爆破荷载作用下岩石破坏特性的“共轭键”基近场动力学数值模拟研究

周小平^{1*}, 王允腾¹, 钱七虎²

1. 武汉大学土木建筑工程学院, 武汉 430072;

2. 陆军工程大学爆炸冲击防灾减灾国家重点实验室, 南京 210007

* 联系人, E-mail: xiao_ping_zhou@126.com

收稿日期: 2019-05-23; 接受日期: 2019-06-19; 网络出版日期: 2019-11-20

国家自然科学基金(编号: 51679017和51839009)和重庆市院士牵头科技创新引导专项基金(编号: cstc2017jcyj-yszx0014)资助项目

摘要 近场动力学是一种基于非局部弹性理论的积分形式的无网格数值方法. 本文为克服传统近场动力学模型中的固定泊松比问题, 建立了“共轭键”基近场动力学模型, 实现了岩石爆破破坏特性的近场动力学数值模拟. 通过引入“共轭键”转动角度及建立微观和宏观变形能的等效关系, 推导了“共轭键”基近场动力学模型中的法向刚度参数及切向刚度参数与宏观力学参数之间的关系. 另外, 通过对影响域中每根“键”所储存的能量密度与临界“键”能量密度进行对比, 判断近场动力学模型中的“键”是否断裂, 从而实现裂纹起裂、扩展及连接过程的数值模拟. 三个数值算例说明: 该模型能有效地模拟岩石爆破破坏特性. 数值算例与试验结果对比表明, 本文所提出的数值方法可以预测岩石材料的爆破破坏模式及特性.

关键词 “共轭键”基近场动力学, 脆性岩石材料, 爆破冲击荷载

PACS: 45.20.-d, 46.05.+b, 46.15.-x, 46.50.+a, 62.20.Mk

1 引言

随着计算机水平的发展, 应用数值算法模拟岩体在复杂荷载作用(尤其是爆破冲击荷载作用)下的破坏特性, 是研究岩石或岩体动力学特性的一种有效手段^[1]. 目前, 模拟岩石或岩体破坏特性的数值方法主要分为连续介质力学数值方法、非连续介质力学数值方法和连续-非连续介质力学耦合方法三大类. 连续介质

力学方法主要适用于分析连续体的小变形及损伤断裂; 非连续介质力学方法适用于分析非连续体的破坏和运动; 连续-非连续介质力学耦合方法可以分析岩体从连续到非连续的全过程^[2]. 在连续介质力学方法中, 有限元方法(Finite Element Method, FEM)是目前广泛应用于各领域的一种数值计算方法^[3-5]. 但在处理裂纹扩展问题时, 需对裂纹面和裂纹尖端的网格进行重划分, 这导致计算过程复杂化和低效化. 在非连续介质

引用格式: 周小平, 王允腾, 钱七虎. 爆破荷载作用下岩石破坏特性的“共轭键”基近场动力学数值模拟研究. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2020, 50: 024607
Zhou X P, Wang Y T, Qian Q H. Numerical simulations of failure characteristics of rock materials under blasting loads using the conjugated bond-pair-based peridynamics (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2020, 50: 024607, doi: 10.1360/SSPMA-2019-0181

力学方法中, 非连续变形分析法(Discontinuous Deformation Analysis, DDA)能有效地模拟岩石中的裂纹扩展和连接过程^[6-9]. DDA是一种基于离散块体刚体运动的数值计算方法^[6]. 但是, DDA存在裂纹扩展路径依赖于离散块体大小的缺陷. 在连续-非连续介质力学耦合方法中, 有限元-离散元耦合方法(Finite Element/Discrete Element Method, FDEM)是一种将有限元和离散元结合起来的数值方法^[10-12], 它在模拟裂纹扩展方面展现了巨大的潜力, 并且将其应用于水压致裂模拟, 取得了很好的效果^[11-13]. 然而, 其输入参数如何与岩石的宏观力学性质更好地对应还需要进一步研究.

以上三类数值方法各有优缺点, 但是上述数值方法均属于局部力学理论. 然而, 为了解决传统连续介质力学不能模拟不连续问题的缺陷, 美国Sandia国家试验室的Silling^[14]于2000年基于非局部作用的思想提出了近场动力学理论(Peridynamics), 该理论后来被称为基于键作用的近场动力学(Bond-Based Peridynamics)^[15], 近场动力学理论将物质离散为有质量的物质点(Material Point), 物质点之间通过对点力相互作用, 用空间积分的方式计算由于物体变形而使物质点产生的作用力, 从而有效避免了基于连续性假设建模和求解空间微分方程的传统连续介质力学方法在面临不连续问题时的奇异性^[16-18]. 近年来, 近场动力学模型被应用到岩土工程领域和用于揭示其相关的力学和物理机制^[19-25].

然而, 在“键”基近场动力学中, 由于仅有一个近场动力学模型参数用于描述两个相互作用的物质点运动及变形导致其固定泊松比的问题. 在二维平面应力条件下, “键”基近场动力学模型的泊松比固定为1/3; 在三维条件或二维平面应变条件下, “键”基近场动力学模型的泊松比固定为1/4. 为了克服固定泊松比的问题, Zhou和Shou^[23], Zhu和Ni^[26]在传统近场动力学数值模型中引入切向键的概念, 通过判断“键”与参考坐标轴的夹角变化度量其相应的转动变形值. 本文根据Stillinger-Weber势能函数引入“共轭键”的概念^[27-29], 通过对两个相互作用“键”之间的“共轭键”夹角变化度量其剪切变形. 同时, 根据传统断裂力学理论, 建立“键”能相关的断裂准则, 模拟拉伸和剪切裂纹的起裂、扩展过程. 本文通过3个算例分析, 说明了“共轭键”基近场动力学模型可以有效地模拟脆性岩石材料在爆破冲击荷载作用下的破坏特性.

2 近场动力学理论

在传统连续介质力学中, 单元或物质点的线性动量守恒控制方程可以表示为二阶偏微分方程形式:

$$\rho \ddot{\mathbf{u}} = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{b}, \quad (1)$$

式中, ρ 是材料物质密度, $\ddot{\mathbf{u}}$ 为物质点加速度矢量, $\boldsymbol{\sigma}$ 为单元或物质点上应力, $\mathbf{b}$ 为外力密度.

