论文

一种稀疏混合ICP匹配方案

王子玮¹, 张小俭^{1*}, 严思杰¹, 代星^{1,2}

1. 华中科技大学机械科学与工程学院, 数字制造装备与技术国家重点实验室, 武汉 430074;

2. 华中科技大学无锡研究院, 无锡 214000

* E-mail: xjzhang@hust.edu.cn

收稿日期: 2020-07-14; 接受日期: 2020-11-12; 网络版发表日期: 2021-03-12

国家自然科学基金(批准号: 51775211)和国家重点研发计划(变革性)(编号: 2019YFA0706700)资助项目

摘要 稀疏匹配, 作为能有效处理含有离群点、噪声等干扰因素的点云匹配方法, 成为了近年来较为实用的匹配算法. 本文通过对稀疏ICP(点对点)与稀疏TDM(点对面)求解流程的分析以及对特征不明显点云的匹配实验, 发现稀疏ICP易陷入局部最优、稀疏TDM易在切平面发生滑移等问题. 为了克服稀疏ICP与稀疏TDM算法的局限性, 本文提出了稀疏混合ICP算法(稀疏Mixed-ICP). 在匹配过程中, 通过Sigmoid权值函数融合了稀疏ICP与稀疏TDM的求解流程, 使算法拥有避免陷入局部最优、抑制滑移的能力, 而且保留了稀疏匹配应对离群点、噪声干扰的优势. 同时, 本文利用包围盒划分的方法, 有效地减少参与匹配的离群点数目, 提高了匹配的成功率. 实验表明, 所提算法不仅能够有效地解决特征不明显点云匹配的问题, 而且对不同程度的离群点与噪声具有很好的稳定性.

关键词 稀疏匹配, 特征不明显点云, 稀疏Mixed-ICP, 包围盒划分

1 引言

点云匹配在机械零件的测量过程中应用广泛, 目的是通过数据拼接的方式突破传感器有限的行程、摆脱零件待测量部位与非测量部位之间结构干涉的问题, 从而提高整体测量方案的适用性与鲁棒性.

点云匹配的方法可以分为两大类^[1]. 第一类方法是记录零件的特征在不同位姿下的坐标表达, 利用不同位姿坐标之间的刚性变换来实现点云配准. 方案通常会采用零件的基准平面、基准孔、标准球等特征作为零件特征. 该方案的优点在于原理简洁、实施简单、稳定性高, 适用于各种程度的离群点、密度的点云. 缺点在于匹配精度会受到零件特征制造精度与重复测量

所造成误差的影响. 并且当测量的物体结构复杂时, 必须多次更换装夹姿态进行测量, 此时测量精度也会由于重复装夹而受到影响. 因此这类方案适用范围有限, 通常应用于结构较为简单、零件制造精度较高的场合.

第二类是获取不同视角下的点云, 根据点云的密度、精度、同源性等特性采用适应的算法进行配准. 该方案应用场景更为广泛, 可以在重要文物修复、高温物体测量、医学图像、大地测量等场景中运用. 为了保证配准精度, 所获取的测量点云数目较为庞大, 初始位置不确定, 存在噪声以及离群(outliers)点等问题. 为了提高匹配方案的精度与鲁棒性, 通常采用“粗-精”的匹配模式^[2,3]. 针对“粗-精”匹配模式, 国内外学者

引用格式: 王子玮, 张小俭, 严思杰, 等. 一种稀疏混合ICP匹配方案. 中国科学: 技术科学, 2021, 51: 837–849

Wang Z W, Zhang X J, Yan S J, et al. Sparse mixed ICP registration method (in Chinese). Sci Sin Tech, 2021, 51: 837–849, doi: 10.1360/SST-2020-0287

进行了大量的研究^[4-9]。

粗配准的目的在于为最后的精配准提供较优的初始位置, 提高方案鲁棒性。算法通过提取点云的特征, 获取同源点, 再根据同源点进行刚性变换。Aiger等人^[10]利用四点仿射不变的特性, 采用随机样本一致性(RANSAC)算法计算刚性变换的矩阵。Rusu等人^[11]提出了特征直方图(fast persistent feature histograms, FPFH)描述子, 该描述子利用点云领域的位置、法式信息构建高维直方图这一仿射不变量, 算法采用kdtree搜寻同源点, 并采用迭代最近点算法(ICP^[7])框架计算刚性变换矩阵。Yang等人^[12]提出了全局最近点迭代(Go-ICP)算法, 算法利用分支界定法进行配准, 实现了全局配准, 但是算法速度较慢。Raposo^[13]利用局部坐标的微分信息构建仿射不变量, 实现了曲线点云与曲面点云的匹配。

精配准是对粗配准位置的修正, 得到满足匹配精度的配准结果。算法根据定义的距离函数进行迭代求解刚性变换矩阵。传统ICP^[7]算法是经典的匹配算法, 该算法是“点对点”的匹配模式, 其距离函数定义为点与点之间的二范数距离, 传统ICP算法简洁, 但是初始位置对算法有影响, 容易陷入局部最优。“点对面”^[8]的匹配模式是基于ICP的“点对点”距离函数的一阶泰勒展开得到点到切平面的距离函数(TDM)所提出的, 算法提高了匹配精度与匹配速度, 但是算法缺乏在切平面滑移的约束, 使匹配失效。而利用“点对点”距离函数的二阶泰勒展开得到点到密切圆的距离函数(SDM)^[14]可以达到二阶收敛, 算法拥有更高的精度、更快的收敛速度, 但算法利用了曲率等信息, 因此算法对噪声较为敏感, Li等人^[15]采用自适应距离提高了算法抑制滑移的能力。还有其他许多学者^[16-19]对匹配精度、速度进行了改进。然而, 上述算法在应对部分重叠区域的情形下失效, 为了解决此问题, Segal等人^[17]提出了广义ICP(generalized icp)算法, 算法采用“面与面”的匹配模式, 提高算法鲁棒性的同时也可以应对离群点, 然而算法无法应对大量的离群点。有学者利用鲁棒函数(robust function)^[20-23]去减小离群点对匹配的影响, 其中Zhou等人^[23]采用Geman-McClure鲁棒函数实现了全局的快速配准。改进最近点迭代(Trim-ICP)算法^[24]是在迭代过程中引入重叠率的概念, 算法每次迭代保留固定比例的点。补充为局部最近点迭代(Fri-ICP)算法^[25]将重叠率引入目标函数中, 两种

