

文章编号: 1001-1455(2008)06-0521-06

弹体在内摩擦介质中的斜侵彻深度计算^{*}

陈 伟^{1,2}, 王明洋¹, 顾雷雨¹

(1. 解放军理工大学工程兵工程学院, 江苏 南京 210007;

2. 总参工程兵科研三所, 河南 洛阳 471023)

摘要: 考虑介质处于内摩擦状态下, 利用球腔膨胀理论及内摩擦介质侵彻近区运动方程求得刚性弹体在侵彻过程中的阻力。在此基础上, 考虑自由表面对弹体斜侵彻的影响, 将斜侵彻分为 3 个阶段, 推导了斜向侵入弹体表面上任一点的应力公式, 进而得出了新的刚性弹体的斜侵彻解析解。该解与别列赞公式在形式上一致, 计算结果也符合较好, 从而在理论上对别列赞经验公式进行了解释。

关键词: 爆炸力学; 斜侵彻; 球腔膨胀理论; 内摩擦介质

中图分类号: O385

国标学科代码: 130 · 35

文献标志码: A

1 引 言

弹体侵彻靶体通常不是垂直入射的, 由于侵彻时靶体对弹体阻力的不对称影响导致弹体偏航, 并在一定程度上减少侵彻深度。弹体垂直侵彻深度的理论与实验研究已经取得了丰硕的成果^[1-3], 但对斜侵彻深度的计算主要集中在少量实验取得的经验公式方面, 如目前工程设计中采用的斜侵彻深度计算公式。这种经验公式尽管简单, 但仅限于当时实验条件的参数范畴, 尚不能从科学上反映斜侵彻的运动规律。在理论研究方面, 对侵彻与爆炸近区的研究主要是根据空腔膨胀理论, 采用各种简单或复杂的状态方程及本构关系开展^[4-5]。由文献[6]可知, 空腔膨胀理论得到的近区介质运动学关系的表征与近区实际应力和变形并不相符, 使许多理论研究成果在近区存在数量级的误差。王明洋等^[7]将岩石材料视为内摩擦介质, 从近区应力与变形实际状态出发, 运用动量与质量守恒关系推得了介质近区运动学的关系式, 揭示了侵彻、贯穿和爆炸近区的比例换算关系和几何相似关系, 具有工程应用价值。

本文中根据文献[7]的模型和理论, 在计算分析过程中考虑自由表面对弹体斜侵彻的影响, 把弹体斜侵彻分为 3 个阶段, 推导斜向侵入弹体表面上任一点的应力公式, 建立弹体在靶体中斜侵彻运动的微分方程, 从而确定弹体在靶体中的斜侵彻深度公式。通过与现有的别列赞(BLZ)公式计算结果的对比, 得出了一些较有价值的结论。

2 弹体在侵彻过程中的侵彻阻力计算

采用球腔膨胀理论, 根据一维球形空穴膨胀过程中弹塑性波的传播和介质压缩的解析结果, 获得阻力与空穴膨胀速度的关系, 将这一关系应用于弹体的侵彻过程中以求得侵彻规律^[3]。球腔膨胀模型如图 1 所示, OA 为弹体对称轴到弹体表面的距离, OB 为弹体对称轴到靶体表面的距离, 可取 $b \rightarrow \infty$, OB 与弹体侧面正交于点 A 。

介质的变形与破坏分为塑性区和弹性区, 介质的运动方程在球坐标系下的形式为

$$\rho_0 \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} \right) = \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{2(\sigma_r - \sigma_\theta)}{r} \quad (1)$$

式中: ρ_0 为介质的初始密度(密度变化的影响可以忽略); u 为介质径向质点速度; r 为介质等效半径; σ_r 、 σ_θ 为介质径向及环向应力分量。

^{*} 收稿日期: 2007-04-11; 修回日期: 2007-12-20

作者简介: 陈 伟(1978—), 男, 博士, 助理研究员。

塑性区的介质内摩擦状态采用 Mohr-Coulomb 塑性条件,在球坐标系下,此条件为 $\sigma_r - \sigma_\theta = (\sigma_r + \sigma_\theta) \sin \varphi - 2C \cos \varphi$ 。在塑性区,由于介质质点间联接被破坏,有 $C \ll \sigma_r$,可忽略 C 的影响,(1)式可简化为

$$\sigma_\theta = \alpha^* \sigma_r \tag{2}$$

式中: φ 为介质内摩擦角, C 为粘结强度系数, $\alpha^* = \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi}$ 。

