

DOI: 10.16285/j.rsm.2024.0498

应用卷积近场动力学快速模拟随机裂纹扩展

周 建^{1,2}, 廖星川^{1,2}, 刘福深^{1,2,3}, 尚肖楠^{1,2}, 沈君逸^{1,2}

(1. 浙江大学 滨海和城市岩土工程研究中心, 浙江 杭州 310058;

2. 浙江大学 浙江省城市地下空间开发工程技术研究中心, 浙江 杭州 310058; 3. 浙江大学 岩土工程计算中心, 浙江 杭州 310058)

摘 要: 传统近场动力学方法采用积分方程替代连续介质力学中的偏微分方程, 获得了对未知函数无光滑限制且更具一般性的方程, 使得该方法特别适合模拟裂纹自发萌生和扩展等非连续问题, 但高昂的计算成本往往限制了其在实际工程中的应用。采用一种基于快速卷积的近场动力学方法, 以提高近场动力学方法的计算效率。该算法采用快速傅里叶变换来完成卷积计算, 实现近场动力学方程中积分项的计算, 可显著降低近场动力学的计算成本。基于快速卷积近场动力学的计算流程及其数值实现特性, 提出了一套适用于该算法的前处理方法, 并通过两个含预制裂纹的受拉方板算例验证了该前处理方法的可行性。在此基础上, 进一步提出了随机裂纹扩展预测的建模方法, 为岩土体随机裂纹扩展的预测研究提供了一个新的可行的思路。

关 键 词: 近场动力学; 快速卷积; 建模方法; 随机裂纹扩展预测

中图分类号: O 242

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598(2025)02-625-15

Application of convolution-based peridynamics in rapid simulation of random crack propagation

ZHOU Jian^{1,2}, LIAO Xing-chuan^{1,2}, LIU Fu-shen^{1,2,3}, SHANG Xiao-nan^{1,2}, SHEN Jun-yi^{1,2}

(1. Research Center of Coastal and Urban Geotechnical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou, Zhejiang 310058, China;

2. Engineering Research Center of Urban Underground Development of Zhejiang Province, Zhejiang University, Hangzhou, Zhejiang 310058, China;

3. Computing Center for Geotechnical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou, Zhejiang 310058, China)

Abstract: The traditional peridynamics method replaces partial differential equations in continuum mechanics with integral equations, resulting in more generalized equations without smoothness restrictions on the unknown function. This makes the methodology particularly suitable for simulating discontinuous problems, such as spontaneous crack initiation and propagation. However, the high computational cost often limits its practical engineering applications. This paper introduces a fast convolution-based method for peridynamics to enhance computational efficiency. This algorithm employs fast Fourier transformation to accomplish convolution calculations, facilitating the computation of integral terms in peridynamics equations, significantly reducing the computational cost of the peridynamics method. A preprocessing method suitable for this algorithm is proposed based on the computational process and numerical implementation characteristics of the fast convolution-based method for peridynamics. Its feasibility is verified through two tensile square plate examples with pre-existing cracks. Furthermore, a modeling method for predicting random crack propagation is proposed, offering a novel approach for research in predicting random crack propagation in geomaterials.

Keywords: peridynamics; fast convolution; modeling method; random crack propagation prediction

1 引 言

混凝土和岩石等脆性岩土材料的内部往往含有大量微裂隙。在特定条件下, 这些微裂隙会扩展并贯通, 形成宏观裂纹, 从而导致结构强度的降低

甚至破坏, 引发严重的工程问题^[1]。然而, 这类非连续结构的复杂性使理论研究裂纹扩展和贯通过程极具挑战性。因此, 脆性岩土类材料裂纹扩展的数值模拟一直是岩土力学与工程领域的研究热点^[2]。

现场调查表明, 岩体中裂缝的分布往往是复杂

收稿日期: 2024-04-22

录用日期: 2024-08-06

基金项目: 国家自然科学基金 (No.52179112)。

This work was supported by the National Natural Science Foundation of China (52179112).

第一作者简介: 周建, 女, 1970 年生, 博士, 教授, 主要从事软黏土力学、软土地基处理、非饱和土本构模型等方面的研究工作。E-mail: zjelim@zju.edu.cn

通讯作者: 刘福深, 男, 1980 年生, 博士, 研究员, 博士生导师, 主要从事计算岩土力学、多尺度多物理场耦合等工作。E-mail: fushenliu@zju.edu.cn

且具有随机性的^[3-5],通常以特定地质条件下形成的裂隙网络形式存在,需要采用特殊的模型对其进行处理^[3,6-7]。常用于描述岩体裂隙网络特性的模型有正交模型(orthogonal model)^[8]、贝歇尔圆盘模型(Baecher disk model)^[9]、德肖维茨模型(Dershowitz model)^[6]、离散裂隙网络模型(discrete fracture network model,简称DFN模型)^[10],其中广泛应用于岩土工程领域的是DFN模型。也有一些学者采用蒙特卡罗方法对离散裂隙网络进行模拟^[11-12],但该方法目前还仅应用于二维情况。在DFN模型中裂隙网络用裂隙特征几何参数来描述,如裂隙倾角、间距、迹长等。这些参数在空间上遵循一定的统计分布规律。通过输入裂隙特征几何参数,按照一定的统计分布规律生成每个裂隙的各项点坐标,以此构造岩体中的裂隙网络^[13]。但当处理复杂裂纹分布(交叉、堆叠)且数据量巨大的三维裂纹网络时,DFN模型则存在计算复杂度高,预测精度不足等问题。

在求解断裂问题时,传统的有限元方法(finite element method,简称FEM)需要裂缝与网格边界重合并在扩展过程中重构网格,使得有限元法模拟裂缝扩展存在较大困难^[14]。现如今大多数用于研究断裂破坏的数值方法是基于传统有限元方法改进而发展出来的,如改进应变法(assumed enhanced strain,简称AES)^[15]和扩展有限元方法(extended finite element method,简称XFEM)^[16]。尽管AES和XFEM通过在有限元插值空间中引入反映强不连续现象的增强函数来描述不连续力学问题,但这类方法在面对复杂的三维裂纹行为(裂纹交叉与分叉)时仍面临挑战。其他方法如无网格方法,具有代表性的有光滑粒子动力学(smoothed particle hydrodynamics,简称SPH)^[17],该方法避免了传统有限元方法需要重新划分网格的问题,可以用于不连续问题的模拟,但是SPH存在拉伸稳定性和边界区域计算精度低等问题。此外,分子动力学(molecular dynamics,简称MD)方法模拟宏观材料行为时受到时间和空间尺度的限制,很难模拟大尺度的岩土工程问题^[18]。离散元法(discrete element method,简称DEM)分为块体离散元法和颗粒离散元法,由于没有连续性的要求,其在模拟岩石的裂纹扩展等不连续性问题时拥有很大优势。但两种方法均存在一定缺陷,块体离散元法模拟的裂缝只能在块体与块体之间的边界处扩展,裂缝的扩展方向会受到一定限制^[19]。而颗粒离散元法中模型颗粒尺寸的选择仍是一个难题,且该方法需要标定较多的微观参数^[20]。

鉴于此,近场动力学(peridynamics,简称PD)作为一种新兴的非局部作用理论备受关注^[21]。近场动力学通过用积分方程替代经典连续介质力学中的偏微分方程,获得了对未知函数无光滑限制且更具一般性的控制方程^[22-23],因此,近场动力学特别适合模拟裂纹自发萌生和扩展等复杂三维非连续问题。周建等^[20,24-26]利用近场动力学模型对隧道掘进机滚刀三维贯入破岩进行了数值模拟,并与试验结果进行对比,模拟结果表明该方法能够获得较为合理的岩石表面破坏形式。然而,由于近场动力学属于非局部的计算方法,需要通过空间积分来计算质点之间的相互作用,造成了计算量的增加,使得近场动力学的计算成本居高不下,因而计算速度相对较慢。为了降低近场动力学模拟的计算成本,学者们尝试将近场动力学与其他数值方法进行耦合,如最常用的近场动力学与有限元的耦合^[27-28]:在无损伤区域使用有限元法,在损伤区域使用近场动力学法。然而,当损伤广泛分布在整个区域中时,该耦合方法则不能很好地发挥作用^[29-30]。最近,Jafarzadeh等^[31]基于傅里叶算法提出了一种快速卷积近场动力学算法,并将该方法模拟的裂纹路径与传统近场动力学模拟的路径进行了对比,验证了该方法的可靠性。通过用卷积计算近场动力学积分项和快速傅里叶变换的方法可以显著降低传统近场动力学的计算成本,但目前针对卷积近场动力学和传统近场动力学两种方法的对比研究还不足,且如何应用快速卷积近场动力学模拟复杂三维裂纹网络的扩展与演化,相关研究还比较少见。

诸多研究成果表明,利用近场动力学法模拟岩石材料裂纹拓展能够获得符合试验观测的模拟结果^[2,20,24-26,32-33]。目前大多数研究都仅关注于单条或多条预制裂纹的岩石试件在一定条件下的裂纹扩展模拟^[2,32-33],然而,真实的岩土类材料中的裂隙分布极其复杂,裂隙的产生与分布受到岩土材料内各种复杂因素的耦合作用,具有强随机性。因此实际的岩土类材料中复杂随机裂纹的模拟通常需要大规模的计算。而近场动力学的计算成本相对较大,可能会限制其在该领域的应用。

本文提出了采用基于快速卷积的近场动力学方法预测岩土体内复杂随机裂纹扩展演化的新思路。首先,利用含圆孔平板的准静态拉伸算例和含预制裂纹平板的动态拉伸算例验证了卷积近场动力学算法的准确性和高效性;然后,基于卷积近场动力学算法特点提出了一种简单高效的前处理方法和含宽度的随机裂纹建模方法,在该方法基础上