算法需要多次迭代才能收敛, 速度较慢, 同时对重叠率的数值较为敏感。为了减少重叠率数值对匹配过程的影响, Bouaziz等人^[26]提出了稀疏匹配(sparse iterative closest points)算法, 并且提出了增广拉格朗日+交替乘法(ALM+ADMM)的求解框架, 算法不需要引入重叠率的概念, 有效地解决了重叠区域、离群点等问题。Li等人^[27]拓展了稀疏匹配的定义, 提出了加权稀疏匹配并利用Cauchy作为权重函数实现了包含大量离群点的匹配。综上, 稀疏匹配是应对离群点、重叠区域、噪声等干扰因素的有效解决方法。因此本文将继续研究稀疏匹配的原理与求解流程, 讨论算法的适用性。

本文结构安排如下: 第2节将介绍稀疏ICP与稀疏TDM(tangent distance minimum)的定义与求解流程并且将分析稀疏ICP与稀疏TDM的缺陷; 第3节将介绍本文提出的稀疏混合ICP(稀疏Mixed-ICP)匹配算法; 第4节将介绍包围盒划分的数据处理方式; 第5节将以某型航空叶片点云为实验对象, 进行关于稀疏Mixed-ICP算法的对比实验和性能测试实验; 第6节将对全文进行总结并提出未来的展望。

2 稀疏匹配的定义与求解流程

稀疏ICP^[26]的定义如下:

$$\{\mathbf{R}, \mathbf{t}\} = \underset{\mathbf{R}, \mathbf{t}}{\operatorname{argmin}} \sum_{i=1}^n \|\mathbf{R}\mathbf{x}_i + \mathbf{t} - \mathbf{y}_i\|_2^p, \quad (1)$$

式中, $\mathbf{x}_i$ 为源点云, $\mathbf{y}_i$ 为目标点云, $\mathbf{R}$ 为旋转矩阵, $\mathbf{t}$ 为移动向量, 式(1)属于非凸函数, 而非凸函数的优化问题可以利用加权迭代最小二乘法求解^[28], 然而在迭代过程中, 权重可能会出现无穷大的情形^[26], 导致求解的失败。因此为了解决这个问题, 引入中间变量 $\mathbf{Z} = \{\mathbf{z}_i \in \mathbb{R}^3, i = 1, \dots, n\}$, 将式(1)转换成如下形式:

$$\sum_{i=1}^n \|\mathbf{z}_i\|_2^p \text{ s.t. } \delta_i = (\mathbf{R}\mathbf{x}_i + \mathbf{t} - \mathbf{y}_i) - \mathbf{z}_i = 0. \quad (2)$$

通过增广拉格朗日(ALM)方法将式(2)转化为如下形式:

$$L_\mu(\mathbf{R}, \mathbf{t}, \mathbf{Z}, \Lambda) = \sum_{i=1}^n \|\mathbf{z}_i\|_2^p + \frac{\mu}{2} \left\| \frac{\lambda_i}{\mu} + \delta_i \right\|_2^2 - \frac{1}{2\mu} \|\lambda_i\|_2^2, \quad (3)$$

式中, $\Lambda = \{\lambda_i \in \mathbb{R}^3, i = 1, \dots, n\}$, 是拉格朗日乘数构成

的列向量, $\mu > 0$ 是惩罚系数. 在式(3)中有四个未知变量, 包括旋转矩阵 $\mathbf{R}$, 位移向量 $\mathbf{t}$, 中间变量 $\mathbf{z}$ 和系数向量 $\boldsymbol{\lambda}$. 为了解决此问题, 通过交替乘法(ADMM)将式(3)的求解问题分解成为三个步骤.

Step1: 求解中间变量 $\mathbf{z}$.

$$\operatorname{argmin}_{\mathbf{z}} \sum_{i=1}^n \|\mathbf{z}_i\|_2^p + \frac{\mu}{2} \left\| \frac{\boldsymbol{\lambda}_i}{\mu} + (\mathbf{R}\mathbf{x}_i + \mathbf{t} - \mathbf{y}_i) - \mathbf{z}_i \right\|_2^2, \quad (4)$$

该步骤中变量旋转矩阵 $\mathbf{R}$ 和位移向量 $\mathbf{t}$ 是已知的. 式(4)是关于 l_p 范数的最小二乘法问题, 在文献[26]中介绍了利用 Shrink 方法的求解流程, 具体流程见附录1.

Step2: 根据 Step1 得到的中间变量 $\mathbf{z}$, 求解旋转平移矩阵.

$$\operatorname{argmin}_{\mathbf{R}, \mathbf{t}} \sum_{i=1}^n \frac{\mu}{2} \left\| \mathbf{R}\mathbf{x}_i + \mathbf{t} - \left(\mathbf{z}_i + \mathbf{y}_i - \frac{\boldsymbol{\lambda}_i}{\mu} \right) \right\|_2^2,$$

该步骤是传统的 ICP 算法框架, 可以通过奇异值分解^[8]的方式进行求解.

Step3: 更新惩罚系数 μ 与拉格朗日列向量 $\boldsymbol{\lambda}_i$.

$$\boldsymbol{\lambda}_i^{t+1} = \boldsymbol{\lambda}_i^t + \mu^t \boldsymbol{\delta}_i^t, \mu^{t+1} = a\mu^t, a > 1,$$

该步骤是更新惩罚系数 μ , 其中 t 是指第 t 次迭代. 目的是在接近最优解时, 增大惩罚系数 μ , 使得 Step2 中点集 $(\mathbf{z}_i + \mathbf{y}_i - \boldsymbol{\lambda}_i / \mu)$ 的变化尽可能小, 防止过小的惩罚系数, 导致错过了最佳的位置.

上文介绍了稀疏 ICP 算法的求解流程. 稀疏 TDM 算法与稀疏 ICP 算法的求解流程不变, 二者流程图如图1所示. 但是与稀疏 ICP 相对比, 稀疏 TDM 是关于标量的优化求解, 而稀疏 ICP 是关于矢量的优化求解. 算法的具体改变如下.

