

形状可调的 Loop 细分曲面渐进插值方法

陈甜甜, 闫迪, 王伟, 赵罡

(北京航空航天大学机械工程及自动化学院, 北京 100191)

摘 要: 针对 Loop 细分无法调整形状与不能插值的问题, 提出了一种形状可调的 Loop 细分曲面渐进插值方法。首先给出了一个既能对细分网格顶点统一调整又便于引入权因子实现细分曲面形状可调的等价 Loop 细分模板。其次, 通过渐进迭代调整初始控制网格顶点生成新网格, 运用本文的两步 Loop 细分方法对新网格进行细分, 得到插值于初始控制顶点的形状可调的 Loop 细分曲面。最后, 证明了该方法的收敛性, 并给出实例验证了该方法的有效性。

关 键 词: Loop 细分; 形状可调; 渐进插值; 权因子

中图分类号: TP 391

DOI: 10.11996/JGj.2095-302X.2018030395

文献标识码: A

文 章 编 号: 2095-302X(2018)03-0395-07

A Progressive Interpolation Scheme for Loop Subdivision Surfaces with Shape Adjustment

CHEN Tiantian, YAN Di, WANG Wei, ZHAO Gang

(School of Mechanical Engineering and Automation, Beihang University, Beijing 100191, China)

Abstract: Aiming at the problems that Loop subdivision can't satisfy the shape adjustment and interpolate the given mesh, a progressive interpolation scheme for Loop subdivision surfaces with shape adjustment is presented. Firstly, an equivalent Loop subdivision mask that can adjust the mesh vertices uniformly and facilitate the introduction of weight to adjust the shape of subdivision surfaces is proposed. Secondly, the new grid is generated by the iterative adjustment of the initial control grid, and using the two-phase Loop subdivision scheme presented in this paper to subdivide the new mesh, the shape-adjustable Loop subdivision surface that interpolate the initial control vertices is obtained. Finally, the convergence of the scheme is proved and some typical examples are illustrated to verify its effectiveness.

Keywords: Loop subdivision; shape adjustment; progressive interpolation; weight

细分曲面造型技术由于具有算法简单、容易实现、可以表示任意拓扑结构的物体等优点, 已经在几何造型、计算机动画、游戏等领域得到了广泛的应用^[1]。细分方法按其极限曲面是否插值于初始控制顶点分为逼近型细分方法与插值型细分方法。经典的逼近型细分方法有 Catmull-Clark 细分^[2]和 Loop 细分^[3], 这类细分方法的极限曲面相对初始网格都会有收缩^[4]。典型的插值型细分方法有 Butterfly 细分^[5]和 Kobbelt 细分^[6], 这类细分方法

的极限曲面不存在收缩, 但连续性不好, 只能达到整体 C^1 连续, 而且细分曲面也可能会产生一定程度的变形, 因此仅仅凭借初始控制网格无法准确预判其极限曲面的形状。

针对插值型细分的上述缺点, 人们提出了利用逼近型细分构造插值细分曲面的方法。HOPPE 等^[7]提出了一种基于 Loop 细分的插值型细分方法。NASRI^[8]通过修改 Doo-Sabin 细分方法的规则使之具有插值特性。BRUNET^[9]改进了 Nasri 的方

收稿日期: 2017-01-14; 定稿日期: 2017-05-11

基金项目: 国家自然科学基金项目(51305016, 61572056)

第一作者: 陈甜甜(1982-), 女, 上海人, 实验师, 博士, 硕士生导师。主要研究方向为CAD/CAM、复杂曲线曲面造型。E-mail: chentt@buaa.edu.cn

法,增加了形状控制特性。HALSTEAD 等^[10]提出构造线性方程组反求控制顶点,对反求后的控制网格进行细分,得到细分后的极限曲面插值于初始网格控制顶点。但这些方法需求解线性方程组,方程组有可能是病态的。为了避免繁琐的线性方程组求解,CHEN 等^[11]和 CHENG 等^[12]分别提出了基于 Catmull-Clark 细分和基于 Loop 细分的渐进迭代插值方法。这类方法首先对细分曲面的初始控制顶点进行迭代调整,接着采用已有的逼近型细分方法对调整后的初始控制网格进行细分,不仅易于实现,而且具有较好的曲面连续性。为了进一步提高渐进迭代插值细分方法的灵活性,林晓晶和潘日晶^[13]提出了一种基于 Loop 细分的渐进插值方法,该方法通过引入参数修改 Loop 细分几何规则,增加了形状调整的灵活性。2014 年,CHEN 和 PRAUTZSCH^[14]提出了广义三角形中点细分方法(以下简称广义中点细分),该方法给出了一种广义中点细分模板,在细分过程中引入可调权因子,实现细分曲面的形状可调。文献[13]运用经典 Loop 细分模板,文献[14]运用广义中点细分模板,两者虽然都能实现形状可调,但是细分模板较复杂,实现过程较繁琐。