进行了随机裂纹扩展的卷积近场动力学模拟。

2 基于快速卷积的近场动力学方法

2.1 基本理论

在近场动力学理论中，通常将物体离散成一系列具有一定体积、质量的质点。与经典的连续介质力学理论不同的是近场动力学理论认为质点受到其影响范围内所有质点的相互作用，如图 1 所示。图 1 中红色质点为物体内任意质点，用符号 \mathbf{x} 表示 (\mathbf{x} 为该质点空间坐标向量)，质点 \mathbf{x} 受到其影响范围内其他质点 (图中绿色质点与紫色质点，用符号 \mathbf{x}' 表示) 的相互作用。质点的影响范围由邻域半径 δ 定义，也称近场范围。通常取 δ 为质点间距 A 的 3.015 倍，即 $\delta = 3.015A$ ^[34]。 H_x 为质点 \mathbf{x} 的族，即质点 \mathbf{x} 近场范围内的所有质点 \mathbf{x}' 组成的一个质点集。质点 \mathbf{x} 与近场范围内其他质点 \mathbf{x}' 之间的相互作用通过键向量 ξ 来传递。如图 1 中红色质点 \mathbf{x} 与紫色质点 \mathbf{x}' ，在初始状态下，其键向量长度为 $\|\mathbf{x} \langle \xi \rangle\|$ 在分别经历位移 \mathbf{u} 和 \mathbf{u}' 后，空间坐标变为 \mathbf{y} 和 \mathbf{y}' ，连接键长度变为 $\|\mathbf{y} \langle \xi \rangle\|$ 。通过键的变形来反映两质点之间的相互作用情况。

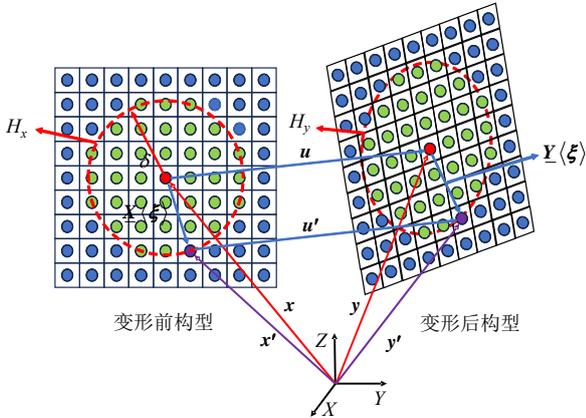


图 1 近场动力学理论示意图 (改自文献[26])
Fig.1 Schematic diagram of peridynamics theory (reproduced from reference [26])

基于快速卷积的近场动力学法 (fast convolution-based method for peridynamics, 简称 FCBM-PD)，在传统近场动力学的基础上，通过傅里叶变换快速完成卷积运算，从而实现近场动力学方程中积分项的快速计算^[31]。为了进行傅里叶变换计算，需要将图 2 中的浅蓝色计算区域 B 拓展为周期域 \mathcal{T} (即图 2 中的虚线框矩形区域)，周期域边界与计算域之间的间距 e 大小通常取 δ ，目的是为了避

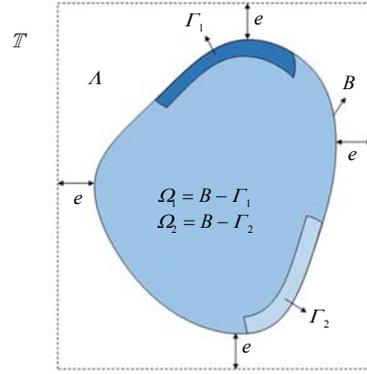


图 2 基于快速卷积近场动力学计算分区示意图 (改自文献[31])

Fig.2 Schematic of computational partitioning based on fast convolution-based method for peridynamics (reproduced from reference [31])

免近场动力学理论在非局部边界下的控制方程为^[35]

$$\left. \begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u_i(\mathbf{x}, t)}{\partial t^2} &= \chi_\Omega \left(\int_{\mathcal{T}} \chi_B \chi'_B \mu f_i dV_{x'} + b_i \right) + \\ &\quad (1 - \chi_\Omega) \rho \frac{\partial^2 w_i}{\partial t^2} \quad \mathbf{x} \in \mathcal{T}, t > 0 \\ u_i(\mathbf{x}, 0) &= \chi_\Omega u_i^0 + (1 - \chi_\Omega) w_i(\mathbf{x}, 0), \quad \mathbf{x} \in \mathcal{T} \\ v_i(\mathbf{x}, 0) &= \chi_\Omega v_i^0 + (1 - \chi_\Omega) \frac{\partial w_i(\mathbf{x}, 0)}{\partial t}, \quad \mathbf{x} \in \mathcal{T} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\chi_B(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1, & \mathbf{x} \in B \\ 0, & \mathbf{x} \in A \end{cases} \quad (2)$$

$$\chi_\Omega(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1, & \mathbf{x} \in \Omega \\ 0, & \mathbf{x} \in \Gamma \cap A \end{cases} \quad (3)$$

$$w_i(\mathbf{x}, 0) = \begin{cases} g_i(\mathbf{x}, t), & \mathbf{x} \in \Gamma \\ 0, & \mathbf{x} \in \mathcal{T} - \Gamma \end{cases} \quad (4)$$

式中： ρ 为密度； t 为当前计算时间； μ 为判断键是否断裂的函数； f_i 为键力密度在 i 方向的分量 ($i = 1, 2, 3$ 分别表示 X, Y, Z 3 个方向)； $V_{x'}$ 为质点 \mathbf{x}' 的体积； u_i 为质点 \mathbf{x} 在 i 方向上的位移； v_i 为质点 \mathbf{x} 在 i 方向上的速度； u_i^0 和 v_i^0 为质点 \mathbf{x} 在 i 方向上的初始位移和速度； g_i 为质点 \mathbf{x} 在 i 方向上受到的体积约束； w_i 为边界层 Γ_m 内质点处受到的体积约束； b_i 为质点 \mathbf{x} 在 i 方向上的体力密度； χ_B 、 χ'_B 表示区分周期域内计算域外质点 (A) 与计算域内质点 (B) 的特征函数； $\chi_\Omega(\mathbf{x})$ 表示区分物体内质点 (Ω) 和物体外质点 ($\Gamma \cap A$) 的特征函数。

不考虑体力时, 线弹性键型卷积近场动力学 (fast convolution-based method for bond-based peridynamics, 简称 FCBM-BBPD) 的内力密度 L_i 为^[31]

$$L_i(\mathbf{x}, t) = \int_{H_x} \chi_B \chi'_B \mu f_i dV_{x'} = \int_{H_x} \chi_B \chi'_B \mu(\mathbf{x}, \mathbf{x}', t) C(\boldsymbol{\xi}) \boldsymbol{\eta} dV_{x'} \quad (5)$$

式中: $\boldsymbol{\eta}$ 为质点 \mathbf{x} 与质点 \mathbf{x}' 的相对位移; $\mu(\mathbf{x}, \mathbf{x}', t)$ 为键函数, 当两质点间键断裂取 0, 反之取 1; $C(\boldsymbol{\xi})$ 为键型近场动力学微模量, 表达式为

$$C(\boldsymbol{\xi}) = c\omega(\|\boldsymbol{\xi}\|) \frac{\boldsymbol{\xi} \otimes \boldsymbol{\xi}}{\|\boldsymbol{\xi}\|^2} \quad (6)$$

式中: $\omega(\|\boldsymbol{\xi}\|)$ 为影响函数, 此处取 $\omega(\|\boldsymbol{\xi}\|) = 1/\|\boldsymbol{\xi}\|$; c 为键常数, 针对不同的问题 c 有不同的取值^[36]。

对周期域进行空间离散, 可得式 (5) 离散形式为

$$L_i^{lhp,t} = \sum_{q,s,r=1}^{N_3, N_2, N_1} \left[\chi_B^{lhp} \chi_B^{rsq} \mu(\mathbf{x}_{rsq}, \mathbf{x}_{lhp}, t) \cdot f_i(\mathbf{x}_{rsq}, \mathbf{x}_{lhp}, t) V^{rsq} \right] \quad (7)$$

式中: $\sum_{q,s,r=1}^{N_3, N_2, N_1} = \sum_q \sum_s \sum_r^{N_1, N_2, N_3}$; r, s, q 分别为质点 \mathbf{x}' 在 X, Y, Z 3 个方向上的序号; l, h, p 分别为质点 \mathbf{x} 在 X, Y, Z 3 个方向质点的序号; N_1, N_2, N_3 分别为 X, Y, Z 3 个方向的质点数量。

卷积近场动力学核心思想是利用卷积代替积分项, 并用傅里叶变换快速完成整个计算域的卷积计算工作^[31]。利用近场动力学积分方程的特性, 近场动力学内力密度 $L_i^{nmp,t}$ 可以用卷积的形式进行表达:

$$L_i^{lhp,t} = \sum_{j=1}^{N_c} \left[a_j(\mathbf{x}_{lhp}, t) \cdot \sum_{q,s,r=1}^{N_3, N_2, N_1} b_j(\mathbf{x}_{rsq}, t) c_j(\mathbf{x}_{lhp} - \mathbf{x}_{rsq}, t) \right] = \sum_{j=1}^{N_c} a_j^{lhp,t} [b_j * c_j]^{lhp,t} \quad (8)$$

式中: N_c 为正实数, 表示卷积个数; a_j 为质点 \mathbf{x} 的函数; b_j 为质点 \mathbf{x}' 的函数; c_j 为 $\mathbf{x} - \mathbf{x}'$ 的函数; 符号*为卷积符号。

在周期域 \mathcal{T} 中, 式 (8) 中的卷积可通过快速傅里叶变换计算:

$$L_i^{lhp,t} = \sum_{j=1}^{N_c} a_j^{lhp,t} \left\{ F^{-1} \left[F(b_j) F(c_j^s) \right] \right\}^{lhp,t} \quad (9)$$

式中: F, F^{-1} 分别为傅里叶变换及其逆变换的运算符号; c_j^s 为在周期域中对 c_j 进行圆周位移后的表达式。

由式 (8)、(9) 可知, 卷积近场动力学将近场动力学控制方程中的积分方程转化成卷积方程, 再通过快速傅里叶变换完成卷积计算, 这一做法将近

场动力学的计算复杂度从 $O(N^2)$ 降为 $O(N \log_2 N)$, 当质点数量 N 足够大时, 该算法能够极大降低近场动力学的计算成本。且该方法无须遍历每个质点求解力密度, 进一步降低了近场动力学的计算成本。

2.2 损伤模型

在近场动力学理论中描述断裂和局部损伤的一种常用方法是键断裂法^[37], 利用邻域内断键的数量与总键数的加权比例 $d(\mathbf{x}, t)$ 来评估该质点的局部损伤情况, 通过损伤云图来体现裂纹扩展与分叉等现象。近场动力学理论中局部损伤的计量表达式 $d(\mathbf{x}, t)$ 可写为

$$d(\mathbf{x}, t) = 1 - \frac{\int_{H_x} \mu(\mathbf{x}, \mathbf{x}', t) dV_{x'}}{\int_{H_x} dV_{x'}} \quad (10)$$