在近场动力学基本理论中, 计算域 $\mathfrak{B}_0$ 内的研究对象可以离散为具有相关物理变量的物质点, 每个物质点 $\mathbf{x}_i$ 与其周围具有一定距离范围内的其他物质点 $\mathbf{x}_j$ 具有相互作用, 即非局部长程作用力密度 $\mathbf{f}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j, t)$. 如图1所示, 在近场动力学模型中, 非局部长程作用力 $\mathbf{f}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j, t)$ 与参考坐标系 $\mathfrak{B}_0$ 和变形坐标系 $\mathfrak{B}_t$ 中的相对位置矢量 $\boldsymbol{\xi}$ 和相对位移矢量 $\boldsymbol{\eta}$ 相关. 在图1中的近场动力学原理中, δ 表示一定大小的相互作用域的半径; $\mathbf{u}_i$ 和 $\mathbf{u}_j$ 是两个相互作用物质点 $\mathbf{x}_i$ 和 $\mathbf{x}_j$ 的位移矢量; $\mathbf{y}_i$ 和 $\mathbf{y}_j$ 表示在变形坐标系下两个相互作用物质点 $\mathbf{x}_i$ 和 $\mathbf{x}_j$ 的位置矢量. 在参考坐标系下, 两个相互作用物质点 $\mathbf{x}_i$ 和 $\mathbf{x}_j$ 的相对位置矢量为 $\boldsymbol{\xi}_{ij} = \mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i$; 在变形坐标系下, 两个相互作用物质点 $\mathbf{x}_i$ 和 $\mathbf{x}_j$ 的相对位置矢量为 $\boldsymbol{\xi}_{ij} + \boldsymbol{\eta}_{ij} = \mathbf{y}_j - \mathbf{y}_i$; 两个相互作用物质点 $\mathbf{x}_i$ 和 $\mathbf{x}_j$ 的相对位移矢量为 $\boldsymbol{\eta}_{ij} = \mathbf{u}_j - \mathbf{u}_i$.

在近场动力学理论中, 物质点 $\mathbf{x}_i$ 的运动控制方程可以表示为^[14-16]

$$\rho \ddot{\mathbf{u}}(\mathbf{x}_i, t) = \int_{H_{\mathbf{x}_i}} \mathbf{f}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j, t) dV_{\mathbf{x}_j} + \mathbf{b}(\mathbf{x}_i, t), \quad (2)$$

式中, $H_{\mathbf{x}_i}$ 表示物质点 $\mathbf{x}_i$ 的影响域, $\mathbf{b}$ 表示外力密度.

在“键”基近场动力学模型中, 两个物质点之间的相互作用力密度可以表示为^[14,15]

$$\mathbf{f}(\boldsymbol{\xi}_{ij}, \boldsymbol{\eta}_{ij}, t) = c \frac{|\boldsymbol{\xi}_{ij} + \boldsymbol{\eta}_{ij}| - |\boldsymbol{\xi}_{ij}|}{|\boldsymbol{\xi}_{ij}|} \cdot \frac{\boldsymbol{\xi}_{ij} + \boldsymbol{\eta}_{ij}}{|\boldsymbol{\xi}_{ij} + \boldsymbol{\eta}_{ij}|}, \quad (3)$$

式中, c 表示近场动力学刚度参数.

3 “共轭键”基近场动力学原理

由于仅有一个近场动力学刚度参数 c , 导致“键”基近场动力学模型中泊松比固定的缺陷^[26,30-33]. 为了克服“键”基近场动力学模型中泊松比固定的缺陷, 本文建立了“共轭键”基近场动力学数值模型.

在“共轭键”基近场动力学数值模型中, 每个物质

图 1 (网络版彩图)近场动力学物质点运动及变形原理图

Figure 1 (Color online) Schematics of the peridynamic material points' kinematics in the reference and the current configurations.

点的变形能 W^{PD} 可以分解为膨胀变形能 W_l^{PD} 和剪切变形能 W_β^{PD} , 其相应的计算公式如下:

$$W^{\text{PD}} = W_l^{\text{PD}} + W_\beta^{\text{PD}}, \quad (4)$$

式中, W_l^{PD} 为物质点的膨胀变形能; W_β^{PD} 为物质点的剪切变形能.

每个物质点的膨胀变形能 W_l^{PD} 和剪切变形能 W_β^{PD} 可以分别由其影响域内的每根“键”的膨胀变形能密度 w_l 和“共轭键”的转动变形能密度 w_β 积分确定, 其相应的计算公式如下:

$$W_l^{\text{PD}} = \frac{1}{2} \int_{H_{x_i}} w_l(\eta_{ij}, \xi_{ij}) dV_{\xi_{ij}}, \quad (5)$$

$$W_\beta^{\text{PD}} = \frac{1}{2} \int_{H_{x_i}} \int_{H_{x_j}} w_\beta(\eta_{ij}, \xi_{ij}, \eta_{ik}, \xi_{ik}) dV_{\xi_{ik}} dV_{\xi_{ij}}, \quad (6)$$

式中, w_l 为“键”的膨胀变形能密度; w_β 为“共轭键”的转动变形能密度.

“共轭键”的转动变形能密度 w_β 是由一对“共轭键” ξ_{ij} 和 ξ_{ik} 所形成的夹角变形程度进行度量的. 在参考坐标系下, 一对“共轭键”可以表示为 ξ_{ij} 和 ξ_{ik} . 相应地, 在变形坐标系下, 一对“共轭键”则可以表示为 $\xi_{ij} + \eta_{ij}$ 和 $\xi_{ik} + \eta_{ik}$. 如图 2 所示, 当一个物质点所包含的相互作用影响域中含有 N 个物质点时, 其中表示膨胀变形能的传

图 2 (网络版彩图)“共轭键”基近场动力学模型理论图

Figure 2 (Color online) Schematic of the conjugated bond-pair-based peridynamic model.

