

doi: 10.3969/j.issn.1002-0268.2020.04.016

基于非参数回归-粒子滤波模型的公交到站时间预测

张孝梅¹, 陈旭梅¹, 张 溪²

(1. 北京交通大学 综合交通运输大数据应用技术交通运输行业重点实验室, 北京 100044;

2. 北京交通发展研究院, 北京 100073)

摘要: 为进一步提高公交到站时间的预测精度, 提出了一种基于非参数回归-粒子滤波模型的组合预测方法。首先利用非参数回归预测方法, 对公交站间速度顺序进行了预测。考虑到速度自身的时变特性, 采用了扩展欧式距离作为度量相似度大小的准则来预测下一个站间速度, 保证了速度曲线的相似性和模型的鲁棒性。然后利用采样-重要性重采样思想, 构建了基于粒子滤波的公交车到站时间预测模型。最后以北京市区内3条典型公交线路为例, 利用其工作日早高峰时段的历史运行数据检验模型的准确性。结果表明: (1) 基于非参数回归方法预测得出的公交站间速度与实际值更为接近, 预测精度显著优于加权平均法的预测结果; (2) 基于非参数回归-粒子滤波算法得出的公交到站时间预测结果, 线路平均绝对误差在1.5 min内, 标准误差在3 min内, 平均绝对百分误差均小于4%, 预测精度也显著高于加权平均法-粒子滤波、非参数回归-卡尔曼滤波和加权平均法-卡尔曼滤波3种组合算法。模型的敏感度分析结果也进一步显示, 预测误差会随着粒子数目的增加而逐渐趋于稳定状态, 进而证明提出的方法能有效预测公交到站时间。

关键词: 智能交通; 公交到站时间; 粒子滤波; 公交车; 非参数回归; 扩展欧式距离

中图分类号: U491.14

文献标识码: A

文章编号: 1002-0268(2020)04-0118-07

Prediction of Bus Arrival Time Based on Nonparametric Regression and Particle Filtering Model

ZHANG Xiao-mei¹, CHEN Xu-mei¹, ZHANG Xi²

(1. Key Laboratory of Comprehensive Transport Big Data Application Technologies of Ministry of Transport, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China; 2. Beijing Transport Development Institute, Beijing 100073, China)

Abstract: In order to further improve the prediction accuracy of bus arrival time, a model based on nonparametric regression and particle filtering model is proposed. First, the speed sequence between bus stops is predicted by nonparametric regression forecasting method. Considering the time-varying characteristics of speed itself, the extended Euclidean distance is applied as the criterion for measuring the similarity to predict the next speed between bus stops, which guaranteed the similarity of the speed curve and the robustness of the model. Then, according to the idea of sampling-importance resampling, the prediction model of bus arrival time based on the particle filtering is established. Finally, taking 3 typical bus routes in the urban areas of Beijing for example, the accuracy of the model is tested by using the historical data of the morning peak hours of the working days. The result shows that (1) the predicted speed between stops based on nonparametric regression method is closer to the actual value, and the prediction accuracy is significantly better than that obtained by weighted average method; (2) from the point of view of the prediction result of

收稿日期: 2019-03-11

基金项目: 国家自然科学基金项目(71871013); 中央基本科研业务费重点项目(2017JBZ106); 河南省交通运输厅科技计划项目(2019G-2-8)

作者简介: 张孝梅(1994-), 女, 山西孝义人, 硕士研究生。(17120939@bjtu.edu.cn)

bus arrival time obtained by nonparametric regression and particle filtering algorithm, the mean absolute error (MAE) of lines is in 1.5 min, the standard error (SE) is in 3 min, the mean absolute percentage error (MAPE) is less than 4%, and the prediction accuracy is obviously higher than those of the other 3 combined methods (the method combining weighted average and particle filtering, the method combining nonparametric regression and Kalman filtering, and the method combining weighted average and Kalman filtering). The sensitivity analysis of the proposed model also indicates that the predicted error tends to be stable with the number of particles increasing, which verified the effectiveness of the method.