为了使 $d(\mathbf{x}, t)$ 中的积分项用卷积形式表达, 须构造一种基于质点应变能密度的损伤模型^[31]:

$$\lambda(\mathbf{x}, t) = \begin{cases} 1 & W(\mathbf{x}, t) \leq W_c \\ 0 & W(\mathbf{x}, t) > W_c \end{cases} \quad (11)$$

$$\mu(\mathbf{x}, \mathbf{x}', t) = \lambda(\mathbf{x}, t) \lambda(\mathbf{x}', t) = \lambda \lambda' \quad (12)$$

式中: $\lambda(\mathbf{x}, t)$ 为判断质点是否发生损坏的特征函数, 1 表示质点未损坏, 0 表示质点完全损坏; W 为应变能密度; W_c 为临界应变能密度。通过假设裂纹扩展以及产生新的裂纹面积 A 所需的应变能与相应的能量释放率相等对 W_c 进行校正, 即 $A \delta W_c = A G_0$, 其中 G_0 为临界能量释放率。

因此, 卷积近场动力学局部损伤 $d(\mathbf{x}, t)$ 的表达式为

$$d(\mathbf{x}, t) = 1 - \frac{\int_{H_x} \mu(\mathbf{x}, \mathbf{x}', t) dV_{x'}}{\int_{H_x} dV_{x'}} = 1 - \frac{\chi_B \lambda(\chi_B \lambda * \omega_0)}{\chi_B (\chi_B * \omega_0)} \quad (13)$$

式中: ω_0 为区分邻域内部质点的函数, 当质点处于邻域内取 1, 反之取 0。

2.3 时间积分

对于动态裂纹扩展问题, 卷积近场动力学采用 Verlet-velocity 显式时间积分算法, 通过每个质点的内力密度 $L(\mathbf{x}, t)$ 求得加速度 $\ddot{\mathbf{u}}$, 并将 $\ddot{\mathbf{u}}$ 代入式 (14) 以更新各质点的速度和位移。

$$\left. \begin{aligned} \dot{\mathbf{u}}^{n+1/2} &= \dot{\mathbf{u}}^n + \left(\frac{\Delta t}{2} \right) \ddot{\mathbf{u}} \\ \mathbf{u}^{n+1} &= \mathbf{u}^n + \Delta t \dot{\mathbf{u}}^{n+1/2} \\ \dot{\mathbf{u}}^{n+1} &= \dot{\mathbf{u}}^{n+1/2} + \left(\frac{\Delta t}{2} \right) \ddot{\mathbf{u}}^{n+1} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

式中: $\dot{\mathbf{u}}$ 为质点速度; $\ddot{\mathbf{u}}$ 为质点加速度; n 为时间迭代步数; Δt 为时间步长。

对于准静态问题, 本文采用自适应动态松弛法^[38]

更新各质点的速度和位移：

$$D\ddot{\mathbf{u}}(\mathbf{x},t) + c^n \dot{\mathbf{u}}(\mathbf{x},t) = \mathbf{L}^n(\mathbf{x},t) \quad (15)$$

式中： D 为虚拟对角密度矩阵； \mathbf{L}^n 为第 n 个时间迭代步的内力密度； c^n 为第 n 个时间步的阻尼系数； D 和 c^n 分别通过 Greschgorin 定理和 Rayleigh 商得到。

D 的对角元素 λ_{ii} 为

$$\lambda_{ii} \geq \frac{1}{4} \Delta t^2 \sum_j \mathbf{K}_{ij} \quad (16)$$

式中： \mathbf{K}_{ij} 为所研究系统的刚度矩阵。

$$\sum_j \mathbf{K}_{ij} = \sum_{j=1}^N \frac{\partial (\mathbf{t}_{(i)(j)} - \mathbf{t}_{(j)(i)})}{\partial (\mathbf{u}_{(j)} - \mathbf{u}_{(i)})} \cdot \mathbf{e} \quad (17)$$

式中： $\mathbf{t}_{(i)(j)}$ 为质点 j 施加到质点 i 的力密度矢量； $\mathbf{t}_{(j)(i)}$ 为质点 i 施加到质点 j 的力密度矢量； N 为近场范围内族质点数量； $\mathbf{u}_{(j)}$ 为质点 j 的位移； $\mathbf{u}_{(i)}$ 为质点 i 的位移； \mathbf{e} 为沿非对角线方向的单位矢量。

为了快速获得稳定的数值解，阻尼系数 c^n 可由系统最低频率求得：

$$c^n = 2 \sqrt{\left[(\mathbf{U}^n)^T \mathbf{K}^n \mathbf{U}^n \right] / (\mathbf{U}^n)^T \mathbf{U}^n} \quad (18)$$

式中： \mathbf{U}^n 为系统位移矩阵； \mathbf{K}^n 为对角局部刚度矩阵， \mathbf{K}^n 的各元素 K_{ii}^n 为

$$K_{ii}^n = -\left(\mathbf{L}_i^n / \lambda_{ii} - \mathbf{L}_i^{n-1} / \lambda_{ii} \right) / \left(d\mathbf{t} \dot{\mathbf{u}}_i^{n-1/2} \right) \quad (19)$$

使用中心差分的显式积分方法，得到下一时间步的位移和速度：

$$\left. \begin{aligned} \dot{\mathbf{u}}^{n+1/2} &= \frac{(2 - c^n \Delta t) \dot{\mathbf{u}}^{n-1/2} + 2 \Delta t \mathbf{D}^{-1} \mathbf{L}^n}{(2 + c^n \Delta t)} \\ \mathbf{u}^{n+1} &= \mathbf{u}^n + \Delta t \dot{\mathbf{u}}^n \\ \dot{\mathbf{u}}^n &= \frac{\dot{\mathbf{u}}^{n-1/2} + \dot{\mathbf{u}}^{n+1/2}}{2} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

3 卷积近场动力学的验证算例

卷积近场动力学基于近场动力学理论发展而来，Jafarzadeh 等^[31]将卷积近场动力学与传统近场动力学模拟的裂纹扩展路径进行了对比，验证了卷积近场动力学模拟裂纹扩展路径的准确性。但文献[31]并没有将两种近场动力学的计算精度进行对比，且未将自适应动态松弛法用于卷积近场动力学对准静态问题进行求解。为了进一步验证卷积近场动力学模拟裂纹扩展问题的准确性，选取了一个含圆孔平板的准静态拉伸算例和一个含预制裂纹平板的动态拉伸算例，并将键型卷积近场动力学（FCBM- BBPD）计算结果与键型传统近场动力学（BBPD）、有限元计算结果分别进行了比较。

3.1 含圆孔平板的准静态拉伸

算例 1 为含圆孔平板的准静态拉伸问题，采用自适应动态松弛法进行求解。试样的几何尺寸和受载方式如图 3 所示。材料属性：杨氏模量为 192 GPa，泊松比为 1/3，密度为 8 000 kg/m³。近场动力学参数：粒子数 100×106，dx = dy = 0.000 5 m， $m = \delta / dx = 3.015$ ，虚拟体积层厚度 $R_c = 3dx$ ， $\Delta t = 1$ s，总时间步数为 1 000 步，临界伸长率 $S_c = 0.02$ ，速度荷载 $V = 2.754 \times 10^{-7}$ m/s。

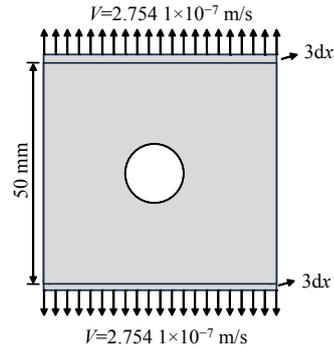


图 3 含圆孔平板的几何尺寸与受载形式
Fig.3 Geometry and loading condition of plate with circular cutout

在相同的荷载条件下分别用 FCBM- BBPD 和 BBPD 方法对图 3 算例进行计算，裂纹扩展模拟结果如图 4 所示。由图可知，两种方法在无预制裂纹

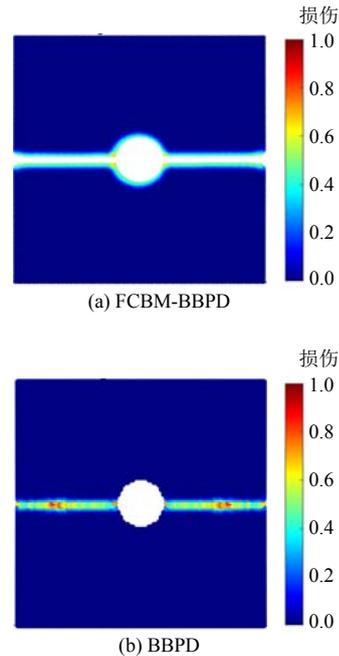


图 4 含圆孔平板受准静态拉伸荷载的损伤云图
Fig.4 Damage nephograms of plate with circular cutout under quasi-static loading

模型的裂纹扩展模拟中得到一致的结果，即在相同的荷载条件下均产生了水平贯通的裂纹。这说明卷积近场动力学与传统近场动力学一样，也能较为准确地模拟无预制裂纹问题的裂纹扩展情况。但值得注意的是，FCBM-BBPD 在 $m = 3.015$ 时由于粒子数较少而无法收敛，需要将 m 取至 12 才能获得收敛的计算结果。为了进一步对比两种方法的计算误差，在不考虑损伤的情况下将两种方法与有限元

计算结果进行对比，对比结果如图 5 所示，图中 u_1 、 u_2 、 u_{mag} 分别为水平位移、竖向位移以及总位移。

由图 5 可知，在不考虑损伤的情况下，卷积近场动力学方法和传统近场动力学方法得到的位移场在分布和数值上具有一致性，且两种方法计算所得位移云图均能与有限元计算结果很好地吻合。分别提取 3 种方法计算所得水平中心轴和竖向中心轴的水平位移、竖向位移进行对比，如图 6 所示。