目标函数(1)变为

$$\operatorname{argmin}_{\mathbf{R}, \mathbf{t}} \sum_{i=1}^n \left\| \mathbf{n}_i^T (\mathbf{R}\mathbf{x}_i + \mathbf{t} - \mathbf{y}_i) \right\|_2^p. \quad (5)$$

式(2)变为

$$\sum_{i=1}^n \|\mathbf{z}_i\|_2^p \text{ s.t. } \delta_i = \mathbf{n}_i^T (\mathbf{R}\mathbf{x}_i + \mathbf{t} - \mathbf{y}_i) - z_i = 0. \quad (6)$$

Step1 变为

$$\operatorname{argmin}_{\mathbf{z}} \sum_{i=1}^n \|\mathbf{z}_i\|_2^p + \frac{\mu}{2} \left\| \frac{\boldsymbol{\lambda}_i}{\mu} + \mathbf{n}_i^T (\mathbf{R}\mathbf{x}_i + \mathbf{t} - \mathbf{y}_i) - \mathbf{z}_i \right\|_2^2. \quad (7)$$

图1 算法求解流程图

Figure 1 Algorithm solving flow chart.

Step2 变为

$$\operatorname{argmin}_{\mathbf{R}, \mathbf{t}} \sum_{i=1}^n \frac{\mu}{2} \left\| \mathbf{n}_i^T (\mathbf{R}\mathbf{x}_i + \mathbf{t} - \mathbf{y}_i) - \left(z_i - \frac{\boldsymbol{\lambda}_i}{\mu} \right) \right\|_2^2. \quad (8)$$

式(7)依旧可以利用 Shrink 算法求解, 式(8)可以通过线性最小二乘法^[8]的方法求解.

上文介绍了稀疏 ICP 与稀疏 TDM 的求解流程, 虽然稀疏匹配有效地解决了离群点干扰匹配算法的问题, 但是下文通过对稀疏 ICP 与稀疏 TDM 求解流程原理的研究, 发现了各自稀疏算法依旧没有摆脱传统 ICP 与传统 TDM 算法的缺陷. 下文将根据匹配过程中的具体步骤分析其缺陷, 从而引导出本文提出的稀疏 Mixed-ICP 算法.

对于稀疏 ICP, 在 Step1 经过 Shrink 算法之后, 可以得到每一个点所对应的方向向量 $\mathbf{v}_i$, 如式(5)所示, 方向示意图如图2所示.

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{z}_i - \frac{\lambda_i}{\mu}. \quad (9)$$

在稀疏ICP匹配过程中, 虽然在迭代过程中的目标点位改为了中间点位 $\tilde{\mathbf{y}}_i$, 但求解刚性变换矩阵的过程依旧是利用传统ICP的求解方式, 因此稀疏ICP依旧如传统ICP一样, 容易陷入局部最优.

对于稀疏TDM算法与稀疏ICP不同的是, 在Step1经过Shrink算法之后, 可以得到有向距离 d_i , 如式(10)所示, 其过程如图3所示. 值得注意的是, 在Step2求解旋转平移矩阵的过程中, 匹配的目标不是 $\mathbf{y}_i$ 法向量 $\mathbf{n}_i$ 上

图2 稀疏ICP匹配示意图. 蓝色点 $\mathbf{x}_i$ 表示源点云, 红色点表示与源点位的最近点 $\mathbf{y}_i$, 绿色点 $\tilde{\mathbf{y}}_i$ 表示中间点, 在Step2中的匹配目标点为中间点 $\tilde{\mathbf{y}}_i$, 虚线框代表区域内的点云属于重叠区域, 绿色代表方向向量 $\mathbf{v}_i$ 的方向

Figure 2 Sparse ICP registration diagram. Blue point $\mathbf{x}_i$ presents source point, red point $\mathbf{y}_i$ presents the closest point to source point $\mathbf{x}_i$, and green point $\tilde{\mathbf{y}}_i$ presents middle point which denotes the target point in the solving procedure Step2. The dotted box indicates that the point clouds in the region belong to the overlapping region, and green lines present the direction vector $\mathbf{v}_i$.

图3 稀疏TDM示意图. 图中蓝色点 $\mathbf{x}_i$ 表示源点位, 红色点 $\mathbf{y}_i$ 表示与源点位的最近点, $\mathbf{n}_i$ 是 $\mathbf{y}_i$ 的法向量.

Figure 3 Sparse TDM registration diagram. Blue point $\mathbf{x}_i$ presents source point, red point $\mathbf{y}_i$ presents the closest point to source point $\mathbf{x}_i$, and $\mathbf{n}_i$ presents the normal vector at the point $\mathbf{y}_i$.

的零位, 而是距离切平面距离为 d_i 的平面 Ω_i .

$$d_i = \left(z_i - \frac{\lambda_i}{\mu} \right). \quad (10)$$

通过图3的示意图可以看出稀疏TDM在匹配过程中, 缺乏在平面 Ω_i 中的约束, 因此匹配结果会在平面 Ω_i 上发生滑移.

综上所述, 稀疏ICP算法的缺陷在于易陷入局部最优, 稀疏TDM算法的缺陷在于易在切平面发生滑移.

3 稀疏Mixed-ICP

在2.1节中阐述了稀疏ICP易陷入局部最优与稀疏TDM算法易滑落到切平面的缺陷. 本节为了解决各自算法的缺陷, 提出了稀疏Mixed-ICP算法, 具体介绍如下.