Key words: ITS; bus arrival time; particle filtering; bus; nonparametric regression; extended Euclidean distance

0 引言

随着生活节奏的加快,大众越来越重视时间管理,以期合理分配和高效利用时间。特别是对通勤者而言,时间管理的精细化程度已从以前的1 h逐渐缩短到15 min,甚至更短;与此同时,他们对出行时间的敏感程度也越来越高;若其选择公交方式通勤,则期望尽可能掌握公交到站时间,减少等待时间,提高出行效率。

考虑到公交系统具有较强的时变性、非线性等特点,学者们已提出很多关于公交到站时间预测的算法^[1-5],主要有基于历史数据的模型、神经网络模型^[2-3]、支持向量机模型^[4]及卡尔曼滤波模型^[5]等方法。其中,基于历史数据的模型对历史数据依赖性很高;支持向量机模型的参数确定较为困难且不适用于实时预测^[6];神经网络模型结构较难确定且其存在过拟合或欠拟合的问题^[7];卡尔曼滤波模型是将非线性问题通过函数简化为线性问题,预测精度取决于函数的准确性^[8]。

粒子滤波,是一种基于蒙特卡洛思想进行采样的算法,在处理复杂非线性问题时具有优越性^[9]。不少学者也探索性地将粒子滤波应用到公交到站时间预测中^[10-11]。H Chen^[8]提出基于大数据驱动的粒子滤波算法来预测车辆的单程运行时间。H Chen^[12]又提出基于非显性状态方程的粒子滤波算法来预测短期、中长期内的车辆运行时间。E Hans^[13]等人构建了公交车辆在站停留时间及站间运行时间模型,并利用真实数据对模型参数进行校正,采用粒子滤波算法对固定线路全天的公交到站时间进行预测。任远^[7]、B Dhivyabharathi^[14]、赵衍青^[15]等人将路段进行等长度划分,利用粒子滤波算法对公交车辆在高峰、平峰时段的运行时间进行分段逐步预测。而目前研究成果在涉及对站间速度的预测时,多是采用加权平均的方法简化处理,忽略了速度传达出的

实时交通信息,比如天气状况、道路状况等。

为提高预测精度并充分利用数据信息,本研究基于历史数据,利用非参数回归方法对站间速度进行预测,进而利用粒子滤波方法对到站时间进行预测。同时,从速度自身的时变特性出发,在预测站间速度时采用扩展欧式距离作为相似度的度量准则,保证了相似曲线的相似性。本研究所提的方法预测精度较高、鲁棒性较强,为公交到站时间的预测提供了一种新思路。

1 粒子滤波算法概述

粒子滤波是基于蒙特卡洛方法和贝叶斯定理构建的空间状态模型^[16],核心公式包含状态方程^[16](1)和观测方程^[16](2)。从系统角度来讲,式(1)是指系统由 $t-1$ 时刻状态值 X_{t-1} 预测得到 t 时刻状态值 X_t 的函数关系;式(2)是指系统由 t 时刻状态值 X_t 预测得到 t 时刻观测值 Z_t 的函数关系。从粒子角度来讲,式(1)说明第 i 个粒子 $t-1$ 时刻预测值 X_{t-1}^i 会影响 t 时刻预测值 X_t^i ,进而通过权重 W_{t-1}^i 影响 t 时刻的系统状态值 X_t ;式(2)说明第 i 个粒子 t 时刻预测值 X_t^i 会影响 t 时刻观测预测值 Z_t^i ,并通过观测值 Z_t 与观测预测值 Z_t^i 之间的差距不断调整各个粒子的权值,直至 Z_t^i 接近 Z_t 。

$$X_t = f(X_{t-1}, W_{t-1}), \quad (1)$$

$$Z_t = g(X_t, V_t), \quad (2)$$

式中, W_{t-1} 、 V_t 分别为系统的过程噪声和观测噪声。

为更好理解粒子滤波公式,本研究引入图1说明。其中,由 X_{t-1} 指向 X_t 的单向箭头表示 $P(X_t/X_{t-1})$,即状态值 X_{t-1} 与状态值 X_t 之间的转移概率,由式(1)计算得到;由 X_t 指向 Z_t 的单向箭头表示 $P(Z_t/X_t)$,即状态值 X_t 与测量值 Z_t 之间的测量概率,由式(2)计算得到。在粒子滤波中,转移概率和测量概率可为任意函数。

本研究采用的粒子滤波算法基于采样-重要性

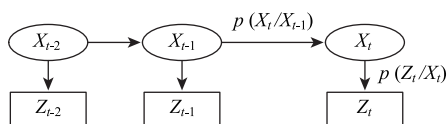


图1 粒子滤波抽象示意图

Fig. 1 Abstract schematic diagram of particle filtering

重采样思想。首先借助序贯重要性方法 (SIS) 进行粒子采样, 即可充分利用过去的粒子状态集预测当前的粒子状态集^[16], 采样函数服从特定的概率分布 $q(X_t/X_{1:t-1})$; 然后根据当前的粒子状态集及相应权重得到当前系统状态值, 权值由式 (3) 递推估计得到。

$$W(X_{1:t}^i) = W(X_{1:t-1}^i) \frac{p(Z_t/X_t^i)p(X_t^i/X_{t-1}^i)}{q(X_t^i/X_{1:t-1}^i)}, \quad (3)$$