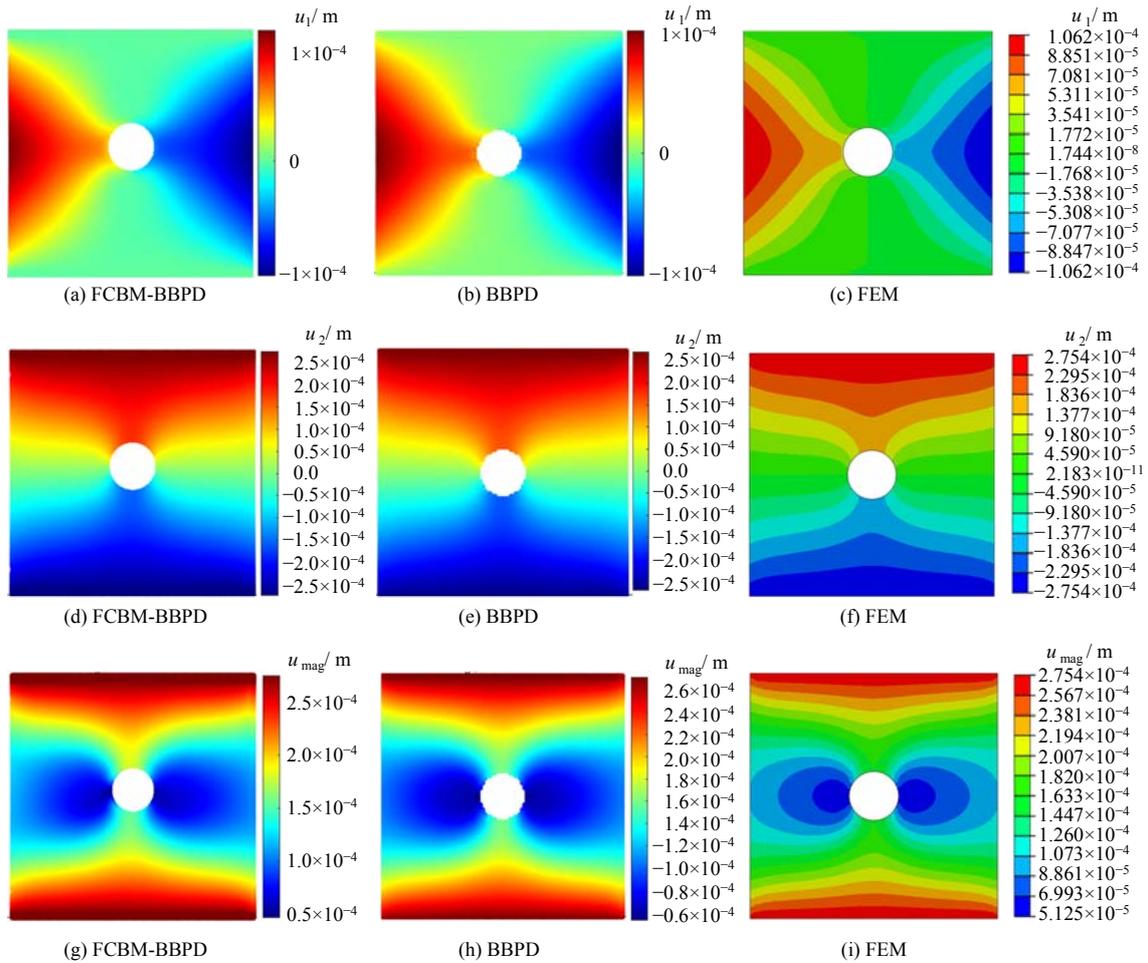


图 5 含圆孔平板受准静态拉伸荷载的位移云图

Fig.5 Displacement nephograms of plate with circular cutout under quasi-static loading

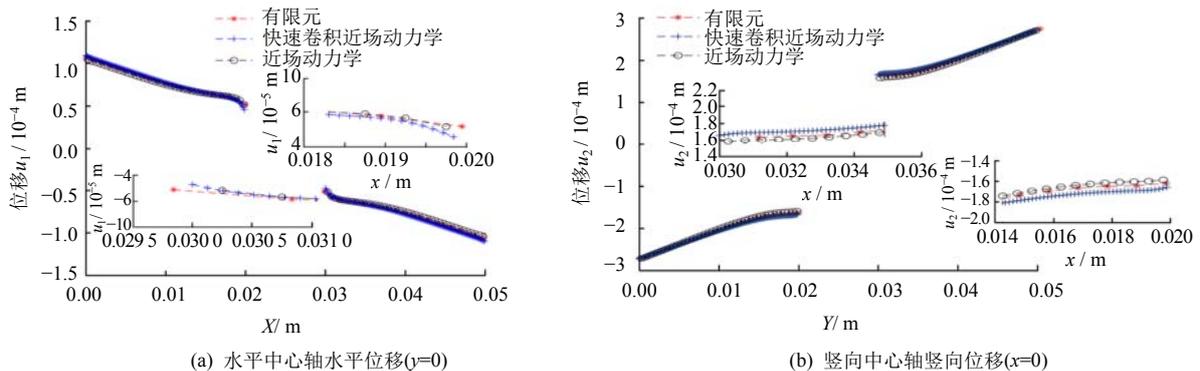


图 6 水平中心轴水平位移和竖向中心轴竖向位移计算结果对比

Fig.6 Comparison of horizontal displacement of horizontal central axis, and vertical displacement of vertical central axis

由图 6(a)可知, BBPD 计算的水平轴质点水平位移与有限元预测结果非常吻合, 其最大相对误差为 0.15%, 发生在孔洞周围; FCBM-BBPD 计算的水平轴质点水平位移与有限元预测结果基本吻合, 最大相对误差为 3.9%, 也发生在孔洞周围。卷积近场动力学计算的水平位移精度低于传统近场动力学, 导致 FCBM-BBPD 计算的水平位移相对误差较大的原因可能有: FCBM-BBPD 使用卷积计算近场动力学积分项, 并采用傅里叶变换一次性计算整个周期域(模型)中各质点的卷积, 在此过程中假设质点的体积均为 dv , 即没有对邻域边界处的质点体积进行修正。孔洞周围质点邻域内的质点较少, 使得该处质点不修正体积带来的计算误差增大。由图 6(b)可知, FCBM-BBPD 和 BBPD 计算的竖向中心轴质点竖向位移与有限元预测结果均能基本吻合, 其中 FCBM-BBPD 最大相对误差为 2.4%, BBPD 最大相对误差为 2%。两种方法计算的竖向位移精度基本一致。

由以上讨论可知, 由于卷积近场动力学为提高计算效率做出了一些简化, 其计算精度略低于传统近场动力学。文献[31]在相同质点数下, 将卷积近场动力学与传统近场动力学的计算时间与所需内存进行了对比。为了更直观地体现卷积近场动力学计算的高效性, 在 MATLAB 计算平台上, 对比了算例 1 在不同质点数下, FCBM-BBPD 和 BBPD 的计算时间和所需内存, 如表 1 所示(计算所用计算机 CPU 和 GPU 参数为 AMD Ryzen 7 5700G 8×3.80 GHz CPUs、NVIDIA GeForce GTX 1660 Super with 6GB memory, 计算所需内存由计算结束后 MATLAB 所使用系统内存衡量, 包括物理内存和虚拟内存)。

由两种方法的计算时间及所需内存的对比可知, 在质点数较少时, 卷积近场动力学计算速度上的优势并不明显, 且其计算所用的内存反而大于传统近场动力学; 但当质点数逐渐增多时, 传统近场动力学的计算时间急速增长, 且所需内存也急剧增

加, 这一特点也限制了传统近场动力学在大尺度模型计算中的应用; 随着质点数的增多, 卷积近场动力学计算时间的增加幅度远远低于传统近场动力学, 由于卷积近场动力学所有计算无须为每个质点存储族质点, 故而其内存的增加受质点矩阵的影响, 当质点数增大, 其所需内存逐步增大。

通过对比 FCBM-BBPD 与 BBPD 计算结果, 证明了卷积近场动力学求解准静态问题的准确性。在模拟过程中发现, FCBM-BBPD 在处理无预制裂纹问题时, 对于粒子数较少的模型计算收敛性较差, 可通过加密质点数来改善其收敛性。

3.2 含预制裂纹平板的动态拉伸

算例 2 为一个中心含预制裂纹平板的动态拉伸问题, 采用 Verlet-velocity 显式时间积分算法进行求解。试样的几何尺寸及受载形式如图 7 所示。材料属性: 杨氏模量为 192 GPa, 泊松比为 1/3, 密度为 8 000 kg/m³。近场动力学参数: 粒子数为 500×506, $dx = dy = 0.000 1$ m, $m = \delta / dx = 3.015$, 虚拟体积层厚度 $R_c = 3dx$, $\Delta t = 1.336 7 \times 10^{-8}$ s, 总时间步数为 1 000 步, 临界伸长率 $S_c = 0.044 27$, 速度荷载 $V = 20$ m/s。

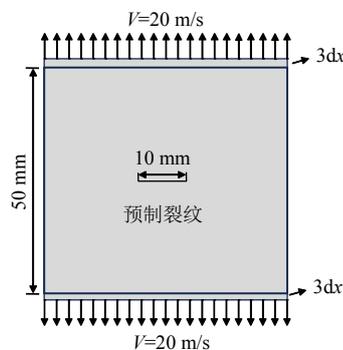


图 7 含预制裂纹平板的几何尺寸与受载形式
Fig.7 Geometry and loading conditions of plate with precrack

在相同的荷载条件下分别用 FCBM-BBPD 和 BBPD 对图 7 算例进行计算, 裂纹扩展模拟结果如图 8 所示。由图可知, 两种方法在相同荷载条件下计算预制裂纹问题能够产生一致的裂纹路径, 且裂纹的扩展速度也基本相同。在不考虑损伤的情况下, 将卷积近场动力学 750 步和 1 000 步计算结果与传统近场动力学相应时间步的计算结果进行对比, 对比结果如图 9 所示。由图可知, BBPD 和 FCBM-BBPD 在不考虑损伤的情况下可以得到基本一致的位移场分布。

表 1 算例 1 计算效率比较

Table 1 Comparative analysis of computational efficiency in example 1

计算方法	模型粒子数 / 万	计算时间/s		所需内存 / GB
		GPU	CPU	
BBPD	1	—	23	3.6
	16	—	8 950 (2.5 h)	5.8
	36	—	26 298 (7.3 h)	39.8
FCBM-BBPD	1	7	11	9.1
	16	26	96	10.2
	36	68	271	11.3