由文献[7],根据质量守恒定律,在侵彻近区有

$$u = c_p^* \left(\frac{a}{r} \right)^2, \quad u(a, t) = \dot{a} \tag{3}$$

式中: c_p^* 为介质的等价变形波速, a 为球腔半径, $\dot{a}$ 为球腔膨胀速度。

将式(2)~(3)代入到式(1)中,积分后可以得到破坏区内径向应力的一般解

$$\sigma_r^p = \frac{2}{R+4} \rho_0 c_p^{*2} \frac{a^4}{r^4} - \frac{1}{R+1} \rho_0 c_p^* \frac{2a\dot{a}}{r} + f(t) \tag{4}$$

式中: $R = -2(1 - \alpha^*)$, $f(t)$ 为时间的任意函数,上标 p 表示塑性区。

在弹性区域,位移场 w 可由不可压缩条件来确定: $r^3 = (r+w)^3 - a^3$ 。考虑位移场 $w \ll r$,可得

$$w^e = \frac{1}{3} \frac{a^3}{r^2} \tag{5}$$

式中: w 为介质位移,上标 e 表示弹性区。

弹性区变形张量分量可计算得到

$$\epsilon_r^e = \frac{\partial w^e}{\partial r} = -\frac{2}{3} \frac{a^3}{r^3}, \quad \epsilon_\theta^e = \frac{w^e}{r} = \frac{1}{3} \frac{a^3}{r^3} \tag{6}$$

由弹性广义 Hooke 定律

$$\tau_{\max} = G \gamma = \mu (\epsilon_r^e - \epsilon_\theta^e) = G \frac{a^3}{r^3} \tag{7}$$

式中: $\tau_{\max} = \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{2}$, $\gamma = \epsilon_r^e - \epsilon_\theta^e$ 为主剪应变。 ϵ_r^e 、 ϵ_θ^e 为径向、环向应变, G 为剪切弹性模量。

将式(7)代入运动方程(1),取球腔半径弹性区域(r, b)。积分后,可得

$$\sigma_r^e = -\rho_0 c_p^* 2a\dot{a} \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{r} \right) + \rho_0 c_p^{*2} \frac{a^4}{2} \left(\frac{1}{b^4} - \frac{1}{r^4} \right) + \frac{4}{3} \mu a^3 \left(\frac{1}{b^3} - \frac{1}{r^3} \right) + g(t) \tag{8}$$

式中: $g(t)$ 为时间的任意函数。

在弹性区边界,取 $b \rightarrow \infty$,应力边界条件 $\sigma_r^e|_{r=b} = 0$,代入式(8)可得: $g(t) \rightarrow 0$ 。

弹塑性边界条件 $r = R_c$ 可用球腔尺寸 a 表示,由式(7),有

$$\left(\frac{R_c}{a} \right)^3 = \frac{\mu}{\tau_s^e} \tag{9}$$

式中: τ_s^e 为介质的抗剪弹性极限强度。

由应力连续条件 $\sigma_r^p|_{r=R_c} = \sigma_r^e|_{r=R_c}$,可求出

$$f(t) = -\left(\frac{1}{2} + \frac{2}{R+4} \right) \rho_0 c_p^{*2} \frac{a^4}{R_c^{R+4}} - \frac{2R}{R+1} \rho_0 c_p^* \frac{a\dot{a}}{R_c^{R+1}} - \frac{4}{3R_c^{R+3}} \mu a^3 \tag{10}$$

故弹体的侵彻阻力

$$\sigma_n = -\sigma_r^p|_{r=a} = \lambda_d \rho_0 c_p^{*2} \dot{a} - \frac{2}{R+4} \rho_0 c_p^{*2} - \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{R+4} \right) \rho_0 c_p^{*2} \frac{a^R}{R_c^{R+4}} \tag{11}$$