通过研究 Loop 细分与广义中点细分之间的联系,本文给出了一种能对细分网格顶点统一调整的等价 Loop 细分模板,并在此模板的基础上,提出了一种形状可调的 Loop 细分曲面渐进插值方法。该方法通过渐进迭代调整初始控制顶点的位置,使得相应的细分曲面插值于初始控制网格。同时通过在本文中给出的等价 Loop 细分模板中引入权因子,从而实现 Loop 细分曲面形状可调的特性。

1 等价 Loop 细分模板

1.1 Loop 细分

Loop 细分方法是一种基于三角形网格的细分模式,其极限曲面是三向四次箱样条曲面的推广,在正则点和奇异点处可分别达到 C^2 连续与 C^1 连续。在实现过程中,新顶点 V -顶点和新边点 E -顶点采用不同的规则进行计算。文献[3]中给出了新顶点与新边点的计算公式。

对于初始控制顶点 V ,极限曲面上总有一个与之对应的极限点 V^∞ ,计算公式为^[15]

$$V^\infty = \alpha V + \frac{1-\alpha}{n} \sum_{i=1}^n V_i \quad (1)$$

其中, $\alpha = \frac{3}{11-8\left[\frac{3}{8}+\left(\frac{3}{8}+\frac{1}{4}\cos\frac{2\pi}{n}\right)^2\right]}$; n 为顶点 V

的价; V_i 为顶点 V 的 1-邻域点。

1.2 等价 Loop 细分模板

广义中点细分属于 1-4 三角形面片分裂细分方法,其细分规则为

$$U = A_n, A_{n-1}, \dots, A_1 R \quad (2)$$

其中, R 为线性细分; A 为加权平均。 R 运算与 A 运算如图 1 所示。

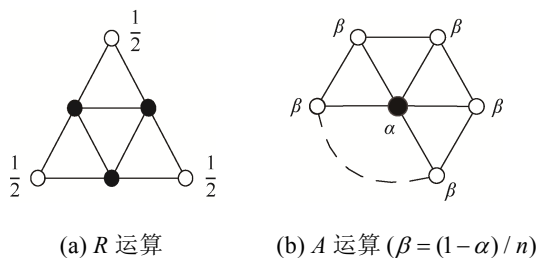


图 1 广义中点细分的细分模板

文献[14]指出,在权因子 $\alpha=0.25$ 的情况下,在正则点处仅进行一次 A 运算的广义中点细分与 Loop 细分等价。但从形式上来看,广义中点细分模板与 Loop 细分模板完全不同,因此探究两者之间的联系有意义。如图 2 所示,初始控制网格在进行一次 R 运算后,每条边均增加了一个新边点 E_{ij} ,新边点 E_{ij} 的计算公式为

$$E_{i,j} = \frac{V_i + V_j}{2} \quad (3)$$

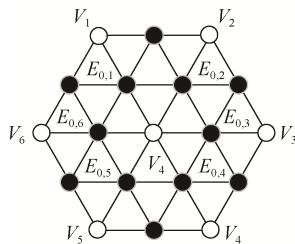


图 2 经过 R 运算后得到的中间网格(空心圆代表原始顶点,实心圆代表 R 运算后的新点)

广义中点细分在进行 R 运算之后使用式(4)对所有细分网格顶点进行 A 运算,由式(3)和式(4)得到进行一次广义中点细分之后内部 E -顶点的计算表达式(5)和内部 V -顶点的计算表达式(6),即

$$V_v = (1-n\beta)V_0 + \beta \sum_{i=1}^n V_i \quad (4)$$

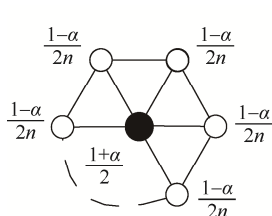
内部 E -顶点的计算表达式

$$E'_{0,2} = \alpha E_{0,2} + \frac{1-\alpha}{6}(V_0 + V_2 + E_{0,1} + E_{1,2} + E_{2,3} + E_{0,3})$$