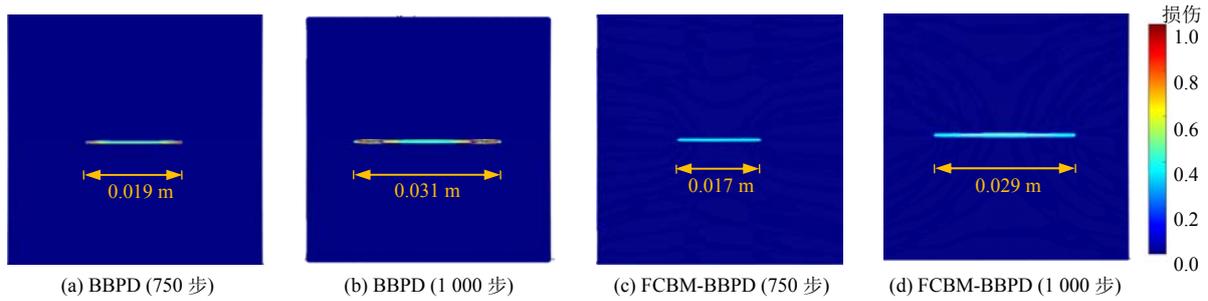


图 8 含预制裂纹平板动态拉伸损伤云图
Fig.8 Damage nephograms of plate with precrack under dynamic tensile

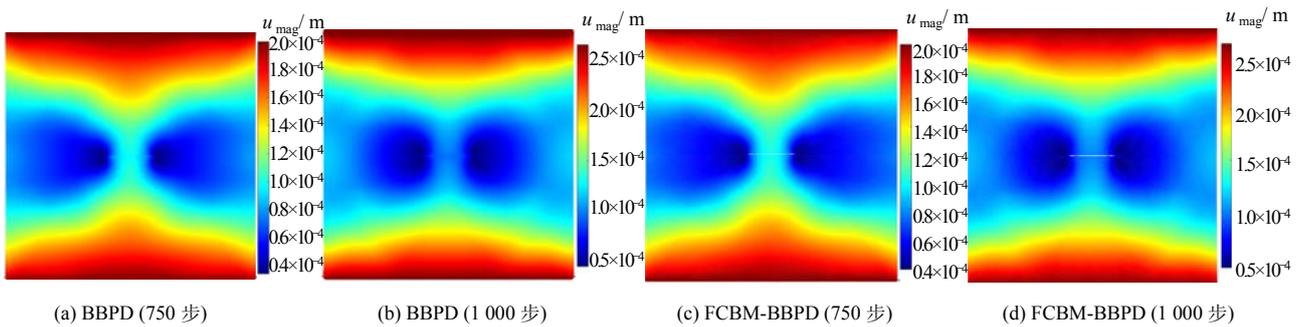


图 9 含预制裂纹平板动态拉伸位移云图
Fig.9 Displacement nephograms of plate with precrack under dynamic tensile

综上所述，通过对比卷积近场动力学和传统近场动力学算例 1、2 计算结果，发现卷积近场动力学计算精度略低于传统近场动力学，这是由未进行体积修正导致的，可以通过减小粒子间距进一步降低卷积近场动力学计算误差；通过含圆孔平板的准静态拉伸算例和含预制裂纹平板的动态拉伸，验证了卷积近场动力学求解准静态问题和动态问题的准确性；基于 CPU 计算的卷积近场动力学方法能够显著缩短基于 CPU 计算的传统近场动力学方法的时间。此外，基于 GPU 计算的卷积近场动力学方法能够进一步缩短基于 CPU 计算的卷积近场动力学方法的计算时间。高效的计算效率使得卷积近场动力学在大规模的三维模型计算中拥有广阔的应用前景。

4 基于卷积近场动力学的前处理方法

4.1 前处理方法介绍

本方法使用有限元软件为卷积近场动力学方法进行建模与网格划分工作。为了使该方法适用于各类问题建模，将计算模型拆分为计算域、边界层和预制裂纹区域 3 个区域。

首先，利用有限元软件将模型按照计算域、边界层和预制裂纹区域进行分区，并进行网格划分。随后，导出包含各分区单元节点坐标的文件，并对这些文件进行预处理（如图 10 所示），以便计算程

序能够直接调用。最后，通过编写模型接口将模型节点坐标导入计算程序，并确保其能在计算程序中得到应用。该模型接口基于 alpha shapes 算法开发，通过调整 alpha 参数的大小，利用离散点集恢复出原始点集的轮廓线；再利用 inshape 函数，将点集构成的原始轮廓线转换为逻辑数组，从而使导入的模型数据能够与卷积近场动力学中的特征函数 $\chi_B(\mathbf{x})$ 与 $\chi_\Omega(\mathbf{x})$ 有效结合。

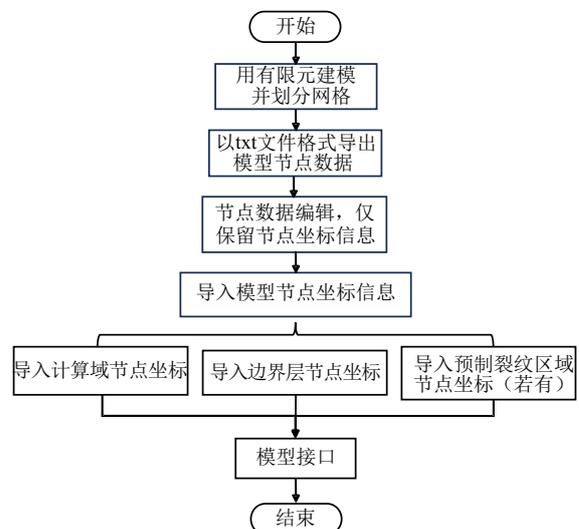


图 10 基于卷积近场动力学的前处理方法
Fig.10 Preprocessing method based on FCBM-PD

近场动力学作为一种无网格法，与有限元法相比其高斯积分点位于单元中心。本方法避免了传统方法中需要通过插值节点坐标来获取单元中心坐标的操作。同时，本方法仅需一定数量的节点来恢复计算模型的外形，而不必严格按照近场动力学的离散形式进行网格划分，真正的离散过程在计算程序中进行。因此本方法极大地简化了以往前处理方法的复杂操作。

4.2 前处理方法验证

为了验证上述前处理方法的可行性，本节对两个含 3 条预制裂纹的二维算例进行了计算，并将 FCBM-BBPD 计算结果与 BBPD 计算结果进行对比。算例的几何尺寸及受载形式如图 11 所示。材料参数：密度为 2 460 kg/m³，泊松比为 1/3，杨氏模量为 30 GPa，临界能量释放率为 110 J/m²。近场动力学参数： X 方向质点数量 $N_x = 412$ ， Y 方向质点数量 $N_y = 412$ ，近场半径 $\delta = 0.754$ mm，计算域和周期域之间的间隔 $e = 0.75$ mm。图中荷载 $p_1 = 16.2$ MPa， $p_2 = 13.5$ MPa。

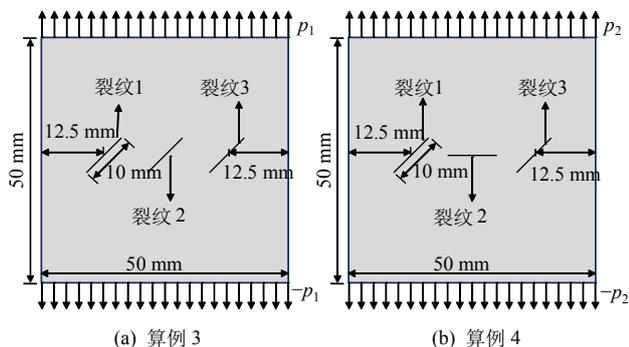


图 11 含斜裂纹受拉方板的几何尺寸

Fig.11 Geometry of square plate with inclined cracks under tension

用 4.1 节所述前处理方法建立模型，通过有限元软件的用户界面，可以非常容易地完成建模工作，在卷积近场动力学中预制裂纹用矩形近似表示，裂纹宽度均设置为 δ ，作用是消除裂纹面上下质点的相互作用。采用卷积近场动力学分别对图 11 中两个算例进行计算。将卷积近场动力学模拟结果依次与文献[39]PD 模拟结果进行对比：

对比图 12 与图 13 可知，FCBM-BBPD 模拟的算例 3 的裂纹扩展路径与 BBPD 模拟的基本吻合。由图 12(c)、13(c)可以看出，裂纹 1 的左端和裂纹 3 的右端裂纹扩展路径与水平方向夹角均为 0° ，裂

纹 1 的右端和裂纹 3 的左端裂纹扩展路径与预制裂纹 2 两端裂纹扩展路径呈现交汇趋势，由上述 4 个端点扩展出来的裂纹路径均相互平行，但其中 BBPD 模拟结果中裂纹路径与水平方向夹角为 20° ，而 FCBM-BBPD 模拟结果中裂纹路径与水平方向夹角为 23° 。造成两者角度不同的可能原因有：两种方法采用了不同的预制裂纹方式，传统近场动力学采用“剪除”裂纹面上下层粒子的连接键(相互作用)来生成预制裂纹，而卷积近场动力学则是通过删除 δ 厚度的粒子来预制裂纹，如图 14 所示。当裂纹扩展方向水平或竖直时，两种方法模拟的结果没有差别，但当裂纹扩展方向发生偏移时，由于卷积近场动力学裂纹尖端比传统近场动力学裂纹尖端多了一层 δ 厚度的质点，两种方法模拟的裂纹路径会产生些许偏差。

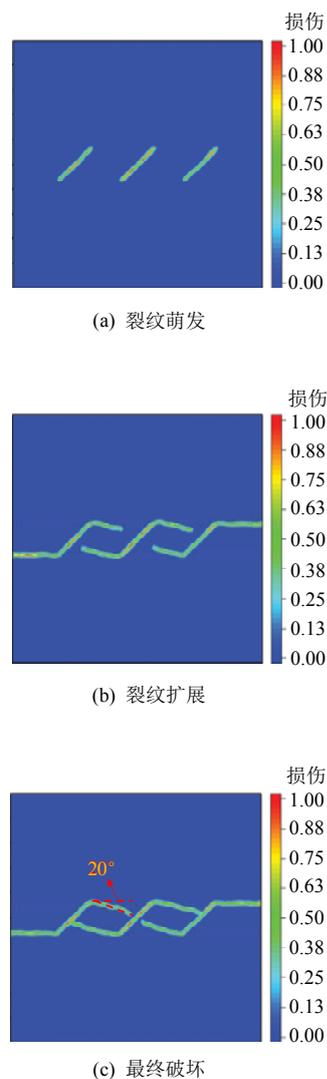


图 12 BBPD 模拟算例 3 损伤云图^[39]

