

# 一种载人小行星探测轨道优化设计方法\*

甘庆波<sup>1†</sup> 张 扬<sup>1</sup> 朱正帆<sup>1,2</sup> 韩威华<sup>1,3</sup> 董 鑫<sup>1</sup>

(1 中国科学院光电研究院 北京 100094)

(2 中国科学院大学 北京 100049)

(3 北京航天飞行控制中心 北京 100094)

**摘要** 给出了一种基于变比冲核电推进载人飞船探测小行星的轨道优化设计方法. 首先基于双脉冲单圈Lambert轨道转移, 对地球出发段和返回段进行搜索剪枝, 再从两个可行区域中优选最佳飞行路径. 设定“推进-滑行-推进”的分段飞行策略, 以工质消耗最少为指标, 利用混合法优化核电推进飞行轨迹, 最后以分段优化参数为初值, 基于整体任务约束将全飞行过程转化为非线性优化问题, 将各飞行段进行拼接, 获得整体参数优化解, 并给出了数值和图形结果.

**关键词** 天体力学, 地球, 航天器, 小行星: 普通, 方法: 数值

**中图分类号:** P173; **文献标识码:** A

## 1 引言

小行星是21世纪深空探测活动的重要目标, 开展小行星探测与地球关系最密切, 具有重要的科学意义. 文献[1]全面分析了小行星探测的意义和价值: (1) 研究小行星轨道演化以避免潜在的撞击事件; (2) 小行星碰撞对地球生命的影响; (3) 太阳系小行星的成因与演化历史; (4) 小行星母体内部的熔融分异机制; (5) 建立小行星与陨石之间的直接联系; (6) 探索新的太阳系原始物质; (7) 探索小行星与地球生命起源的关系; (8) 为行星形成以及恒星演化提供线索; (9) 获取太空资源; (10) 实验和开发航天技术.

小行星探测活动方兴未艾, 1991年Galileo在飞往木星的旅途中顺便探测了Gaspra, 1993年又飞越了Ida, 精确测量了两颗小行星的自转周期、形状、大小、表面陨石坑状况等. 1996年发射的“近地小行星交会”(NEAR)探测器, 揭开了小行星深空探测的新纪元, 2000年2月14日开始NEAR对爱神星(433 Eros)展开了为期12个月的绕飞探测, 测量了Eros的大小、形状、质量、质量分布、重力、磁场、化学成分与分布等特性. 2005年日本的Hayabusa探测器与小行星Itokawa交会, 并成功采样返回. 2007年9月美国发射了Dawn探测器, 专门探测“谷神星”(Ceres)和“灶神星”(Vesta). 美国的ANTS (Autonomous Nano-Technology Swarm)计划在2020年前后发射多个主带小行星探测器. 我国的嫦娥2号(CE-2)卫星于2012年12月13日近距离飞越探测了Toutatis小行星,

2014-03-28收到原稿, 2014-08-14收到修改稿

\*国家自然科学基金项目(11303029)资助

†qbo.gan@aoe.ac.cn

并对其进行了光学成像<sup>[2]</sup>, 为未来我国小行星深空探测奠定了技术基础. 相关研究方面, 夏炎等<sup>[3-4]</sup>面向主带小行星研究了多目标多任务的可接近性以及实现路径, Cui等<sup>[5]</sup>则设想我国未来的首个小天体探测任务, 提出了“一探三”探测方案, 陈杨等<sup>[6]</sup>则对近地小行星探测任务给出了备选目标近地小行星并设计了电推进优化轨道.

近年来, 欧美等航天部门制定了载人火星、载人星际航行等计划, 载人小行星探测也将使未来小行星探测成为可能, 由于人的存在, 探测任务必须考虑人的基本生活、任务返回、周期较短等因素. 常规的电推进推力较小, 对几十吨量级的飞行器存在应用局限, 因而核电的推进方式被重新重视. 19世纪末20世纪初, 齐奥尔科夫斯基在其著作中指出了利用原子核分解的能量作为火箭动力实现人类星际航行. 1963年钱学森先生在其《星际航行概论》中系统地介绍了原子能火箭(核推进)的构造, 分析了原子能火箭相对于电火箭(电推进)的优势, 指出核电推进以快见长, 短期(1~2 yr)的星际航行任务在有效载重方面更具有优势<sup>[7]</sup>; 美国在60年代也曾进行了核动力火箭研究计划Orion<sup>[8]</sup>. 2009年俄罗斯拨款研究核电推进火箭实现火星航行<sup>1</sup>; NASA 2013年也提出了利用混合核动力火箭的未来空间探测远景计划<sup>2</sup>. 可见核电推进在未来空间探测, 特别是近地载人小行星探测、大型飞行器的航行任务、载人火星探测中具有应用潜力.