由于稀疏TDM有避免陷入局部最优的能力, 因此稀疏Mixed-ICP将在稀疏TDM的基础上进行改进. 为了解决稀疏TDM易发生滑移的问题, 需要在优化模型中添加更多的约束抑制滑移. 因此本文将点与点之间的 l_p 范数距离小于 δ 作为约束, 达到限制滑移的目的. 优化问题改进为

$$\begin{aligned} \argmin_{\mathbf{R}, \mathbf{t}} \sum_{i=1}^n \left\| \mathbf{n}_i^T (\mathbf{R} \mathbf{x}_i + \mathbf{t} - \mathbf{y}_i) \right\|_2^p, \\ \text{s.t. } \left\| \mathbf{R} \mathbf{x}_i + \mathbf{t} - \mathbf{y}_i \right\|_2^p \leq \delta. \end{aligned} \quad (11)$$

为了求解方便, 本文将式(11)中有约束的优化问题松弛为无约束的优化问题, 如式(12)所示.

$$\argmin_{\mathbf{R}, \mathbf{t}} \sum_{i=1}^N \omega_1 \left\| \mathbf{n}_i^T (\mathbf{R} \mathbf{x}_i + \mathbf{t} - \mathbf{y}_i) \right\|_2^p + \omega_2 \left\| (\mathbf{R} \mathbf{x}_i + \mathbf{t} - \mathbf{y}_i) \right\|_2^p. \quad (12)$$

式(12)是由稀疏ICP与稀疏TDM融合而成. 式(12)的求解也是利用ADMM的方式进行求解, 求解的具体流程见附录2. 下文将结合求解流程解释点与点 l_p 范数距离在匹配过程的作用.

根据附录2可知, 稀疏Mixed-ICP的求解流程与稀疏ICP的求解流程一致, 采用ADMM的方式求解中间量 $\{\mathbf{A}, \mathbf{B}\}$ 与刚性变换矩阵. 具体地, 经过Shrink算法后获得中间向量 $\{\mathbf{A}, \mathbf{B}\}$, 之后再分别得到中间点 $\tilde{\mathbf{y}}_i$ 与有向距离 d_i , 如式(9)和(10)所示. 在计算刚性变换矩阵的过程中, 附录2步骤(c)的方程可以改写为如下形式:

$$\begin{cases} \operatorname{argmin}_{\mathbf{R}, \mathbf{t}} \sum_{i=1}^N \omega_1 F_1^i + \omega_2 F_2^i, \\ x_i^+ = \mathbf{R} \mathbf{x}_i + \mathbf{t}, \\ F_1^i = \left\| \mathbf{n}_i^T (\mathbf{x}_i^+ - \mathbf{y}_i) - \left(\frac{\mathbf{y}_i}{c} - \mathbf{B}_i \right) \right\|_2^p, \\ F_2^i = \left\| \mathbf{x}_i^+ - \mathbf{y}_i - \left(\frac{\lambda_i}{c} - \mathbf{A}_i \right) \right\|_2^p, \end{cases} \quad (13)$$

式中, 第一项 F_1^i 是点到 Ω_i 的距离平方, 第二项 F_2^i 是点到点 $\mathbf{y}_i$ 的距离, 如图4所示. 因此目标函数加入点到点的 l_p 范数距离将刚性变换矩阵计算的目标函数变成了两个距离加权和最小, 并且根据一定的权重系数 ω_1, ω_2 调控匹配的过程. 当 $\omega_1=0$ 时, 求解流程为稀疏ICP流程. 当 $\omega_2=0$ 时, 求解流程为稀疏TDM流程. 当 $\omega_1 > \omega_2$ 时, 算法以稀疏TDM为主, 当 $\omega_1 < \omega_2$ 时算法以稀疏ICP为主.

从附录3可知, 随着迭代次数的增大, 中间点 $\mathbf{y}_i$ 会朝着平面 Ω_i 移动, 最终到达平面 Ω_i 内. 证明了稀疏Mixed-ICP式(12)对于式(11)松弛既可以保证最优位置处在平面 Ω_i 内, 同时也实现了点与点 l_p 距离对匹配过程的约束, 进而说明了式(12)对原问题式(11)松弛的合理性.

综上, 稀疏Mixed-ICP在匹配过程中由于利用了点到切平面的 l_p 距离, 保证了算法有避免陷入局部最优

图4 F_1^i 与 F_2^i 的示意图. 图中蓝色点 $\mathbf{x}_i$ 表示源点位, 红色点 $\mathbf{y}_i$ 表示与源点位 $\mathbf{x}_i$ 的最近点, $\mathbf{x}_i^+$ 表示优化匹配后的位置, $\mathbf{n}_i$ 是 $\mathbf{y}_i$ 的法向量, 绿色点 $\mathbf{y}_i^+$ 表示中间点

Figure 4 Diagram about F_1^i and F_2^i . Blue point presents source point $\mathbf{x}_i$, red presents the closest point $\mathbf{y}_i$ to the source point $\mathbf{x}_i$, $\mathbf{x}_i^+$ presents the optimized point, $\mathbf{n}_i$ is the normal vector of $\mathbf{y}_i$, and green point $\mathbf{y}_i^+$ presents the middle point.

的能力, 同时也利用了点与点的 l_p 距离, 实现了匹配过程中在平面 Ω_i 上滑移的约束, 保证了算法不会发生匹配结果在平面滑移的现象.

由式(12)可以看出, 权重系数是稀疏Mixed-ICP中重要的组成部分, 决定了匹配避免陷入局部最优与限制平面滑移的能力, 对匹配过程至关重要.

为了保证匹配的精度, 在迭代过程中, 会始终保持稀疏TDM求解流程, 因此算法将始终保持 $\omega_1=1$. 为了防止在匹配初期, 算法容易陷入局部最优的问题, 需要削弱稀疏ICP的权重, 选择权重较小的 ω_2 , 而在迭代的后期需要选用较大的 ω_2 , 防止算法在平面内发生滑移.

Sigmoid是二元分类过程中经常使用的函数, 其定义如下:

$$\omega_2(i) = \frac{2}{1 + e^{-(i - iMax)}}, \quad (14)$$

式中, i 表示当前外部执行ALM的次数, $iMax$ 表示最大迭代次数.

本文选用Sigmoid函数计算权重系数原因在于:

(1) 可以较好地刻画匹配流程. 从图5中发现, 当迭代次数较小时, 曲线斜率较小, ω_2 变化较小, 保证了在初期的匹配过程中, 稀疏TDM匹配的求解流程占据主导, 防止匹配过早地进入稀疏ICP求解流程, 避免陷入局部最优. 同时, 在匹配后期曲线斜率较大, ω_2 变化较大, 算法变为以稀疏ICP主导的求解流程, 防止在平面内发生滑移. (2) 避免了像Huber、Tukey等权重函数需要设定断点的过程, 提高了算法的适用性.