统“键”个数为 $N-1$, 表示剪切变形能的“共轭键”个数为 $N-2$, 基于小变形假设条件下, 在变形坐标系下, 表示两个相互作用物质点 x_i 和 x_j 的“键”长度为

$$|\xi_{ij} + \eta_{ij}| = |\xi_{ij}| \sqrt{\chi^T \mathbf{F}^T \mathbf{F} \chi} = |\xi_{ij}| \sqrt{\chi^T (2\mathbf{E} + \mathbf{I}) \chi}, \quad (7)$$

式中, $|\xi_{ij}|$ 表示参考坐标系下连接两个相互作用物质点 x_i 和 x_j 的“键”长; $\mathbf{F}$ 表示物体变形梯度; $\mathbf{E}$ 表示物体的应变张量; χ 表示在参考坐标系下的“键” ξ_{ij} 的单位方向向量.

式(7)可以进一步写为

$$|\xi_{ij} + \eta_{ij}| = |\xi_{ij}| \chi_m \varepsilon_{mn} \chi_n + |\xi_{ij}|, \quad (8)$$

式中, ε_{mn} 为“键”的局部应变分量.

在变形过程中, 两个相互作用物质点 $\mathbf{x}_i$ 和 $\mathbf{x}_j$ 之间的“键”的伸长量可以表达为

$$s_{ij} = \frac{|\xi_{ij} + \eta_{ij}| - |\xi_{ij}|}{|\xi_{ij}|} = \chi_m \varepsilon_{mn} \chi_n, \quad (9)$$

式中, $|\xi_{ij} + \eta_{ij}|$ 为变形坐标系下的“键”长; $|\xi_{ij}|$ 为参考坐标系下的“键”长.

根据参考文献[14–16], 由于“键”的伸长储存的微观变形势能密度可以表示为

$$w_l(\eta_{ij}, \xi_{ij}) = \frac{1}{2} c_n s_{ij}^2 |\xi_{ij}| = \frac{1}{2} c_n (\chi_m \varepsilon_{mn} \chi_n)^2 |\xi_{ij}|, \quad (10)$$

式中, c_n 为近场动力学“键”的伸长变形刚度参数.

将式(10)代入式(5)可以得到物质点上的膨胀变形能:

$$W_l^{\text{PD}} = \frac{1}{2} \int_0^\delta \int_0^{2\pi} \frac{1}{2} c_n (\chi_m \varepsilon_{mn} \chi_n)^2 |\xi_{ij}|^2 d\varphi d|\xi_{ij}|. \quad (11)$$

类似地, 由于“共轭键”转动引起的微观变形势能密度可以表示为

$$w_\beta(\eta_{ij}, \xi_{ij}, \eta_{ik}, \xi_{ik}) = \frac{1}{2} \lambda_t \gamma^2 \approx \frac{1}{2} \lambda_t (\theta_{jik} - \theta_{jik0})^2, \quad (12)$$

式中, λ_t 为“共轭键”近场动力学转动变形刚度参数; γ 为“共轭键”上的剪切应变; θ_{jik} 为变形坐标系下的“共轭键” $\xi_{ij} + \eta_{ij}$ 和 $\xi_{ik} + \eta_{ik}$ 的夹角; θ_{jik0} 为参考坐标系下的“共轭键” ξ_{ij} 和 ξ_{ik} 的夹角.

根据小变形假设及相应的几何条件^[27–29], “共轭键”转动引起的微观变形势能密度 $w_\beta(\eta_{ij}, \xi_{ij}, \xi_{ik}, \eta_{ik})$ 可以表达为

$$w_\beta(\eta_{ij}, \xi_{ij}, \eta_{ik}, \xi_{ik}) = \frac{1}{2} \lambda_t (\theta_{ij} \varepsilon_{ij})^2 = \frac{1}{2} \lambda_t \left[-\frac{1}{\sqrt{1 - (\chi^T \Psi)^2}} \cdot (2\chi_i \psi_j - \chi^T \Psi \cdot \chi_i \chi_j - \chi^T \Psi \cdot \psi_i \psi_j) \varepsilon_{ij} \right]^2, \quad (13)$$

式中, χ 为在参考坐标系下的“键” ξ_{ij} 的单位方向向量; Ψ 为在参考坐标系下的“键” ξ_{ik} 的单位方向向量.

将式(13)代入式(6)中, 可以得到物质点上的剪切变形能^[31,32].

$$W_\beta^{\text{PD}} = \frac{1}{2} \int_0^\delta \int_0^{2\pi} \left[\int_0^\delta \int_0^{2\pi} \frac{1}{2} \lambda_t \frac{1}{1 - (\chi^T \Psi)^2} \cdot \left[(2\chi_i \psi_j - \chi^T \Psi \cdot \chi_i \chi_j - \chi^T \Psi \cdot \psi_i \psi_j) \right]^2 \cdot |\xi_{ij}| d\varphi d|\xi_{ij}| \right] d\varphi. \quad (14)$$

将式(11)和(14)代入式(4)中, 并进行相应的积分计算, 可以得到每个物质点上的总变形能:

$$\begin{aligned} W^{\text{PD}} &= W_l^{\text{PD}} + W_\beta^{\text{PD}} \\ &= \left(\frac{\pi \delta^3 h c_n}{16} + \frac{\pi^2 \delta^2 h \lambda_t}{16} \right) \cdot (\varepsilon_{11}^2 + \varepsilon_{22}^2) \\ &\quad + \left(\frac{\pi \delta^3 h c_n}{24} - \frac{\pi^2 \delta^2 h \lambda_t}{4} \right) \cdot \varepsilon_{11} \varepsilon_{22} \\ &\quad + \left(\frac{\pi \delta^3 h c_n}{12} + \frac{\pi^2 \delta^2 h \lambda_t}{2} \right) \cdot \varepsilon_{12}^2. \end{aligned} \quad (15)$$

根据传统连续介质力学(Classical Continuum Mechanics), 相应宏观变形能为

$$\begin{aligned} W^{\text{CCM}} &= \left(\frac{1}{2} K + \frac{2}{3} G \right) \cdot (\varepsilon_{11}^2 + \varepsilon_{22}^2) \\ &\quad + \left(K - \frac{2}{3} G \right) \cdot \varepsilon_{11} \varepsilon_{22} + 2 G \varepsilon_{12}^2. \end{aligned} \quad (16)$$

根据能量守恒原理, 建立近场动力学变形能和传统连续介质力学变形能等效表达式, 可以得到相应的“共轭键”基近场动力学微观刚度参数表达式:

$$c_n = \frac{6E}{(1+\nu)(1-2\nu)\pi\delta^3 h}, \quad (17)$$

$$\lambda_t = \frac{E(1-4\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)\pi^2\delta^2 h}, \quad (18)$$

式中, E 为材料杨氏弹性模量, ν 为材料泊松比.