式中 $X_{1:t}^i$ 为 $\{X_1^i, X_2^i, \dots, X_t^i\}$ 。

式 (3) 中, 最优的 $q(X_t/X_{1:t-1})$ 应为真实的后验概率函数 $p(X_t/X_{1:t-1}, Z_{1:t})$, 但鉴于真实的后验概率函数难以获得, 便采用转移概率函数 $p(X_t/X_{t-1})$ 替代 $q(X_t/X_{1:t-1})$ ^[11], 则式 (3) 可简化为式 (4), 并对权值进行归一化处理^[16], 以便得到系统状态值 X_t , 如式 (5) 所示。

$$W(X_{1:t}^i) = W(X_{1:t-1}^i)p(Z_t/X_t^i), \quad (4)$$

$$\bar{W}(X_{1:t}^i) = \frac{W(X_{1:t}^i)}{\sum_{i=1}^N W(X_{1:t}^i)}. \quad (5)$$

基于序贯重要性采样的粒子滤波会出现粒子退化的现象^[12], 即经过一定的迭代次数后, 样本的概率分布函数可能会集中于少数粒子, 换句话说, 是由少量的几个数值代替原来的分布函数。为解决该问题, 本研究采用重要性重采样方法进行粒子重采样, 做法如下: 基于式 (5) 得到的归一化权值的分布函数作为粒子采样的分布函数, 其粒子状态值的确定仍采用转移概率函数 $p(X_t/X_{t-1})$ ^[16]。式 (3) 则进一步简化为式 (6)。

$$W(X_{1:t}^i) = p(Z_t/X_t^i). \quad (6)$$

粒子滤波算法流程^[10]如下:

Step1: $t=0$, 进行粒子初始化;

For $i=1:N$, 从先验分布中采集 N 个粒子:
 $X_0^i \sim f(X_0)$ End。

Step2: For $t=1:T$ 。

(1) 重要性采样

For $i=1:N$, 采样 $X_t^i \sim p(X_t/X_{t-1}^i)$ End。

(2) 计算权重

For $i=1:N$, 根据式 (6) 计算权值 End。

(3) 权重归一化

For $i=1:N$, 根据式 (5) 使得权值归一化 End。

(4) 重采样

根据权值归一化后的分布 $W(X_{1:t})$, 重新采样 N 次;

For $i=1:N$, 重新设置权值 $\bar{W}(X_{1:t}^i) = \frac{1}{N}$ End。

End。

2 公交车辆到站时间预测模型

首先构建了基于粒子滤波算法的公交车辆到站时间预测模型。为提高到站时间模型的预测精度, 进一步对模型参数中涉及的站间速度进行预测说明。最后, 对预测公交车辆到站时间的算法进行详细阐述。

2.1 到站时间预测模型

公交到站时间构成要素一般划分为站点停留时间、区间运行时间^[17-18]、交叉口延误时间^[19]等。本研究在描述公交车到站时间的状态方程时, 以到站时间为参考点, 将站点停留时间及交叉口延误时间等其他构成要素均包含在区间运行时间内, 则基于粒子滤波算法的公交到站时间预测模型如下。

状态方程:

$$X_t = \mathbf{A}X_{t-1} + \frac{L_t}{V_t} + W, \quad (7)$$

式中, X_t 为 t 站点公交车辆到站时间; $\mathbf{A}$ 为系数矩阵; X_{t-1} 为 $t-1$ 站点公交车辆到站时间; L_t 为站间距长度; V_t 为根据历史数据预测的站间速度; W 为系统的过程噪声。