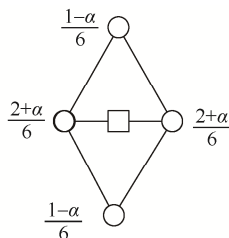
$$E'_{0,2} = \frac{2+\alpha}{6}(V_0 + V_2) + \frac{1-\alpha}{6}(V_1 + V_3) \quad (5)$$

内部 V -顶点的计算表达式

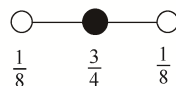
$$V'_0 = \alpha V_0 + \frac{1-\alpha}{n} \sum_{i=1}^n E_{0,i}$$



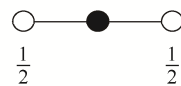
(a) 内部 V -顶点



(b) 内部 E -顶点



(c) 边界 V -顶点



(d) 边界 E -顶点

图3 广义中点细分的等价模板

为了保持 Loop 细分曲面的形状不变, 又兼具广义中点细分的细分网格顶点统一调整的优势, 本文给出了一个既能对细分网格顶点统一调整又便于引入权因子实现细分曲面形状可调的等价 Loop 细分模板。

对比 Loop 细分的几何规则和广义中点细分的等价模板可知, 当权因子 α 满足式(7)时, Loop 细分的内部 V -顶点与内部 E -顶点才可以进行统一调整, 即

$$\frac{1+\alpha}{2} = \left(\frac{3}{8} + \frac{1}{4} \cos \frac{2\pi}{n} \right)^2 + \frac{3}{8} \quad (7)$$

其中, n 为相应的内部 V -顶点的价, 化简得

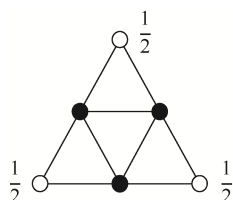
$$\alpha = 2 \left(\frac{3}{8} + \frac{1}{4} \cos \frac{2\pi}{n} \right)^2 - \frac{1}{4} \quad (8)$$

因此, 欲得到 Loop 细分网格顶点统一调整的细分模板, 只需在式(6)的条件下讨论广义中点细分内部 E -顶点的几何规则。而内部 E -顶点的价均

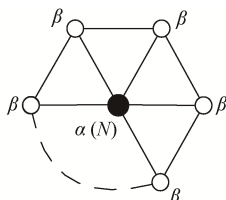
为 6, 因此当 $\alpha=0.25$ 时, 广义中点细分内部 E -顶点的几何规则与 Loop 细分内部 E -顶点的几何规则恰好一致。

综上所述, 当广义中点细分的权因子 $\alpha = 2 \left(\frac{3}{8} + \frac{1}{4} \cos \frac{2\pi}{n} \right)^2 - \frac{1}{4}$ 时, 广义中点细分内部 V -顶点与内部 E -顶点的调整规则与 Loop 细分的调整规则等价, 结合边界 V -顶点和边界 E -顶点的调整规则给出 Loop 细分网格统一调整的等价细分模板如图 4 所示。

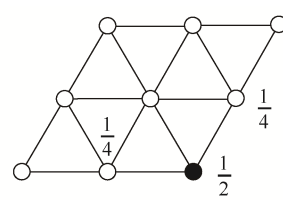
本节通过分析对比广义中点细分的等价细分模板与 Loop 细分模板之间的联系, 给出了 V -顶点和 E -顶点统一调整的等价 Loop 细分模板。总体来说, 等价 Loop 细分模板有以下两方面的意义, 一是能够简化 Loop 细分算法在计算机上的实现过程, 二是便于在 Loop 细分模板中引入权因子, 以实现 Loop 细分曲面形状可调。