为了推进国际深空探测研究, 特别是空间探测任务的创新, 欧空局于2005年举办了第1届全局轨道优化竞赛<sup>3</sup> (GTOC, Global Trajectory Optimization Competition), 至今已举办了7届. 2009年, 中国力学学会和清华大学共同发起了第1届全国深空轨道设计竞赛 (CTOC, Chinese Trajectory Optimization Competition), 宗旨是为我国未来的深空探测、星际航行奠定理论和技术基础, 迄今已经举办了6届, 吸引了国内涵盖航天、天文、数学物理专业的高校及其研究团队参与, 在优化方法、探索目标、组织模式上都有突破. 近年来, 国内外的深空竞赛题目也越来越注重小行星探测采样返回等任务轨道的优化设计, 如最近的CTOC5&6是关于近地小行星的探测或采样, GTOC7面向的是主带小行星的多目标多任务探测轨道优化设计问题. 本文基于第5届CTOC任务场景及约束对设计方法进行了验证.

## 2 探测任务场景假设

飞行器将于规定时间窗口(2035年1月1日至2065年12月31日)中的任意时刻从地球出发, 出发时刻认为飞行器的日心位置和速度在误差允许范围内与地球相同. 从主办方提供的小行星中任意选择2颗不同的目标依次交会. 交会时飞行器的日心位置和速度在允许的误差范围内与交会目标相同, 驻留时间不得小于规定的最小驻留时间(10 d). 从每颗小行星离开时刻飞行器均释放前期生活废弃物(注: 包括驻留期间的废弃物, 假设消耗品全部转化为废弃物). 从第2颗小行星出发时, 释放一个质量6.7 t的小行星探测器. 探测第2颗小行星后返回地球, 要求飞行器的位置在允许的误差范围内与地球相同, 相对地球速度小于5 km/s. 返回地球时剩余质量不少于36 t, 所有飞行任务必须在5 yr内完

<sup>1</sup><http://www.csmonitor.com/world/global-news/2009/1029/Russian-to-ride-a-nuclear-powered-spacecraft-to-mars.html>

<sup>2</sup><http://www.space.com/21519-nasa-rocket-space-exploration.html>

<sup>3</sup><http://www.esa.int/gsp/ACT/mad/op/GTOC/index.html>

成. 指标函数为:

$$m_{\text{REENTRY}} + m_{\text{LIFE}} + m_{\text{PL}} = m_0 - m_{\text{EXP}} - m_{\text{CONSUMPTION}} - km_{\text{FUEL}}, \quad (1)$$

其中 $m_0$ 为飞行器初始质量,  $m_{\text{EXP}}$ 为小行星探测器质量,  $m_{\text{CONSUMPTION}}$ 为生活消耗品质量, 包括水、食物等, 按20 kg/d计算,  $m_{\text{FUEL}}$ 为飞行消耗的工质质量,  $k$ 为考虑储罐质量的常系数, 取 $k = 1.15$ ,  $m_{\text{REENTRY}} + m_{\text{LIFE}} + m_{\text{PL}}$ 为返回舱质量+生活舱质量+有效载荷质量, 不小于36 t. 第1性能指标为最小化飞行器初始质量, 即

$$J = m_0. \quad (2)$$

若第1性能指标相同, 则结束任务时总时间小者为优. 飞行器的推进系统可以采用以下3种方式中的一种: (1) 核电推进模式一: 有限推力的核电推进, 推进比冲5 000 s, 推力大小为常值91.7 N, 推力方向需要优化选取, 电推进发动机可任意开启和关闭; (2) 核电推进模式二: 有限推力的核电推进, 推力 $T$ 、比冲 $I_{\text{sp}}$ 和输入功率 $P$ 满足关系式 $T = \frac{2\eta P}{I_{\text{sp}}g_e}$ , 其中 $\eta$ 为推进效率, 设为0.75;  $g_e$ 为地球海平面的重力加速度; 推进比冲可以在4000~10000 s范围内任意选择; 输入功率 $P$ 为常值3 MW ( $1 \text{ M}=10^6$ ). 推力大小、比冲和推力方向需要优化选取, 电推进发动机可任意开启和关闭; (3) 大推力的化学推进: 推进比冲500 s, 每次推进简化为瞬时速度脉冲, 每次速度脉冲的大小和方向需要优化选取, 施加速度脉冲的时刻和次数没有限制. 任务约束见附录.

### 3 设计思路与方法

两种核电推进方式比冲相差较大, 第2种是变比冲的方式, 变比冲最大值 (推进方式二) 是固定比冲 (推进方式一) 的2倍, 因此首选变比冲推进方式. 指标函数由两个主要因素决定: 飞行时间和工质消耗, 飞行时间决定了生活资料的质量, 工质则决定了储罐的质量. 主办方给出了791颗近地小行星在某一历元时刻的Kepler根数, 其轨道周期都接近于地球公转周期 (365.25 d), 任务跨度31 yr, 任务约束5 yr, 因此可以初步判断, 在一个地球回归周期内可以完成两颗小行星探测任务, 生活消耗品质量不超过7 t. 再者, 基于Lambert估计的脉冲总幅值应该在10 km/s附近, 由齐奥尔科夫斯基理想火箭方程, 火箭工质消耗 $\Delta m$ 表示为:

$$\Delta m = m_0 - m_0 \exp\left(\frac{-\Delta v}{g_e I_{\text{sp}}}\right), \quad (3)$$

