)^2$, $C = \cos^2(2\gamma_2) = (1 - 2s')^2$, $S = \sin^2(2\gamma_2) = 4s'(1 - s')$, 经过推导可以把这种障板的反射系数写为

$$v = \begin{cases} v_1 & \text{当 } 0 \leq \sin \theta \leq n_1 \\ v_2 e^{j\varphi} & \text{当 } n_1 < \sin \theta \leq n_2 \\ e^{-j\varphi_3} & \text{当 } \sin \theta > n_2 \end{cases} \quad (8)$$

$$\text{其中 } v_1 = \frac{m \cos \theta (CN_2 + SN_1) - N_1 N_2}{m \cos \theta (CN_2 + SN_1) + N_1 N_2},$$

$$v_2 =$$

$$\sqrt{\frac{(mCN_2 \cos \theta)^2 + (mSN_1 \cos \theta - N_1 N_2)^2}{(mCN_2 \cos \theta)^2 + (mSN_1 \cos \theta + N_1 N_2)^2}},$$

$$\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$$

$$\text{tg } \varphi_1 = (mSN_1 \cos \theta - N_1 N_2) / (mCN_2 \cos \theta),$$

$$\text{tg } \varphi_2 = (mSN_1 \cos \theta + N_1 N_2) / (mCN_2 \cos \theta),$$

$$\text{tg } (\varphi_3/2) = N_1 N_2 / [m \cos \theta (CN_2 + SN_1)].$$

4. 障板是厚度为 l 的介质层

我们仅讨论两种情形, 一种是障板两侧都是水, 本文称之为透射层障板, 另一种是障板两侧一面是水另一面是空气, 本文称之为空腔障板。这两种情况下的反射系数文献[4]已给出。当入射角变化时, 公式中的一些量可能变为虚数, 不便于运算; 另一方面我们希望把反射系数和障板中的自由波方程联系起来, 以便使反射系数的某些特性看得更清楚。我们采用如下一些符号:

$$E = Z_2 \cos^2(2\gamma_2) \text{ctg}(P/2) + Z_1 \sin^2(2\gamma_2) \text{ctg}(Q/2) \quad (9)$$

$$F = Z_2 \cos^2(2\gamma_2) \text{tg}(P/2) + Z_1 \sin^2(2\gamma_2) \text{tg}(Q/2) \quad (10)$$

其中 $P = k_1 l \cos \theta_2$, $Q = k_2 l \cos \gamma_2$, 再引入符号 $E' = E/(\rho c \cos \theta)$, $F' = F/(\rho c \cos \theta)$, 经推导可以给出

$$E' = klm \cos \theta (C \text{ctg } x_1 + S \text{ctg } x_2) / 2 \quad (11)$$

$$F' = klm \cos \theta (C \text{tgh } x_1 + S \text{tgh } x_2) / 2 \quad (12)$$

式中 C 和 S 的意义与半无限介质障板的定义相

同。tah 和 ctah 是本文新定义的函数，它们的定义如下：

$$\text{ctah } x_i = \begin{cases} \text{ctg } x_i/x_i & \text{当 } \sin \theta \leq n_i, \\ -\text{cth } x_i/x_i & \text{当 } \sin \theta > n_i. \end{cases}$$

$$\text{tah } x_i = \begin{cases} \text{tg } x_i/x_i & \text{当 } \sin \theta \leq n_i, \\ \text{th } x_i/x_i & \text{当 } \sin \theta > n_i. \end{cases} \quad (13)$$

其中 $x_i = klN_i/2$, $i = 1, 2$

对透射层障板经过推导有

$$v = \frac{E'F' - 1}{E'F' + 1 - j(F' - E')} = v_0 e^{j\varphi}. \quad (14)$$

其中

$$v_0 = \frac{(E'F' - 1)}{\sqrt{(E'F' + 1)^2 + (F' - E')^2}},$$

$$\text{tg } \varphi = (F' - E')/(E'F' + 1).$$

对空腔障板有

$$v = e^{j(\pi + 2\alpha)}. \quad (15)$$

其中 $\text{tg } \alpha = -2E'F'/(F' - E')$.