测量方程:

$$Z_t = \mathbf{H}X_t + V, \quad (8)$$

式中, $\mathbf{H}$ 为系数矩阵; Z_t 为观测到的公交车辆到达时间; V 为测量噪声。

本研究选取 $\mathbf{A}$, $\mathbf{H}$ 为单位矩阵, 假设 W , V 服从高斯分布^[7,9], 且二者相互独立。

2.2 站间速度预测模型

在对公交车辆到站时间预测算法介绍之前, 先对式 (7) 中站间速度 V_t 的预测过程做出详细说明。

假设站间速度是以天为循环周期变化^[20], 且不同日期的同一时刻站间速度具有很强的相似性。对站间速度的预测采用非参数预测方法。预测模型的基本思想是, 寻找与当前速度趋势相近的速度曲线图, 并通过相似度进行衡量, 进而得到下一站间速度预测值。因平均站间速度曲线可能具有提前或者滞后的相似性^[21], 所以本研究采用扩展欧式距离方

法作为评价曲线相似度的度量准则,即分别向前、向后扩展一个数据点,如图2所示。因此,同一条相似曲线的3个相邻点会取3次参与预测站间速度,从一定程度上减少一些噪音干扰,进而保证了相似曲线的精确性。

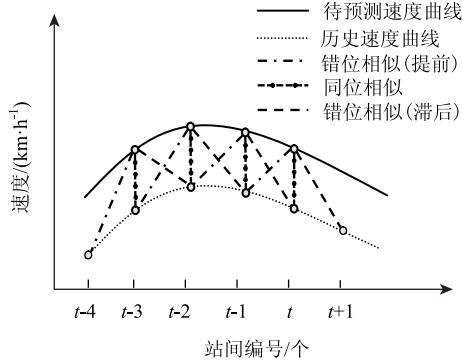


图2 速度曲线相似图

Fig. 2 Similarity diagram of speed curves

其中,扩展欧式距离公式说明见式(9)~式(11)。式(9)为同位相似曲线对应的计算公式,式(10)为错位相似(提前)曲线对应的计算公式,式(11)为错位相似(滞后)曲线对应的计算公式。

$$d = \sqrt{\sum_{j=1}^4 (V'_{t-j} - V_{t-j})^2}, \quad (9)$$

$$d = \sqrt{\sum_{j=1}^4 (V'_{t-j-1} - V_{t-j})^2}, \quad (10)$$

$$d = \sqrt{\sum_{j=1}^4 (V'_{t-j+1} - V_{t-j})^2}, \quad (11)$$

式中, t 为待预测站间; j 为待预测站间 t 的前 j 个站间; V_{t-j} 为待预测速度曲线中站间 $t-j$ 已预测的速度; V'_{t-j} 为站间 $t-j$ 的历史速度; d 为待预测速度曲线与历史速度曲线之间的距离。

预测站间速度 V_t 的算法流程如下:

Step1: 初始化: 对线路运行方向前4个站间的站间速度 V_1, V_2, V_3, V_4 进行赋值;

Step2: 对该线路其他的站间速度 V_t 进行顺序预测。

For $t = 5: T$ 。

(1) 构建历史数据集: 从历史站间速度数据库中挑选出同条线路每天相近时刻运行的站间速度曲线。

(2) 根据式(9)~式(11), 挑选出与前4个站间速度 $V_{t-1}, V_{t-2}, V_{t-3}, V_{t-4}$ 变化趋势最相似的 K 条历史曲线。

(3) 获取 K 条历史曲线中站间速度 V'_t , 并根据曲线相似性大小给予权重, 预测得到站间速度 V_t ,

见式(12)。

End

$$V_t = \sum_{k=1}^K b_k V'_k, \text{ 其中 } b_k = \frac{d_k^{-1}}{\sum_{k=1}^K d_k^{-1}}, \quad (12)$$

式中, k 为第 k 条相似曲线; d_k^{-1} 为相似曲线 k 与待预测速度曲线的相似度; b_k 为权重; V'_k 为相似曲线 k 中与预测站间相对应的历史站间速度。

2.3 公交到站时间预测算法流程

基于粒子滤波的公交到站时间预测模型的算法流程如下。

Step 0: 选定此次预测的线路编号、日期、时间点。

Step 1: $t = 0$, 粒子初始化;

For $i = 1: N$, 从随机分布中均匀地采集 N 个粒子: $X_0^i \sim f(X_0)$ End。

Step2: For $t = 1: T$ 。

(1) 重要性采样

For $i = 1: N$ 采样 $X_t^i \sim p(X_t | X_{1:t-1}^i)$ End。

(2) 预测

For $i = 1: N$ 计算 $X_t = AX_{t-1} + \frac{L_t}{V_t} + W$, $Z_t^i =$

HX_t^i End。

(3) 计算权重

For $i = 1: N$ 根据式(6)计算权值 End。

(4) 权重归一化

For $i = 1: N$, $\overline{W(X_{1:t}^i)} = \frac{W(X_{1:t}^i)}{\sum_{i=1}^N W(X_{1:t}^i)}$ End。