其中 $\Delta v$ 为火箭冲量. 由以上分析, 工质损耗和储罐总和在7 t左右, 再加上6.7 t的探测器质量和最少36 t的返回质量, 因此预估出发时飞行器质量在50~60 t之间. 从任务描述上可知, 全任务段可以分为5个飞行段, 其中3个有动力飞行段, 2个伴飞小行星段. 且任务区间达到了31 yr, 通过穷举的方式进行搜索计算量庞大, 不太可取. 如果采用网格顺序搜索, 每段设置 $N \times K$ 网格点, 第1段复杂度 $N \times K \times 791$ , 顺序搜索第2段复杂度 $(N \times K \times 791) \times (K \times K \times 790)$ , 第3段则为 $(N \times K \times 791) \times (K \times K \times 790) \times K$ , 计算量也庞大, 最优解也容易丢失. 因此, 本文将基于Lambert转移轨道理论分段计算双脉冲转移轨道, 分别筛选地球出发段和返回地球段的可行飞行序列, 确定较优的小行星目标序列、出发时间窗口和返回时间窗口, 然后综合确定最佳飞行路径, 大大降低了计算复杂度. 最后基于核电推进器原理, 对双脉冲结果的飞行轨迹进行整体优化.

## 4 基于Lambert双脉冲的路径筛选

深空轨道设计通常已知起始点状态 $(t_0, \mathbf{r}_0, \mathbf{v}_0)$ 与终端状态 $(t_f, \mathbf{r}_f, \mathbf{v}_f)$ , 求解双脉冲Lambert转移轨道的初末端速度脉冲. Lambert定理: 飞行器轨道转移时间仅由轨道半长轴 $a$ 、初始点的引力中心距离之和 $r_0 + r_f$ 以及初末端点弦长 $c$ 决定<sup>[9]</sup>. 可以表示为:

$$\sqrt{\mu}(t_f - t_0) = F(a, r_0 + r_f, c), \quad (4)$$

其中 $\mu$ 为中心天体引力常数. 一般有单圈转移和多圈转移两种情况, 由于飞行器质量约束, 其中包括生活资料的消耗, 多圈转移不适用于本问题, 因此可以将问题简化为单圈双脉冲Lambert转移轨道求解问题给出初次目标筛选结果. Lambert求解过程本文不再赘述, 可参考文献[9].

### 4.1 地球出发交会第1颗小行星筛选

由以上的分析, 设定了初始的质量为55 t, 进行双脉冲轨道转移的网格搜索, 指标函数为最小消耗质量, 包括了生活消耗和工质消耗:

$$\begin{aligned} \Delta m_{\text{total}} &= 20(t_f - t_0) + m_{\text{FUEL}}, \\ m_{\text{FUEL}} &= m_0 - m_0 \exp\left(\frac{-(\Delta v_1 + \Delta v_2)}{g_e I_{\text{sp}}}\right), \end{aligned} \quad (5)$$

$20(t_f - t_0)$ 为生活消耗质量, 采用齐氏方程估算,  $\Delta v_1$ 与 $\Delta v_2$ 分别是双脉冲前后两次的速度脉冲. 以简化儒略日MJD64328为起点, MJD75651为末端, 10 d间隔, 最小飞行10 d, 最长180 d进行网格搜索. 在每个时间网格点, 飞行器从地球出发交会791颗小行星, 记录在一定阈值内的 $\Delta m_{\text{total}}$ 值, 得到质量消耗分布等高曲线, 如图1, 图中显示有一个极小区域, 放大该区域, 如图2. 分析发现此区域为地球到小行星2000 SG344的飞行路径, 从地球出发, 不到20 d就能交会2000 SG344, 总质量消耗1 t左右, 是一个理想的飞行路径, 出发历元是MJD72480附近.