4 基于包围盒划分的匹配方案

若点云内部区域之间的形态差异不大、容易在匹配过程中易陷入局部最优, 则该类型点云属于特征不明显的点云. 例如, 图6所示处于重叠区域的点云属于特征不明显的点云, 因为大部分点云属于叶盆、叶背这类较为平坦的区域, 仅有少数区域属于前、后缘区域, 同时重叠区域与临近的区域点云形态较为接近, 因此在匹配过程中易在滑移方向窜动, 陷入局部最优, 影响点云匹配的精度. 针对这类特征不明显的点云, 若能有效地减少参与匹配过程中的离群点, 提高参与匹配点云的同源性, 不仅可以提高配准的成功率, 同时也可以提升运算速度.

为了有效地减少参与匹配过程中的离群点, 本文

图 5 Sigmoid函数
Figure 5 Sigmoid function.

图 6 某航空叶片结构示意图. 蓝色与红色分别代表两次采样的点云, 红蓝相间的区域为重叠区域

Figure 6 A schematic diagram of the structure of an aviation blade. Blue and red represent the point clouds sampled twice, respectively, and the area between red and blue is the overlapping area.

利用了轴对齐包围盒(axis aligned bounding box, AABB)对点云形态进行描述, 通过选定合适的包围盒划分方向与划分大小, 得到位姿、尺寸最优的子包围盒. 该最优子包围盒所包含的点云应尽可能地属于重叠区域, 离群点尽量少, 最终将最优子包围盒所包含的点云作为待匹配的点云, 达到有效减少参与匹配过程中离群点的目的.

为了得到最优子包围盒, 核心在于划分方向与划分大小的确定. 划分方向决定了子包围盒的位姿, 针对具体的划分方向, 现有三种对包围盒主要的划分方式, 如图7(a)~(c)所示. 针对划分大小, 本文将包围盒的划分大小按照重叠率数值进行均匀划分, 如图7(d)所示, 若重叠率为 $1/6$, 则将整个包围盒均匀划分成6份. 当重叠率大于 0.5 时, 此时子包围盒之间的重叠不可避免, 因此为了减少计算量, 需要使子包围盒之间的重叠区域应该尽可能的小. 此例中, 包围盒应仅分成2个子包围盒, 同时2个子包围盒之间重叠区域要尽可能小. 如图7(e)所示, 若重叠率为 0.7 , 可划分的区间单位化为 $[0,1]$, 为了保证重叠区域尽可能小, 两个包围盒所划分

的区域分别为 $[0,0.7]$ 和 $[0.3,1]$. 利用包围盒划分的方案伪代码如算法1.

算法1: 基于包围盒划分的匹配方案

输入: 源点云包围盒 B , 目标点云 y , 重叠率 α

输出: 刚性变换矩阵 T

for $i=1:3$

 选定方向 i 为划分方向

 If $\alpha < 0.5$

 按照重叠率 α 均匀划分包围盒, 得到 m 个子包围盒

 else

 按照图7(e)所示得到2个包围盒, $m=2$.

 for $j=1:m$

 选定第 j 个子包围盒下的点云 x_i

 将 x_i 与目标点云 y 执行FPFH粗匹配与稀疏Mixed-ICP精匹配,

 获得误差RSME, 刚性变换矩阵 T_j

 end

end

输出精度最高所对应的刚性变换矩阵 T

图 7 划分方向与划分大小示意图. (a) 划分方向1; (b) 划分方向2; (c) 划分方向3; (d) 划分大小; (e) 重叠率大于0.5的子包围盒的情形

Figure 7 Diagram of division direction and size. (a) Division direction 1; (b) division direction 2; (c) division direction 3; (d) division size; (e) the case of subbounding boxes whose overlap ratio is greater than 0.5.

实际中, 划分方向与最优子包围盒可以通过人工交互的方式确定, 这样可以避免许多不必要的循环, 提升整体运算效率.

5 稀疏Mixed-ICP的实验验证与性能测试

第4节分析了某型航空叶片点云属于特征不明显的点云. 因此本文以此对象的点云进行实验, 实验对叶片CAD模型采样并生成红色目标点云与蓝色源点云, 并且设定目标点云与源点云有重叠区域, 如图8所示.

本章5.1节通过与多种可以处理离群点的算法进行对比分析, 验证稀疏Mixed-ICP对特征不明显点云匹配的有效性. 5.2节通过不同输入到包围盒重叠率的多组实验与多种不同程度的噪声实验, 验证稀疏Mixed-ICP算法的稳定性. 5.3节进行了特征较为明显的bunny兔子实验, 以说明算法的通用性.

5.1 稀疏Mixed-ICP的验证实验

由于稀疏ICP^[26]、稀疏TDM^[26]、广义匹配(GICP)^[17]、稀疏Cauchy-lp^[27]等算法可以有效地处理点云中存在离群点的情形, 因此本节将对上述算法和本文提出的稀疏Mixed-ICP进行对比实验研究.

图 8 实验示意图. 红色为目标点集, 蓝色为源点集
Figure 8 Experimental diagram. Red is the target point and blue is the source point.

实验采用场景为图8所示的点云, 设定蓝色源点云与红色目标点云之间的实际重叠率为0.5, 在源点云与目标点云中均添加 $N(0, 0.01^2)$ 的噪声. 稀疏ICP, 稀疏TDM, 稀疏Cauchy-lp与稀疏Mixed-ICP这四种算法的外部循环次数设定迭代次数为100, 内部ADMM的迭代次数为2, Shrink算法迭代次数为3, 范数 p 为0.4, 惩罚系数 $\mu=0.5$, $\alpha=1.1$. GICP的循环次数设定为200.

在完成包围盒划分有效地减少离群点之后, 采用FPFH作为描述子的粗匹配方式, 该算法较充分地利用领域内点云的信息, 为精配准提供了较优的姿态. 粗配准的结果如图9所示.

分别用上述的多个算法对粗配准后的点云进行匹配. 实验所用电脑设备的CPU为Inter(R) Core™ i7-7700HQ 2.70GHZ, 内存为8 GB.

为了验证匹配效果, 本文将从以下4个指标进行定量评价.