当障板比较薄时，可以只考虑障板中的纵波(下面将讨论到)，与(14)和(15)式相应的公式可令 $S' = 0$ 得到。

三、各种障板条件下点元换能器的指向性函数及其与 kl 和 kd 的关系

根据上面给出的公式，计算了几种典型障板条件下换能器的指向性函数。在计算中使用的有关材料数据如表 1

表 1 材料参数

参 数	水	钢	铝
$\rho(\text{g/cm}^3)$	1	7.8	2.7
$c(\text{m/sec.})$	1470	5900	6220
σ		0.28	0.35

1. 刚性障板

几种 kd 情况下的换能器指向性图如图 2 所示

2. 绝对软障板

几种 kd 情况下的换能器指向性图如图 3 所示

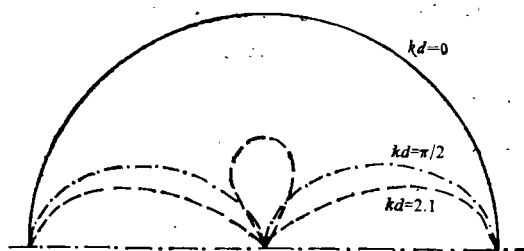


图 2 刚性障板条件下的指向性图案

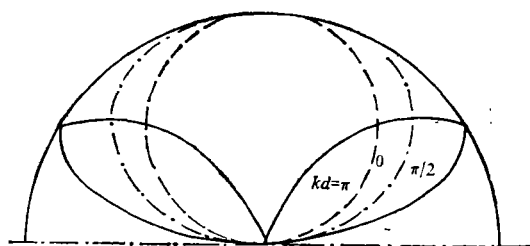


图 3 软障板条件下的指向性图案

3. 半无限介质障板

由钢制作的半无限介质障板条件下换能器指向性图如图 4 所示。比较图 2 和图 4 可以看到，这种障板比刚性障板有三点显著的差别：

(1) 当入射角处于障板中纵波的全反射角附近时，指向性函数发生一定的起伏。

(2) 当入射角处于障板中横波的全反射角附近时，指向性函数发生很大的起伏。这两个起伏区域是纵波和横波叠加的结果。

(3) 当 $kd = 0$ 时，指向性函数不再象刚性障板条件下具有半圆形，它在 $\theta = \pi/2$ 附近迅速趋于零。从公式(8)可以看到，对于较“硬”障板，指向性函数趋于零的速度取决于 $m = \rho_2/\rho_1$ 的大小， m 越大趋于零的速度越慢，指向性函数的开角越大。当 $m \rightarrow \infty$ 时， $v = 1$ ，这种障板就过渡到刚性障板，换能器的指向性函数就变成半圆形。从波动声学，除软障板外，平行于障板方向的声场一般不为零，但在一般情况下，由于存在所谓“地面衰减”，平行于障板方向的声压反比于声场与换能器的水平距离的平方，所以在远场声压也趋于零^{[1][4]}。