(5) 重采样

根据步骤(4)得到的分布 $W(X_{1:t})$, 产生新的 N 个粒子, 即 $X_{1:t}' \sim W(X_{1:t})$;

For $i = 1: N$ 重新设置权值 $\overline{W(X_{1:t}^i)} = \frac{1}{N}$ End;

End。

3 案例分析

3.1 基础数据描述

为验证模型的有效性及其正确性, 选取北京市市区3条典型线路(全天客运量均处于较高水平)为研究对象, 预测其早高峰时段的公交车辆到站时间。其中, 3条线路分别为公交1路(老山公交场站-四惠枢纽站)、特11路(时代庄园北站-宋家庄枢纽站)、300路快车内环(草桥-草桥)。本研究选取2019年3月1日至3月29日共21个工作日的历史

GPS 速度数据,对 4 月 1 日至 4 月 4 日在特定时刻(7:30)发车后的区间运行速度进行预测,进而对公交的到站时间进行预测。

本案例选取的公交到站时间观测数据来源于公交车载 GPS 技术采集的逐秒速度数据;区间长度数据是基于北京市公交线网,借助 ArcGIS 计算的站间距离;站间平均速度的历史数据是基于逐秒速度数据集成的平均站间速度。考虑 3 条线路的最大发车间隔(由首发站发车间隔计算得到,受 GPS 班次数据识别算法的影响),本研究在选取预测时间点时增加了 10 min 的弹性时间。如预测某一线路发车时刻为 7:30 的公交车辆站间运行速度,则从历史速度数据库中选取发车时刻为 7:20—7:40 的运行数据。需要说明的是,弹性时间越大,预测准确度越高,但也将相对耗时。

3.2 公交到站时间预测结果

3.2.1 站间速度预测结果

目前,普遍采用加权平均模型等对站间速度进行预测。图 3 为利用非参数回归方法、加权平均法两种方法,预测 4 月 1 日(星期一)300 路快车内环公交发车时刻为 7:30 的各站间速度的误差对比图。由图可知,非参数回归方法的预测结果与实际值更为接近,而加权平均法预测结果与实际值有较大偏差。

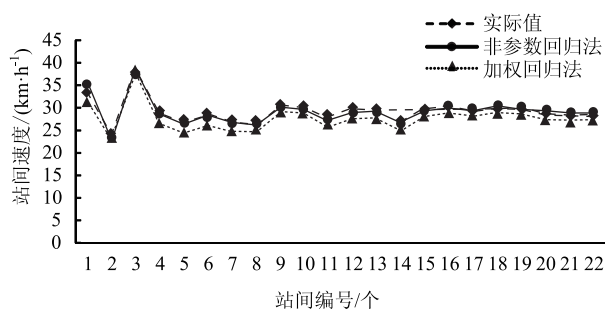


图 3 300 路快车内环站间速度预测对比

Fig. 3 Comparison of predicted average speeds between inner ring stops of No. 300 express bus

为进一步衡量预测精度,本研究采用平均绝对误差(MAE)、标准误差(RMSE)、平均绝对百分误差(MAPE)3个指标来对两种方法进行评价。计算公式如式(13)~式(15)所示。

$$MAE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n |S_i - S'_i|}{n}}, \quad (13)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (S_i - S'_i)^2}{n}}, \quad (14)$$

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|S_i - S'_i|}{S_i}, \quad (15)$$

式中, S_i 为区间速度实际值; S'_i 为区间速度预测值; n 为样本量。

早高峰时段(发车时刻为 7:30),3 条线路的站间速度预测效果如表 1 所示。从 3 条线路的 MAE、RMSE 及 MAPE 3 个指标可看出,非参数回归法均优于加权平均法;特别是 300 路快车内环,基于非参数回归方法预测的站间速度平均绝对误差为 0.64 km/h,平均绝对百分误差小于 1.00%,预测精度较高,为后续预测公交车辆到站时间提供了基础性数据支撑。

表 1 早高峰时段站间速度预测误差汇总表(一周平均)

Tab. 1 Prediction errors of speed between stops at morning peak hours (one-week average)

线路名称	方法	MAE/ (km · h ⁻¹)	RMSE/ (km · h ⁻¹)	MAPE/ %
1 路	非参数回归法	2.19	6.40	3.00
	加权平均法	2.50	7.79	4.30
特 11 路	非参数回归法	2.17	4.79	2.90
	加权平均法	2.26	5.76	3.80
300 路快车内环	非参数回归法	0.64	0.63	1.00
	加权平均法	1.16	1.44	5.00