(a) 线性细分



(b) 内部顶点统一调整



(c) 边界顶点统一调整

图4 Loop 细分网格顶点统一调整的等价细分模板

2 两步渐进插值细分方法

Loop 细分是一种基于三角形网格的逼近型细分方法, 这种方法的细分曲面不能插值于初始网

格的控制顶点, 相比于初始网格存在一定的收缩, 且细分曲面形状不可调整。因此, 本文提出了一种形状可调的 Loop 细分曲面渐进插值方法, 该方法既能实现插值, 又可以通过改变权因子的大小

实现细分曲面形状可调。

2.1 两步 Loop 细分

两步细分方法是 ZHENG 和 CAI^[16]在 2006 年首次提出的一种细分方法, 该方法实现了 Catmull-Clark 细分方法的形状可调。本文将这种方法应用于 Loop 细分, 结合迭代插值算法实现形状可调的 Loop 细分渐进插值方法。具体的两步 Loop 细分实现过程如下:

(1) 对初始控制网格 M^0 运用引入权因子 $\gamma \in (0,1)$ 的等价细分模板进行细分一次。得到细分一次之后的 E -顶点和 V -顶点, 即

$$E_{0.2}^1 = \frac{2+\gamma}{6}(V^0 + V_2^0) + \frac{1-\gamma}{6}(V_1^0 + V_3^0) \quad (9)$$

$$V'^0 = \frac{1+\gamma}{2}V^0 + \frac{1-\gamma}{2n} \sum_{i=1}^n V_i^0 \quad (10)$$

其中, V_i^0 为顶点 V^0 的 1-邻域点。

(2) 对第(1)步得到的新网格运用等价 Loop 细分模板进行细分, 直至得到极限细分曲面。

2.2 两步 Loop 细分方法的极限点公式

对初始控制网格 M^0 应用上述两步细分方法得到极限曲面 M^∞ , M^∞ 中的任意一个顶点 V_0 在极限曲面 M^∞ 中存在唯一的极限点 V_0^∞ 与之对应。将式(9)和式(10)代入 Loop 细分的极限点计算公式(1)中得到两步细分方法的极限点计算公式为

$$\begin{aligned} V_\infty^0 &= \alpha V'^0 + \frac{1-\alpha}{n} \sum_{i=1}^n E_{0,i}^1 \\ &= \alpha \left(\frac{1+\gamma}{2} V^0 + \frac{1-\gamma}{2n} \sum_{i=1}^n V_i^0 \right) + \frac{1-\alpha}{n} \sum_{i=1}^n E_{0,i}^1 \\ &= \left[\left(\frac{1+2\gamma}{6} \right) \alpha + \frac{2+\gamma}{6} \right] V^0 + \left[\frac{4-\gamma}{6} - \left(\frac{1+2\gamma}{6} \right) \alpha \right] \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n V_i^0 \end{aligned} \quad (11)$$

其中, $\alpha = \frac{3}{11-8 \left[\frac{3}{8} + \left(\frac{3}{8} + \frac{1}{4} \cos \frac{2\pi}{n} \right)^2 \right]}$; γ 为权因

子; V^0 为初始控制顶点; n 为顶点 V^0 的价; V_i^0 为初始控制网格中顶点 V^0 的 1-邻域点。

2.3 迭代插值

给定一个初始三角形控制网格 M^0 , 首先进行第 1 次迭代, 计算初始网格 M^0 上的点 V^0 与对 M^0 应用两步细分方法得到的极限曲面 S^0 上对应的极限点 V_∞^0 之间的距离 $d^0 = V^0 - V_\infty^0$, 将 d^0 与 V^0 相加得到细分之后的新顶点为 $V^1 = V^0 + d^0$, 所有新顶点构成了细分一次之后的新网格 M^1 。然后进行第 2 次迭代, 计算网格 M^0 上的点 V^0 与网格 M^1 进行两步细分方法得到的极限曲面 S^1 上对应的极限点 V_∞^1 之间的距离 $d^1 = V^0 - V_\infty^1$, 将 d^1 与 V^1 相加得到细分之后的新顶点 $V^2 = V^1 + d^1$, 这些顶点构成了细分之后的新网格 M^2 。