式中: $\lambda_d = \frac{2}{R+1} - \frac{2R}{R+1} \left(\frac{\tau_s^e}{\mu} \right)^{1/3}$ 。

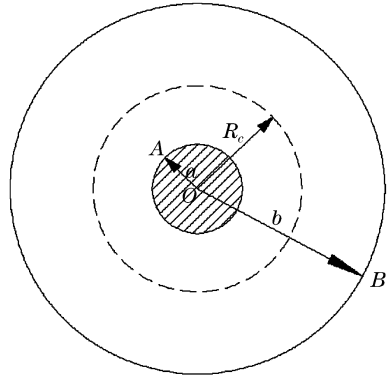


图 1 球腔膨胀模型简图

Fig. 1 Sketch of the cavity-expansion model

式(11)中的第 1 项表示了速度对侵彻阻力的影响,即阻力的动力分量。对混凝土或岩石介质,通过计算可知,当弹体速度 $v_0 \leq 1.2 \text{ km/s}$ 时,后 2 项对侵彻深度影响不大(误差小于 5%),可忽略其影响,于是式(11)可简化为

$$\sigma_n = \lambda_d \rho_0 c_p^* \dot{a} \tag{12}$$

3 弹体斜侵彻过程中受力分析

为了简化问题,做如下假设:

- (1) 弹体入射平面在侵入过程中方位不变,偏航角和入射角始终在射平面内;
- (2) 不考虑弹体绕弹轴旋转对射平面以及偏航角和入射角的影响;
- (3) 假定弹体为刚体,不计弹体变形;
- (4) 不计弹体自旋阻力和自旋阻力矩的影响;
- (5) 不考侵彻问题中由于拉伸反射和层裂造成的前坑(崩裂区)问题。

对于半无限空间介质的斜入射情况,由于作用在弹体上下表面介质的边界不对称,即存在自由表面的影响,在上述阻力计算公式中需要考虑这些不对称因素的作用。将弹体的侵彻过程分为 3 个阶段:第 1 阶段,弹头部开始侵入至弹体下表面完全侵入靶体;第 2 阶段:侵彻继续进行至弹头部完全侵入靶体,其中部分弹杆部侵入;第 3 阶段:弹头完全侵入至弹体完全侵入靶体,停止运动。如图 2 所示,在不同的侵彻阶段,弹头上下表面侵入部分 l_{d1} 、 l_{d2} 的值并不相同,在各阶段的值为

$$\begin{cases} l_{d1} = \frac{h}{\cos(\beta - \theta)}, & l_{d2} = \frac{h}{\cos(\beta + \theta)} & 0 \leq h < l_d \cos(\beta + \theta) \\ l_{d1} = \frac{h}{\cos(\beta - \theta)}, & l_{d2} = \frac{l_d}{\cos\theta} & l_d \cos(\beta + \theta) \leq h \leq l_d \cos(\beta - \theta) \\ l_{d1} = l_{d2} = l_d & & h > l_d \cos(\beta - \theta) \end{cases}$$

式中: θ 为弹头锥角的半角; β 为弹丸轴线与介质表面法线的夹角;弹头长度 $l_d = \frac{d}{2\cos\theta}$; d 为弹体直径; h 为侵彻深度; l_{d1} 、 l_{d2} 分别为弹头上下表面侵入介质的长度。

对于锥形弹头来说,弹体表面某点处对应的球腔半径 a 与该点距弹体尖端长度 l_e 、球腔膨胀速度 $\dot{a}$ 、侵彻速度 v 及侵彻深度 h 之间有下列关系

$$\begin{cases} a = l_e \tan\theta \\ \dot{a} = v \sin\theta \\ v = \dot{h} \end{cases} \tag{13}$$

在弹体冲击作用下,靶体自由表面抬起,因此,与靶体产生作用的弹头部分外表形状非常复杂。本文中直接采用质量守恒条件也就间接考虑了自由表面的影响,为方便分析,可将与靶体产生作用的弹头外表形状简化为圆锥面。

作用在弹头上、下表面某一微小单元上的轴向力,即与弹体运动速度方向相反的力为

$$dF_1 = \pi k \sigma_1 l_e \sin\theta dl_e, \quad dF_2 = \pi k \sigma_2 l_e \sin\theta dl_e \tag{14}$$