4. 透射层障板和空腔障板

(1) 反射系数和自由波方程

从公式(15)，当 $E'F' = 0$ 时，空腔障板

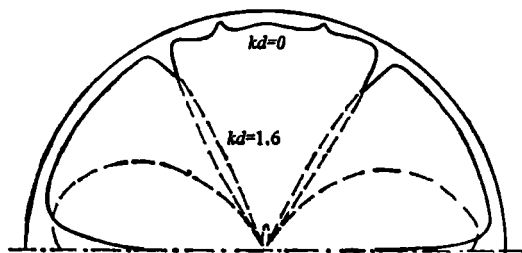


图4 半无限介质障板条件下的指向性图案

的反射系数为-1,这时障板的反射相当于软障板;从公式(14),当 $E'F' = 1$ 时,对透射层障板 $\nu = 0$,障板发生全透射。当 $\rho_2 c_2 \gg 1$,并且 kl 不是特别小时,方程 $E'F' = 1$ 和方程 $E'F' = 0$ 的根相差甚小,因此可以用后一个方程近似代替前一个方程。 $E'F' = 0$ 就是置于真空中板的自由波方程,从 $E' = 0$ 解出的是对称波,从 $F' = 0$ 得出的是反对称波。该方程在很多文献中都讨论过。在水声的实际应用中,由于障板厚度的波尺寸不会很大,我们感兴趣的只是对称波和反对称波的最低级模式,后者称为弯曲波。计算表明,当 kl 值不是很大时, kl 值在一个比较大的范围内, $E' = 0$ 的根处于纵波全反射角附近,因此在这个角范围内指向性函数要发生一定起伏,但起伏的角范围比较小,而弯曲波的影响比它要大得多,是障板设计中特别需要注意的,下面较为详细地讨论这个问题。

方程 $F' = 0$ 的根 β 与 kl 的关系比较大,通过计算得出 β 与 kl 的关系曲线(对钢和铝两种障板)如图5,在 $kl = 2.0$ 处的拐点是由于该值前后标度不同所致。

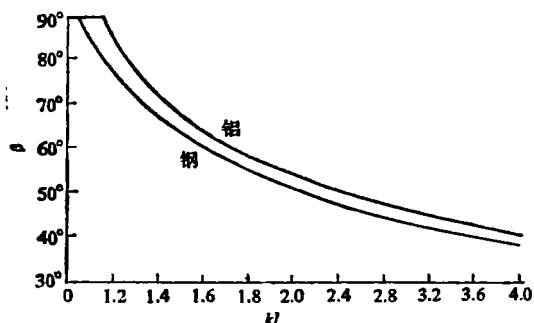


图5 β 与 kl 的关系曲线

由图5可以看出, β 随着 kl 单调下降,当 $kl \rightarrow \infty$ 时, β 非常接近障板中横波的全射角。这个事实说明,障板发生全透射(对透射层障板)或障板反射系数变为-1(对空腔障板)所对应的人射角随 kl 增加逐渐变小。

(2) 换能器的指向性函数 ($d = 0$)

图6和图7中的虚线分别是钢透射层障板和空腔障板条件下,当 $kl = 1$ 、 $kd = 0$ 时换能器的指向性图。这时全透射角靠近 90° 。图8和图9中的虚线分别是同样障板条件下,当 $kl = 2$ 、 $kd = 0$ 时换能器的指向性图。从图8,