Fig.12 Damage nephograms of example 3 simulated by BBPD^[39]

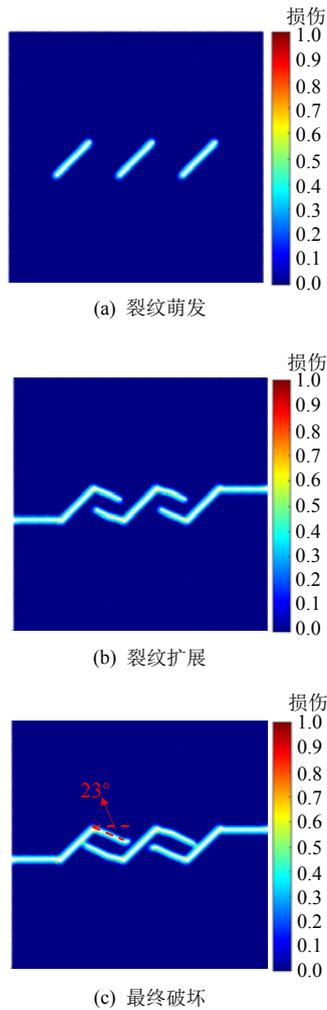


图 13 FCBM-BBPD 模拟算例 3 损伤云图
Fig.13 Damage nephograms of example 3 simulated by FCBM-BBPD

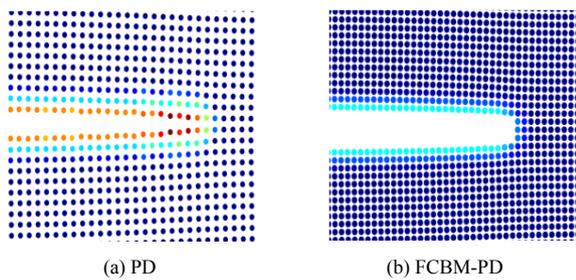


图 14 预制裂纹方法
Fig.14 Methods of prefabricating cracks

由图 15、16 可知，FCBM-BBPD 模拟的算例 4 的裂纹扩展路径与 BBPD 模拟基本吻合。在裂纹 1 的左端和裂纹 3 的右端到达方板的两垂直边缘前，裂纹 2 均先扩展到与裂纹 1 和裂纹 3 相连接，然后停止开裂（见图 15(b)、16(b)）。随后，裂纹 1 和裂纹 3 另一端裂纹继续扩展，直至裂纹 1 的左端和裂纹 3 的右端到达方板的边界（见图 15(c)、16(c)）。

由于两种方法采用了不同的预制裂纹方式，导致两种方法模拟方板最终的破坏结果在 3 条裂纹交汇处略有不同（如图 15、16 红框所示），而这一现象通过加密质点数可以得到较好地解决。将 X、Y 方向的粒子数分别加密 1 倍，加密后模拟的裂纹路径如图 17 所示。由图可知，加密后卷积近场动力学模拟方板的裂纹扩展趋势与传统近场动力学的模拟结果是基本一致的。

综上所述，本节所提前处理方法能够很好地适用于卷积近场动力学计算程序，且基于该前处理方法获得的模拟结果能够较好地模拟含多条预制裂纹模型的裂纹扩展情况。

5 随机裂纹扩展的卷积近场动力学模拟

5.1 含宽度随机裂纹建模方法

真实的岩土类材料中的裂隙分布极其复杂，裂隙的产生与分布受到岩土材料内各种复杂因素的耦

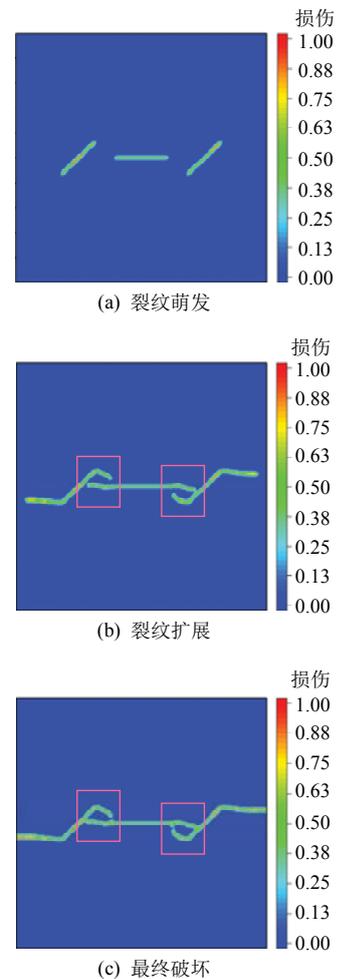


图 15 BBPD 模拟算例 4 损伤云图^[39]
Fig.15 Damage nephograms of example 4 simulated by BBPD^[39]

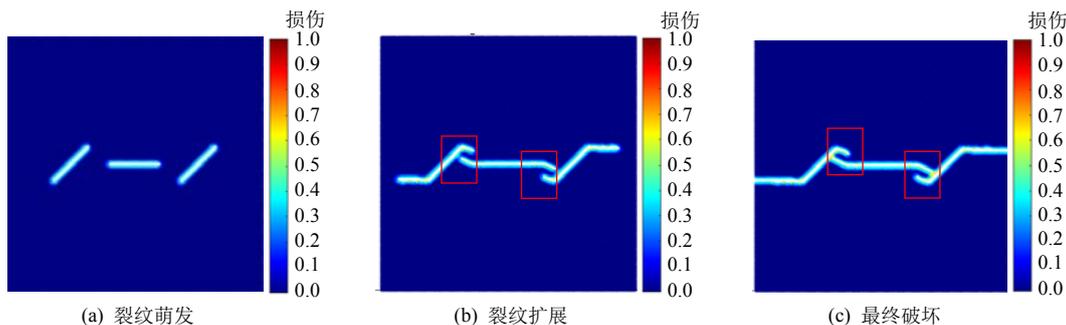


图 16 FCBM-BBPD 模拟算例 4 损伤云图 (处理前)

Fig.16 Damage nephograms of example 4 simulated by FCBM-BBPD (before processing)

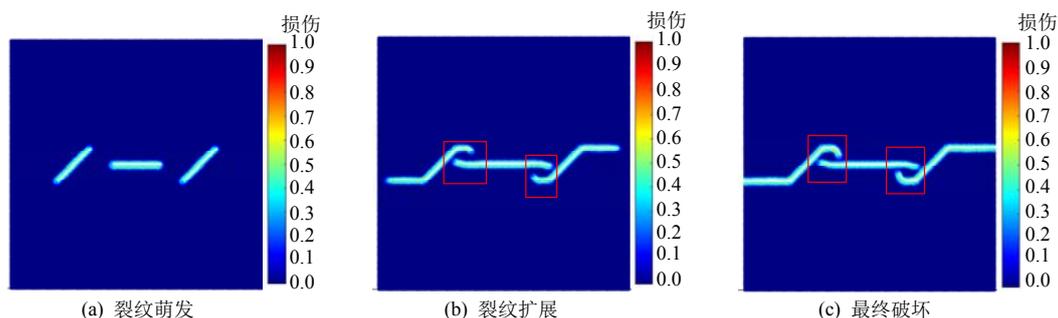


图 17 FCBM-BBPD 模拟算例 4 损伤云图 (处理后)

Fig.17 Damage nephograms of example 4 simulated by FCBM-BBPD (after processing)

合作用，具有强随机性，故真实岩石内部的裂纹分布形式往往是一种随机分布。对于随机裂纹模型的建立，目前大多数学者采用 COMSOL Multiphysics 商业软件^[40]。该软件内嵌可生成随机裂纹网络的插件，但该插件只能生成无宽度的随机裂缝，无法直接运用于卷积近场动力学方法中进行求解。基于此，本节提供了一种含裂纹宽度的随机裂纹建模思路，即利用 LiveLink for MATLAB 扩展 COMSOL 的建模功能。生成随机裂纹的算法流程如图 18 所示。

本算法利用 COMSOL 建模命令 `square (block)` 生成矩形（长方体）用于模拟二维（三维）裂纹，裂纹宽度（厚度）固定为 δ ，用于消除裂纹面两侧质点的相互作用；利用 MATLAB 随机数命令将裂纹的长度、中心坐标及裂纹倾角设置为随机分布；通过 MATLAB 中 `for` 语句和 `if` 语句判断每条生成的裂纹是否位于岩石内部，仅保留位于岩石内部的裂纹；最终通过嵌套 MATLAB `while` 循环语句判断裂纹的生成与终止，终止的条件是裂纹面积分数（裂纹面积与岩石面积的比值）或裂纹体积分数（裂纹体积与岩石体积的比值）大于等于裂隙率。该算法解决了 COMSOL Multiphysics 软件自带随机裂纹生成插件所生成的无宽度裂纹不能直接运用于卷积近场动力学计算程序的问题。图 19 为使用本方法生成的一个二维随机裂纹模型。

本方法简单易操作且无须计算裂纹各个顶点的空间坐标，很好地解决了 DFN 方法生成复杂三维裂缝网络复杂度高、计算成本大的问题。但是该方法只是一种简单的随机裂纹建模方法，目前仅能模