根据式(17)和(18)可知, “共轭键”基近场动力学模型可以克服传统近场动力学模型中的泊松比固定的缺陷.

相互作用影响域内的膨胀力密度 $\mathbf{f}_n$ 可以表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_n &= c_n \cdot s_{ij} \cdot \frac{\xi_{ij} + \eta_{ij}}{|\xi_{ij} + \eta_{ij}|} = c_n \cdot s_{ij} \cdot \mathbf{e}_n \\ &= \frac{6E}{(1+\nu)(1-2\nu)\pi\delta^3 h} \cdot \frac{|\xi_{ij} + \eta_{ij}| - |\xi_{ij}|}{|\xi_{ij}|} \cdot \frac{\xi_{ij} + \eta_{ij}}{|\xi_{ij} + \eta_{ij}|}, \end{aligned} \quad (19)$$

式中, δ 为影响域半径; h 为模型厚度.

如图3(a)可得, 膨胀力密度 $\mathbf{f}_n$ 沿着两个物质点在变形后的相应“键”方向.

相应地, 相互作用影响域内的剪切力密度 $\mathbf{f}_t$ 可以表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_t &= \frac{m_{jik}}{|\xi_{ij} + \eta_{ij}|} \cdot \mathbf{e}_t \\ &= \frac{\lambda_t(\theta_{jik} - \theta_{jik0})}{|\xi_{ij} + \eta_{ij}|} \cdot \frac{\xi_{ij} + \eta_{ij}}{|\xi_{ij} + \eta_{ij}|} \\ &\quad \times \left[\frac{\xi_{ij} + \eta_{ij}}{|\xi_{ij} + \eta_{ij}|} \times \frac{\xi_{ik} + \eta_{ik}}{|\xi_{ik} + \eta_{ik}|} \right], \end{aligned} \quad (20)$$

式中, $\frac{\xi_{ij} + \eta_{ij}}{|\xi_{ij} + \eta_{ij}|} \times \left[\frac{\xi_{ij} + \eta_{ij}}{|\xi_{ij} + \eta_{ij}|} \times \frac{\xi_{ik} + \eta_{ik}}{|\xi_{ik} + \eta_{ik}|} \right]$ 表示沿着变形后“共轭键”形成的剪切力密度的单位方向向量, 如图3(b)和(c)所示.

根据近场动力学理论, 引入物质点损伤变量 $D=(\mathbf{x}_i, t)$ 描述裂纹扩展路径, 其表达式为

$$D(\mathbf{x}_i, t) = 1 - \frac{\int_{H_{\mathbf{x}_i}} \mu(\mathbf{x}_i, \xi_{ij}, t) dV_{\mathbf{x}_j}}{\int_{H_{\mathbf{x}_i}} 1 dV_{\mathbf{x}_j}}, \quad (21)$$

式中, $\mu(\mathbf{x}_i, \xi_{ij}, t)$ 为“键”的历史标量, 其表达式为

$$\mu(\mathbf{x}_i, \xi_{ij}, t) = \begin{cases} 1, & \text{完整“键”}, \\ 0, & \text{破坏“键”}, \end{cases} \quad (22)$$

式中, 当 $\mu(\mathbf{x}_i, \xi_{ij}, t)=1$ 时, 表示物质点之间的“键”为完整的; 当 $\mu(\mathbf{x}_i, \xi_{ij}, t)=0$ 时, 表示物质点之间的“键”为破裂的.

在“共轭键”基近场动力学模型中, 每根“键”的变形能力密度由其相应的“键”膨胀变形能密度和“键”的

图3 (网络版彩图)法向“键”(a)、“键”矩(b)及切向“键”(c)原理图

Figure 3 (Color online) Schematics of normal bond force (a), bond moment (b), and tangent bond force (c).

剪切变形能密度组成^[31,32]

$$w_{\xi_{ij}} = \frac{1}{2} c_n s_{ij}^2 |\xi_{ij}| + \sum_k^{N_i-2} \frac{1}{2} \lambda_t (\Delta \theta_{jik})^2. \quad (23)$$

根据线弹性断裂力学理论和近场动力学理论, 能量释放率可以表示为在影响域内断裂“键”释放的变形能密度之和. 如图4所示, 其相应的计算表达式为

$$G_c = \int_0^\delta \int_0^{2\pi} \int_0^{\arccos(z/l\xi)} w_c |\xi|^2 \sin \theta d\theta d\xi d\varphi dz. \quad (24)$$

通过对式(24)进行积分, 可以得到材料中“键”的临界断裂能密度为

$$w_c = \frac{4G_c}{\pi\delta^4}, \quad (25)$$

式中, G_c 为线弹性断裂力学理论中材料的能量释放率.

在变形过程中, 对每根“键”的变形能密度 $w_{\xi_{ij}}$ 与材料中“键”的临界断裂能密度 w_c 的大小进行比较, 可以得到“共轭键”基近场动力学模型中的“键”的历史标量:

$$\mu(w_{\xi_{ij}}, t) = \begin{cases} 1, & w_{\xi_{ij}} \leq w_c, \\ 0, & w_{\xi_{ij}} > w_c. \end{cases} \quad (26)$$

4 数值模拟结果及分析

4.1 算例I: 脆性材料动力断裂

为了验证“共轭键”基近场动力学模型模拟动荷载作用下固体材料的破裂特性, 本文首先模拟了动荷载

图4 “共轭键”基近场动力学模型中I型及II型断裂原理图

Figure 4 Illustrations of Mode-I and Mode-II fracture in the conjugated bond-based peridynamics.