3.2.2 到站时间预测结果

图 4 为利用非参数回归-粒子滤波(本研究所提算法)、加权平均法-粒子滤波、非参数回归-卡尔曼滤波、加权平均法-卡尔曼滤波 4 种算法,得出的早高峰时段内线路各站点到站时间预测误差(一周平均)的对比图。由图 4 可知,利用非参数回归-粒子滤波算法得到 3 条线路的预测结果均优于其他 3 种方法,且因为 3 条线路运行情况复杂程度不同,造成预测误差存在差异,300 路快车内环的预测效果要明显优于其他两条线路。

表 2 为利用 4 种算法得出的线路预测平均误差汇总表,由表可知,从线路角度来看,4 种方法中预测效果最好的为非参数回归-粒子滤波,其次是加权平均法-粒子滤波算法和非参数回归-卡尔曼滤波算法,最后为加权平均法-卡尔曼滤波算法;利用本研究所提算法得到的 1 路到站时间的平均绝对误差均处于 1.28 min 之内,特 11 路的平均绝对误差均处于 0.97 min 之内,300 路快车内环的平均绝对误差均处于 0.63 min 之内;3 条线路的标准误差均在 3 min 内,平均绝对百分误差均小于 4%。

以粒子数目的变化对该模型的敏感度进行分析。以 300 路快车内环为例,如图 5 所示,线路平均到

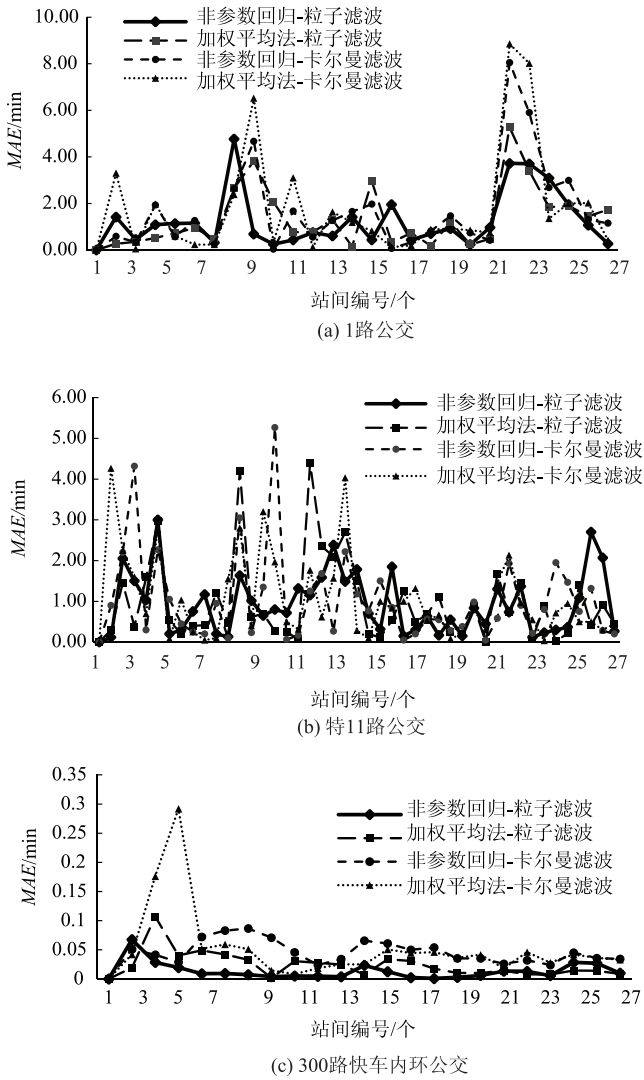


图 4 到站时间预测误差

Fig. 4 Prediction errors of bus arrival time

站时间预测的估计误差呈带状分布, 且随着粒子数目的增多, 标准差越小越稳定, 即预测效果越好。

4 结论

考虑到速度数据包含众多信息, 本研究提出了一种基于非参数回归-粒子滤波算法, 利用历史速度数据趋势来预测公交车辆的到站时间模型。

(1) 采用非参数回归方法, 利用历史趋势来预测站间速度的变化趋势: 创造性地对历史数据的选取时刻和站间速度趋势参照点进行拓展, 增加模型的预测鲁棒性。结果表明该方法的预测精度高于加权平均方法。