式中: F_1 、 F_2 分别为作用在弹体上下表面的法向力; $k = 1 + \mu' \cot\theta$; μ' 为弹体与介质间的滑动摩擦因数; σ_1 、 σ_2 分别为作用在弹体上下表面的侵彻阻力。积分可得

$$F_1 = B_1 v, \quad F_2 = B_2 v \tag{15}$$

式中: $B_1 = \frac{1}{2} \pi k \lambda_d \rho_0 c_p^* l_{d1}^2 \sin^2\theta$, $B_2 = \frac{1}{2} \pi k \lambda_d \rho_0 c_p^* l_{d2}^2 \sin^2\theta$ 。

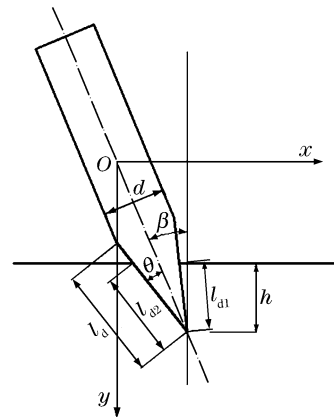


图 2 弹体斜侵彻状态简图

Fig. 2 Sketch of projectile oblique into target

作用在弹头上、下表面的某一微小单元上的横向力,即垂直于弹体运动速度方向的力为

$$dF_3 = k' \pi l_e \sigma_1 dl_e \sin \theta, \quad dF_4 = k' \pi l_e \sigma_2 dl_e \sin \theta \quad (16)$$

式中: $k' = \mu' \cot \theta - 1$ 。积分得

$$F_3 = B_3 v, \quad F_4 = B_4 v \quad (17)$$

式中: $B_3 = \frac{1}{2} \pi k' \lambda_d \rho_0 c_p^* l_{d1}^2 \tan^2 \theta \sin \theta_0$, $B_4 = \frac{1}{2} \pi k' \lambda_d \rho_0 c_p^* l_{d2}^2 \tan^2 \theta \sin \theta_0$ 。

综上所述,弹体在斜侵入靶体过程中,作用在弹头上的法向力 R_t 、横向力 R_d 为

$$R_t = F_1 + F_2 = B_t v, \quad R_d = F_3 - F_4 = B_d v \quad (18)$$

式中: $B_t = \frac{1}{2} \pi k \lambda_d \rho_0 c_p^* (l_{d1}^2 + l_{d2}^2) \sin \theta^2$, $B_d = \frac{1}{2} k' \lambda_d \rho_0 c_p^* (l_{d1}^2 - l_{d2}^2) \sin \theta_0 \tan^2 \theta$ 。

由式(18)可以看出,弹头完全侵入靶体后,上下表面的横向力相互抵消,只有轴向力存在,即只在弹轴方向具有阻力。

4 斜侵彻深度计算

以弹体与靶体相撞击瞬时的弹体质心 O 为原点, x 为水平轴, y 为垂直轴,正方向向下,射平面与 xOy 平面重合,如图 2 所示。设弹体的质量为 m ,根据刚体动力学,可以列出弹体的运动微分方程^[7]

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = R_d \cos \beta - R_t \sin \beta \quad (19)$$

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = -R_d \sin \beta - R_t \cos \beta \quad (20)$$

引入 $\frac{dx}{dt} = v \sin \beta$, $\frac{dy}{dt} = v \cos \beta$,代入上式可得

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{R_t}{m}, \quad v \frac{d\beta}{dt} = \frac{R_d}{m} \quad (21)$$

式(21)是弹体质心运动方程,可以看出,阻力分量 R_t 使弹体做减速运动, R_d 使弹体偏航,这在力学上解释了弹体减速和偏航的力学机理。求解得

$$\begin{cases} v(t) = v_0 \exp\left(-\frac{B_t}{m} t\right) \\ \beta = \beta_0 + \frac{B_d}{m} t \end{cases} \quad (22)$$