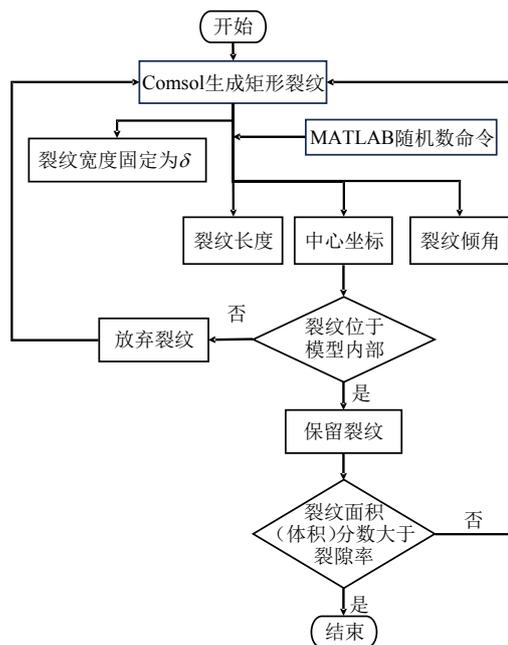


图 18 含宽度随机裂纹建模算法流程图

Fig.18 Flow chart of modeling algorithm for random cracks with width

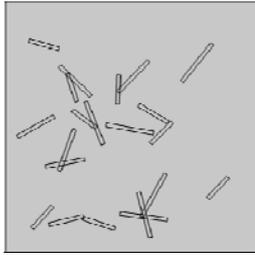


图 19 随机裂纹二维模型
Fig.19 2D model with random cracks

拟裂纹的随机分布和交叉,与 DFN 法相同,对随机裂缝的模拟采用了均匀假设^[41],用矩形来模拟裂缝,因此无法用于生成复杂的裂隙系统。

5.2 二维随机裂纹试件扩展模拟

用上述建模方法生成一个二维随机裂纹试件,对其进行裂纹扩展模拟。试件几何尺寸与受载形式如图 20 所示。材料属性与算例 3 一致。 X 方向质点数量 $N_x = 206$, Y 方向质点数量 $N_y = 206$, 近场半径 $\delta = 0.754$ mm, 计算域和周期域之间的间隔 $e = 0.75$ mm。时间步长 $\Delta t = 2 \times 10^{-8}$ s, 总时间步数为 3 000 步, 荷载 $p_1 = 16.2$ MPa。

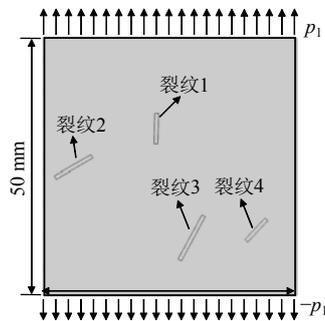


图 20 含随机裂纹受拉平板(算例 5)
Fig.20 Plate with random cracks under tension
(example 5)

由图 20 可知,该算例包含了 4 条长短、位置、倾角均不同的随机裂纹,分别用传统近场动力学和卷积近场动力学进行计算,模拟结果如图 21 所示。由图可知,两种计算方法得到基本一致的裂纹扩展路径,即在张拉过程中裂纹 1 基本不发生扩展,裂纹 2 两端裂纹延展至板左右两侧,裂纹 3 上端和裂纹 4 下端裂纹扩展并交汇,最终在板中间和下部形成两条贯通的裂纹。相同的时间步下,传统近场动力学模拟结果中,板中间的裂纹并未完全贯通。这是因为两种方法采用了不同的损伤模型,如 2.2 节所述,当某质点的应变能密度达到临界应变能密度

后,该质点完全损伤,即一次性失去所有的连接键,这也意味着在裂纹区域将会出现一个局部损伤为 1 的质点层,而传统近场动力学模拟的裂纹区域只有较少质点局部损伤达到 1。这说明在相同的荷载及材料属性情况下,传统近场动力学往往需要更多的时间步才能获得与卷积近场动力学一致的裂纹路径。而裂纹 3、4 交汇处裂纹路径的不同则是采用不同的预制裂纹方法所致。

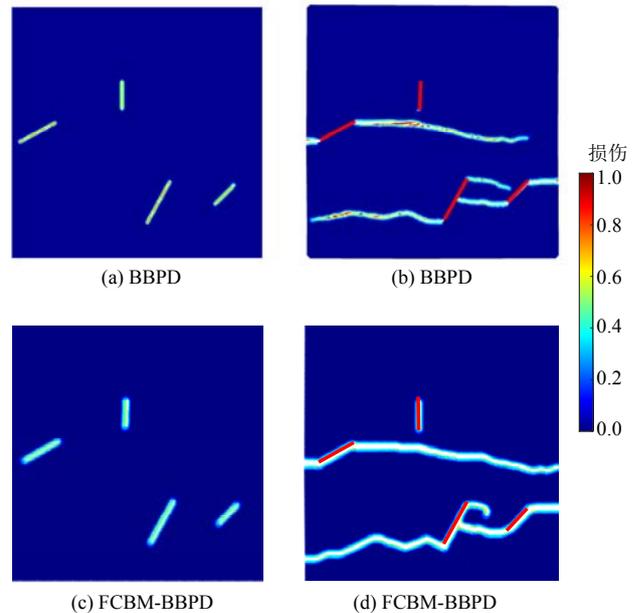


图 21 BBPD 和 FCBM-BBPD 模拟算例 5 损伤云图
Fig.21 Damage nephograms of example 5 simulated
by BBPD and FCBM-BBPD

5.3 三维随机裂纹试件扩展模拟

使用相同的方法生成一个三维随机裂纹模型,模型几何尺寸如图 22 所示。材料参数:杨氏模量为 192 GPa,泊松比为 1/4,密度为 8 000 kg/m³,临界能量释放率为 829 118.5 J/m²。近场动力学及时间积分参数: X 方向质点数量 $N_x = 212$, Y 方向质点数量 $N_y = 224$, Z 方向质点数量 $N_z = 30$, 近场半径 $\delta = 1.5075$ mm, 计算域和周期域之间的间隔 $e = 1.5$ mm, 时间步长 $\Delta t = 5 \times 10^{-8}$ s, 总时间步数为 1 400 步。向板两端厚度为 δ 的虚拟体积层施加大小为 5.51 m/s 方向相反的速度荷载,模拟结果如图 23 所示。由图 23(b)可知,裂纹首先在靠近荷载端且裂纹交错复杂处发生扩展,即图 22 中的区域 2~7;然后区域 2、3 裂纹贯通并向区域 1 处扩展,区域 4 处裂纹向板右侧边缘水平扩展,区域 5~7 裂纹相互扩展贯通,形成了上、中、下 3 条主裂缝。由图 23(c)可知,最终发生破坏时,上、中两条主裂纹发生贯

通，板中央裂纹并未发生扩展。

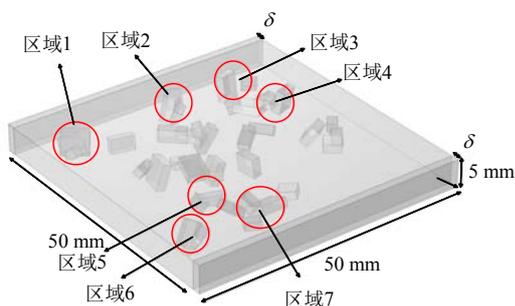


图 22 含随机裂纹受拉长方体板 (算例 6)

Fig.22 Rectangular plate with random cracks under tension (example 6)

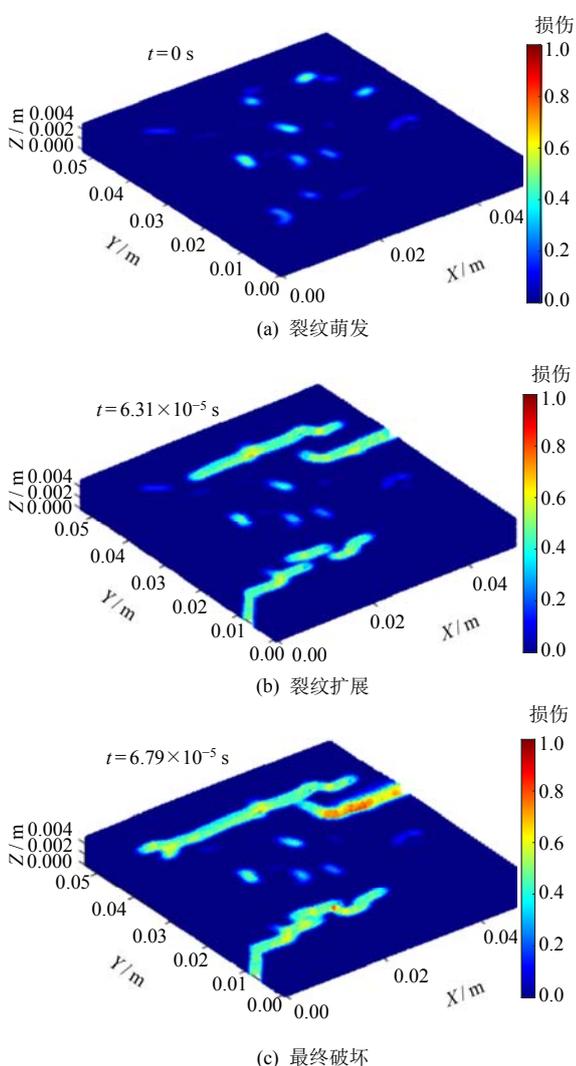


图 23 FCBM-BBPD 模拟算例 6 损伤云图

Fig.23 Damage nephograms of example 6 simulated by FCBM-BBPD

综上所述，本节基于卷积近场动力学的前处理方法提出一个简单高效的含宽度随机裂纹建模方法，通过算例验证，证明了该方法的可行性。

6 结 论

(1) 本文介绍了一种用于解决近场动力学 (PD) 问题的新方法卷积近场动力学 (FCBM-PD)，通过对比 FCBM-BBPD、BBPD 与有限元方法证明了卷积近场动力学求解准静态问题和动态问题的准确性。同时通过对比 FCBM-BBPD 与 BBPD 在相同质点数下的计算时间，证明了卷积近场动力学算法能够显著降低传统近场动力学算法的计算时间。高效的计算效率使得该方法在求解大规模裂纹扩展问题的中极具优势。

(2) 基于卷积近场动力学算法，本文提出了一套简单高效的前处理方法。借助该方法用 FCBM-BBPD 计算了两个含 3 条预制裂纹的受拉平板算例，并与 BBPD 模拟结果进行对比，对比结果证明了所提前处理方法的可行性，同时也进一步验证了用卷积近场动力学方法模拟多条预制裂纹模型裂纹扩展的可行性。该方法解决了卷积近场动力学算法建立复杂模型的难题，进一步推广了卷积近场动力学在大规模工程中的应用。

(3) 本文提出了一个含宽度随机裂纹的建模方法，克服了 COMSOL Multiphysics 自带的随机裂纹生成插件所生成的无宽度随机裂纹不能直接运用于卷积近场动力学中计算的缺点，解决了 DFN 方法生成复杂三维裂缝网络复杂度高、计算成本大的问题。利用该建模方法生成二维与三维随机裂纹模型，并用 FCBM-BBPD 对模型进行了计算。通过二维算例验证了卷积近场动力学算法求解随机裂隙网络演化的可行性，为卷积近场动力学方法模拟大规模的复杂三维随机裂纹扩展应用提供了新的途径。

参 考 文 献

[1] 马鹏飞, 李树忱, 袁超, 等. 基于 SED 准则的近场动力学及岩石类材料裂纹扩展模拟[J]. 岩土工程学报, 2021, 43(6): 1109-1117.
 MA Peng-fei, LI Shu-chen, YUAN Chao, et al. Simulation of crack expansion in rock-like materials by peridynamics based on SED criterion[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2021, 43(6): 1109-1117.