作用下PMMA材料的破坏过程^[34,35], 并将“共轭键”基近场动力学模型模拟结果与试验结果和其他传统数值结果相对比. 如图5所示, 一块含有水平预制裂纹的PMMA板受到竖向动荷载作用. 根据经典试验^[34,35], PMMA材料参数为: 密度 $\rho=2450 \text{ kg/m}^3$; 杨氏弹性模量 $E=32.0 \text{ GPa}$; 泊松比 $\nu=0.2$; 能量释放率 $G_c=3.0 \text{ N/m}$; 膨胀弹性波速 $c_d=3809.5 \text{ m/s}$; 剪切弹性波速 $c_s=2332.8 \text{ m/s}$; 瑞利波波速 $c_R=2119.0 \text{ m/s}$. 如图5所示, 动荷载施加在PMMA板的上下两个边界, 其具体表达式如下:

$$\sigma_y(t) = \begin{cases} \sigma_0 t / t_0, & \text{for } t \leq t_0, \\ \sigma_0, & \text{for } t > t_0, \end{cases} \quad (27)$$

式中, $\sigma_0=1.0 \text{ MPa}$; $t_0=50.0 \text{ } \mu\text{s}$.

在“共轭键”基近场动力学模型中, 采用17200个近场动力学物质点表示PMMA板. 近场动力学物质点间

图5 含预制水平裂纹的PMMA板在动荷载作用下的几何及边界条件

Figure 5 Geometric and boundary conditions of the PMMA plate containing a single pre-existing flaw under dynamic loads.

距为 $\Delta x=0.5 \text{ mm}$, 影响域尺寸为 $\delta=1.5 \text{ mm}$; 时间步长度为 $\Delta t=0.05 \text{ } \mu\text{s}$.

图6表示动荷载作用下裂纹起裂、扩展和分叉的

图6 (网络版彩图)PMMA板在动荷载作用下的破坏过程损伤图. (a) $\Delta t=1.0 \text{ } \mu\text{s}$; (b) $\Delta t=18.0 \text{ } \mu\text{s}$; (c) $\Delta t=30.0 \text{ } \mu\text{s}$; (d) $\Delta t=40.0 \text{ } \mu\text{s}$; (e) $\Delta t=50.0 \text{ } \mu\text{s}$; (f) $\Delta t=62.0 \text{ } \mu\text{s}$

Figure 6 (Color online) The process of crack growth in brittle PMMA plate under dynamic loads. (a) $\Delta t=1.0 \text{ } \mu\text{s}$; (b) $\Delta t=18.0 \text{ } \mu\text{s}$; (c) $\Delta t=30.0 \text{ } \mu\text{s}$; (d) $\Delta t=40.0 \text{ } \mu\text{s}$; (e) $\Delta t=50.0 \text{ } \mu\text{s}$; (f) $\Delta t=62.0 \text{ } \mu\text{s}$.

图 7 (网络版彩图)动荷载作用下PMMA板破坏过程的应变能密度演化过程图. (a) $\Delta t=1.0 \mu\text{s}$; (b) $\Delta t=18.0 \mu\text{s}$; (c) $\Delta t=30.0 \mu\text{s}$; (d) $\Delta t=40.0 \mu\text{s}$; (e) $\Delta t=50.0 \mu\text{s}$; (f) $\Delta t=62.0 \mu\text{s}$

Figure 7 (Color online) Strain energy density evolution of the fracturing process in the PMMA plate containing a single pre-existing flaw under dynamic loads. (a) $\Delta t=1.0 \mu\text{s}$; (b) $\Delta t=18.0 \mu\text{s}$; (c) $\Delta t=30.0 \mu\text{s}$; (d) $\Delta t=40.0 \mu\text{s}$; (e) $\Delta t=50.0 \mu\text{s}$; (f) $\Delta t=62.0 \mu\text{s}$.

演化过程. 图7表示应变能密度演化过程. 从图6(a)和图7(a)可知, 当时间为 $1.0 \mu\text{s}$ 时, 应变能密度在预制裂纹尖端集中; 如图6(b)和7(b)所示, 当时间为 $18.0 \mu\text{s}$ 时, 随着动荷载不断增加, 新裂纹从预制裂纹尖端起裂, 应变能密度集中于新裂纹尖端. 如图6(c)和7(c)所示, 随着动荷载继续增加, 裂纹沿着水平方向扩展. 如图6(d)和7(d)所示, 当时间为 $40.0 \mu\text{s}$ 左右时, 两个分叉裂纹从主裂纹尖端出现, 并沿着一定角度向右边界扩展. 如图6(e)和7(e)所示, 两个分叉裂纹继续沿着一定角度向右边界扩展. 如图6(f)和7(f)所示, 当时间为 $62.0 \mu\text{s}$ 时, PMMA板完全破坏.

将“共轭键”基近场动力学数值结果(图8)与试验结果^[35]、扩展有限元数值模拟结果^[36]和离散元数值模拟结果^[37]进行对比, 可知: “共轭键”基近场动力学数值预测的PMMA板在动荷载作用下的最终破坏模式与试验结果^[35]、扩展有限元模拟结果^[36]和离散元模拟结果^[37]相吻合, 说明“共轭键”基近场动力学数值模型可以准确模拟脆性固体在动荷载作用下的破坏模式.

图 8 (网络版彩图)“共轭键”基近场动力学模拟PMMA板在动荷载作用下的最终破裂模式

Figure 8 (Color online) Ultimate failure pattern of PMMA plate with a pre-existing crack subjected to dynamic loads obtained by the conjugated bond-pair-based peridynamics.

图9表示“共轭键”基近场动力学数值预测的裂纹尖端扩展速度与其他传统数值方法预测的裂纹尖端扩展速度的对比结果. 从图9可得, 当裂纹分叉产生前, 裂纹尖端扩展速度不断增大, 但没有超过瑞利波速; 当裂纹动力分叉发生后, 裂纹扩展速度在低于瑞利波速的

图 9 (网络版彩图)PMMA板在动力荷载作用下的裂纹扩展速度演化图

Figure 9 (Color online) Comparison of crack growth velocity predicted by different numerical methods.

一定范围内波动. 另外, 通过与其他传统数值模拟结果对比, 说明“共轭键”基近场动力学数值模型可以定量地模拟脆性固体材料在动荷载作用下的破坏特性.