式中: v_0 为弹丸初速度, β_0 为弹丸初始命中角。

弹体的侵彻深度计算公式为

$$\begin{cases} h = \int_0^{t_1} v(t) \cos \beta(t) dt \\ t_1 = \frac{m}{B_t} \ln v_0 \end{cases} \quad (23)$$

通过计算分析可发现, v_0 和弹体偏航角 $\Delta \beta$ 相互影响, v_0 越大,弹体偏航角 $\Delta \beta$ 就越小,即弹体侵入靶体后的弹道路径越稳定。当 $v_0 > 500$ m/s 时,可忽略 $\Delta \beta$ 对侵彻深度的影响。故式(23)可简化为

$$h = \int_0^{t_1} v(t) \cos \beta_0 dt = \frac{m}{B_t} v_0 \cos \beta_0 \quad (24)$$

将式(18)代入式(24),可得

$$h = \frac{m}{d^2} \lambda_1 \lambda_2 K_q v_0 \cos \beta_0 \quad (25)$$

式中:弹形系数 $\lambda_1 = \frac{1}{2 \pi k \lambda_d \tan^2 \theta}$;弹径系数 $\lambda_2 = \frac{d^2}{(l_{d1}^2 + l_{d2}^2) \sin \theta}$;侵彻系数 $K_q = \frac{1}{\rho_0 c_p^*}$,即介质的等效波阻抗。

5 斜侵彻深度计算公式的验证及与 BLZ 公式的对比

目前我国规范采用的斜侵彻深度计算公式是修正 BLZ 公式

$$h = \frac{m}{d^2} \lambda_1 \lambda_2 K_q v_0 K_\alpha \cos \alpha$$
 (26)

式中： λ_1 、 λ_2 、 K_q 分别表示弹形系数、弹径系数与侵彻系数； K_α 为弹的偏转系数； α 为命中角。

与式(26)对比可知，本文中推导的斜侵彻深度计算公式与修正 BLZ 公式在形式上基本一致，但各系数却有着明确的物理意义。利用文献[9]的实验数据，将本文公式、BLZ 公式及实验结果进行对比。弹体参数和侵彻初始条件见表 1，本文采用的计算参数如下：靶体介质 $\tau_s^e=1.7$ MPa，内摩擦角 $\varphi=45^\circ$ ，剪切模量 $G=13.5$ GPa，密度 $\rho_0=2.5$ g/cm³，破碎介质中的波速 $c_p^*=700$ m/s，弹体与介质间的滑动摩擦因数 $\mu'\approx 0.1$ 。

表 1 侵彻条件与结果对比
Table 1 Comparison between impact conditions and results

实验号	m/g	d/mm	L/d	$v_0/(\text{m/s})$	$\alpha/(\text{^\circ})$	斜侵彻深度 h		
						实验	本文公式	BLZ 公式
I-1	313.3	25	6	815	19.6	20.16 <i>d</i>	15.72 <i>d</i>	15.2 <i>d</i>
I-2	363.2	25	6	767	20.0	19.76 <i>d</i>	17.15 <i>d</i>	16.2 <i>d</i>
II-1	360.8	25	6	769	30.6	16.60 <i>d</i>	15.74 <i>d</i>	12.7 <i>d</i>
II-2	488.9	25	8	676	30.1	18.18 <i>d</i>	18.75 <i>d</i>	17.8 <i>d</i>
II-3	519.4	25	10	656	30.1	15.81 <i>d</i>	19.33 <i>d</i>	20.7 <i>d</i>

由表 1 可以看出，本文公式较修正 BLZ 公式更加符合实验结果。这主要是因为本文中引用的实验为动能深侵彻弹实验，弹体长径比很大，而 BLZ 公式是根据常规射弹实验总结的经验公式，因此预测效果不理想。相对于经验公式，本文公式是从物理意义上推导出的，因此具有更宽的应用范围，也与实验结果更加接近。