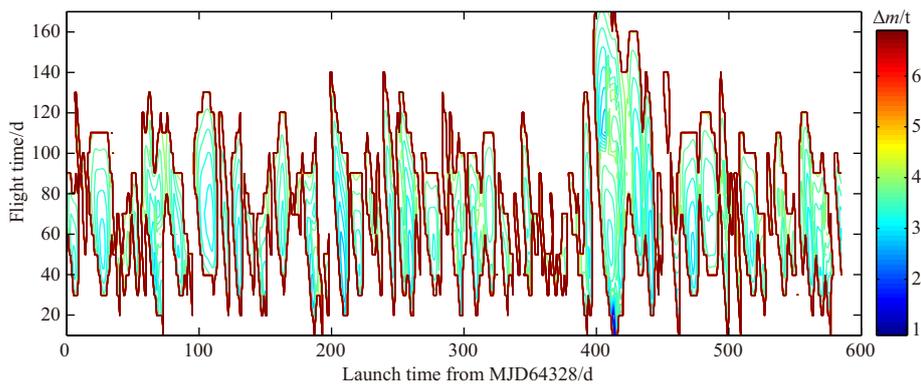


图1 交会第1颗小行星消耗质量等高曲线

Fig. 1 The contour of consumption when rendezvousing the first asteroid

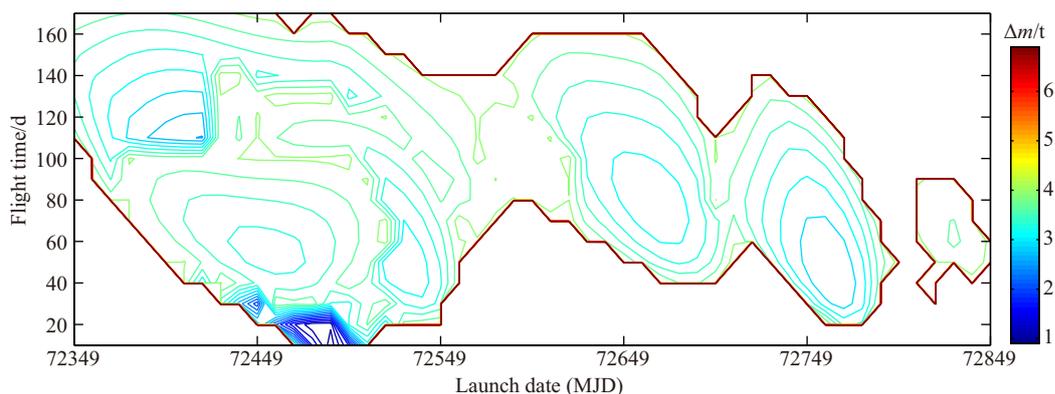


图 2 交会第1颗小行星最省的消耗区域

Fig. 2 The minimal region of consumption when rendezvousing the first asteroid

#### 4.2 返回地球段

结束对第2颗小行星的探测, 飞行器抛出6.7 t的探测器后返回地球, 方法和过程和第1段类似, 不过末端交会地球的速度误差可以是5 km/s, 因此但凡末端Lambert脉冲小于5 km/s都可以忽略, 不计工质消耗. 图3统计了飞行器返回地球的质量消耗. 可以发现以上存在较多的极小区域, 根据第1段的结果, 在MJD72480以后2 yr的最小区域放大如图4.

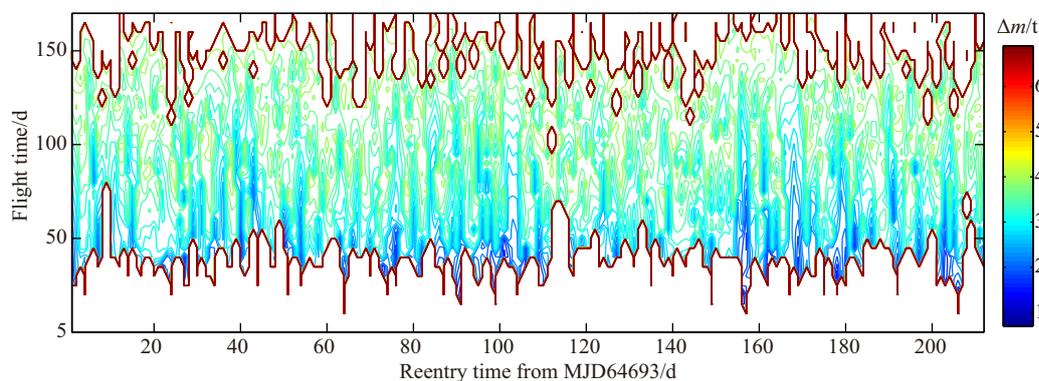


图 3 从第2颗小行星返回地球的质量消耗等高图

Fig. 3 The contour of consumption during the reentry to the Earth from the second asteroid

#### 4.3 双脉冲飞行序列

最终可以确定以下的1组飞行路径 (如表1).

表1仅是脉冲情况下的最佳转移路径, 还需要将脉冲转化为核电推力, 最终结果还需要进一步通过核电持续推力优化才能确认. 在此直接给出最佳探测目标小行星, 见表2, 表中 $M$ 为平近点角,  $a$ 、 $e$ 、 $i$ 、 $\Omega$ 、 $\omega$ 定义参见(6)式. 最终可以确定以下的1组飞行路径 (如表3). 并基于此路径描述核电推进优化算法.

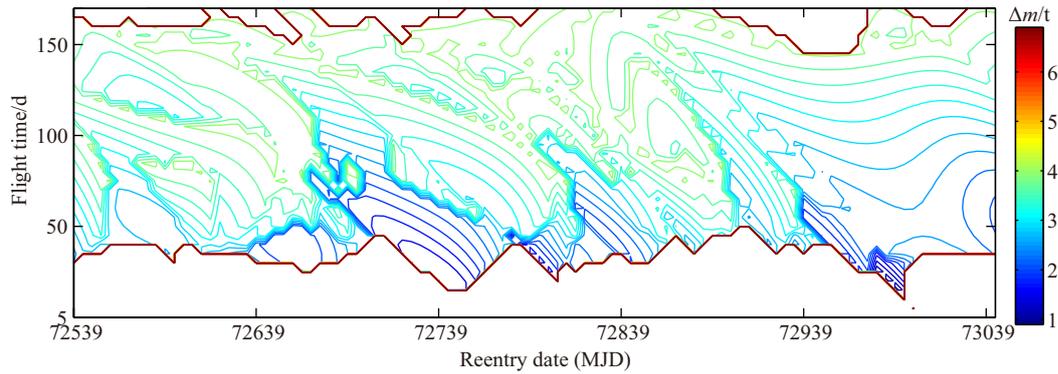


图 4 从第2颗小行星返回地球的质量消耗的最小区域

Fig. 4 The minimal region of consumption during the reentry to the Earth from the second asteroid