图6 钢透射层障板条件下的指向性图

$kl = 1, kd = 0$

——只考虑纵波, ---考虑纵波和横波

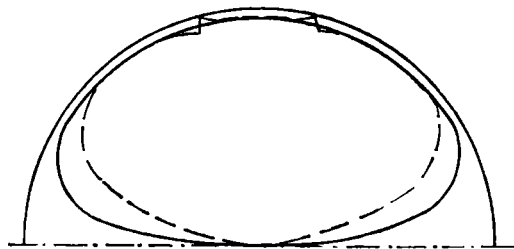


图7 钢空腔障板条件下的指向性图

$kl = 1, kd = 0$

——只考虑纵波 ---考虑纵波和横波

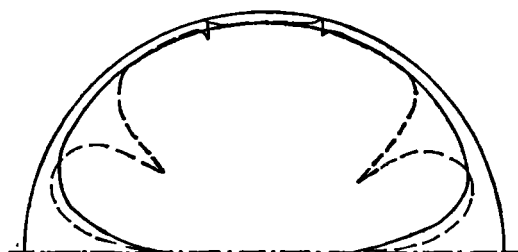


图8 钢透射层障板条件下的指向性图

$kl = 2, kd = 0$

——只考虑纵波 ---考虑纵波和横波

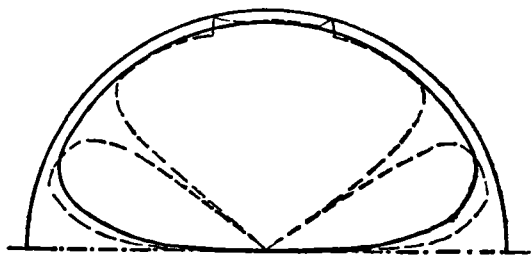


图9 钢空腔障板条件下的指向性图

$$kl=2, kd=0$$

——只考虑纵波 ---考虑纵波和横波

当入射角为 52° (弯曲波方程的根), 指向性函数陡然下降, 降到最大值的一半左右, 这是因为声波发生全透射, 总接收声压就等于直达波声压, 而接收声压的最大值约为直达波声压的两倍。从图9, 在 $\theta=52^\circ$ 附近, 指向性函数变为零, 这是因为在该角度 $\nu=-1$ 。

四、指向性函数的开角与障板参数的关系

在实用中经常关心指向性函数开角的大小。这里仅仅讨论实用价值比较大的空腔障板。图10是针对钢空腔障板计算的曲线, 纵轴 ϕ 代表半功率点开角, kd 为横轴, kl 取为参量。为了同时表示出指向性函数的大致形状, 使用了两种符号: “.”表示指向性函数为凸形的, 即 $\theta=0^\circ$ 指向性函数值最大, “x”表示指向性函数为元宝形, 即 $\theta=0^\circ$ 指向性函数不是最大, 但大于最大值的0.707倍。从图10可以看到如下规律:

1. ϕ 随着 kd 的增加而增加。

2. 当 kl 不是很大时, kl 越大 ϕ 越大; 当 kl 达到一定程度, 随着 kl 增加 ϕ 反而变小。这个事实与弯曲波重合频率下障板“软化”有关(即 ν 像软障板一样接近于-1)。当 kl 继续增加时, 指向性函数将出现大的起伏, 这时再讨论开角大小已无实际意义了(参看图9)。

3. 当 kl 不是很大时, 特性阻抗 $\rho_2 c_2$ 大的障板 ϕ 大。

对于特性阻抗比较小的障板, ϕ 随 kl 增加

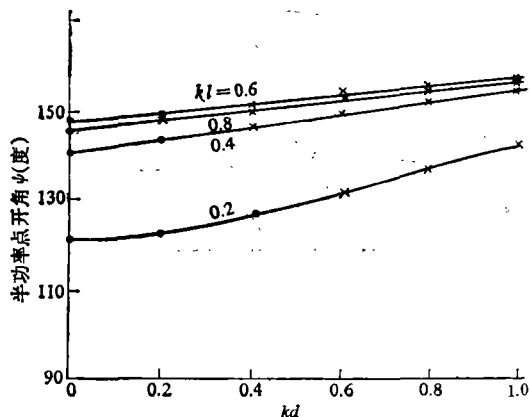


图10 ϕ 与 kl 和 kd 的关系

的规律可以在更大的 kl 值范围内成立。例如对于铝, ϕ 在 $kl=0.8$ 时的值仍然大于 $kl=0.6$ 时的值。

根据这些规律, 我们可以通过选择障板的材料, 选择 kl 和 kd 来实现所要求的指向性开角。

五、横波的影响

声波从水入射到障板时, 在障板中除有纵波传播外还有横波。当 kl 比较大时, 计及横波和忽略横波对计算出的指向性图案影响很大, 这可以从图6—9看得很清楚。当 kl 比较小时, 计算表明, 上述的差别在工程上可以忽略。研究在什么情况下可以忽略横波, 这对工程上简化计算是很有意义的。下面以钢障板为例, 计算 $kl=0.4, kd=0$ 时的两种情况。当考虑横波时, 对透射层障板, 计算了障板反射系数的振幅 ν_0 和相位 φ 以及指向性函数 R ; 对空腔障板也计算了相应各量, 但 $\nu_0=1$ 勿须计算。不计横波只考虑纵波时, 也计算了相应的量。计算结果列于表2。各量的下脚标1表示是考虑了横波的量, 脚标2表示只考虑纵波。各量都是入射角 θ 的函数, 表中只列出几个有代表性的角度。 φ 的单位是弧度。从表2可以看到, 当 $kl=0.4$ 时, 对于钢空腔障板, 无论反射系数还是指向性函数, 在两种情况下的计算值差别很小; 对于透射层障板, 两种情况下的反射系数差