重复上述迭代操作 k 次后得到网格 M^k , 以及网格 M^k 的极限曲面 S^k , 计算相应的距离 d^k , 即

$$d^k = V^0 - V_\infty^k \quad (12)$$

将此距离 d^k 与 V^k 相加后得到细分之后网格 M^{k+1} 上的新顶点 V^{k+1} , 即

$$V^{k+1} = V^k + d^k \quad (13)$$

此过程中, 产生了一系列新网格 M^k 及其极限曲面 S^k , 如果当迭代次数 k 无限大时, 初始网格 M^0 与极限曲面 S^k 之间的距离无限接近于 0, 则证明此过程是收敛的, 即极限曲面 S^k 插值于初始控制网格 M^0 。

3 收敛性证明

要证明这种两步细分方法是收敛的, 只需证明当 $k \rightarrow \infty$ 时, $d^k = 0$ 即可。由式(11)~(13)可以得到 d^k 与 d^{k-1} 之间的关系为

$$\begin{aligned} d^k &= V^0 - V_\infty^k \\ &= V^0 - \left\{ \left[\left(\frac{1+2\gamma}{6} \right) \alpha + \frac{2+\gamma}{6} \right] V^k + \left[\frac{4-\gamma}{6} - \left(\frac{1+2\gamma}{6} \right) \alpha \right] \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n V_i^k \right\} \\ &= V^0 - \left\{ \left[\left(\frac{1+2\gamma}{6} \right) \alpha + \frac{2+\gamma}{6} \right] (V^{k-1} + d^{k-1}) + \left[\frac{4-\gamma}{6} - \left(\frac{1+2\gamma}{6} \right) \alpha \right] \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (V_i^{k-1} + d_{V_i}^{k-1}) \right\} \\ &= d^{k-1} - \left\{ \left[\left(\frac{1+2\gamma}{6} \right) \alpha + \frac{2+\gamma}{6} \right] d^{k-1} + \left[\frac{4-\gamma}{6} - \left(\frac{1+2\gamma}{6} \right) \alpha \right] \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_{V_i}^{k-1} \right\} \end{aligned} \quad (14)$$

其中, n 为顶点 V^0 的价; 权因子 $\gamma \in (0,1)$,

$$\alpha = \frac{3}{11-8\left[\frac{3}{8}+\left(\frac{3}{8}+\frac{1}{4}\cos\frac{2\pi}{n}\right)^2\right]}; \quad V_i^0 \text{ 为顶点 } V^0 \text{ 的}$$

1-邻域点; $d_{V_i}^{k-1}$ 为顶点 V_i^0 第 $k-1$ 次迭代后的位置与初始位置的距离。

将式(14)以矩阵形式表示

$$\begin{aligned} (d_1^k, d_2^k, \dots, d_m^k)^T &= (I-B)(d_1^{k-1}, d_2^{k-1}, \dots, d_m^{k-1})^T \\ &= (I-B)^k (d_1^0, d_2^0, \dots, d_m^0)^T \end{aligned} \quad (15)$$

其中, m 为初始三角形控制网格的顶点数, I 为单位矩阵, B 为 $m \times m$ 矩阵。

令 $\tau = \left(\frac{1+2\gamma}{6}\right)\alpha + \frac{\gamma}{6}$, 则矩阵 B 可以表示为

$$B = \begin{pmatrix} \tau + \frac{1}{3} & \dots & \frac{\frac{2}{3}-\tau}{n_1} & \dots \\ \dots & \tau + \frac{1}{3} & \frac{\frac{2}{3}-\tau}{n_2} & \dots \\ & \vdots & \ddots & \vdots \\ \dots & \frac{\frac{2}{3}-\tau}{n_m} & \dots & \tau + \frac{1}{3} \end{pmatrix} \quad (16)$$

当权因子 $\gamma \in (0,1)$, 矩阵 B 有如下性质:

$$(1) \quad b_{ij} \geq 0, \sum_{j=1}^n b_{ij} = 1, \|B\|_{\infty} = 1;$$

(2) 第 i 行有 n_i+1 个正值, 且除了对角线元素外其他元素的值均相等;

$$(3) \quad \text{如果 } b_{ij} = 0, \text{ 则 } b_{ji} = 0.$$

根据矩阵 B 的这些性质, 可将其分解为一个对角矩阵 P 和一个对称矩阵 Q , 即 $B=PQ$ 。其中, 对角矩阵 P 为

$$P = \begin{pmatrix} \frac{\frac{2}{3}-\tau}{n_1} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{\frac{2}{3}-\tau}{n_2} & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \frac{\frac{2}{3}-\tau}{n_m} \end{pmatrix} \quad (17)$$