表 1 基于Lambert双脉冲的小行星序列

Table 1 The asteroid sequences based on the Lambert double  $\Delta v$ 

Asteroid 1	Asteroid 2	$t_0$ (MJD)/d	$t_f$ (MJD)/d	$t_f - t_0$ /d	$\sum \Delta v$ / (km/s)
2000 SG344	2009 YF	72438	72788	350	8.426451
2000 SG344	2012 BB14	72378	72678	300	10.19906
2000 SG344	2009 TP	72428	72748	320	10.42874
2000 SG344	2010 HA	72618	72918	300	11.02119
2000 SG344	2003 YN1	72468	72768	300	11.02445
2000 SG344	2011 AA37	72458	72748	290	11.067738
2000 SG344	2010 HA	72628	72928	300	11.0901
2000 SG344	2004 XK3	72478	72768	290	11.35773

表 2 最优路径中各天体的Kepler根数

Table 2 The Earth and 2 asteroids' Kepler elements in the optimal trajectory

Object	Epoch (MJD)	$a$ /au	$e$	$i$ /( $^\circ$ )	$\Omega$ /( $^\circ$ )	$\omega$ /( $^\circ$ )	$M$ /( $^\circ$ )
2000 SG344	56400	0.97753	0.06693	0.11124	192.08675	275.1829	264.0968
2009 YF	56400	0.93573	0.12124	1.5260	87.57811	193.2316	46.67441
Earth	54000	0.99999	0.01671	0.00089	175.40648	287.6158	257.6068

最终优选出来的双脉冲飞行路径总耗时305 d, 速度脉冲总和8.4 km/s. 基于以上的总体设计分析, 采用变比冲的核电推进方式, 进行推进优化, 获得最终结果.

表 3 最优飞行路径  
Table 3 The optimal fight trajectory

Event	Epoch (MJD)
Departure from Earth	72483
Rendezvous 2000 SG344	72503
Departure from 2000 SG344	72533
Rendezvous 2009 YF	72733
Departure from 2009 YF	72743
Reentry	72788

## 5 核电推进优化

核电推进本质上是连续推力, 其优化设计问题可以归结为: 在太阳系多天体引力场中如何在适当的时刻利用适当的推力使飞行器从初始状态 (如地球) 转移到指定状态 (如火星) 去完成预定使命, 并且在若干约束条件下, 尽量使某些目标函数 (例如工质消耗最少、载荷质量最大) 达到最优. 求解此类最优控制问题的方法通常可以分为3类: 间接法、直接法和混合法. 其中混合法原理上综合了间接法和直接法的优点, 将最优轨道转移问题转化为包含协态变量微分方程的非线性优化问题, 利用成熟的非线性优化算法求解<sup>[10]</sup>, 本论文将采用混合法对双脉冲的飞行路径进行核电推进优化.

### 5.1 混合法原理

状态量 $\alpha$ 采用春分点根数的形式

$$\begin{cases} p = a(1 - e^2) \\ f = e \cos(\omega + \Omega) \\ g = e \sin(\omega + \Omega) \\ h = \tan(i/2) \cos \Omega \\ k = \tan(i/2) \sin \Omega \\ L = \Omega + \omega + \nu \end{cases}, \quad (6)$$

其中 $a$ 为轨道半长轴,  $e$ 为偏心率,  $i$ 为轨道倾角,  $\Omega$ 为升交点赤经,  $\omega$ 为近地点幅角, 皆为经典Kepler轨道根数,  $\nu$ 是真近点角. 飞行器深空的动力学方程可以表示为:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{M} \frac{T}{m} \boldsymbol{\alpha} + \mathbf{D}, \quad (7)$$

$$\dot{m} = -\frac{T}{g_e I_{sp}}, \quad (8)$$

其中 $\mathbf{M}$ 为 $6 \times 3$ 的矩阵,  $\mathbf{D} = \left[ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ D \right]^T$ ,  $D = \sqrt{\mu}(1 + f \cos L + g \sin L)^2 / p^{3/2}$ ,  $\boldsymbol{\alpha}$ 为推力方向, 可以表示为飞行器在 $RSW$ 坐标系下的偏航角 $\phi$ 和俯仰角 $\varphi$ 的代数形式,  $RSW$ 坐标系原点在航天器质心,  $X$ 方向由日心指向飞行器质心,  $Z$ 轴指向轨道面法

向, 满足右手定则.

$$\boldsymbol{\alpha} = \begin{bmatrix} \sin \phi \cos \varphi & \cos \phi \cos \varphi & \sin \varphi \end{bmatrix}^T. \quad (9)$$

基于最优控制理论, 引入哈密尔顿函数

$$H = \boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{M} \left( \frac{T}{m} \boldsymbol{\alpha} \right) + \boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{D} - \lambda_m \frac{T}{g_e I_{sp}}, \quad (10)$$