(1) 旋转矩阵误差 E_R , 其定义在文献[29]中提出, 其计算公式为

$$E_R = \arccos \frac{\text{tr}(\mathbf{R}^{gt}(\mathbf{R}^e)^T) - 1}{2}, \quad (15)$$

式中, $\mathbf{R}^{gt}$ 是理论旋转矩阵, $\mathbf{R}^e$ 是计算所得的旋转矩阵, $\text{tr}(\cdot)$ 是矩阵的迹.

(2) 平移向量误差 $E_t = \|\mathbf{t}^e - \mathbf{t}^{gt}\|_2$, 其中 $\mathbf{t}^{gt}$ 是理论平移向量, $\mathbf{t}^e$ 是计算得到的平移向量.

(3) 均方根误差(root mean square error, RMSE), 其中 r_i 为第 i 个属于重叠区域匹配对的欧氏距离. 计算公式为

图 9 粗配准结果
Figure 9 Coarse registration result.

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n r_i^2}. \quad (16)$$

(4) 匹配成功率 α , 定义如式(13)所示, 其中 N 是属于重叠区域点云的总数, k 是指匹配后的源点云与属于重叠区域点云之间的距离小于阈值 e 的数目, 本文将 e 设定为1.5倍的高斯水平数值.

$$\alpha = \frac{k}{N}. \quad (17)$$

从图10(a1)稀疏ICP的匹配结果可以直观地看出, 最终匹配的位置与粗配准的位置相差不大, 从图10(b1)局部放大图可以看出, 蓝色源点云发生了偏转; 从表1中的数据可以看出, 稀疏ICP所有精度指标大于稀

图 10 各种算法匹配结果. (a1) 稀疏ICP匹配总体效果; (b1) 稀疏ICP匹配结果的叶片边缘局部放大图; (a2) 稀疏TDM匹配总体效果; (b2) 稀疏TDM匹配结果的叶片边缘局部放大图; (a3) GICP匹配总体效果; (b3) GICP匹配结果的叶片局部边缘放大图; (a4) Cauchy lp ICP匹配总体效果; (b4) Cauchy lp ICP匹配结果的叶片局部边缘放大图; (a5) 稀疏Mixed-ICP匹配总体效果; (b5) 稀疏Mixed-ICP匹配结果的叶片局部边缘放大图

Figure 10 Several algorithm registration results. (a1) Sparse ICP registration overall results; (b1) sparse ICP registration the enlarged view about blade edge; (a2) sparse TDM registration overall results; (b2) sparse TDM registration result of the enlarged view about blade edge; (a3) GICP registration overall results; (b3) GICP registration result of the enlarged view about blade edge; (a4) Cauchy ICP registration overall results; (b4) Cauchy ICP registration result of the enlarged view about blade edge; (a5) sparse Mixed-ICP registration overall results; (b5) sparse Mixed-ICP registration result of the enlarged view about blade edge.

疏Mixed-ICP与稀疏TDM,从而验证了在特征不明显的点云匹配中稀疏ICP易陷入局部最优。

从图10(a2)稀疏TDM的匹配结果可以直观地看出,稀疏TDM与稀疏ICP相比变化较大,避免陷入了局部最优,但是从图10(b2)局部放大图可以明显地看出,在蓝色源点云与红色目标点云中,部分点云轨迹未在同一条线上,有向左滑移的趋势;通过表1中数据可以得知,平移误差较大。从而验证了在特征不明显的点云匹配中稀疏TDM算法在切平面内易发生滑移。

从图10(a3)和(a4)直观地看出,GICP与Cauchy-lp算法无法将点云匹配至较优的位置。而从图10(a5)稀疏Mixed-ICP的匹配结果可以直观地看出,算法将点云匹配至较优位置;从图10(b5)局部放大图可以看出,蓝色源点云与红色目标点云的轨迹较为重合,说明没有发生滑移;从表1中的各个误差数值可以看出,稀疏Mixed-ICP的算法在各个指标上都优于表1中其他算法,从而验证了稀疏Mixed-ICP可以解决特征不明显的点云匹配问题,有抑制滑移、避免陷入局部最优的能力。

5.2 稀疏Mixed-ICP的稳定性实验

在上节的实验中,源点云与目标点云的实际重叠率 $\alpha=0.5$ 。然而,在实际匹配过程中,输入到包围盒划分算法的重叠率数值 α' (下文简称输入重叠率)与实际重叠率数值 α 往往存在一定的误差,从而在包围盒划分的过程中,无法精确地减少离群点,因此有必要针对不同输入重叠率对算法的稳定性进行研究。

为了研究算法的稳定性,本节设定源点云与目标点云重叠率为 $\alpha=0.5$,点云包含 $N(0,0.01^2)$ 的噪声。通过观察输入重叠率 α' 从0.2至0.8各种算法精度的变化,验证稀疏Mixed-ICP的稳定性。

当输入重叠率 α' 在区间[0.2,0.4]时,此时参与匹配的点云较少,离群点较少。从图11中旋转误差、平移误差、RSME曲线图可以看出,稀疏Mixed-ICP曲线与稀疏TDM曲线走势相近,说明稀疏Mixed-ICP与稀疏TDM的匹配精度相近,同时二者曲线均在其他曲线的下方,说明在没有离群点的情形下,稀疏Mixed-ICP算法精度较高。

当输入重叠率 α' 在区间[0.4,0.7]时,参与匹配的点云中含有较多离群点。从图11匹配成功率曲线图中可

以看出,稀疏Mixed-ICP曲线始终在最上方,同时在这种误差图中均处于最下方,误差曲线也较为平坦,说明稀疏Mixed-ICP有较强的误差控制能力,同时通过图12看出,当输入重叠率 α' 为0.6,0.7时,算法有效地将点云匹配至有效位置,说明了稀疏Mixed-ICP对重叠率数值不敏感。

当输入重叠率 α' 在区间[0.7,0.8]时,此时参与匹配的点云中含有大量的离群点,导致粗匹配远离目标位置,从而稀疏Mixed-ICP陷入局部最优,如图12(b3)所示,此时所有误差指标升高,匹配成功率有所下降。但是实际中不会设置与实际重叠率(0.5)差距巨大的输入重叠率,结合在区间[0.4,0.7]内多次成功的匹配,说明整体算法有较强的稳定性。同时,也说明包围盒划分算法可以有效地提高匹配成功率。