对称矩阵 $Q=\{d_{ij}\}$, 对角线元素

$$d_{ii} = \frac{n_i\left(\tau + \frac{1}{3}\right)}{\frac{2}{3}-\tau}, \text{ 并且当 } i \neq j \text{ 时, } d_{ij} = 1.$$

引理 1. 当权因子 $\gamma \in (0,1)$ 时, 矩阵 P 为正定矩阵。

证明: n 为顶点的价, 当 $n \geq 3$ 时, 有 $\alpha \in \left[\frac{2}{5}, \frac{8}{13}\right)$ 。由于 $\tau = \left(\frac{1+2\gamma}{6}\right)\alpha + \frac{\gamma}{6}$, 得 $\tau \in \left(\frac{1}{15}, \frac{37}{78}\right)$, 所以 $\frac{2}{3}-\tau \in \left(\frac{5}{26}, \frac{3}{5}\right)$, 因此矩阵 P 的

对角线元素 $\frac{\frac{2}{3}-\tau}{n_i}$ 均大于 0, 故矩阵 P 为正定矩阵。

引理 2. 当权因子 $\gamma \in (0,1)$ 时, 矩阵 Q 为正定矩阵。

证明: 首先构造二次型 $f(x_1, x_2, \dots, x_m) = X^T Q X$, 证明当 $X = (x_1, x_2, \dots, x_m)$ 非零时, 此二次型是正定的即可。

设 e_{ij} 是网格中以 V_i 、 V_j 为端点的边, 且矩阵 Q 有 $d_{ij} = d_{ji} = 1$, 有

$$f(x_1, x_2, \dots, x_m) = \sum_{e_{ij}} 2x_i x_j + \sum_{i=1}^m \frac{n_i\left(\tau + \frac{1}{3}\right)}{\frac{2}{3}-\tau} x_i^2 \quad (18)$$

设 f_{ijr} 是网格中以 V_i 、 V_j 、 V_r 为端点的面, 在封闭三角形网格中一条边总是连接着两个面, 因此有如下关系

$$\sum_{f_{ijr}} (x_i + x_j + x_r)^2 = \sum_{e_{ij}} 4x_i x_j + \sum_{i=1}^m n_i x_i^2 \quad (19)$$

故

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2, \dots, x_m) &= \sum_{f_{ijr}} \frac{1}{2} (x_i + x_j + x_r)^2 + \\ &\quad \sum_{i=1}^m \left[\frac{n_i\left(\tau + \frac{1}{3}\right)}{\frac{2}{3}-\tau} - \frac{n_i}{2} \right] x_i^2 \end{aligned} \quad (20)$$

从上式可得, 当 $n \geq 3$ 且权因子 $\gamma \in (0,1)$ 时,

由引理 1 知 $\frac{2}{3}-\tau \in \left(\frac{5}{26}, \frac{3}{5}\right)$, 所以 $\frac{n_i\left(\tau + \frac{1}{3}\right)}{\frac{2}{3}-\tau} > \frac{n_i}{2}$ 成

立, 因此当 X 非零时, $f(x_1, x_2, \dots, x_m)$ 是正定的, 故 Q 为正定矩阵。

引理 3. 正定矩阵的特征值是正值。

定理 1. 当权因子 $\gamma \in (0, 1)$ 时, 这种形状可调的 Loop 细分曲面渐进插值方法是收敛的。

证明: 因为 $\|B\|_{\infty} = 1$, 所以矩阵 B 的特征值 $\lambda_i < 1$ 。 B 是正定矩阵 P 和 Q 的乘积, 根据引理 1、引理 2 和引理 3 可得矩阵 B 的特征值 $\lambda_i > 0$ 。因此, $I-B$ 的特征值满足 $0 < 1 - \lambda_i < 1$ 。所以, 当 $k \rightarrow \infty$ 时, $d^k = 0$ 。由此可证: 这种形状可调的 Loop 细分曲面渐进插值方法是收敛的。

4 算法实例

所有实验均在配置为 Intel(R) Core(TM) i5-6500 CPU @ 3.20 GHz 处理器和 8 GB 内存的电脑上进行, 程序运行环境为 Visual Studio 2010。实验均在 Knot、Cat、Pig 和 Bear 等 4 种网格模型的基础上进行。