其中 $\boldsymbol{\lambda}$ 为轨道状态变量的协状态变量,  $\lambda_m$ 为质量的协状态变量. 因此协状态变量微分方程为

$$\dot{\boldsymbol{\lambda}} = -\frac{\partial H}{\partial \mathbf{x}} = -\left( \boldsymbol{\lambda}^T \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial \mathbf{x}} \frac{T}{m} \boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\lambda}^T \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial \mathbf{x}} \right). \quad (11)$$

$$\dot{\lambda}_m = -\frac{\partial H}{\partial m} = \boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{M} \frac{T}{m^2} \boldsymbol{\alpha} = -\|\boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{M}\| \frac{T}{m^2}. \quad (12)$$

$\mathbf{M}$ 和 $\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial \mathbf{x}}$ 具体表达式参考文献[11]的附录, 最优控制由协状态变量时间函数决定

$$\frac{\partial H}{\partial \boldsymbol{\alpha}} = 0 \Rightarrow \boldsymbol{\alpha}^* = -\frac{[\boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{M}]^T}{\|\boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{M}\|}. \quad (13)$$

根据Pontryagin极大/极小值原理, 所有的控制输入需使得系统哈密尔顿函数值最小. 哈密尔顿函数对推力求偏导可得

$$H_T = \frac{\partial H}{\partial T} = \boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{M} \frac{1}{m} \boldsymbol{\alpha} - \lambda_m \frac{1}{g_e I_{sp}} = -\frac{\|\boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{M}\|}{m} - \lambda_m \frac{1}{g_e I_{sp}}. \quad (14)$$

可以得到以下推力函数:

$$\begin{cases} T = 0 & H_T > 0 \\ T = T_{\max} & \text{when } H_T < 0 \\ 0 < T < T_{\max} & H_T = 0 \end{cases}. \quad (15)$$

上式表明飞行过程中推力成bang-bang控制形式, 说明在最优控制情况下, 推力或者取最大值持续推进, 或者不推进, 飞行器自由飞行.

## 5.2 分段优化

由以上分析, 推力最优是bang-bang控制, 因此设定开关策略对求解此类问题非常重要. 依据经验<sup>[11]</sup>, 本文设定了“推进-滑行-推进”的核电推进开关序列, 考虑到最后返回地球的速度约束, 因此该方案中发生了5段连续核电推进. 表3中给出了由双脉冲得到的初始时间, 由此设定推进时间的区域, 保证以上的任务约束, 进行迭代求解.

设从地球出发到交会小行星2000 SG344的优化变量为

$$\left[ t_{0,1} \quad (t_{\text{span}})_{1,2} \quad (\boldsymbol{\lambda}_{1,2})_{1 \times 6} \quad (I_{sp})_{1,2} \right], \quad (16)$$

其中 $t_{\text{span}}$ 为飞行时间, 指标为:

$$J_1 = 20(t_1 - t_0) + \left( t_{\text{span}1} \frac{T}{g_e I_{sp1}} + t_{\text{span}2} \frac{T}{g_e I_{sp2}} \right). \quad (17)$$

状态变量与协态变量微分方程如(7) ~ (8)式、(11) ~ (12)式. 至此, 该问题已经转化为非线性优化问题. 本文采用Matlab优化工具fmincon进行求解.

### 5.3 拼接优化

以分段优化获得的参数和协态变量作为初值, 将3段进行联合优化, 全过程段的优化变量为:

$$\left[ m_0 \quad t_{0,1,2,3,4,5} \quad (t_{\text{span}})_{1,2,3,4,5} \quad (\lambda_{1,2,3,4,5})_{1 \times 6} \quad (I_{\text{sp}})_{1,2,3,4,5} \right]^T. \quad (18)$$

总共47个变量, 优化指标:  $\min(m_0)$ .

## 6 优化结果

### 6.1 数值结果

表 4 核推力优化飞行路径及性能指标

Table 4 The nuclear propulsion optimal flight trajectory and the performance indices

No.	Event	Epoch (MJD)	Index/t
1	Departure from Earth	72484.430	53.656
2	Nuclear propelling	72503.242	
3	Rendezvous 2000 SG344	72503.242	53.285
4	Flight with 2000 SG344 for 10 days		
5	Departure from 2000 SG344	72513.242	52.895
6	Nuclear propelling	72560.095	50.425
7	Coast	72685.468	50.425
8	Nuclear propelling	72718.648	49.083
9	Rendezvous 2009 YF	72718.648	49.083
10	Flight with 2009 YF for 10 days, release the payload		
11	Departure from 2009 YF	72728.648	38.075
12	Nuclear propelling	72739.174	37.650
13	Reentry	72777.978	37.650

总任务时间293.55 d, 出发时飞行器质量53.656 t. 比冲优化结果:

$$(I_{\text{sp}})_{1,2,3,4,5} = 10000 \text{ s}.$$

工质消耗11 t, 储罐重1.65 t.

### 6.2 图形结果

全段飞行轨迹如图5. 数值结果和图形结果表明经过优化后的一些飞行指标. 首先, 从地球出发到交会小行星2000 SG344的过程中, 两段推进重合, 也就是之间没有自由滑行时间, 表明做到了最优解. 其次, 在两个伴飞段, 优化之后伴飞时间10 d, 刚好达到最

小约束条件; 从小行星2000 SG344到2009 YF飞行段, 时间跨度将近205 d, 调相相位大. 最后, 从2009 YF小行星返回地球段则满足相对地球速度小于5 km/s的约束, 仅采用一个推进段.