(2) 采用粒子滤波算法对公交到站时间进行预测, 为避免粒子退化, 每次迭代均采用重抽样技术; 选取北京市内 3 条线路, 利用非参数回归-粒子滤

表 2 线路到站时间预测误差 (一周平均)

Tab. 2 Prediction errors of bus line arrival time (one-week average)

线路名称	方法	MAE/	RMSE/	MAPE/
		min	min	%
1 路	非参数回归-粒子滤波	1.28	2.72	3.79
	加权平均法-粒子滤波	1.70	7.53	3.98
	非参数回归-卡尔曼滤波	1.74	7.83	3.90
	加权平均法-卡尔曼滤波	1.78	7.53	4.00
特 11 路	非参数回归-粒子滤波	0.97	1.20	3.36
	加权平均法-粒子滤波	0.99	1.21	3.68
	非参数回归-卡尔曼滤波	1.03	1.20	3.78
	加权平均法-卡尔曼滤波	1.04	1.49	4.20
300 路快车内环	非参数回归-粒子滤波	0.62	0.63	1.00
	加权平均法-粒子滤波	0.73	0.91	3.00
	非参数回归-卡尔曼滤波	0.82	1.44	5.00
	加权平均法-卡尔曼滤波	1.01	2.76	10.00

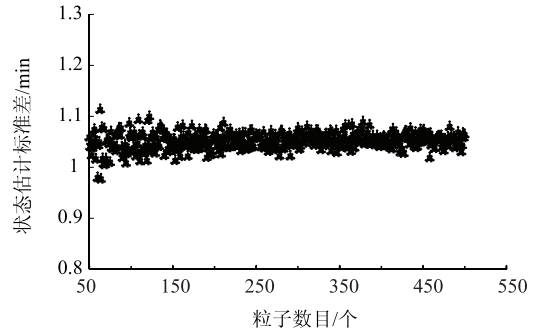


图 5 粒子数目对模型敏感度的影响

Fig. 5 Influence of particle number on model sensitivity

波 (本研究所提算法)、加权平均法-粒子滤波、非参数回归-卡尔曼滤波、加权平均法-卡尔曼滤波 4 种算法对公交到站时间进行预测, 证明了本研究所提算法的优越性; 对模型进行敏感度分析, 发现随着粒子数目的增多, 标准差逐渐稳定在 1.1 min 左右, 说明模型的稳定性较好。

未来拟对公交车辆到站时间预测模型进行深入研究, 将公交车辆站间运行时间进行细化, 进一步区分出在站停留时间、交叉口候车时间等成分, 使得对站间速度、到站时间的预测更加合理。

参考文献:

References:

- [1] 李文正. 使用 ARIMA 模型预测公交到站时间 [D]. 北京: 清华大学, 2015.
LI Wen-Zheng. Bus Travel Times Prediction Using ARIMA Models [D]. Beijing: Tsinghua University, 2015.
- [2] AMITA J, SINGH J S, KUMAR G P. Prediction of Bus Travel Time Using Artificial Neural Network [J].