4.2 算例II: 爆炸荷载作用下脆性岩石材料的破裂特性

根据Rabczuk和Belytschko^[38]的研究, 为验证“共轭键”基近场动力学数值模型, 模拟了岩石材料受爆炸荷载作用下的破裂特性. 圆环内部半径为80 mm; 外部半径150 mm. 岩石材料力学参数为: 杨氏弹性模量 $E=200.0$ GPa; 泊松比 $\nu=0.2$; 材料密度 $\rho=2450$ kg/m³; 断裂韧度 $K_I^c=6.0$ GPa m^{1/2}. 圆柱内部爆炸压力荷载为

$$p = p_0 e^{-t/t_0}, \quad (28)$$

式中, $p_0=10000$ MPa; $t_0=0.1$ ms.

在“共轭键”基近场动力学数值模型中, 圆环由均匀分布的12668个离散的近场动力学物质点组成. 为验证“共轭键”基近场动力学数值计算结果的稳定性, 采用4种不同旋转角度、均匀分布的近场动力学物质点, 4种不同的物质点旋转角度分别为 $\alpha=0^\circ$, $\alpha=15^\circ$, $\alpha=30^\circ$ 和 $\alpha=45^\circ$, 其中物质点旋转角度为均匀分布物质点沿水平轴旋转的角度.

图10显示了物质点旋转角度 $\alpha=0^\circ$ 的“共轭键”基近场动力学数值模型受到爆炸荷载作用下的破裂过程. 如图10(a)所示, 当 $t=50.0$ μ s时, 径向裂纹从圆环内部起裂. 如图10(b)所示, 当 $t=60.0$ μ s时, 径向裂纹向圆环外

图 10 (网络版彩图)爆炸荷载作用下岩石破坏过程的“共轭键”基近场动力学模型数值模拟结果. (a) $t=50.0$ μ s; (b) $t=60.0$ μ s; (c) $t=70.0$ μ s; (d) $t=75.0$ μ s

Figure 10 (Color online) Fracturing process of rock cylinder under internal blasting pressure at different times. (a) $t=50.0$ μ s; (b) $t=60.0$ μ s; (c) $t=70.0$ μ s; (d) $t=75.0$ μ s.

部扩展, 且有岩石碎屑产生. 如图10(c)所示, 当 $t=70.0$ μ s时, 爆炸荷载作用产生的径向裂纹导致圆环整体破裂. 如图10(d)所示, 当 $t=75.0$ μ s时, 爆炸荷载作用下产生的岩石破裂体沿着径向方向运动.

4种不同分布的近场动力学物质点数值模型预测的岩石圆环最终破坏模式绘制在图11中. 如图11所示, 4种不同数值模型预测的结果相似. 另外, 岩石碎块数量统计在表1中. 如表1所示, 4种不同数值模型模拟的岩石碎块数量相似. 以上分析表明, 从定性和定量角度说明“共轭键”基近场动力学数值模型的稳定性.

4.3 算例III: 岩石爆破试验数值模拟

根据以前的岩石爆破试验^[39], 圆柱状岩石试样的直径为144 mm, 高度为150 mm. 如图12所示, 圆柱状岩石试样中心含有直径为6.0 mm的圆孔作为爆破孔. 相关的岩石材料力学参数^[39,40]: 密度 $\rho=2700$ kg/m³, 体积模量 $K=37.0$ GPa, 泊松比 $\nu=0.25$, 断裂能量释放率 $G_c=298.0$ J/m². 爆破荷载如图12(c)所示.

在近场动力学数值模型中, 66890个近场动力学物质点代表圆柱状岩石试样, 相应的非局部系数为4.0. 图13表示圆柱状岩石试样在爆破荷载作用下的破裂过

图 11 (网络版彩图)4种不同分布的近场动力学物质点数值模型的破坏模式. (a) $\alpha=0^\circ$; (b) $\alpha=15^\circ$; (c) $\alpha=30^\circ$; (d) $\alpha=45^\circ$

Figure 11 (Color online) Final failure patterns of brittle rock specimen under the internal blasting loads predicted by conjugated bond-pair-based peridynamic model with four different material point orientations. (a) $\alpha=0^\circ$; (b) $\alpha=15^\circ$; (c) $\alpha=30^\circ$; (d) $\alpha=45^\circ$.

程图. 如图13(a)所示, 当 $t=0.1$ ms时, 圆柱状岩石试样的爆破孔周围产生损伤破坏区, 即裂纹从爆破孔周边起裂. 如图13(b)~(d)所示, 当 $t=0.1\sim 0.6$ ms时, 部分裂纹沿着径向方向向外边界扩展, 且部分径向裂纹在扩展过程中出现分叉现象. 如图13(e)和(f)所示, 当 $t=0.8\sim 1.0$ ms时, 径向裂纹继续向圆柱状岩石试样外边界扩展, 同时, 少量环向裂纹出现.

图14表示“共轭键”基近场动力学数值模型预测岩石试样在爆破荷载作用下的最终破坏模式. 与已有试

表 1 岩石圆环受到内部爆破荷载作用下的碎块数量

Table 1 The number of rock fragmentations under internally blasting pressure for four different numerical samples with various orientations of peridynamics material points

近场动力学粒子分布角度	岩石碎块数量(块)
$\alpha=0^\circ$	16
$\alpha=15^\circ$	12
$\alpha=30^\circ$	12
$\alpha=45^\circ$	11

验结果^[39]和数值模拟结果^[41,42]对比可知, “共轭键”基近场动力学数值模型预测的岩石破坏模式与其他数值模拟方法预测的结果以及试验结果相似. 以上分析表明, “共轭键”基近场动力学数值方法可以有效地模拟爆破冲击荷载作用下岩石的破坏特性.

本文数值模拟结果表明爆炸荷载引起的裂纹扩展速度大约为100 m/s, 裂纹传播速度小于爆炸产生的应力波传播速度($V_R \approx 2000$ m/s). 由于本文的数值模拟结果基于弹脆性本构模型的“共轭键”基近场动力学模型, 爆炸荷载作用产生的环向裂纹主要集中于爆破孔附近, 在远离爆破孔的位置仅出现少量环向裂纹(图14), 这可能是由于不同的本构模型及边界条件导致的.