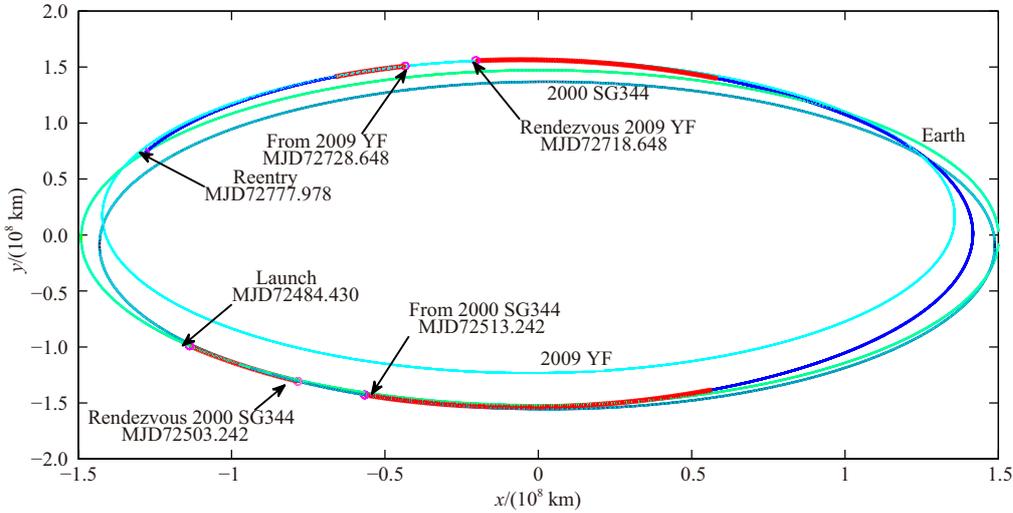


图5 核电推进小行星探测轨道2-D图

Fig. 5 The 2-D plot of asteroids exploration trajectory using the nuclear propulsion

3维图形如图6, 以黄道面作为参考面, 飞行器经过了一个类似“下坡”、“上坡”再“下坡”的飞行过程. 显然, 该轨迹经历了倾角机动的过程, 理论上轨道倾角消耗工质比较多, 出现这种情况不是说结果不优, 而是由最终返回地球可以有最大5 km/s的相对速度引起的, 如果是需要交会地球 (相对速度为0), 则结果可能完全不同.

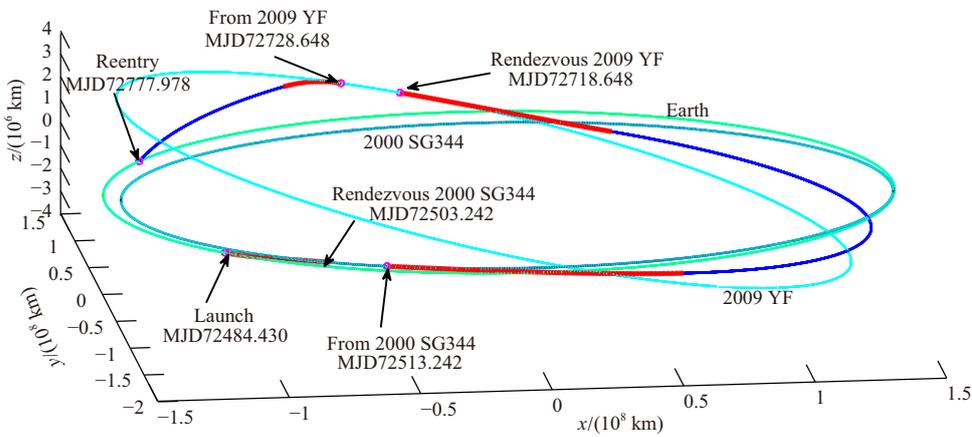


图6 核电推进小行星探测轨道设计3-D图

Fig. 6 The 3-D plot of asteroids exploration trajectory using the nuclear propulsion

## 7 结果与讨论

本文针对多任务多目标近地小行星探测, 从近800颗近地小行星中选择符合任务约

束的最佳探测目标计算复杂度较高,通过采用前后两段逼近的搜索策略,确定出发段和返回段的优选路径,获得了全局最佳的飞行路径,大大减少了复杂度.设定“推进-滑行-推进”的飞行策略,采用混合法对路径进行核电推进分段优化,以分段优化结果为初值,再基于全过程任务约束,将飞行过程转化为一个非线性优化问题进行整体求解,得到全局优化解.

核电推进具有推力大、比冲高等优点,能携带较多的有效载荷,能承载超大质量飞行器的星际航行.未来载人深空探测如近地小行星探测、火星探测、土星探测等,设计航天任务要考虑人员在太空的生活问题,因此考虑的任务约束相对更加复杂,本文的求解方案以及任务背景为该类问题提供了研究基础,具有一定的工程参考价值.