6 结 论

(1) 考虑介质处于内摩擦状态下，采用空腔膨胀理论，忽略裂纹区的影响，得出了刚性弹体的斜侵彻解析解

$$h = \frac{m}{d^2} \lambda_1 \lambda_2 K_q v_0 \cos \beta_0$$

该公式与 BLZ 公式在形式上基本一致，从而解释了 BLZ 公式各系数的物理意义，揭示了弹体斜侵彻深度计算原理。

- (2) 实验数据证明，本文公式是有效的，比经验公式具有更宽的应用范围。
- (3) 计算发现，弹体入射速度 v_0 和弹体偏航角 $\Delta\beta$ 相互影响， v_0 越大，弹体偏航角 $\Delta\beta$ 就越小，即弹体侵入靶体后的弹道路径越稳定。当 $v_0>500$ m/s 时，可忽略 $\Delta\beta$ 对侵彻深度的影响。

参考文献：

[1] Brown S J. Energy release protection for pressurized systems—Part II : Review of studies into impact/terminal ballistics[J]. Applied Mechanics Reviews, 1986,39(2):177-201.

[2] Heuze F E. An overview of projectile penetration into geologic materials—with emphasis on rock[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Science, 1990,27(1):221-228.

[3] Luk V K, Forrestal M J. Penetration into semi-infinite reinforce-concrete targets with spherical and ogival nose projectiles[J]. International Journal of Impact Engineering, 1987,6(4):291-301.

- [4] Forrestal M J, Tzou D Y. A spherical cavity-expansion penetration model for concrete targets[J]. International Journal of Solids and Structures, 1997,34(31):4127-4146.
- [5] X W Chen, S C Fan, Q M Li. Oblique and normal perforation of concrete targets by a rigid projectile[J]. International Journal of Impact Engineering, 2004,30(6):617-637.
- [6] 王明洋,邓宏见,钱七虎. 岩石中侵彻与爆炸作用的近区问题研究[J]. 岩石力学与工程学报,2005,24(16):2859-2863.
WANG Ming-yang, DENG Hong-jian, QIAN Qi-hu. Study on problems of near cavity of penetration and explosion in rock[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005,24(16):2859-2863.
- [7] 王明洋,戎晓力,钱七虎,等. 弹体在岩石中侵彻与贯穿计算原理[J]. 岩石力学与工程学报,2003,22(11):1811-1816.
WANG Ming-yang, Rong Xiao-li, QIAN Qi-hu, et al. Calculation principle for penetration and perforation of projectile into rock[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2003,22(11):1811-1816.
- [8] 陈士林,王明洋,潘越峰. 锥形端部弹体在岩石(混凝土)介质层中侵彻实用计算方法[J]. 爆炸与冲击,2004,24(1):7-15.
CHEN Shi-lin, WANG Ming-yang, PAN Yue-feng. The method of calculation for penetration of conical-nosed projectile in rock (concrete) layers[J]. Explosion and Shock Waves, 2004,24(1):7-15.
- [9] 陈小伟,张方举,杨世全,等. 动能深侵彻弹的力学设计(Ⅲ):缩比试验分析[J]. 爆炸与冲击,2006,26(2):105-114.
CHEN Xiao-wei, ZHANG Fang-ju, YANG Shi-quan, et al. Mechanics of structural design of EPW(Ⅲ): Investigations on the reduced-scale tests[J]. Explosion and Shock Waves, 2006,26(2):105-114.

Calculation of oblique penetration depth of projectiles into an intrinsic friction medium

CHEN Wei^{1,2*}, WANG Ming-yang¹, GU Lei-yu²

(1. *Engineering Institute, PLA University of Science and Technology,*

Nanjing 210007, Jiangsu, China;

2. The Third Engineering Institute of General Staff,

Luoyang 471023, Henan, China)

Abstract: Considering that the target is an intrinsic friction medium, the cavity-expansion approximation and dynamic equations of the medium near the cavity of penetration are used to calculate the resistance of the rigid warhead. The influence of the target with a free surface on penetration is taken into account and the oblique penetration process is divided into three phases. According to the above work, the formula to compute stress on the projectile surface is deduced and a new analytical solution to oblique penetration depth of the rigid projectile into the target is obtained. The solution is identical with the BLZ formula in form and the calculation results also fit well. The solution provides the theoretical explain for the BLZ formula.

Key words: mechanics of explosion; oblique penetration; cavity-expansion approximation theory; intrinsic friction medium

* Corresponding author: CHEN Wei

E-mail address: freecia@163.com

Telephone: 86-379-65986840