5 结论

本文提出的“共轭键”基近场动力学数值模型克服了传统“键”基近场动力学数值模型的泊松比固定的缺

图 12 (网络版彩图)岩石爆破荷载试验几何及边界条件. (a) 数值模型几何条件; (b) 数值模型边界荷载条件; (c) 爆破荷载演化图

Figure 12 (Color online) Numerical model of the rock blasting experimental tests. (a) Geometrical conditions; (b) boundary conditions; (c) blasting loading evolution.

图 13 (网络版彩图)岩石爆破试验中裂纹起裂及扩展过程图. (a) $t=0.1$ ms; (b) $t=0.2$ ms; (c) $t=0.4$ ms; (d) $t=0.6$ ms; (e) $t=0.8$ ms; (f) $t=1.0$ ms

Figure 13 (Color online) Crack initiation and propagation in the rock specimen under blasting loads. (a) $t=0.1$ ms; (b) $t=0.2$ ms; (c) $t=0.4$ ms; (d) $t=0.6$ ms; (e) $t=0.8$ ms; (f) $t=1.0$ ms.

图 14 (网络版彩图)“共轭键”基近场动力学数值模型预测岩石试样在爆破荷载作用下的最终破坏模式

Figure 14 (Color online) Ultimate failure patterns of rocks subjected to blasting loads obtained by the conjugated bond-pair-based peridynamics.

陷。“共轭键”基近场动力学数值模型可以广泛地、有效地应用到岩石材料的破坏特性研究。在“共轭键”基

近场动力学数值方法中,通过引入“共轭键”转动角度及建立微观和宏观变形的等效关系,推导了“共轭键”基近场动力学模型中的法向刚度参数及切向刚度参数与宏观力学参数之间的关系。另外,通过建立与线弹性断裂力学的能量释放率等效关系,推导了临界微观“键”能密度的表达式。然后,通过对影响域中每根“键”所储存的能量密度与临界“键”能密度进行对比,判断近场动力学模型中的“键”是否断裂,从而实现固体材料中裂纹的起裂、扩展及分叉现象的准确预测。本文通过3个数值算例说明“共轭键”基近场动力学数值方法的有效性和准确性。另外,本文在“共轭键”近场动力学数值模型中仅考虑了弹脆性本构模型,在未来的研究工作中,将发展基于J-H和RTH等弹塑性本构模型的“共轭键”近场动力学数值模型及相应的非局部弹塑性边界条件。

参考文献

- 1 Zhou S, Zhuang X, Zhu H, et al. Phase field modelling of crack propagation, branching and coalescence in rocks. *Theor Appl Fract Mech*, 2018, 96: 174–192

- 2 Li S H, Feng C, Zhou D, et al. Mechanical Methods in Landslide Research (in Chinese). Beijing: Science Press, 2018 [李世海, 冯春, 周东, 等. 滑坡研究中的力学方法. 北京: 科学出版社, 2018]
- 3 Tang C. Numerical simulation of progressive rock failure and associated seismicity. *Int J Rock Mech Min Sci*, 1997, 34: 249–261
- 4 Areias P, Rabczuk T. Steiner-point free edge cutting of tetrahedral meshes with applications in fracture. *Finite Elem Anal Des*, 2017, 132: 27–41
- 5 Areias P, Reinoso J, Camanho P P, et al. Effective 2D and 3D crack propagation with local mesh refinement and the screened Poisson equation. *Eng Fract Mech*, 2018, 189: 339–360
- 6 Shi G H, Goodman R E. Generalization of two-dimensional discontinuous deformation analysis for forward modelling. *Int J Numer Anal Methods Geomech*, 1989, 13: 359–380
- 7 Ning Y, Yang J, An X, et al. Modelling rock fracturing and blast-induced rock mass failure via advanced discretisation within the discontinuous deformation analysis framework. *Comput Geotech*, 2011, 38: 40–49
- 8 Shi G H. Manifold method of material analysis. In: Transactions of the 9th Army Conference on Applied Mathematics and Computing. Minneapolis, 1991
- 9 Wu Z J, Wong L N Y. Frictional crack initiation and propagation analysis using the numerical manifold method. *Comput Geotech*, 2012, 39: 38–53
- 10 Yan C Z, Zheng H, Sun G H, et al. Polygon characterization of coarse aggregate and two-dimensional combined finite discrete element method analysis (in Chinese). *Rock Soil Mech*, 2015, 36(S2): 95–103 [严成增, 郑宏, 孙冠华, 等. 粗粒料多边形表征及二维FEM/DEM分析. 岩土力学, 2015, 36(S2): 95–103]
- 11 Yan C Z, Zheng H, Sun G H, et al. Combined finite-discrete element method for simulation of hydraulic fracturing. *Rock Mech Rock Eng*, 2016, 49: 1389–1410
- 12 Yan C Z, Zheng H. Three-dimensional hydromechanical model of hydraulic fracturing with arbitrarily discrete fracture networks using finite-discrete element method. *Int J Geomech*, 2016, 17: 04016133
- 13 Yan C Z, Jiao Y Y, Zheng H. A fully coupled three-dimensional hydro-mechanical finite discrete element approach with real porous seepage for simulating 3D hydraulic fracturing. *Comput Geotech*, 2018, 96: 73–89
- 14 Silling S A. Reformulation of elasticity theory for discontinuities and long-range forces. *J Mech Phys Solids*, 2000, 48: 175–209
- 15 Silling S A, Askari E. A meshfree method based on the peridynamic model of solid mechanics. *Comput Struct*, 2005, 83: 1526–1535
- 16 Huang D, Zhang Q, Qiao P Z, et al. A review on peridynamics (PD) method and its applications. *Adv Mech*, 2010, 40: 448–459 [黄丹, 章青, 乔丕忠, 等. 近场动力学方法及其应用. 力学进展, 2010, 40: 448–459]
- 17 Huang D, Zhang Q, Qiao P Z. Damage and progressive failure of concrete structures using non-local peridynamic modeling. *Sci China Tech Sci*, 2011, 54: 591–596
- 18 Madenci E, Oterkus E. Peridynamic Theory and Its Applications. Boston: Springer, 2014
- 19 Zhou X P, Wang Y T. Numerical simulation of crack propagation and coalescence in pre-cracked rock-like Brazilian disks using the non-ordinary state-based peridynamics. *Int J Rock Mech Min Sci*, 2016, 89: 235–249
- 20 Wang Y T, Zhou X P. Peridynamic simulation of thermal failure behaviors in rocks subjected to heating from boreholes. *Int J Rock Mech Min Sci*, 2019, 117: 31–48
- 21 Wang L, Xu J, Wang J, et al. A mechanism-based spatiotemporal non-local constitutive formulation for elastodynamics of composites. *Mech Mater*, 2019, 128: 105–116
- 22 Shojaei A, Mudric T, Zaccariotto M, et al. A coupled meshless finite point/Peridynamic method for 2D dynamic fracture analysis. *Int J Mech Sci*, 2016, 119: 419–431
- 23 Zhou X P, Shou Y D. Numerical simulation of failure of rock-like material subjected to compressive loads using improved peridynamic method. *Int J Geomech*, 2017, 17: 04016086
- 24 Ren H L, Zhuang X Y, Rabczuk T. Dual-horizon peridynamics: A stable solution to varying horizons. *Comput Methods Appl Mech Eng*, 2017, 318: 762–782
- 25 Oterkus S, Madenci E. Peridynamic modeling of fuel pellet cracking. *Eng Fract Mech*, 2017, 176: 23–37
- 26 Zhu Q Z, Ni T. Peridynamic formulations enriched with bond rotation effects. *Int J Eng Sci*, 2017, 121: 118–129
- 27 Zhang Z N, Chen Y X. Modeling nonlinear elastic solid with correlated lattice bond cell for dynamic fracture simulation. *Comput Methods Appl Mech Eng*, 2014, 279: 325–347