**致谢** 衷心感谢高扬研究员在全国轨道设计大赛的推广所做出的努力以及大力指导,衷心感谢本届竞赛承办方国防科技大学的辛勤工作.

### 参 考 文 献

- [1] 徐伟彪,赵海斌.地球科学进展,2005,20:1183
- [2] Huang J C, Ji J H, Ye P J, et al. NatSR, 2013, 3: 3411
- [3] 夏炎,罗永杰,赵海斌,等.天文学报,2010,51:163
- [4] Xia Y, Luo Y J, Zhao H B, et al. ChA&A, 2011, 35: 71
- [5] Cui P Y, Qiao D, Cui H T, et al. SCSMP, 2010, 53: 1150
- [6] 陈杨,宝音贺西,李俊峰.中国科学:G辑,2011,41:1104
- [7] 钱学森.星际航行概论.北京:中国宇航出版社,2008
- [8] Schmidt G R, Bonometti J A, Morton P J. Nuclear Pulse Propulsion — Orion and Beyond. 36th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit, Huntsville, 2000
- [9] Battin R H. An Introduction to the Mathematics and Method of Astrodynamics. Refton: AIAA, 1987
- [10] 何胜茂,谭高威,高扬.力学与实践,2012,34:95
- [11] Gao Y, Kluever C A. Low-thrust Interplanetary Orbit Transfers Using Hybrid Trajectory Optimization Method with Multiple Shooting. AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference and Exhibit, Rhode Island, 2004

### 附 录 任 务 约 束

选择J2000日心黄道惯性坐标系为参考坐标系,探测器、大行星、小行星视为质点,它们的位置、速度均表示在J2000日心黄道惯性参考坐标系中.

#### (1) 地球出发时间窗口约束

地球出发时刻 $t_0$ 介于2035年1月1日至2065年12月31日之间,时刻采用约简儒略日MJD表示,

$$\text{MJD}64328 \leq t_0 \leq \text{MJD}75651.$$

#### (2) 总任务时间约束

飞行器从出发到完成所有探测任务必须在5 yr (1826.25 d) 之内.

$$T \leq 5 \text{ yr}.$$

## (3) 返回地球约束与说明

在飞行器返回地球时刻 $t_{\text{ret}}$ , 飞行器位置 $\mathbf{r}_{\text{sc}}$ 与地球位置 $\mathbf{r}_{\text{E}}$ 相同, 速度 $\mathbf{v}_{\text{sc}}$ 与地球速度 $\mathbf{v}_{\text{E}}$ 差小于5 km/s.

$$\|\mathbf{r}_{\text{sc}}(t_{\text{ret}}) - \mathbf{r}_{\text{E}}(t_{\text{ret}})\| < 1000 \text{ km}, \|\mathbf{v}_{\text{sc}}(t_{\text{ret}}) - \mathbf{v}_{\text{E}}(t_{\text{ret}})\| < 5 \pm_{0}^{0.001} \text{ km/s}.$$

## (4) 交会小行星状态约束

在交会小行星时刻 $t_{\text{ren}}$ , 飞行器与小行星位置 $\mathbf{r}_{\text{Asteroid}}$ 及速度 $\mathbf{v}_{\text{Asteroid}}$ 分别满足一定的误差:

$$\|\mathbf{r}_{\text{sc}}(t_{\text{ren}}) - \mathbf{r}_{\text{Asteroid}}(t_{\text{ren}})\| \leq 1000 \text{ km}, \|\mathbf{v}_{\text{sc}}(t_{\text{ren}}) - \mathbf{v}_{\text{Asteroid}}(t_{\text{ren}})\| < 0.001 \text{ km/s}.$$

(5) 返回舱质量 $m_{\text{REENTRY}}$ +生活舱质量 $m_{\text{LIFE}}$ +有效载荷质量 $m_0$  不小于36 t:

$$m_{\text{REENTRY}} + m_{\text{LIFE}} + m_0 \geq 36 \text{ t}.$$

(6) 如果采用核电推进模式二, 需要满足输入功率 $P$ 和比冲 $I_{\text{sp}}$ 约束:

$$4000 \text{ s} \leq I_{\text{sp}} \leq 10000 \text{ s}, T = \frac{2\eta P}{I_{\text{sp}}g_c}, P = 3 \text{ MW}, \eta = 0.75.$$

## A Method of Trajectory Design for Manned Asteroids Exploration

GAN Qing-bo<sup>1</sup>    ZHANG Yang<sup>1</sup>    ZHU Zheng-fan<sup>1,2</sup>    HAN Wei-hua<sup>1,3</sup>  
DONG Xin<sup>1</sup>

(1 Academy of Opto-Electronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100094)

(2 University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049)

(3 Beijing Aerospace Control Centre, Beijing 100094)

**ABSTRACT** A trajectory optimization method of the nuclear propulsion manned asteroids exploration is presented. In the case of launching between 2035 and 2065, based on the Lambert transfer orbit, the phases of departure from and return to the Earth are searched at first. Then the optimal flight trajectory in the feasible regions is selected by pruning the flight sequences. Setting the nuclear propulsion flight plan as propel-coast-propel, and taking the minimal mass of aircraft departure as the index, the nuclear propulsion flight trajectory is separately optimized using a hybrid method. With the initial value of the optimized local parameters of each three phases, the global parameters are jointly optimized. At last, the minimal departure mass trajectory design result is given.

**Key words** celestial mechanics, Earth, space vehicles, asteroids: general, methods: numerical