首先, 为了对比传统 Loop 细分模板与等价 Loop 细分模板的运行时间, 以 Loop 细分 4 次为例,

对 4 种网格模型进行了实验, 实验数据见表 1。从表 1 中可以看出, 随着初始网格顶点数的增加, 等价 Loop 细分模板在实现 Loop 细分上的优势愈发明显, 效率更高。

表 1 传统 Loop 细分方法与等价 Loop 细分模板的运行时间对比

模型	顶点数	传统 Loop 细分(s)	等价 Loop 细分模板(s)
Cat	260	13.382	12.108
Knot	287	12.631	11.582
Bear	956	64.547	60.379
Pig	1 450	92.226	87.940

其次, 本文在上述等价 Loop 细分模板的基础上, 实现了形状可调的 Loop 细分曲面渐进插值方法。为了更好地体现权因子 γ 对实验结果的影响, 文中给出了 γ 值不同的情况下, 4 种模型的实验结果, 如图 5~8 所示。从图 5 可以看出: 随着权因子 γ 值的不断增大, Knot 模型的形状逐渐逼近初始网格的形状。从图 6~8 中可以看出, 随着权因子 γ 值的增大, Cat 模型、Pig 模型、Bear 模型的腿部与耳部的细节更加明显, 因此调节权因子 γ 值可以调整极限细分曲面的形状。

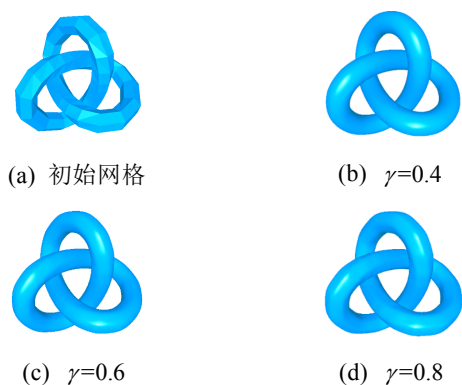


图 5 不同 γ 值所对应的 Knot 模型插值曲面

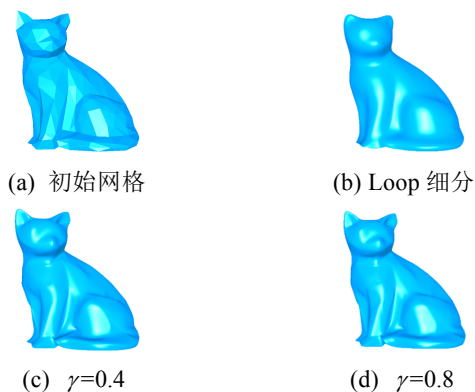


图 6 Loop 细分曲面及不同 γ 值所对应的 Cat 模型插值曲面

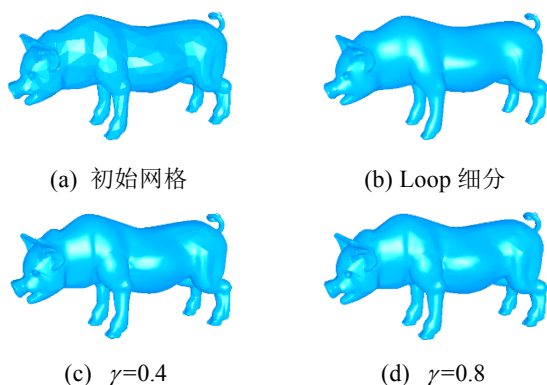


图 7 Loop 细分曲面及不同 γ 值所对应的 Pig 模型插值曲面

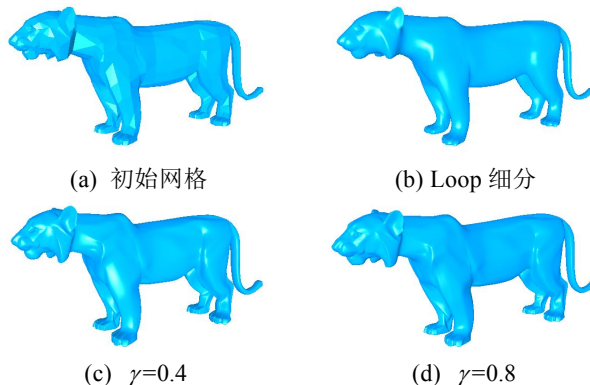


图 8 Loop 细分曲面及不同 γ 值所对应的 Bear 模型插值曲面

最后, 本文取权因子 $\gamma = 0.4$ 、Loop 细分 4 次迭代插值为例, 给出上述 4 种模型调整后网格顶点与初始网格顶点之间的平均距离误差(表 2)。从表 2 中可以看出, 用本文的方法得到的实验结果平均误差小, 可以较好地插值于初始控制网格的顶点。