- 28 Zhang Z N, Chen Y X, Zheng H. A modified Stillinger-Weber potential-based hyperelastic constitutive model for nonlinear elasticity. [Int J Solids Struct](#), 2014, 51: 1542–1554
- 29 Zhang Z N, Yao Y, Mao X B. Modeling wave propagation induced fracture in rock with correlated lattice bond cell. [Int J Rock Mech Min Sci](#), 2015, 78: 262–270
- 30 Huang D, Lu G, Qiao P. An improved peridynamic approach for quasi-static elastic deformation and brittle fracture analysis. [Int J Mech Sci](#), 2015, 94-95: 111–122
- 31 Wang Y, Zhou X, Shou Y. The modeling of crack propagation and coalescence in rocks under uniaxial compression using the novel conjugated bond-based peridynamics. [Int J Mech Sci](#), 2017, 128-129: 614–643
- 32 Wang Y, Zhou X, Wang Y, et al. A 3D conjugated bond-pair-based peridynamic formulation for initiation and propagation of cracks in brittle solids. [Int J Solids Struct](#), 2018, 134: 89–115
- 33 Diana V, Casolo S. A bond-based micropolar peridynamic model with shear deformability: Elasticity, failure properties and initial yield domains. [Int J Solids Struct](#), 2019, 160: 201–231
- 34 Ravi-Chandar K, Knauss W G. An experimental investigation into dynamic fracture: II. Microstructural aspects. [Int J Fract](#), 1984, 26: 65–80
- 35 Ravi-Chandar K, Knauss W G. An experimental investigation into dynamic fracture: III. On steady-state crack propagation and crack branching. [Int J Fract](#), 1984, 26: 141–154
- 36 Song J H, Wang H, Belytschko T. A comparative study on finite element methods for dynamic fracture. [Comput Mech](#), 2008, 42: 239–250
- 37 Braun M, Fernández-Sáez J. A new 2D discrete model applied to dynamic crack propagation in brittle materials. [Int J Solids Struct](#), 2014, 51: 3787–3797
- 38 Rabczuk T, Belytschko T. Cracking particles: A simplified meshfree method for arbitrary evolving cracks. [Int J Numer Meth Engng](#), 2004, 61: 2316–2343
- 39 Banadaki M M D, Mohanty B. Numerical simulation of stress wave induced fractures in rock. [Int J Impact Eng](#), 2012, 40-41: 16–25
- 40 Panchadhara R, Gordon P A, Parks M L. Modeling propellant-based stimulation of a borehole with peridynamics. [Int J Rock Mech Min Sci](#), 2017, 93: 330–343
- 41 Xie L X, Lu W B, Zhang Q B, et al. Analysis of damage mechanisms and optimization of cut blasting design under high *in-situ* stresses. [Tunn Undergr Space Technol](#), 2017, 66: 19–33
- 42 Ma G W, An X M. Numerical simulation of blasting-induced rock fractures. [Int J Rock Mech Min Sci](#), 2008, 45: 966–975

Numerical simulations of failure characteristics of rock materials under blasting loads using the conjugated bond-pair-based peridynamics

ZHOU XiaoPing^{1*}, WANG YunTeng¹ & QIAN QiHu²

¹ School of Civil Engineering, Wuhan University, Wuhan 430072, China;

² State Key Laboratory of Disaster Prevention and Mitigation of Explosion and Impact, the Army Engineering University of PLA, Nanjing 210007, China

Peridynamics is a new meshfree numerical method based on the nonlocal continuum theory. To overcome the limitation of fixed Poisson's ratio in the standard bond-based peridynamics, the conjugated bond-pair-based peridynamic model is developed to simulate rock fracture characteristics under blasting loads. The microscopic parameters in the conjugated bond-pair-based peridynamic model can be calibrated by the equivalent relation between the strain energy density at both macroscopic and microscopic scale. In addition, the strain energy stored in the bond is implemented into the fracture criteria to simulate the crack initiation, propagation and coalescence. Three numerical simulation examples show that the present numerical algorithm effectively simulate the failure characteristics of rock materials under the impact loads. It can be found that the present numerical results are in good agreement with the previous experimental observations and the previous numerical predictions, which demonstrate that the proposed numerical method can simulate and predict the failure mode and failure characteristics of rocks subjected to blasting loads.

conjugated bond-pair-based peridynamics, brittle rock materials, impact and blasting loads

PACS: 45.20.-d, 46.05.+b, 46.15.-x, 46.50.+a, 62.20.Mk

doi: [10.1360/SSPMA-2019-0181](https://doi.org/10.1360/SSPMA-2019-0181)