- International Journal for Traffic & Transport Engineering, 2015, 5 (4): 410–424.
- [3] 李慧兵, 杨晓光. 面向行程时间预测准确度评价的数据融合方法 [J]. 同济大学学报: 自然科学版, 2013, 41 (1): 60–65.
- LI Hui-bing, YANG Xiao-guang. Data Fusion Method for Accuracy Evaluation of Travel Time Forecast [J]. Journal of Tongji University: Natural Science Edition, 2013, 41 (1): 60–65.
- [4] 姚智胜, 邵春福, 熊志华. 支持向量机在路段行程时间预测中的应用研究 [J]. 公路交通科技, 2007, 24 (9): 96–99.
- YAO Zhi-sheng, SHAO Chun-fu, XIONG Zhi-hua. Research on Use of Support Vector Machine for Forecasting Link Travel Time [J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2007, 24 (9): 96–99.
- [5] 王宝杰, 王伟, 杨敏, 等. 基于 Kalman 滤波行程时间预测的 BRT 车速诱导 [J]. 吉林大学学报: 工学版, 2014, 44 (1): 41–46.
- WANG Bao-jie, WANG Wei, YANG Min, et al. BRT Speed Induction Based on Kalman Travel Time Prediction [J]. Journal of Jilin University: Engineering and Technology Edition, 2014, 44 (1): 41–46.
- [6] 向红艳, 彭学文. 公交到站时间预测研究现状与发展趋势 [J]. 交通信息与安全, 2014, 32 (4): 57–61.
- XIANG Hong-yan, PENG Xue-wen. Current Study and Development Trend of Bus Arrival Time Prediction [J]. Journal of Transportation Information and Safety, 2014, 32 (4): 57–61.
- [7] 任远, 吕永波, 马继辉, 等. 基于粒子滤波的公交车到站时间预测研究 [J]. 交通运输系统工程与信息, 2016, 16 (6): 142–146.
- REN Yuan, LÜ Yong-bo, MA Ji-hui, et al. Bus Arrival Time Prediction Based on Particle Filter [J]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology, 2016, 16 (6): 142–146.
- [8] CHEN H, RAKHA H. Data-driven Particle Filter for Travel Time Prediction [C] // Transportation Research Board 92nd Annual Meeting. Washington, D. C.: Transportation Research Board, 2013.
- [9] VAN T H, BELL K. A Tutorial on Particle Filters for Online Nonlinear/NonGaussian Bayesian Tracking [M]. New York: Wiley-IEEE Press, 2007.
- [10] 程松. 一种利用粒子滤波的实时交通状态估计方法 [D]. 上海: 复旦大学, 2008.
- CHEN Song. A Method of Traffic State Estimation Based on Particle Filter [D]. Shanghai: Fudan University, 2008.
- [11] 齐龙涛. 基于粒子滤波的交通流状态预测及其优化研究 [D]. 北京: 北京交通大学, 2011.
- QI Long-tao. Research on Traffic Flow Forecasting and Optimization Based on Particle Filter [D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2011.
- [12] CHEN H, RAKHA H A. Real-time Travel Time Prediction Using Particle Filtering with a Non-explicit State-transition Model [J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2014, 43: 112–126.
- [13] HANS E, CHIABAUT N, LECLERCQ L, et al. Real-time Bus Route State Forecasting Using Particle Filter and Empirical Data Application [J]. Transportation Research Procedia, 2015, 6: 434–447.
- [14] DHIVYABHARATHI B, KUMAR B A, VANAJAKSHI L, et al. Particle Filter For Reliable Bus Travel Time Prediction Under Indian Traffic Conditions [J]. Transportation in Developing Economies, 2017, 3 (2): 3–13.
- [15] 赵衍青. 公交车辆到站时间预测方法研究 [D]. 北京: 北京交通大学, 2017.
- ZHAO Yan-qing. Research on Method of Bus Arrival Time Prediction [D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2017.
- [16] 黄小平, 王岩, 缪鹏程. 粒子滤波原理及应用: MATLAB 仿真 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2017.
- HUANG Xiao-ping, WANG Yan, MIAO Peng-cheng. Particle Filter Principle and Application: MATLAB Simulation [M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2017.
- [17] 胡华, 高云峰, 刘志钢. 基于 AVL 数据的公交到站时间实时预测模型 [J]. 重庆交通大学学报: 自然科学版, 2012, 31 (5): 1014–1017, 1041.
- HU Hua, GAO Yun-feng, LIU Zhi-gang. Dynamic Prediction Model of Bus Arrival Time Based on AVL Data [J]. Journal of Chongqing Jiaotong University: Natural Science Edition, 2012, 31 (5): 1014–1017, 1041.
- [18] 周雪梅, 杨晓光, 王磊. 公交车辆行程时间预测方法研究 [J]. 交通与计算机, 2002, 20 (6): 12–14.
- ZHOU Xue-mei, YANG Xiao-guang, WANG Lei. Research into Methods to Predict Bus Running Time [J]. Computer and Communications, 2002, 20 (6): 12–14.
- [19] 刘宇. 城市公交到站时间预测方法研究 [D]. 南京: 东南大学, 2011.
- LIU Yu. Research on Urban Bus Arrival Time Prediction [D]. Nanjing: Southeast University, 2011.
- [20] SHALABY A, FARHAN A. Prediction Model of Bus Arrival and Departure Times Using AVL and APC Data [J]. Journal of Public Transportation, 2004, 7 (1): 41–62.
- [21] 张宇, 马寿峰, 贾宁. 基于非参数回归的路段速度估算方法 [J]. 计算机应用研究, 2011, 28 (10): 3699–3701, 3706.
- ZHANG Yu, MA Shou-feng, JIA Ning. Average Speed Evaluate Based on Non-parametric Regression [J]. Application Research of Computers, 2011, 28 (10): 3699–3701, 3706.