[2] ZHOU Z, LI Z, GAO C, et al. Peridynamic micro-elastoplastic constitutive model and its application in the failure analysis of rock masses[J]. **Computers and Geotechnics**, 2021, 132: 104037.

[3] KOLDITZ O. Modelling flow and heat transfer in

- fractured rocks: conceptual model of a 3-D deterministic fracture network[J]. **Geothermics**, 1995, 24(3): 451-470.
- [4] BERKOWITZ B. Characterizing flow and transport in fractured geological media: a review[J]. **Advances in Water Resources**, 2002, 25(8): 861-884.
- [5] CACCIARI P P, FUTAI M M. Mapping and characterization of rock discontinuities in a tunnel using 3D terrestrial laser scanning[J]. **Bulletin of Engineering Geology and the Environment**, 2016, 75(1): 223-237.
- [6] DERSHOWITZ W S, EINSTEIN H H. Characterizing rock joint geometry with joint system models[J]. **Rock Mechanics and Rock Engineering**, 1988, 21(1): 21-51.
- [7] NORDQVIST A W, TSANG Y W, TSANG C F, et al. A variable aperture fracture network model for flow and transport in fractured rocks[J]. **Water Resources Research**, 1992, 28(6): 1703-1713.
- [8] SNOW D T. A parallel plate model of fractured permeable media[D]. Berkeley: University of California, 1965.
- [9] BAECHER G B, LANNEY N A. Trace length biases in joint surveys[C]//19th U.S. Symposium on Rock Mechanics (USRMS). Reno, Nevada: [s. n.], 1978: ARMA-78-0080.
- [10] LONG J C S, REMER J S, WILSON C R, et al. Porous media equivalents for networks of discontinuous fractures[J]. **Water Resources Research**, 1982, 18(3): 645-658.
- [11] 李乐, 李克非. 含随机裂纹网络孔隙材料渗透率的逾渗模型研究[J]. **物理学报**, 2015, 64(13): 316-326.
LI Yue, LI Ke-fei. Permeability of cracked porous solids through percolation approach[J]. **Acta Physica Sinica**, 2015, 64(13): 316-326.
- [12] 赵毅功, 张小艳, 李泽, 等. 随机微裂纹对岩石宏观裂纹扩展的影响规律研究[J]. **工程力学**, 2024, 41(11): 103-115.
ZHAO Yi-gong, ZHANG Xiao-yan, LI Ze, et al. Effect of random microcracks on macroscopic crack propagation in rock[J]. **Engineering Mechanics**, 2024, 41(11): 103-115.
- [13] WANG L, CHEN W, TAN X, et al. Numerical investigation on the stability of deforming fractured rocks using discrete fracture networks: a case study of underground excavation[J]. **Bulletin of Engineering Geology and the Environment**, 2020, 79(1): 133-151.
- [14] 赵俞成. 软土地层中的裂缝扩展与相互作用数值研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2021.
ZHAO Yu-cheng. Numerical study on crack extension and interaction in soft ground layer[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2021.
- [15] LIU F S. Modeling hydraulic fracture propagation in permeable media with an embedded strong discontinuity approach[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 2020, 44(12): 1634-1655.
- [16] LIU F S, GORDON P, MEIER H, et al. A stabilized extended finite element framework for hydraulic fracturing simulations[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 2016, 41(5): 654-681.
- [17] 王璐, 徐绯, 杨扬. 完全拉格朗日 SPH 在冲击问题中的改进和应用[J]. **力学学报**, 2022, 54(12): 3297-3309.
WANG Lu, XU Fei, YANG Yang. Improvement of the total Lagrangian SPH and its application in impact problems[J]. **Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics**, 2022, 54(12): 3297-3309.
- [18] 乔丕忠, 张勇, 张恒, 等. 近场动力学研究进展[J]. **力学季刊**, 2017, 38(1): 1-13.
QIAO Pi-zhong, ZHANG Yong, ZHANG Heng, et al. A review on advances in peridynamics[J]. **Chinese Quarterly of Mechanics**, 2017, 38(1): 1-13.
- [19] 程章. 超固结黏土地层裂缝起裂与扩展研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2022.
CHENG Zhang. Research on crack initiation and extension of ultra-consolidated clay strata[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2022.
- [20] 周建, 尚肖楠, 刘福深, 等. 倾斜临空面下隧道掘进机滚刀贯入破岩研究[J]. **岩土力学**, 2024, 45(增刊 1): 705-714.
ZHOU Jian, SHANG Xiao-nan, LIU Fu-shen, et al. Incline free-surface rock fragmentation caused by disc cutters of tunnel boring machine[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2024, 45(Suppl.1): 705-714.
- [21] 黄丹, 章青, 乔丕忠, 等. 近场动力学方法及其应用[J]. **力学进展**, 2010, 40(4): 448-459.
HUANG Dan, ZHANG Qing, QIAO Pi-zhong, et al. A review on peridynamics (PD) method and its applications[J]. **Advances in Mechanics**, 2010, 40(4): 448-459.
- [22] SILLING S A, LEHOUCQ R B. Peridynamic theory of solid mechanics[M]//Advances in applied mechanics. Amsterdam: Elsevier, 2010: 73-168.
- [23] BOBARU F, FOSTER J T, GEUBELLE P H, et al. Handbook of peridynamic modeling[M]. Boca Raton: CRC Press, 2016.

- [24] 周建, 尚肖楠, 刘福深, 等. 利用近场动力学方法模拟隧道掘进机滚刀三维贯入破岩[J]. 岩土力学, 2023, 44(9): 2732-2743, 2756.
ZHOU Jian, SHANG Xiao-nan, LIU Fu-shen, et al. Numerical simulation of three-dimensional rock fragmentation by disc cutters of tunnel boring machine using peridynamics[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2023, 44(9): 2732-2743, 2756.
- [25] SHANG X, ZHOU J, LIAO X, et al. Peridynamics simulation of TBM cutting process in soft and hard composite strata with a simplified loading scheme[J]. **Computers and Geotechnics**, 2024, 171: 106387.
- [26] SHANG X, ZHOU J, LIU F, et al. A peridynamics study for the free-surface-assisted rock fragmentation caused by TBM disc cutters[J]. **Computers and Geotechnics**, 2023, 158: 105380.
- [27] D'ELIA M, LI X, SELESON P, et al. A review of local-to-nonlocal coupling methods in nonlocal diffusion and nonlocal mechanics[J]. **Journal of Peridynamics and Nonlocal Modeling**, 2022, 4(1): 1-50.
- [28] ZACCARIOTTO M, MUDRIC T, TOMASI D, et al. Coupling of FEM meshes with peridynamic grids[J]. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, 2018, 330: 471-497.
- [29] HU W, WANG Y, YU J, et al. Impact damage on a thin glass plate with a thin polycarbonate backing[J]. **International Journal of Impact Engineering**, 2013, 62: 152-165.
- [30] ZHANG G, GAZONAS G A, BOBARU F. Supershear damage propagation and sub-Rayleigh crack growth from edge-on impact: a peridynamic analysis[J]. **International Journal of Impact Engineering**, 2018, 113: 73-87.
- [31] JAFARZADEH S, MOUSAVI F, LARIOS A, et al. A general and fast convolution-based method for peridynamics: applications to elasticity and brittle fracture[J]. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, 2022, 392: 114666.
- [32] 朱其志, 倪涛, 赵伦洋, 等. 岩石类材料裂纹扩展贯通的近场动力学方法模拟[J]. 岩石力学与工程学报, 2016, 35(增刊 2): 3507-3515.
ZHU Qi-zhi, NI Tao, ZHAO Lun-yang, et al. Simulations of crack propagation in rock-like materials using peridynamic method[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2016, 35(Suppl.2): 3507-3515.
- [33] 马鹏飞, 李树忱, 周慧颖, 等. 岩石材料裂纹扩展的改进近场动力学方法模拟[J]. 岩土力学, 2019, 40(10): 4111-4119.
MA Peng-fei, LI Shu-chen, ZHOU Hui-ying, et al. Simulations of crack propagation in rock-like materials using modified peridynamic method[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2019, 40(10): 4111-4119.
- [34] MADENCI E, OTERKUS E. Peridynamic theory and its applications[M]. New York: Springer, 2014.
- [35] JAFARZADEH S, MOUSAVI F, WANG L Z, et al. PeriFast/dynamics: a MATLAB code for explicit fast convolution-based peridynamic analysis of deformation and fracture[J]. **Journal of Peridynamics and Nonlocal Modeling**, 2024, 6: 33-61.
- [36] NIAZI S, CHEN Z, BOBARU F. Crack nucleation in brittle and quasi-brittle materials: a peridynamic analysis[J]. **Theoretical and Applied Fracture Mechanics**, 2021, 112: 102855.
- [37] SILLING S A, ASKARI E. A meshfree method based on the peridynamic model of solid mechanics[J]. **Computers & Structures**, 2005, 83(17-18): 1526-1535.
- [38] KILIC B, MADENCI E. An adaptive dynamic relaxation method for quasi-static simulations using the peridynamic theory[J]. **Theoretical and Applied Fracture Mechanics**, 2010, 53(3): 194-204.
- [39] ZHOU Z, YU M, WANG X, et al. Peridynamic study on fracture mode and crack propagation path of a plate with multiple cracks subjected to uniaxial tension[J]. **Computer Modeling in Engineering & Sciences**, 2023, 137(3): 2593-2620.
- [40] WANG P T, MA C, ZHANG B, et al. Development of an improved three-dimensional rough discrete fracture network model: method and application[J]. **International Journal of Mining Science and Technology**, 2023, 33(12): 1469-1485.
- [41] ROSTAMI S, BOUKADI F, BODAGHI M, et al. Review of embedded discrete fracture models: concepts, simulation and pros & cons[J]. **Petroleum & Petrochemical Engineering Journal**, 2023, 7(2): 1-15.