为了验证匹配算法对不同噪声具有稳定性,本实验将分别设置三种不同程度的高斯噪声,分别为 $N(0,0.01^2)$ 、 $N(0,0.03^2)$ 以及 $N(0,0.05^2)$ 。从表2的误差表中可以看出,旋转矩阵的数值始终维持在0.02左右的水平;平移误差始终位于0.6左右,并且相邻噪声之间的平移误差数值变化小于0.1;RSME数值位于0.08之内,成功率始终保持在70%以上,从而验证了稀疏Mixed-ICP对噪声不敏感。并且通过图13可以看出:虽然噪声会对粗匹配产生影响,使得精匹配初始位置不佳,但是稀疏Mixed-ICP依旧可以将点云匹配至较

表1 多种算法的误差对比表

Table 1 Error comparison of various algorithms

算法	旋转误差	平移误差	RSME	匹配成功率
稀疏ICP	0.226365	10.74788	1.6943	0.0059
稀疏TDM	0.014703	0.788466	0.0788	0.0963
GICP	0.578161	3.030255	0.3291	0.0002
Cauchy-lp	0.020474	1.019431	0.0504	0.4453
稀疏Mixed-ICP	0.010892	0.519138	0.0178	0.9991

表2 多种噪声水平下稀疏Mixed-ICP的误差

Table 2 Sparse Mixed-ICP error comparison under different noise level

噪声水平	旋转误差	平移误差	RSME	匹配成功率
$N(0,0.01^2)$	0.010892	0.519138	0.0178	0.9991
$N(0,0.03^2)$	0.020088	0.523387	0.0285	0.9233
$N(0,0.05^2)$	0.020951	0.609852	0.0710	0.7045

图 11 实际重叠率 $\alpha = 0.5$, 各种不同输入重叠率 α' 的误差曲线. (a) 旋转误差; (b) 平移误差; (c) RSME曲线; (d) 匹配成功率
Figure 11 Several input overlapped ratio α' error curves when the actual overlapped ratio $\alpha = 0.5$. (a) Rotation error curves; (b) translation error curves; (c) RSME curves; (d) success registration ratio curves.

图 12 实际重叠率 $\alpha = 0.5$, 各种不同输入重叠率 α' 的匹配结果. (a1) 输入重叠率 α' 为0.6的粗配准结果; (b1) α' 为0.6时的总体效果; (a2) 输入重叠率 α' 为0.7的粗配准结果; (b2) α' 为0.7时的总体效果; (a3) 输入重叠率 α' 为0.8的粗配准结果; (b3) α' 为0.8时的总体效果
Figure 12 Several different input overlapped α' registration results at the actual overlapped ratio $\alpha = 0.5$. (a1) Coarse registration result at input overlapped α' is 0.6; (b1) overall result at input overlapped α' is 0.6; (a2) coarse registration result at input overlapped α' is 0.7; (b2) overall result at input overlapped α' is 0.7; (a3) coarse registration result at input overlapped α' is 0.8; (b3) overall result at input overlapped α' is 0.8.

图 13 噪声为 $N(0,0.03^2)$ 、重叠率为0.5的匹配结果。(a) 粗配准结果; (b) 总体效果

Figure 13 Registration result at noise level $N(0,0.03^2)$ and overlapped ratio $\alpha=0.5$. (a) The initial position; (b) the position after registration.

优的位置,也验证了稀疏Mixed-ICP算法的有效性。

5.3 特征较为明显的匹配

上文介绍了关于特征不明显的点云匹配实验,为了验证稀疏Mixed-ICP算法应用场合广泛,本节采用特征较为明显的bunny兔子点云作为实验对象进行验证实验。源点云与目标点云同时添加了3000个离群点。最终的实验结果如图14所示,从结果可以直观地看出,算法有效地解决了特征较为明显的点云匹配,验证了算法有较强的适应性。

6 总结与展望

本文首先回顾了稀疏匹配的定义与求解流程,并且根据算法的定义与求解流程,分析了稀疏ICP容易陷入局部最优与稀疏TDM匹配结果在切平面上滑移的问题;其次,本文提出的稀疏Mixed-ICP利用点与点的 l_p 距离作为稀疏TDM求解过程中在切平面内的约束,并且使用sigmoid函数作为权重函数融合了稀疏ICP与稀疏TDM算法流程,避免了算法陷入局部最

图 14 bunny兔子点云匹配实验

Figure 14 Bunny rabbit point cloud registration experiment.

优、抑制了匹配结果在平面内的滑移;接着,本文提出了基于包围盒划分的数据预处理,有效地减少参与匹配的离群点数目,提高匹配成功率。最后,本文以某型航空叶片的点云为实验对象,进行了稀疏Mixed-ICP与稀疏ICP、稀疏TDM、Cauchy-lp、GICP等算法的对比试验,实验结果验证了稀疏Mixed-ICP对特征不明显点云匹配的有效性。通过对不同重叠率的多组实验与多种不同程度的噪声实验,验证了稀疏Mixed-ICP有较强的稳定性。同时通过对特征较为明显的bunny兔子点云匹配实验,验证了稀疏Mixed-ICP算法较强的适用性。

本文所采用的包围盒划分方式仅适用于重叠区域较为规则的情形,因此方案的应用范围有一定的局限性。未来将研究更为复杂的区域划分方式,扩大整体算法的应用范围。在针对某型的航空叶片的匹配过程中,本文所提出的稀疏Mixed-ICP算法,平移误差最大仍然达到0.5 mm,未来将着重对目标函数进行研究,进一步提升算法的精度。

补充材料

本文的补充材料见网络版techcn.scichina.com。补充材料为作者提供的原始数据,作者对其学术质量和内容负责。

参考文献

- 1 Yang W Y, Yin Z P, Sun R L. Fundamentals of Digital Manufacturing (in Chinese). Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 2005 [杨文玉, 尹周平, 孙容磊. 数字制造基础. 北京: 北京理工大学出版社, 2005]
- 2 Salvi J, Matabosch C, Fofi D, et al. A review of recent range image registration methods with accuracy evaluation. *Image Vis Comput*, 2007, 25: 578–596
- 3 Campbell R J, Flynn P J. A survey of free-form object representation and recognition techniques. *Comput Vis Image Underst*, 2001, 81: 166–210