表 2 本文方法迭代 4 次后的平均误差

模型	顶点数	平均误差(mm)
Cat	260	0.001 318 5
Knot	287	0.001 703 6
Bear	956	0.000 143 6
Pig	1 450	0.000 160 1

5 结 论

本文提出了一种形状可调的 Loop 细分曲面渐进插值方法。本文给出的等价 Loop 细分模板无需对细分网格顶点进行分类, 简化 Loop 细分的实现过程, 提高了 Loop 细分算法的效率。本文的方法在该模板的基础上引入权因子实现形状可调特性, 运用渐进迭代技术实现插值特性, 丰富了细分曲面造型的灵活性。实验结果表明, 该方法的细分结果既能较好地插值于初始控制网格顶点, 又可以通过改变权因子 γ 的大小调整细分曲面的形状, 同时具有较好的曲面光顺性, 这使得该方法在曲面造型方面极具优势, 可在工程上应用。

参 考 文 献

- [1] 李桂清. 细分曲面造型及应用[D]. 北京: 中国科学院计算技术研究所, 2001.
- [2] CATMULL E, CLARK J. Recursively generated B-spline surfaces on arbitrary topological meshes [J]. Computer Aided Design, 1978, 10(6): 350-355.
- [3] LOOP C T. Smooth subdivision surfaces based on triangles [D]. Salt Lake City: Department of Mathematics University of Utah, 1987.
- [4] ODER P S, ZORIN D, DEROSE T, et al. Subdivision for modeling and animation [C]//ACM SIGGRAPH 2000 Course Notes. New York: ACM Press, 2000: 65-102.
- [5] DYN N, LEVIN D, GREGORY J A. A butterfly subdivision scheme for surface interpolation with tension control [J]. ACM Transaction on Graphics, 1990, 9(2): 160-169.
- [6] KOBBELT L. Interpolatory subdivision on open quadrilateral nets with arbitrary topology [J]. Computer Graphics Forum, 1996, 5(3): 409-420.
- [7] HOPPE H, DEROSE T, DUCHAMP T, et al. Piecewise smooth surface reconstruction [C]//Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques. New York: ACM Press, 1994: 295-302.
- [8] NASRI A H. Polyhedral subdivision methods for free-form surfaces [J]. ACM Transaction on Graphics, 1987, 6(1): 29-73.
- [9] BRUNET P. Including shape handles in recursive subdivision surfaces [J]. Computer Aided Geometric Design, 1988, 5(1): 41-50.
- [10] HALSTEAD M, KASS M, DEROSE T. Efficient, fair interpolation using Catmull-Clark surfaces [C]//Proceedings of the 20th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques. New York: ACM Press, 1993: 35-44.
- [11] CHEN Z X, LUO X N, TAN L, et al. Progressive interpolation based on Catmull-Clark subdivision surfaces [J]. Computer Graphics Forum, 2008, 27(7): 1823-1827.
- [12] CHENG F H, FAN F T, LAI S H, et al. Loop subdivision surface based progressive interpolation [J]. Journal of Computer Science and Technology, 2009, 24(1): 39-46.
- [13] 林晓晶, 潘日晶. 一种基于 Loop 细分的渐进插值方法[J]. 福建师范大学学报: 自然科学版, 2014(1): 18-24.
- [14] CHEN Q, PRAUTZSCH H. General triangular midpoint subdivision [J]. Computer Aided Geometric Design, 2014, 31(7): 475-485.
- [15] MA W Y, MA X H, TSO S-K, et al. A direct approach for subdivision surface fitting from a dense triangle mesh [J]. Computer Aided Design, 2004, 36(6): 525-536.
- [16] ZHENG J, CAI Y. Interpolation over arbitrary topology meshes using a two-phase subdivision scheme [J]. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, 2006, 12(3): 301-310.