表2 计及横波和不计及横波两种情况的比较

θ	透 射 层 障 板						空 腔 障 板			
	V_{01}	V_{02}	φ_1	φ_2	R_1	R_2	φ_1	φ_2	R_1	R_2
30°	0.801	0.806	0.637	0.653	0.856	0.856	5.573	5.568	0.938	0.937
60°	0.579	0.639	0.945	0.948	0.709	0.734	5.067	5.110	0.821	0.833
80°	0.215	0.383	1.332	1.440	0.535	0.558	4.013	4.096	0.422	0.459
89°	-0.086	-0.821	1.439	-0.661	0.496	0.307	3.234	3.245	0.046	0.052

别已经不算小,但指向性函数除了在90°附近外差别不算太大。对于特性阻抗比较小的障板,可以在更大些的 kl 值条件下忽略横波。例如对于铝障板当 $kl=0.6$,对于玻璃钢障板当 $kl=0.8$ 时,也有与钢障板类似的情况。

六、理论与实验的比较

障板是厚度为0.5cm的钢板,将它垂直放入水下,钢板垂直方向高度为40cm,水平方向尺寸为60cm。障板中心前固定一个高2cm、直径为1.8cm的圆柱型水听器,它的声中心距障板0.9cm。收发距离3m。工作频率60kHz,即 $kl=1.275$ 。当障板在水平方向转动时,当水听器和发射器位于障板同一侧时,得到障板用做反射时的换能器指向性图,位于两侧时得到障板用做透射时的指向性图。图11中的实线是实测曲线,虚线是只计及纵波的计算曲线,为了不使最大值超出图外,该曲线被缩小了1.4倍。点划线是考虑了横波和纵波的计算曲线。从图中看到,点划线与实验曲线基本符合,全透射发生的角度及相应的声压幅值都与实验基本一致。当入射角为14°(相应纵波全反射角)和75°附近时,指向性函数的下凹规律也与实验符合。75°附近的下凹是与弯曲波频率相

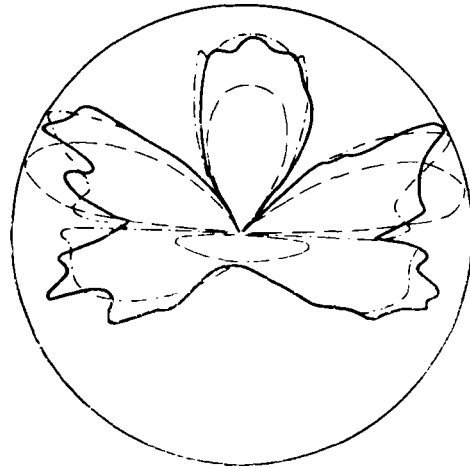


图11 计算的与实测的方向性函数的比较

——实测曲线, ---只计及纵波
——·——同时考虑纵波和横波

重合的结果。只考虑纵波的计算曲线与实验曲线差别很大。

尚尔昌同志对本文提出一些有益的建议,谨致谢意。

参 考 文 献

- [1] Rudnick, J. *Acoust. Soc. Am.*, **19**(1947), 348—356.
- [2] Ingard, J. *Acoust. Soc. Am.*, **23**(1951), 329—335.
- [3] Wenzel, J. *Acoust. Soc. Am.*, **55**(1964), 956—963.
- [4] 布列霍夫斯基赫, 分层介质中的波(中译本), 科学出版社, 1960.