- 4 Wu D L, Hong J. Surfaces matching algorithm based on the least time criterion (in Chinese). *J Xi'an Jiaotong Univ*, 2002, 36: 500–503 [武殿梁, 洪军. 测量点群与标准曲面的匹配算法研究. 西安交通大学学报, 2002, 36: 500–503]
- 5 Dai J L, Chen Z Y, Ye X Z. The application of ICP algorithm in point cloud alignment (in Chinese). *Chin J Image Graph*, 2007, 12: 517–521 [戴静兰, 陈志杨, 叶修梓. ICP算法在点云配准中的应用. 中国图象图形学报, 2007, 12: 517–521]
- 6 Liu Y, Xiong Y L. Registration method for point clouds based on normal vectors (in Chinese). *Chin J Mech Eeg*, 2007, 43: 7–11 [刘宇, 熊有伦. 基于法矢的点云拼合方法. 机械工程学报, 2007, 43: 7–11]
- 7 Besl P J, McKay N D. A method for registration of 3-D shapes. *IEEE Trans Pattern Anal Mach Intell*, 1992, 14: 239–256
- 8 Rusinkiewicz S, Levoy M. Efficient variants of the ICP algorithm. In: *The Proceedings Third International Conference on 3-D Digital Imaging and Modeling*. Quebec City, 2001. 145–152
- 9 Pottmann H, Huang Q X, Yang Y L, et al. Geometry and convergence analysis of algorithms for registration of 3D shapes. *Int J Comput Vision*, 2006, 67: 277–296
- 10 Aiger D, Mitra N J, Cohen-Or D. 4-Points congruent sets for robust pairwise surface registration. *ACM Trans Graphics*, 2008, 27: 1–10
- 11 Rusu R B, Blodow N, Marton Z C, et al. Aligning point cloud views using persistent feature histograms. In: *2008 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. Nice: IEEE, 2008
- 12 Yang J, Li H, Jia Y, et al. Go-ICP: Solving 3D registration efficiently and globally optimally. In: *2013 IEEE International Conference on Computer Vision*. Sydney, 2013. 1457–1464
- 13 Raposo C. 3D registration of curves and surfaces using local differential information. In: *IEEE/CVF Conference Comput Visi Pattern*. Salt Lake City, 2018
- 14 Pottmann H, Hofer M. Geometry of the squared distance function to curves and surfaces. Technical Report. Vienna: Institute of Geometry, Vienna University of Technology, 2003. 221–242
- 15 Li W L, Yin Z P, Huang Y, et al. Three-dimensional point-based shape registration algorithm based on adaptive distance function. *IET Comput Visi*, 2011, 5: 68–76
- 16 Rusinkiewicz S. A symmetric objective function for ICP. *ACM Trans Graph*, 2019, 38: 1–7
- 17 Segal A, Haehnel D, Thrun S. Generalized-ICP. In: *The 2009 Robotics: Science and Systems Conference*. Seattle, 2009
- 18 Censi A. An ICP variant using a point-to-line metric. In: *IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Pasadena: IEEE, 2008
- 19 Maier-Hein L, Franz A M, dos Santos T R, et al. Convergent iterative closest-point algorithm to accomodate anisotropic and inhomogenous localization error. *IEEE Trans Pattern Anal Mach Intell*, 2011, 34: 1520–1532
- 20 Fitzgibbon A W. Robust registration of 2D and 3D point sets. *Image Vis Comput*, 2003, 21: 1145–1153
- 21 Trucco E, Fusiello A, Roberto V. Robust motion and correspondence of noisy 3-D point sets with missing data. *Pattern Recognition Lett*, 1999, 20: 889–898
- 22 Zhang Z. Iterative point matching for registration of free-form curves and surfaces. *Int J Comput Vision*, 1994, 13: 119–152
- 23 Zhou Q Y, Park J, Koltun V. *Fast Global Registration*. Cham: Springer International Publishing, 2016
- 24 Chetverikov D, Svirko D, Stepanov D, et al. The trimmed iterative closest point algorithm. In: *The International Conference on Pattern Recognition*. Quebec City, 2002. 545–548
- 25 Phillips J M, Liu R, Tomasi C. Outlier robust ICP for minimizing fractional RMSD. In: *The Sixth International Conference on 3-D Digital Imaging and Modeling*. Montreal, 2007. 427
- 26 Bouaziz S, Tagliasacchi A, Pauly M. Sparse iterative closest point. *Comput Graphics Forum*, 2013, 32: 113–123
- 27 Li J, Zhao P, Hu Q, et al. Robust point cloud registration based on topological graph and Cauchy weighted l_q -norm. *ISPRS J Photogramm Remote Sens*, 2020, 160: 244–259
- 28 Chartrand R, Wotao Y. Iteratively reweighted algorithms for compressive sensing. In: *2008 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*. Las Vegas: IEEE, 2008

Sparse mixed ICP registration method

WANG ZiWei¹, ZHANG XiaoJian¹, YAN SiJie¹ & DAI Xing^{1,2}

¹ State Key Laboratory of Digital Manufacturing Equipment and Technology, School of Mechanical Science and Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China;

² Wuxi Research Institute of Huazhong University of Science and Technology, Wuxi 214000, China

Sparse registration can effectively solve the interference by outliers and noise in the registration procedure and thus has become a useful method. However, experimental research on noncharacteristic point cloud registration with sparse ICP (point to point) and sparse TDM (point to plane) reveals that sparse ICP easily converges to wrong local minima, and sparse TDM easily slides in the tangent plane. To overcome these shortcomings, this study proposes a sparse mixed ICP algorithm that combines the solving procedure of sparse ICP and sparse TDM by using the sigmoid weight function. Sparse mixed ICP can avoid convergence to the wrong local minima; moreover, it can restrain the sliding in the tangent plane and retain sparse registration capabilities to handle outliers and noise. Meanwhile, the success rate of the registration is increased by subdividing the bounding box to decrease the outliers effectively. Experiment results show that the proposed algorithm can handle the registration of noncharacteristic point clouds effectively and efficiently and has strong robustness of point cloud registration with different levels of outliers and noise.

sparse registration, noncharacteristic point cloud, sparse mixed ICP, bounding box subdivide

doi: [10.1360/SST-2020-0287](https://doi.org/10.1360/SST-2020-0287)